

Fonction Logarithme Népérien

Problème 1:

V

A-1 Résous dans $\mathbb{R}$; $2x^2 - 3x + 1$ En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ de :

1-1 $\ln(x^2 + 1) = \ln x + \ln(3 - x)$

2-1 $\ln\left(\frac{x^2 + 1}{3 - x}\right) > \ln x$

B-1 On considère le polynôme ci-dessous :

$$P(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 - ax + \frac{3}{2}; (a, b) \in \mathbb{R}^2$$

1-1 Détermine les réels a et b sachant que -1 et $\frac{1}{2}$ sont des zéros de P 2-1 Détermine le polynôme Q tel que

$$\forall x \in \mathbb{R}; P(x) = (x^2 - 1)Q(x)$$

3-1 En déduire les solutions dans $\mathbb{R}$ des équations et inéquations suivantes :

a-1 $P(x) = 0$

b-1 $(\ln x)^4 + \frac{5}{4}(\ln x)^3 - \frac{5}{2}(\ln x)^2 - \frac{5}{4}\ln x + \frac{3}{2} = 0$

c-1 $\log_3 x + \frac{5}{4}\log_3^2 x - \frac{5}{2}\log_3^3 x - \frac{5}{4}\log_3^4 x + \frac{3}{2} \leq 0$

d-1 $e^{4x} + \frac{5}{4}e^{3x} - \frac{5}{2}e^{2x} - \frac{5}{4}e^x + \frac{3}{2} = 0$

e-1 $2^{4x} + 5(2^{3x-2}) - 5(2^{2x-1}) - 5(2^{x-2}) + \frac{3}{2} > 0$

C-1 Résous dans $\mathbb{R}^2$

1-1
$$\begin{cases} (\log_2 x)(\log_2 y) = -4 \\ \log_2 x + \log_2 y = 3 \end{cases} \quad 2-1 \begin{cases} x^2 + y^2 = 40 \\ \ln x + \ln y = \ln 2 \end{cases}$$

Problème 2:

BAC BLANC 2022
LBACPartie A: Soit la fonction g définie par $g(x) = 2x^2 + \ln x$ 1. Étudie les variations de g et dresse son tableau de variation2. a. Montre qu'il existe un unique réel α tel que $g(\alpha) = 0$ sur $]0, +\infty[$ b. Montre que $0,548 < \alpha < 0,549$ puis donne un encadrement de α à 10^{-4} près3. En déduire le signe de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$ Partie B: Soit la fonction f définie par $f(x) = 1 - x + \frac{1 + \ln x}{2x}$, on désigne par (C) sa représentation graphique dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$, unité graphique 4 cm1. Calcule $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ puis interprète2. Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ 3. a. Montre que (C) admet une asymptote oblique qu'on précisera (D) etb. Étudie la position relative de (C) et (D) 4. a. Démontre que $f(x) = \frac{1}{2x} + 1 - 2x$ b. Donne un encadrement de $f(x)$ sachant que $x \in]0,54; 0,55[$ 5. a. Calcule les coordonnées du point de (C) où la tangente est parallèle à (D)

puis donne l'équation de cette tangente

b. Construis (C) , (D) et (T) dans le plan6. a. Soit $\alpha > \frac{1}{e}$ Détermine l'aire $A(\alpha)$ de la partie du plan comprise entre la courbe (C) , la droite (D) et les droites d'équations $x = \frac{1}{e}$ et $x = \alpha$ b-1 Calcule $\lim_{\alpha \rightarrow +\infty} A(\alpha)$ puis interprète2. Calcule $g(1)$ puis en déduire le signe de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$ B- Soit $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Détermine le domaine de définition

Problème 3:

A- Soit la fonction g définie par $g(x) = x - 1 + \ln x$ 1. Étudie les variations de g et dresse le tableau de variation2. Calcule $g(1)$ puis en déduire le signe de $g(x)$ sur $]0, +\infty[$ B- Soit $f(x) = x + \frac{1}{2} - \ln x + \frac{1}{2}(\ln x)^2$ et (C_f) sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1. Détermine le domaine de définition