

République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

Programme de Terminale Sciences Expérimentales (TSEXP)

Thème : Les Nombres Complexes

10 SITUATIONS COMPLEXES

Énoncés – Niveaux de difficulté variés

Document conçu selon la démarche de l'Approche Par les Compétences (APC),
avec des situations ancrées dans la vie courante malienne
(marché, champs, artisanat, transport, urbanisme).

Auteur : M Hamidou KASSOGUÉ

70-84-71-32

17 septembre 2026

Présentation du document

Ce document propose **10 situations complexes** sur le chapitre des **nombres complexes**, conformes au programme de Terminale Sciences Expérimentales (TSEXP) du Mali. Chaque situation suit le format standard de l'Approche Par les Compétences (APC) :

- un **Support** (contexte, données) ancré dans la vie courante malienne ;
- une **Consigne** précise, décomposée en tâches numérotées ;
- des **Critères d'évaluation** (critères minimaux de pertinence, de correction et de cohérence, ainsi qu'un critère de perfectionnement).

N°	Titre	Notion principale	Niveau
1	Le tisserand de Ségou	Forme algébrique – opérations	Facile
2	Le champ de Sikasso	Forme algébrique – affixes, milieu	Facile
3	Le Grand Marché de Bamako	Module et argument	Moyen
4	La pirogue de Mopti	Forme trigonométrique/exponentielle	Moyen
5	La potière de Kalabougou	Produit – forme exponentielle	Moyen
6	Le Pont des Martyrs	Équation du second degré dans $\mathbb{C}$	Difficile
7	Le bijoutier de Djenné	Racines n -ièmes de l'unité	Difficile
8	Le motif bogolan	Transformation – rotation	Difficile
9	L'urbaniste de Mopti	Similitude directe	Très difficile
10	Le pivot de Tombouctou	Situation de synthèse	Très difficile

Situation 1 Le tisserand de Ségou

Niveau de difficulté : Facile

Support

Sur son métier à tisser traditionnel, un tisserand de Ségou associe à chaque bande de bogolan tissée un nombre complexe $z = a + bi$, où a représente la longueur (en mètres) de fil de coton blanc utilisé et b la longueur (en mètres) de fil teint à l'indigo.

Pour la bande n°1, il utilise $z_1 = 8 + 5i$.

Pour la bande n°2, il utilise $z_2 = 3 - 2i$.

Le tisserand souhaite assembler les deux bandes bout à bout, puis réaliser une bande “miroir” pour un motif symétrique. Il connaît également le prix du fil : chaque unité de longueur totale (le module de l'afixe) coûte 250 FCFA.

Consigne

1. Calculer $z_1 + z_2$ et interpréter le résultat obtenu en termes de longueurs de fils assemblés.
2. Déterminer le conjugué $\overline{z_1}$ de z_1 et expliquer ce que représente, pour le tisserand, la bande “miroir” associée.
3. Calculer le module $|z_1|$ (valeur exacte puis approchée à 10^{-2} près), puis en déduire le coût total, en FCFA, du fil utilisé pour la bande n°1 (arrondir au FCFA près).

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : utiliser les bonnes opérations (somme, conjugué, module) en lien avec le contexte.
- **Correction** : exactitude des calculs algébriques.
- **Cohérence** : présentation claire, unités correctement indiquées.
- **Perfectionnement** : interprétation pertinente et soignée du résultat.

Situation 2 Le champ de Sikasso

Niveau de difficulté : Facile

Support

Un cultivateur de Sikasso représente les sommets de son champ, de forme rectangulaire, par des affixes dans un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$, l'unité choisie étant l'hectomètre (1 unité = 100 m).

Le sommet A a pour affixe $z_A = 2 + i$, le sommet B a pour affixe $z_B = 6 + i$ et le sommet C a pour affixe $z_C = 6 + 4i$.

Le cultivateur veut installer une ligne d'irrigation goutte-à-goutte le long de la diagonale $[AC]$ et souhaite également prévoir un puits au centre de cette diagonale.

Consigne

1. Placé dans le repère, justifier les coordonnées des points A , B et C à partir de leurs affixes.
2. Calculer l'afixe du vecteur $\overrightarrow{AC}$, puis en déduire la longueur réelle (en mètres) de la diagonale $[AC]$.
3. Déterminer l'afixe du milieu I de $[AC]$, donner ses coordonnées en mètres, et expliquer l'utilité de ce point pour le cultivateur.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : mobiliser les formules d'affixe d'un vecteur et d'un milieu.
- **Correction** : calculs exacts, conversion correcte en mètres.
- **Cohérence** : coordonnées et résultats bien articulés.
- **Perfectionnement** : justification géométrique claire du choix du point I .

Situation 3 Le Grand Marché de Bamako

Niveau de difficulté : Moyen

Support

Sur le plan du Grand Marché de Bamako, chaque étal est repéré par son affixe dans un repère orthonormé $(O, \vec{u}, \vec{v})$ centré sur l'entrée principale O (unité : 10 mètres).

L'étal de la bijoutière Mariam a pour affixe $z = -3 + 3\sqrt{3}i$.

Consigne

1. Calculer le module $|z|$. Que représente cette valeur, concrètement, pour un client entrant par O ?
2. Déterminer un argument de z , en radians puis en degrés, et interpréter cette valeur comme une direction à suivre depuis l'entrée (par rapport à la direction Est).
3. Écrire z sous forme trigonométrique.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : choix correct des formules de module et d'argument.
- **Correction** : calculs et simplifications exacts.
- **Cohérence** : conversion radians/degrés correcte, interprétation cohérente avec le signe de a et b .
- **Perfectionnement** : description claire et réaliste de la direction à suivre.

Situation 4 La pirogue de Mopti

Niveau de difficulté : Moyen

Support

Un piroguier quitte l'embarcadère de Mopti depuis un point repéré par l'affixe $z_0 = 4$ (soit 4 unités à l'Est de l'embarcadère, l'unité valant 50 m). Le courant du fleuve Niger fait subir à chaque segment de trajet une rotation d'angle $\frac{\pi}{4}$ autour de l'embarcadère, combinée à une dérive qui multiplie la distance parcourue par 1,5.

On modélise cette transformation par la multiplication par le nombre complexe

$$w = 1,5 e^{i\pi/4}.$$

Consigne

1. Écrire w sous forme algébrique $a + bi$ (valeurs exactes puis arrondies à 10^{-2} près).
2. Calculer l'affixe z_1 du point atteint après un segment ($z_1 = w \times z_0$), sous forme algébrique puis sous forme exponentielle.
3. Sachant que la position après deux segments est $z_2 = w^2 \times z_0$, déterminer le module et un argument de z_2 , puis interpréter le résultat en termes de distance (en mètres) et de direction par rapport au point de départ.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : passage correct entre formes algébrique et exponentielle.
- **Correction** : calculs sur les puissances de nombres complexes en forme exponentielle.
- **Cohérence** : cohérence entre unités (unités de repère et mètres réels).
- **Perfectionnement** : interprétation géographique pertinente (direction cardinale).

Situation 5 La potière de Kalabougou

Niveau de difficulté : Moyen

Support

Une potière de Kalabougou grave un motif décoratif composé de points régulièrement placés sur le pourtour d'une jarre. Le premier point gravé a pour affixe

$$z_1 = 2 e^{i\pi/6} \quad (\text{rayon exprimé en cm}).$$

Pour graver un second point, elle applique une rotation d'angle $\frac{\pi}{3}$ combinée à un agrandissement de rayon $\times 1,5$, représenté par la multiplication par $u = 1,5 e^{i\pi/3}$.

Consigne

1. Déterminer l'affixe $z_2 = z_1 \times u$ sous forme exponentielle, puis sous forme algébrique (valeurs exactes).
2. Calculer la distance entre les deux points gravés, $|z_2 - z_1|$, sous forme exacte puis en valeur approchée (en cm, à 10^{-2} près).
3. La potière veut que tous les points gravés soient à égale distance du centre de la jarre. Est-ce le cas pour z_1 et z_2 ? Justifier en comparant leurs modules.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : utilisation correcte du produit sous forme exponentielle.
- **Correction** : calculs exacts (angles, module).
- **Cohérence** : lien explicite entre calcul et conclusion géométrique.
- **Perfectionnement** : qualité de la justification finale.

Situation 6 Le Pont des Martyrs

Niveau de difficulté : Difficile

Support

Un ingénieur étudie la position de deux points d’ancrage d’un pylone du Pont des Martyrs à Bamako. Les affixes z de ces points d’ancrage vérifient l’équation :

$$z^2 - 6z + 34 = 0.$$

L’unité du repère utilisé vaut 2 mètres.

Consigne

1. Calculer le discriminant Δ de cette équation et justifier qu’elle admet deux solutions complexes conjuguées.
2. Résoudre l’équation dans $\mathbb{C}$ (déterminer z_1 et z_2).
3. Vérifier que z_1 et z_2 sont conjugués, et donner une interprétation géométrique de cette propriété (symétrie par rapport à un axe).
4. Calculer la distance réelle (en mètres) entre les deux points d’ancrage.

Critères d’évaluation

- **Pertinence** : reconnaissance d’un discriminant négatif et mobilisation de la formule adaptée.
- **Correction** : résolution exacte de l’équation.
- **Cohérence** : lien correct entre solutions conjuguées et symétrie géométrique.
- **Perfectionnement** : rigueur de la rédaction et conversion en unités réelles.

Situation 7 Le bijoutier de Djenné

Niveau de difficulté : Difficile

Support

Un bijoutier de Djenné souhaite graver, sur un pendentif en argent, une étoile régulière à 5 branches centrée à l’origine, de rayon 1 cm. Les sommets de cette figure sont les images des racines cinquièmes de l’unité.

Consigne

1. Rappeler la définition des racines 5-ièmes de l’unité et donner leur expression générale sous forme exponentielle $z_k = e^{i\frac{2k\pi}{5}}$, pour $k = 0, 1, 2, 3, 4$.
2. Calculer, sous forme trigonométrique (angle en degrés), les affixes des 5 sommets de l’étoile.
3. Vérifier que la somme des 5 racines est nulle, et donner une interprétation pour le bijoutier (équilibre du motif autour du centre du pendentif).
4. Calculer, en fonction d’un sinus, la distance entre deux sommets consécutifs (z_0 et z_1), puis donner sa valeur approchée en mm (à 10^{-2} près), sachant que $1 \text{ cm} = 10 \text{ mm}$.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : bonne mobilisation de la notion de racine n -ième de l'unité.
 - **Correction** : calculs d'angles et de distances exacts.
 - **Cohérence** : cohérence entre propriété algébrique (somme nulle) et symétrie de la figure.
 - **Perfectionnement** : qualité de l'interprétation artistique/géométrique.
-

Situation 8 Le motif bogolan

Niveau de difficulté : Difficile

Support

Une teinturière de Bamako dessine un motif bogolan en appliquant une rotation de centre Ω , d'affixe $\omega = 1 + i$, et d'angle $\theta = \frac{\pi}{2}$, à un motif initial dont un point caractéristique a pour affixe $z = 4 + 2i$.

Consigne

1. Rappeler l'écriture complexe d'une rotation de centre $\Omega(\omega)$ et d'angle θ : $z' - \omega = e^{i\theta}(z - \omega)$.
2. Calculer l'affixe z' du point image, sous forme algébrique.
3. Vérifier que $|z' - \omega| = |z - \omega|$ et conclure, pour la teinturière, sur la conservation des distances et des formes par cette transformation.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : utilisation correcte de la formule complexe de la rotation.
 - **Correction** : calculs algébriques exacts.
 - **Cohérence** : vérification correcte de la conservation des distances.
 - **Perfectionnement** : explication claire de la propriété géométrique pour le motif.
-

Situation 9 L'urbaniste de Mopti

Niveau de difficulté : Très difficile

Support

Un urbaniste souhaite agrandir le plan du marché central de Mopti tout en le faisant pivoter pour l'aligner sur une nouvelle voie d'accès. Il modélise cette transformation s par : à tout point M d'affixe z , on associe le point M' d'affixe

$$z' = (1 + i)z + (2 - 2i).$$

Consigne

1. Montrer que s est une similitude directe : écrire z' sous la forme $z' = az + b$ avec $a \neq 0$ et $a \neq 1$, et préciser a et b .

2. Déterminer le rapport $k = |a|$ et l'angle $\theta = \arg(a)$ de cette similitude.
3. Déterminer l'affixe ω du centre Ω de la similitude (point invariant : résoudre $z = az + b$).
4. Un stand du marché a pour affixe $z = 2$. Calculer l'affixe z' de son image, puis vérifier la cohérence du résultat avec le rapport k et l'angle θ trouvés précédemment.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : reconnaissance de la forme générale d'une similitude directe.
- **Correction** : calculs exacts du rapport, de l'angle et du centre.
- **Cohérence** : vérification cohérente entre calcul direct et propriétés (rapport, angle).
- **Perfectionnement** : rigueur et clarté de la démarche complète.

Situation 10 Le pivot de Tombouctou

Niveau de difficulté : Très difficile (situation de synthèse)

Support

Une coopérative agricole de Tombouctou installe un système d'irrigation à pivot central sur un champ circulaire. Le centre du pivot a pour affixe $\omega = 1 - 2i$ (repère en hectomètres). Le bras d'irrigation tourne autour de ce centre.

La position initiale z_A de l'extrémité du bras est la solution, de plus grande partie imaginaire, de l'équation :

$$z^2 - 2z + 10 = 0.$$

Consigne

1. Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 - 2z + 10 = 0$ et identifier la position initiale z_A (plus grande partie imaginaire).
2. Calculer $|z_A - \omega|$ et vérifier que cette valeur correspond à la longueur du bras d'irrigation, exprimée en hectomètres.
3. En appliquant successivement deux rotations de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$ (soit un demi-tour au total), déterminer l'affixe z_B de la nouvelle extrémité du bras.
4. Le champ irrigué après ce demi-tour forme un demi-disque de rayon égal à la longueur du bras. Calculer son aire, en hm^2 (valeur exacte en fonction de π , puis approchée à 10^{-2} près), sachant que $1 \text{ hm}^2 = 1 \text{ hectare}$.

Critères d'évaluation

- **Pertinence** : mobilisation combinée de plusieurs notions (équations, module, rotation, aire).
- **Correction** : exactitude de chaque étape de calcul.
- **Cohérence** : articulation logique entre les différentes tâches de la situation.
- **Perfectionnement** : qualité globale de la rédaction et pertinence de la conclusion pratique pour la coopérative.

Fin du document – 10 situations complexes

Auteur : M Hamidou KASSOGUÉ – 70-84-71-32