

LP Prestige & LP BOIBA & LWAKA

$\lim_{\text{ELEVE} \rightarrow \text{TRAVAIL}}$ **TERMINALE = BAC**

NOMBRES COMPLEXES

M Hamidou KASSOGUE 70-84-71-32
M Lassine DIAKITE 83 55 24 10

Situation 1 :

Ecris sous forme algébrique chacun des nombres complexes suivants puis précise à chaque fois $Re(z)$ et $Im(z)$.

$$\begin{aligned} Z_1 &= (2-i)(3+i) - (4+3i)(2-5i); Z_2 = 3i(5-2i) + (2+i)^2; Z_3 = \frac{3-i}{5+2i} + \frac{8i-1}{2-3i}; \\ Z_4 &= (2-3i)^2 - (5+i)^2; Z_5 = \left(\frac{1+i}{2-i}\right)^2 + \frac{4-i}{2+3i} - \frac{i}{3+i}; Z_6 = \frac{(2-3i)(3+4i)}{(6+4i)(15-8i)}; \\ Z_7 &= (\sqrt{2} + i\sqrt{3})(\sqrt{3} + i\sqrt{5})(\sqrt{2} + i\sqrt{5}); Z_8 = (3+2i)(1-i) - (2-i)^2 + \overline{\left(\frac{5-5i}{1+2i}\right)}; \\ Z_9 &= -\frac{1}{i} + \frac{2-i}{2+i} - \frac{4i}{3-i} + \frac{2+3i}{1-i}(1+i); Z_{10} = \frac{(2-3i)(1-2i)}{(2+i)^2} + \frac{(1-i)(2+i)}{\frac{-3+i}{1+i}}; \\ Z_{11} &= (1+2i)^2 - \frac{2-i}{1+i} + \overline{(i(-1+i)(1-2i))}; Z_{12} = \frac{2iz-4+2i}{z-3+i}; Z_{13} = i^{65} + i^{66} + i^{67} + i^{68}; \\ Z_{14} &= \sum_{k=0}^{2004} i^k; Z_{15} = \sum_{k=0}^{2002} (-i)^k \end{aligned}$$

Situation 2 :

- 1) Montrer que $\frac{\sqrt{3}+i}{\sqrt{3}-i} + \frac{\sqrt{3}-i}{\sqrt{3}+i} = 1$
- 2) Soit $z_1 = \frac{3+2i}{5-7i}$ et $z_2 = \frac{3-2i}{5+7i}$ Démontre sans calcul que : $z_1 - z_2 \in \mathbb{R}$ et $z_1 + z_2 \in i\mathbb{R}^*$
- 3) Montre, sans calculer, que les nombres suivants sont réels :
 $A = \frac{3-4i}{2i+1} + \frac{3+4i}{-2i+1}; B = i\left(\frac{3-4i}{2i+1} - \frac{3+4i}{-2i+1}\right); C = \left(\frac{3-4i}{2i+1}\right)\left(\frac{3+4i}{-2i+1}\right)$
- 4) Démontre que si z_1 et z_2 ont pour module 1 alors le nombre complexe $\frac{z_1+z_2}{z_1z_2+1} \in \mathbb{R}$ avec $1+zz' \neq 0$
- 5) Démontre que si z_1 et z_2 ont pour module 1 alors le nombre complexe $\frac{z_1-z_2}{z_1z_2+1} \in i\mathbb{R}^*$ avec $1+zz' \neq 0$
- 6) Démontre que $(z-2)(\bar{z}-2) \in \mathbb{R}$
- 7) Démontre que si $\left|\frac{1-iz}{1+iz}\right| = 1 \Rightarrow z \in \mathbb{R}$
- 8) Démontre que si $|z| = 1$ alors $Z' = \frac{z+1}{z-1} \in i\mathbb{R}^*$

Situation 3 : Détermination des ensembles

- 1) Soit x un nombre réel. On considère le nombre complexe défini par : $z = (x-ix)(3+2ix)$
 - a) Ecris z sous forme cartésienne.
 - b) Pour quelle(s) valeur(s) de x , $z \in \mathbb{R}$?
 - c) Pour quelle(s) valeur(s) de x , $z \in i\mathbb{R}$?
 - d) Pour quelle(s) valeur(s) de x , $z = 0$?
 - 2) Détermine l'ensemble des points M d'affixe z tels que $z\bar{z} + i(z-\bar{z}) - 3 = 0$
 - 3) Détermine l'ensemble des points $M(z)$ tels que $\frac{2z-1}{z^2}$ soit réel.
 - 4) Soit le nombre complexe $H = \frac{2z-4}{z-i}$
 - a) Détermine l'ensemble (E) des points M du plan d'affixe z tels que le nombre complexe H soit réel
 - b) Détermine l'ensemble (F) des points M du plan d'affixe z tels que le nombre complexe H soit Imaginaire pur.
 - 5) pour tout nombre complexe $z = x + iy$ avec x et y réels, $z \neq -1$, on considère le complexe z' défini par $z' = \frac{z-i}{z+1}$.
 - a) On note $z = x' + iy'$, avec x' et y' réels. Exprimer x' et y' en fonction de x et y .
 - b) Détermine l'ensemble M des points d'affixes z tels que z' soit réel.
- « Pourquoi la vie est complexe ? parce qu'elle a une partie réelle et une partie imaginaire. » Marius Sophie Lie.

Bienvenue dans un monde farfelu de l'imaginaire où la réalité est une illusion et l'imagination règne en maître.

6) Soit le nombre complexe $z = \frac{2-3i}{x+i}$; $x \in \mathbb{R}$. Détermine le nombre réel x tel que z soit :

a) Un nombre réel ;

b) Un nombre imaginaire pur.

Situation 4 : détermine le module et un argument des nombres complexes suivants :

$$Z_1 = \frac{1-e^{\frac{i\pi}{3}}}{1+e^{\frac{i\pi}{3}}}; Z_2 = \frac{1-\cos\alpha+i\sin\alpha}{1+\cos\alpha-i\sin\alpha} \quad \alpha \in [0; \pi[; Z_3 = -2(\sin x + i\cos x); Z_4 = -3e^{-\frac{2\pi}{3}i}; Z_5 = \frac{-\cos 2x + i\sin 2x}{2(\cos 3x - i\sin 3x)}$$

$$Z_6 = \sin\alpha + i(1 + \cos\alpha), \alpha \in [0; \pi[; Z_7 = \left(\frac{1+itan\alpha}{1-itan\alpha}\right)^n; Z_8 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2-2i}; Z_9 = \frac{(1-i)^3}{(\sqrt{3}-i)^4};$$

$$Z_{10} = \left(\frac{\sqrt{2}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i\right)^3 (1+i); Z_{11} = \frac{1}{1+itan\alpha}; Z_{12} = \frac{(1+i\sqrt{3})(\sin x + i\cos x)}{3(2-2i)(\cos x - i\sin x)}; Z_{13} = \frac{2}{3} \frac{\cos \frac{\pi}{5} + i\sin \frac{\pi}{5}}{\cos \frac{2\pi}{5} + i\sin \frac{2\pi}{5}}$$

$$Z_{14} = (\sqrt{3} + i)(5 + 5i)(\cos\alpha + i\sin\alpha); Z_{15} = (1 - i\sqrt{3})(1 - i)(\cos\alpha - i\sin\alpha); Z_{16} = \frac{1+itan\frac{\pi}{4}}{1+itan\frac{2\pi}{3}};$$

$$Z_{17} = \sin 2\alpha - 2i\sin^2\alpha; \alpha \in \left[0; \frac{\pi}{2}\right]; Z_{18}: \begin{cases} |z_{18}| = 5 \\ Arg((-1+i)z_{18}) = \frac{\pi}{3} \end{cases}; Z_{19}: \begin{cases} |z_{19}| \times |2i| = 6 \\ Arg\left(\frac{(1+i\sqrt{3})}{z}\right) = \frac{\pi}{2} \end{cases};$$

$$Z_{20} = \frac{1+(\cos\varphi+i\sin\varphi)^3}{(\cos\varphi+i\sin\varphi)^2} \text{ Où } \varphi \text{ est dans l'intervalle } \left]0; \frac{\pi}{3}\right]; Z_{21} = \frac{1+\sqrt{2}+i}{1+\sqrt{2}-i}; Z_{22} = \frac{\frac{1+i}{2-i}+1}{\frac{1-i}{2-i}+1};$$

$$Z_{23} = 1 - \sqrt{3} + i(\sqrt{3} - 1); Z_{24} = \frac{3+i}{1-i} + (1+i)^4 - 2(-1+i) - i\sqrt{3};$$

$$Z_{25} = \left[\sin\left(\frac{5\pi}{12}\right) - i\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right)\right](1+i\sqrt{3}); Z_{26} = \frac{\cos\left(\frac{\pi}{12}\right) - i\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)}{1+i}$$

Situation 5 :

Dans cet exercice, une seule réponse est exacte. Il s'agit de donner le numéro de la question suivi de la lettre indiquant la bonne réponse (**Ex : 5=C**).

Réponses		A	B	C	D
N°	Enoncés				
1	$Z = \frac{2+4i}{2-i}$	Le point M d'affixe z est sur le cercle trigonométrique.	$Z = \bar{Z}$	Z est un imaginaire pur	$Z = \frac{2}{3}i$
2	$Z = \sqrt{3} - i$	Un argument de Z est $-\frac{5\pi}{6}$.	Un argument de $\bar{Z}$ est $\frac{\pi}{6}$	Le point M d'affixe Z est sur le cercle de centre O , de rayon $\sqrt{2}$	Le point M d'affixe Z^2 est sur l'axe Des ordonnées.
3	z vérifie $\bar{z} + z = 6 + 2i$; l'écriture algébrique de z est :	$\frac{8}{3} - 2i$	$-\frac{8}{3} - 2i$	$\frac{8}{3} + 2i$	$-\frac{8}{3} + 2i$
4	z est un nombre complexe tel que $z = a + bi$, $a \in \mathbb{R}$ et $b \in \mathbb{R}$, le module de z est :	$a^2 + b^2$	$\sqrt{a^2 + b^2}$	$a^2 - b^2$	$ a + b $

5	Soit Ω un point du plan. L'homothétie de centre Ω et de rapport -3 est une similitude directe de centre Ω , de ...	Rapport -3 et d'angle 0	Rapport -3 et d'angle π	Rapport 3 et d'angle π	Rapport 3 et d'angle 0
6	Si A, B et C sont des points du plan d'affixes respectives z_A, z_B et z_C telles que : $\frac{z_B - z_A}{z_C - z_A} = i\sqrt{3}$, alors...	ABC est un triangle rectangle en A	ABC est un triangle isocèle en A	ABC est un triangle rectangle isocèle en A.	Les points A, B et C sont alignés.
7	z est un nombre complexe de module 4. Le conjugué de z est égal à ...	$\frac{1}{4z}$	$\frac{4}{z}$	$\frac{1}{16z}$	$\frac{16}{z}$
8	La forme exponentielle du nombre complexe $-\sqrt{3} + i$ est ...	$2e^{i\frac{\pi}{6}}$	$2e^{i\frac{-\pi}{6}}$	$2e^{i\frac{5\pi}{6}}$	$2e^{i\frac{-5\pi}{6}}$
9	Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$. Soit s la similitude directe de centre $p(1 + i)$, de rapport 2 et d'angle de mesure $\theta = \frac{\pi}{3}$. L'écriture complexe de s est : $z' =$	$(1 + i\sqrt{3})z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$	$(\sqrt{3} + i)z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$	$(1 + i\sqrt{3})z - \sqrt{3} + i\sqrt{3}$	$(1 - i\sqrt{3})z + \sqrt{3} - i\sqrt{3}$
10	Soient I et J les points d'affixes respectives 1 et i . On note (Γ) l'ensemble des points M du plan d'affixe z vérifiant : $ z - 1 = z - i $. (Γ) est...	La droite (IJ) privée du segment $[IJ]$	La droite (IJ)	La médiatrice du segment $[IJ]$	Le cercle de rayon de rayon 1.

Situation 6 :

Réponds par Vrai ou faux. (On notera le numéro de l'affirmation suivi de V ou F . **Ex : 15 =F**) aucune justification n'est demandée.

N°	Affirmations	VRAI	FAUX
1	Pour tout $z \in \mathbb{C}$, z imaginaire pur $\Leftrightarrow \bar{z} = -z$		
2	Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $ \bar{z} = - z $		
3	Pour $z \in \mathbb{C}$ et $z' \in \mathbb{C}$, $z = z' \Leftrightarrow z = z' $		
4	Si $Re(z) < -2$, alors $ z > 2$		
5	Pour tout $z \in \mathbb{C}$, $ 1 + iz = \sqrt{1 + z^2}$		
6	Le nombre complexe $(1 + i)^{10}$ est imaginaire pur		
7	Le nombre complexe $\frac{1-i\sqrt{3}}{(1+i)^2}$ est de module 1 et l'un de ses arguments est $\frac{7\pi}{3}$.		

8	A est le point d'affixe $-1 + 2i$ dans un repère orthonormal. L'ensemble des M d'affixe z vérifiant $(z + 1 - 2i)(\bar{z} + 1 + 2i) = 4$ est le cercle de centre A et de rayon 4		
9	On considère le nombre complexe : $Z = -\frac{\sqrt{2}}{1+i} e^{i\frac{\pi}{3}}$, On a :	$ z = 1$	
		$z = -(1 - i)e^{i\frac{\pi}{3}}$	
		$\arg(z) = -\frac{\pi}{12} + 2k\pi$	
		$Z = e^{i\frac{13\pi}{12}}$	
10	La partie imaginaire du nombre complexe z non nul est	$\frac{z + \bar{z}}{2}$	
		$\frac{z - \bar{z}}{2i}$	
		$\frac{z - \bar{z}}{2}$	

Situation 7 :

I. Soit $z = \frac{(1+i\sqrt{3})^2}{2(1-i)}$.

1) Mets z sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

2) En déduis $\cos\left(\frac{11\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{11\pi}{12}\right)$

II. On donne $z_1 = 1 + i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{3} - i$

1) Ecris sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes z_1 et z_2

2) Ecris sous forme trigonométrique puis sous forme algébrique z_1^{21}

3) le plan P muni du repère orthonormé $(o; \vec{u}; \vec{v})$

a) place les points A, B et C d'affixes respectives z_1, z_2 et $z = z_1 + z_2$

b) Quelle est la nature du triangle ABC ?

c) Montre que $OABC$ est un carré.

Situation 8 :

I. Soit le nombre complexe $z = (\sqrt{3} + 1) + i(\sqrt{3} - 1)$

1) Détermine le module et un argument de z^2 puis en déduis le module et un argument de z .

2) Déduis de ce qui précède le module et un argument de z puis les valeurs exactes de $\cos\left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin\left(\frac{\pi}{12}\right)$.

3) Résous dans $\mathbb{R}$, l'équation : $(\sqrt{3} + 1)\cos x + (\sqrt{3} - 1)\sin x = \sqrt{2}$.

II. On pose $Z_1 = \frac{\sqrt{6}-i\sqrt{2}}{2}$ et $Z_2 = 1 - i$

1) Ecris Z_1 ; Z_2 et $\frac{Z_1}{Z_2}$ sous forme trigonométrique.

2) En déduis $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$

3) Résous dans $]-\pi; \pi]$ l'équation : $(\sqrt{6} + \sqrt{2})\cos x + (\sqrt{6} - \sqrt{2})\sin x = 2$

III. Soit $Z_1 = \frac{\sqrt{3}+i}{-\sqrt{3}+i}$ et $Z_2 = \frac{4i}{1-i\sqrt{3}}$

1) Ecris sous la forme exponentielle Z_1 et Z_2

2) En déduis la forme algébrique des nombres complexes : $Z_1 \times Z_2$; $(Z_1)^2$ et $\frac{(Z_2)^6}{(Z_1)^3}$

IV. On donne les nombres complexes Z et U définis par :

« Pourquoi la vie est complexe ? parce qu'elle a une partie réelle et une partie imaginaire. » Marius Sophie Lie.

Bienvenue dans un monde farfelu de l'imaginaire où la réalité est une illusion et l'imagination règne en maître.

$$Z = -8\sqrt{3} + 8i \text{ et } U = (\sqrt{6} - \sqrt{2}) + i(\sqrt{6} + \sqrt{2})$$

- 1) Ecris sous forme trigonométrique le nombre z . Détermine les racines carrées de Z sous forme trigonométrique.
- 2) Calcule U^2 . Utilise ce résultat pour exprime les racines carrées de Z sous forme algébrique. En déduis les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

V. On considère le nombre complexe $z = 2\sqrt{3} - 2 + i(2\sqrt{3} + 2)$

- 1) On pose $Z = z^2$. Exprime Z sous forme algébrique
- 2) Détermine le module et un argument de Z .
- 3) En déduis le module et un argument de z .
- 4) Donne alors les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

VI. On donne le nombre $a = \sqrt{2 - \sqrt{3}} - i\sqrt{2 + \sqrt{3}}$.

- 1) Calcule a^2 , puis détermine son module et son argument.
- 2) En déduis le module de a et vérifie qu'une mesure de l'argument de a est $\frac{19\pi}{12}$.
- 3) Déduis de ce qui précède les valeurs exactes de $\cos \left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin \left(\frac{7\pi}{12}\right)$, puis $\cos \left(\frac{\pi}{12}\right)$ et $\sin \left(\frac{\pi}{12}\right)$.

VII. On donne les nombres complexes $z_1 = 2 + 2i\sqrt{3}$ et $z_2 = \sqrt{2} + i\sqrt{2}$.

- 1) Mets z_1, z_2 et $u = z_1 \cdot z_2$ sous forme trigonométrique.
- 2) Exprime u sous forme algébrique.
- 3) En déduire la valeur exacte de $\cos \left(\frac{7\pi}{12}\right)$ et $\sin \left(\frac{7\pi}{12}\right)$.

VIII. Soit $z = x + iy$ et $z^2 = a + ib$ où x, y, a, b sont des réels.

- 1) Montre que, si $|z| = 1$, on a $x^2 = \frac{1+a}{2}$ et $y^2 = \frac{1-a}{2}$.
- 2) On suppose que $\arg(z) = \frac{\pi}{8}$. Détermine la forme algébrique de z^2 .
- 3) Détermine alors les valeurs exactes de $\cos \left(\frac{\pi}{8}\right)$ et de $\sin \left(\frac{\pi}{8}\right)$.

IX. On donne : $Z = (1 + i)(\sqrt{3} + i)$

1. Ecris le nombre complexe Z sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.
2. Déduis-en les valeurs exactes de $\cos \frac{5\pi}{12}$ et $\sin \frac{5\pi}{12}$.

Situation 9 :

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$. Unité graphique : 2cm

- 1) Détermine les racines carrées du nombre complexe $8 - 6i$
- 2) On considère le polynôme P défini par $P(z) = z^3 + (-1 + i)z^2 + (2 + 2i)z + 8i$
 - a) Démontre que $P(z)$ admet une unique racine imaginaire pure ai qu'on déterminera
 - b) Détermine les complexes $a; b$ et c tels que $P(z) = (z - ai)(az^2 + bz + c)$
 - c) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$
- 3) On considère les points $A; B$ et C d'affixes respectives $-1 - i; 2 - 2i$ et $2i$
 - a) Place les points $A; B$ et C .
 - b) Quelle est la nature du triangle ABC ? Justifie ta réponse.
 - c) Détermine l'affixe du point D tel que le quadrilatère $ABCD$ soit un parallélogramme.
- 4) On considère le point E d'affixe $2 + 2i$

« Pourquoi la vie est complexe ? parce qu'elle a une partie réelle et une partie imaginaire. » Marius Sophie Lie.

Bienvenue dans un monde farfelu de l'imaginaire où la réalité est une illusion et l'imagination règne en maître.

a) Place le point E

b) Démontre que les points $A; B; C$ et E sont situés sur un même cercle dont on précisera le centre et le rayon.

Situation 10 :

Soient $A; B$ et C trois points d'affixes respectifs : $z_A = 3 + i$; $z_B = -1 - 3i$; $z_C = -\sqrt{3} + i$.

1. Détermine la forme algébrique des nombres suivantes : $z_A \times z_B$; $\frac{z_A}{z_B}$; $z_A \times z_B \times z_C$; $\frac{1}{z_C}$; $z_A \times z_B \times \left(\frac{1}{z_C}\right)^2$.
2. Calcule les modules suivants : $|z_A \times z_B|$; $|z_C|^6$; $\left|\left(\frac{z_A}{z_C}\right)^5\right|$ et $|z_A \times z_B \times z_C|$.
3. Détermine la forme trigonométrique puis la notation exponentielle du nombre z_C .
4. Soit I le milieu du segment $[AB]$.
 - a) Détermine z_I l'affixe du point I .
 - b) Détermine la forme trigonométrique puis la notation exponentielle des nombres suivants : z_I ; $z_C \times z_I$; $\frac{z_C}{z_I}$; z_I^8 et $(z_C \times z_I)^5$.

Situation 11 :

Le plan est muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, considérons les points : $A(2 + 2i)$; $B(1 - i)$; $C(-1 + 3i)$; $D(1 + 5i)$; $E(3 - i)$ et $F(5 + 3i)$.

1. Montre que les points $A; D$ et E sont alignés.
2. Montre que le triangle : AEF est rectangle en A .
3. Montre que les points $B; C; D$ et E sont cocycliques.
4. Représente dans le repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$, les points : $A; B; C; D; E$ et F .

Situation 12 :

- a) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - \sqrt{2}z + 1 = 0$.
- b) On pose : $a = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{2}}{2}i$
 - a) Détermine la forme trigonométrique de a , en déduis que a^{2020} est un réel.
 - b) Soit le nombre complexe $b = \cos\left(\frac{\pi}{8}\right) + i \sin\left(\frac{\pi}{8}\right)$, montre que : $b^2 = a$.
- c) Dans le plan muni d'un repère orthonormé direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$, considérons les points $A; B$ et C d'affixes respectifs : a, b et c avec $c = 1$. Soit R la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{8}$ et qui transforme le point M d'affixe z en point M' d'affixe z' .
 - a) Vérifie que : $z' = bz$
 - b) Détermine l'image du point C par la rotation R et montre que le point A est l'image du point B par la rotation R .
4. a) Montre que : $|a - b| = |b - c|$, en déduis la nature du triangle ABC .
b) Détermine une mesure de l'angle $(\widehat{BA; BC})$.
5. Considérons T la translation du vecteur $\vec{u}$ et soit D l'image de A par la translation :
 - a) Vérifie que l'affixe de D est le nombre complexe $b^2 + 1$.
 - b) Montre que : $\frac{b^2+1}{b} = b + \bar{b}$; en déduis que les points O, B et D sont alignés.

Situation 13 :

1. Résous dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 8z + 41 = 0$.
2. Dans le plan muni d'un repère orthonormé, on considère les points A, B et Ω d'affixes respectives a, b et ω telles que : $a = 5 + 2i$, $b = 5 + 8i$ et $c = 2 + 5i$.
 - a) Soit u le nombre complexe : $u = b - \omega$. Montre que $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$
 - b) Détermine un argument du nombre complexe $\bar{u}$.

« Pourquoi la vie est complexe ? parce qu'elle a une partie réelle et une partie imaginaire. » Marius Sophie Lie.

Bienvenue dans un monde farfelu de l'imaginaire où la réalité est une illusion et l'imagination règne en maître.

- c) Vérifie que $a - \omega = \bar{u}$, en déduis que $\Omega A = \Omega B$ et que $\arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$.
- d) Soit R la rotation de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Détermine l'image du point A par la rotation R .

Situation 14 :

Soient les complexes a et b tels que : $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - 1 + (\sqrt{3} + 1)i$

1. a) Vérifie que $b = (1 + i)a$.
b) En déduis que : $|b| = 2\sqrt{2}$ et que $\arg(b) = \frac{5\pi}{12}$.
c) Déduis de ce qui précède que : $\cos\left(\frac{5\pi}{12}\right) = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$.
2. Le plan est muni d'un repère orthonormé. Soient les A et B d'affixes respectives a et b et le point C d'affixe $c = -1 + i\sqrt{3}$.
a) Vérifie que $c = ia$, en déduis que $OA = OC$ et que $\arg(\overrightarrow{OA}; \overrightarrow{OC}) = \frac{\pi}{2} + 2k\pi / k \in \mathbb{Z}$.
b) Montre que le point B est l'image du point A par la translation de vecteur $\overrightarrow{OC}$.
c) En déduis la nature du quadrilatère $OABC$.