

EXERCICE 1

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations et inéquations suivantes
 - a) $\ln x = \ln(2 - 3x)$
 - b) $\ln(x + 2) + \ln(x + 4) < \ln(x + 8)$
 - c) $\ln(-x + 2) \geq \ln(x + 3)$
 - d) $(\ln x)^2 + 2\ln x - 15 = 0$
- 2) Soit le polynôme P défini sur $\mathbb{R}$ par $P(x) = x^3 - x^2 - 14x + 24$
 - a) Calculer $p(2)$. En déduire une factorisation de $p(x)$
 - b) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $p(x) = 0$
 - c) En déduire les solutions des équations suivantes :
$$2\ln x + \ln(x - 1) = \ln(14x - 24)$$
$$(\ln x)^3 - (\ln x)^2 - 14\ln x + 24 = 0$$
- 3) Résoudre dans $\mathbb{R} \times \mathbb{R}$ le système suivant
$$\begin{cases} 2\ln x + 3\ln y = -2 \\ 3\ln x + 5\ln y = -4 \end{cases}$$

EXERCICE 2

- A) On considère la fonction g définie sur $]0, +\infty[$ par $g(x) = x^2 + 2 - 2\ln x$
 - 1) Etudier les variations de g
 - 2) Déduire de l'étude précédente le signe de $g(x)$
- B) On considère la fonction f définie sur $]0, +\infty[$ par $f(x) = x - 1 + \frac{2\ln x}{x}$

On désigne par (C) la représentation graphique de f

 - 1) Déterminer la limite de f en 0. Interpréter graphiquement le résultat
 - 2) Déterminer la limite de f en $+\infty$. Justifier que la droite (D) d'équation $y = x - 1$ est asymptote à la courbe. Etudier la position de (C) par rapport à (D)
 - 3) a) Démontrer que pour tout x de $]0, +\infty[$ $f'(x) = \frac{g(x)}{x^2}$
b) Dresser le tableau de variation de f
 - 4) Déterminer le point A de (C) où la tangente (T) est parallèle à (D). Donner une équation de (T)
 - 5) Déterminer les valeurs exactes et les valeurs approchées à 10^{-2} près de $f(x)$ pour les valeurs de x suivantes : $0,3$; $\frac{1}{e}$; 2 ; 5
 - 6) Tracer (C) et (D) dans le plan muni d'un repère orthonormé