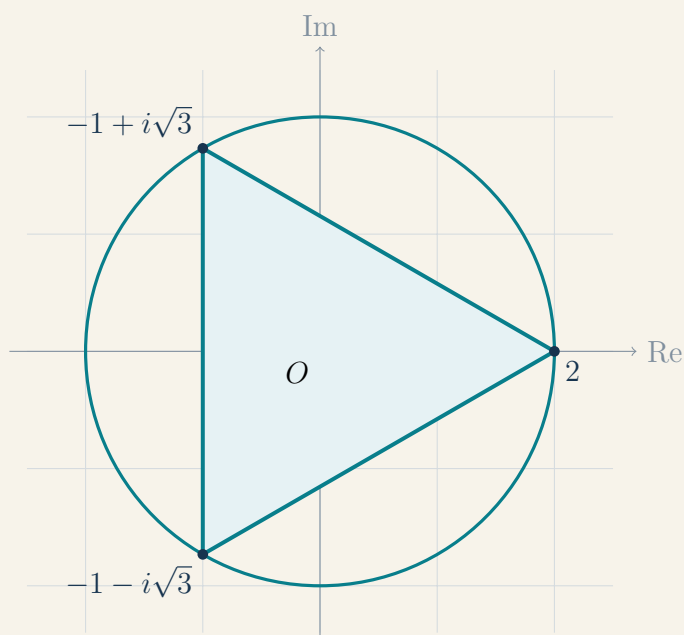


# NOMBRES COMPLEXES

## 2<sup>e</sup> Bac Sciences Physiques

Calculer, représenter, transformer.

### DU COURS AU RAISONNEMENT



$z^3 = 8$  : trois solutions, un triangle équilatéral.

**6**

ÉPREUVES

**24**

EXERCICES

**30**

PAGES

QCM · Questions à rédiger · Barèmes sur 20 · Corrigés courts

## MODE D'EMPLOI

# Six épreuves pour progresser

**Un format régulier**

Chaque épreuve comporte un QCM de 4 points et trois exercices de 5, 5 et 6 points. Total : 20 points. Les sujets occupent deux pages ; les corrigés suivent sur deux pages.

**Comment travailler**

1. Respecter la durée indicative et masquer les pages de correction.
2. Pour le QCM, choisir une seule réponse. Pour les autres exercices, rédiger les étapes essentielles.
3. Comparer sa méthode au corrigé, puis refaire les questions manquées sans aide.

**Sommaire et progression**

| N° | Épreuve                          | Durée  | Sujet | Corrigé |
|----|----------------------------------|--------|-------|---------|
| 01 | Calculer dans le plan complexe   | 60 min | 5     | 7       |
| 02 | Équations et géométrie           | 70 min | 9     | 11      |
| 03 | Modules, arguments et puissances | 75 min | 13    | 15      |
| 04 | Transformations du plan          | 75 min | 17    | 19      |
| 05 | Lieux géométriques               | 80 min | 21    | 23      |
| 06 | Bilan de chapitre                | 90 min | 25    | 27      |

Fiches méthode : pages 3 et 4. Grille des QCM : page 29. Bilan personnel : page 30.

**Barème et conventions**

QCM : 1 point par bonne réponse ; 0 sinon, sans pénalité. Dans les exercices rédigés, les points indiqués sont répartis entre la méthode et le résultat. La démarche doit rester lisible.

Les sujets sont originaux, conçus pour l'entraînement ; ce ne sont pas des sujets officiels. Les angles sont en radians et les repères géométriques sont orthonormés, sauf indication contraire.

## FICHE MÉTHODE 1 / 2

# Calcul et équations

**1 · Forme algébrique**

$z = x + iy$ , avec  $x, y \in \mathbb{R}$  et  $i^2 = -1$ . Les puissances de  $i$  se répètent tous les quatre exposants.

**2 · Conjugué et module**

$\bar{z} = x - iy$ ,  $|z| = \sqrt{x^2 + y^2}$  et  $z\bar{z} = |z|^2$ . Pour  $z \neq 0$ ,  $1/z = \bar{z}/|z|^2$ .

**3 · Égalité de deux complexes**

$x + iy = a + ib \iff x = a$  et  $y = b$ . Pour une équation avec  $\bar{z}$ , poser  $z = x + iy$ .

**4 · Second degré**

Pour  $az^2 + bz + c = 0$  à coefficients réels et  $a \neq 0$ , calculer  $\Delta = b^2 - 4ac$ . Si  $\Delta < 0$ , les racines sont  $(-b \pm i\sqrt{-\Delta})/(2a)$ .

**5 · Vérifier son résultat**

Remplacer la solution dans l'équation initiale. Dans un quotient, vérifier d'abord que le dénominateur est non nul.

**Un exemple à retenir**

$\frac{2+i}{1-i} = \frac{(2+i)(1+i)}{2} = \frac{1+3i}{2}$ . Le conjugué du dénominateur rend celui-ci réel.

## FICHE MÉTHODE 2 / 2

# Géométrie et transformations

**1 · Distances et milieux**

$AB = |b - a|$ . Le milieu de  $[AB]$  a pour affixe  $(a + b)/2$ . L'équation  $|z - a| = r$ , avec  $r > 0$ , décrit un cercle.

**2 · Forme trigonométrique**

Pour  $z \neq 0$ ,  $z = r(\cos \theta + i \sin \theta)$ , avec  $r = |z| > 0$ . Les arguments sont définis modulo  $2\pi$ .

**3 · Produits, quotients, puissances**

Les modules se multiplient ou se divisent ; les arguments s'ajoutent ou se soustraient. Pour  $n \in \mathbb{N}$ ,  $z^n = r^n(\cos(n\theta) + i \sin(n\theta))$ .

**4 · Angles et alignement**

Pour des points distincts,  $\arg((c - a)/(b - a))$  mesure  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$ . Quotient réel : alignement. Quotient imaginaire pur non nul : perpendicularité.

**5 · Transformations**

Translation :  $z' = z + u$ . Homothétie de centre  $\omega$  et de rapport réel  $k \neq 0$  :  $z' - \omega = k(z - \omega)$ . Rotation d'angle  $\theta$  :  $z' - \omega = (\cos \theta + i \sin \theta)(z - \omega)$ .

**Un exemple à retenir**

Rotation de centre d'affixe 1 et d'angle  $\pi/2$  :  $z' - 1 = i(z - 1)$ , donc  $z' = iz + 1 - i$ .

## ÉPREUVE 01 · FONDAMENTAUX

# Calculer dans le plan complexe

Durée indicative : 60 minutes

Barème : 20 points

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

Choisir A, B, C ou D pour chaque question.

**Q1**  $i^{2026}$  vaut :

- A.**  $i$  **B.**  $-1$   
**C.**  $-i$  **D.**  $1$

**Q2** La partie réelle de  $3 - 2i$  est :

- A.**  $3$  **B.**  $\sqrt{13}$   
**C.**  $-2i$  **D.**  $-2$

**Q3** Le conjugué de  $-1 + 4i$  est :

- A.**  $1 + 4i$  **B.**  $-4 + i$   
**C.**  $1 - 4i$  **D.**  $-1 - 4i$

**Q4** Le module de  $3 - 4i$  est :

- A.**  $25$  **B.**  $5$   
**C.**  $7$  **D.**  $1$

## Exercice 2 · Trois opérations

5 points

On pose  $z_1 = 2 + i$  et  $z_2 = 1 - 2i$ .

1. Calculer  $z_1 + z_2$ . (1 point)
2. Calculer  $z_1 z_2$  sous forme algébrique. (2 points)
3. Calculer  $z_1 / z_2$  sous forme algébrique. (2 points)

Espace de recherche :

## ÉPREUVE 01 · FONDAMENTAUX · SUITE

# Résoudre et justifier

## Exercice 3 · Deux équations

5 points

On cherche les solutions dans  $\mathbb{C}$ .

1. Résoudre  $(1 + i)z = 3 - i$ . (2 points)
2. Résoudre  $z + 2\bar{z} = 6 - 2i$  en posant  $z = x + iy$ . (3 points)

## Exercice 4 · Un triangle et son cercle

6 points

Dans un repère orthonormé,  $A$ ,  $B$ ,  $C$  ont pour affixes  $1 + i$ ,  $4 + i$ ,  $1 + 5i$ .

1. Calculer  $AB$ ,  $AC$  et  $BC$ . (2 points)
2. Déterminer la nature du triangle  $ABC$ . (2 points)
3. Donner le centre et le rayon du cercle circonscrit. (2 points)

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 01

## QCM et exercice 2

### Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

**Q1** Réponse B.  $2026 = 4 \times 506 + 2$ , donc  $i^{2026} = i^2 = -1$ .

**Q2** Réponse A. Dans  $a + ib$ , la partie réelle est le réel  $a$ .

**Q3** Réponse D. Conjuguer change le signe de la partie imaginaire.

**Q4** Réponse B.  $|3 - 4i| = \sqrt{3^2 + (-4)^2} = 5$ .

### Exercice 2 · Trois opérations

5 points

1.  $z_1 + z_2 = 3 - i$ .

(1 point)

2.  $(2 + i)(1 - 2i) = 2 - 4i + i - 2i^2 = 4 - 3i$ .

(2 points)

3. On multiplie par  $1 + 2i$  :  $z_1/z_2 = (2 + i)(1 + 2i)/5 = 5i/5 = i$ .

(2 points)

#### Conjuguer sans erreur

$\overline{x + iy} = x - iy$  : la partie réelle ne change pas.

#### Ma reprise

La question à refaire : \_\_\_\_\_ La règle à retenir : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 01

## Exercices 3 et 4

## Exercice 3 · Deux équations

5 points

1.  $z = (3 - i)(1 - i)/2 = (2 - 4i)/2 = 1 - 2i.$

(2 points)

2.  $z + 2\bar{z} = 3x - iy.$  Ainsi  $3x = 6$  et  $-y = -2$ , donc  $z = 2 + 2i.$

(3 points)

## Exercice 4 · Un triangle et son cercle

6 points

1.  $AB = |3| = 3$ ,  $AC = |4i| = 4$  et  $BC = |-3 + 4i| = 5.$

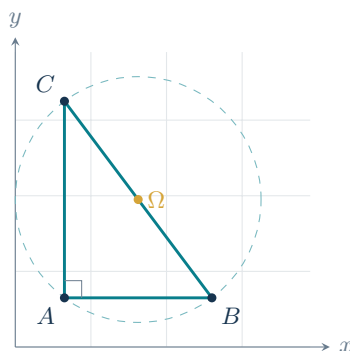
(2 points)

2.  $AB^2 + AC^2 = 9 + 16 = 25 = BC^2$  : le triangle est rectangle en  $A.$

(2 points)

3. Le centre est le milieu de l'hypoténuse  $[BC]$ , d'abscisse  $5/2 + 3i$ . Le rayon vaut  $BC/2 = 5/2.$

(2 points)



Exercice 4 : le centre du cercle est le milieu de l'hypoténuse.

## Relier calcul et figure

Une égalité de modules donne des distances ; un argument donne un angle.

Score : \_\_\_\_\_ / 20

À reprendre : exercice \_\_\_\_\_, question \_\_\_\_\_

## ÉPREUVE 02 · ENTRAÎNEMENT

## Équations et géométrie

Durée indicative : 70 minutes

Barème : 20 points

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

Choisir A, B, C ou D pour chaque question.

**Q1** Les solutions de  $z^2 + 9 = 0$  sont :

- A.**  $-3i$  et  $3i$  **B.**  $-3$  et  $3$   
**C.**  $9i$  uniquement **D.**  $-9i$  et  $9i$

**Q2** Pour tout  $z \in \mathbb{C}$ ,  $z\bar{z}$  vaut :

- A.**  $2\operatorname{Re}(z)$  **B.**  $z^2$   
**C.**  $|z|$  **D.**  $|z|^2$

**Q3** Un argument de  $1 + i$  est :

- A.**  $3\pi/4$  **B.**  $\pi/4$   
**C.**  $-\pi/4$  **D.**  $\pi/2$

**Q4**  $(1 + i)^2$  vaut :

- A.**  $-2$  **B.**  $2i$   
**C.**  $1 + 2i$  **D.**  $2$

## Exercice 2 · Un trinôme

5 points

On considère  $P(z) = z^2 - 4z + 13$ .

1. Calculer le discriminant. (1 point)
2. Résoudre  $P(z) = 0$ . (2 points)
3. Si  $z_1, z_2$  sont ces solutions, calculer  $1/z_1 + 1/z_2$ . (2 points)

Espace de recherche :

---

---

---

## ÉPREUVE 02 · ENTRAÎNEMENT · SUITE

# Résoudre et justifier

## Exercice 3 · Équidistance

5 points

On pose  $z = x + iy$ .

1. Traduire  $|z - 1| = |z + 1|$  par une relation entre  $x$  et  $y$ . (2 points)
2. Décrire l'ensemble des points correspondants. (1 point)
3. Ajouter la condition  $|z| = 2$  et déterminer les affixes possibles. (2 points)

## Exercice 4 · Construire un carré

6 points

Les points  $A, B, C$  ont pour affixes  $a = 1$ ,  $b = -1 + 2i$ ,  $c = -3$ .

1. Calculer  $(c - b)/(a - b)$ . (2 points)
2. En déduire la nature du triangle  $ABC$ . (2 points)
3. Trouver  $d$  pour que  $ABCD$  soit un parallélogramme, puis préciser sa nature. (2 points)

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 02

# QCM et exercice 2

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

**Q1** Réponse A.  $z^2 = -9 = (3i)^2$ , donc  $z = \pm 3i$ .

**Q2** Réponse D.  $(x + iy)(x - iy) = x^2 + y^2 = |z|^2$ .

**Q3** Réponse B. Les parties réelle et imaginaire sont positives et égales.

**Q4** Réponse B.  $1 + 2i + i^2 = 2i$ .

## Exercice 2 · Un trinôme

5 points

1.  $\Delta = 16 - 52 = -36$ .

(1 point)

2. Les solutions sont  $(4 \pm 6i)/2 = 2 \pm 3i$ .

(2 points)

3.  $1/z_1 + 1/z_2 = (z_1 + z_2)/(z_1 z_2) = 4/13$ .

(2 points)

### Conjuguer sans erreur

$\overline{x + iy} = x - iy$  : la partie réelle ne change pas.

### Ma reprise

La question à refaire : \_\_\_\_\_ La règle à retenir : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 02

# Exercices 3 et 4

## Exercice 3 · Équidistance

5 points

1. En élevant au carré :  $(x-1)^2 + y^2 = (x+1)^2 + y^2$ , donc  $x = 0$ . (2 points)
2. C'est l'axe imaginaire, médiatrice du segment d'extrémités d'affixes 1 et  $-1$ . (1 point)
3. Avec  $x = 0$ ,  $|z| = |y| = 2$ . Les affixes sont  $2i$  et  $-2i$ . (2 points)

## Exercice 4 · Construire un carré

6 points

1.  $(-2-2i)/(2-2i) = -i$ . Le quotient a pour module 1 et argument  $-\pi/2$ . (2 points)
2.  $BA = BC$  et  $\overrightarrow{BA} \perp \overrightarrow{BC}$  : le triangle est rectangle isocèle en  $B$ . (2 points)
3.  $d = a + c - b = -1 - 2i$ . Le parallélogramme a deux côtés consécutifs égaux et perpendiculaires : c'est un carré. (2 points)

### Relier calcul et figure

Une égalité de modules donne des distances ; un argument donne un angle.

Score : \_\_\_\_\_ / 20

À reprendre : exercice \_\_\_\_\_, question \_\_\_\_\_

## ÉPREUVE 03 · ENTRAÎNEMENT

# Modules, arguments et puissances

Durée indicative : 75 minutes

Barème : 20 points

**Exercice 1 · QCM : une seule réponse**

4 points

Choisir A, B, C ou D pour chaque question.

**Q1** Le module de  $1 + i\sqrt{3}$  vaut :**A.**  $\sqrt{2}$ **B.** 4**C.** 2**D.**  $1 + \sqrt{3}$ **Q2** Un argument de  $-1 + i\sqrt{3}$  est :**A.**  $4\pi/3$ **B.**  $\pi/3$ **C.**  $-\pi/3$ **D.**  $2\pi/3$ **Q3** Si  $z = 2(\cos(\pi/6) + i\sin(\pi/6))$ , alors  $z^2 =$ **A.**  $2(\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3))$ **B.**  $4(\cos(\pi/12) + i\sin(\pi/12))$ **C.**  $4(\cos(\pi/3) + i\sin(\pi/3))$ **D.**  $4(\cos(\pi/6) + i\sin(\pi/6))$ **Q4** Pour  $z \neq 0$ , les arguments de  $1/z$  sont congrus à :**A.**  $\arg z + \pi \pmod{2\pi}$ **B.**  $2 \arg z \pmod{2\pi}$ **C.**  $\arg z \pmod{2\pi}$ **D.**  $-\arg z \pmod{2\pi}$ **Exercice 2 · Un angle remarquable**

5 points

On pose  $z = \sqrt{3} + i$  et  $w = 1 - i$ .1. Donner une forme trigonométrique de  $z$  et de  $w$ .

(2 points)

2. Calculer  $zw$  sous formes algébrique et trigonométrique.

(2 points)

3. En déduire la valeur exacte de  $\cos(\pi/12)$ .

(1 point)

Espace de recherche :

## ÉPREUVE 03 · ENTRAÎNEMENT · SUITE

# Résoudre et justifier

## Exercice 3 · Une puissance et une somme

5 points

On pose  $u = (1 + i)/\sqrt{2}$ .

1. Donner le module et un argument de  $u$ . (1 point)
2. Calculer  $u^8$ , puis  $u^{2027}$ . (2 points)
3. Calculer  $S = 1 + u + u^2 + \dots + u^7$ . (2 points)

## Exercice 4 · Trois racines dans le plan

6 points

On étudie l'équation  $z^3 = 8$ .

1. Factoriser  $z^3 - 8$ . (1 point)
2. Déterminer les trois solutions. (2 points)
3. Donner un cercle contenant leurs trois points images. (1 point)
4. Montrer que ces points forment un triangle équilatéral. (2 points)

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 03

## QCM et exercice 2

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

**Q1** Réponse C.  $\sqrt{1+3} = 2$ .**Q2** Réponse D. Le nombre est dans le deuxième quadrant ; son cosinus normalisé vaut  $-1/2$ .**Q3** Réponse C. On élève le module au carré et on double l'argument.**Q4** Réponse D. Le quotient  $1/z$  a pour argument  $0 - \arg z$ .

## Exercice 2 · Un angle remarquable

5 points

**1.**  $z = 2(\cos(\pi/6) + i \sin(\pi/6))$  et  $w = \sqrt{2}(\cos(-\pi/4) + i \sin(-\pi/4))$ .

(2 points)

**2.**  $zw = (\sqrt{3} + 1) + i(1 - \sqrt{3}) = 2\sqrt{2}(\cos(-\pi/12) + i \sin(-\pi/12))$ .

(2 points)

**3.** En comparant les parties réelles :  $\cos(\pi/12) = (\sqrt{3} + 1)/(2\sqrt{2}) = (\sqrt{6} + \sqrt{2})/4$ .

(1 point)

**Conjuguer sans erreur** $\overline{x + iy} = x - iy$  : la partie réelle ne change pas.**Ma reprise**

La question à refaire : \_\_\_\_\_ La règle à retenir : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 03

## Exercices 3 et 4

## Exercice 3 · Une puissance et une somme

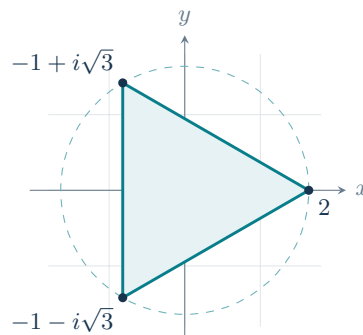
5 points

1.  $|u| = 1$  et un argument est  $\pi/4$ . (1 point)
2.  $u^8 = 1$ . Comme  $2027 = 8 \times 253 + 3$ ,  $u^{2027} = u^3 = (-1 + i)/\sqrt{2}$ . (2 points)
3.  $u \neq 1$  et  $(1 - u)S = 1 - u^8 = 0$ , donc  $S = 0$ . (2 points)

## Exercice 4 · Trois racines dans le plan

6 points

1.  $z^3 - 8 = (z - 2)(z^2 + 2z + 4)$ . (1 point)
2. Le trinôme a pour discriminant  $-12$ . Les solutions sont  $2$ ,  $-1 + i\sqrt{3}$  et  $-1 - i\sqrt{3}$ . (2 points)
3. Les trois modules valent  $2$  : les points sont sur le cercle de centre  $O$  et de rayon  $2$ . (1 point)
4. Chaque distance entre deux points vaut  $2\sqrt{3}$  : par exemple  $|3 - i\sqrt{3}| = \sqrt{12}$  et  $|2i\sqrt{3}| = 2\sqrt{3}$ . (2 points)



Exercice 4 : trois modules égaux à 2 et trois côtés égaux.

## Relier calcul et figure

Une égalité de modules donne des distances ; un argument donne un angle.

Score : \_\_\_\_\_ / 20

À reprendre : exercice \_\_\_\_\_, question \_\_\_\_\_

## ÉPREUVE 04 · ENTRAÎNEMENT

# Transformations du plan

Durée indicative : 75 minutes

Barème : 20 points

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

Choisir A, B, C ou D pour chaque question.

**Q1**  $z' = z + 2 - i$  décrit une translation de vecteur d'affixe :

- A.**  $2 - i$  **B.**  $-2 + i$   
**C.**  $2 + i$  **D.**  $-2 - i$

**Q2**  $z' = iz$  décrit une rotation de centre  $O$  et d'angle :

- A.**  $\pi$  **B.**  $\pi/2$   
**C.**  $\pi/4$  **D.**  $-\pi/2$

**Q3**  $z' = 3z$  décrit une homothétie de centre  $O$  et de rapport :

- A.** 3 **B.** 9  
**C.**  $1/3$  **D.**  $-3$

**Q4** La symétrie par rapport à l'axe réel s'écrit :

- A.**  $z' = \bar{z}$  **B.**  $z' = -\bar{z}$   
**C.**  $z' = iz$  **D.**  $z' = -z$

## Exercice 2 · Une rotation décentrée

5 points

 $R$  est la rotation de centre d'affixe  $a = 1 + i$  et d'angle  $\pi/2$ .

- Établir l'écriture complexe de  $R$ . (2 points)
- Calculer l'image du point d'affixe  $3 + i$ . (1 point)
- Retrouver le centre en résolvant  $z' = z$ . (2 points)

Espace de recherche :

## ÉPREUVE 04 · ENTRAÎNEMENT · SUITE

# Résoudre et justifier

## Exercice 3 · Une homothétie

5 points

$H$  a pour centre  $\Omega$  d'affixe  $2 - i$  et pour rapport  $-2$ .

1. Écrire  $z'$  en fonction de  $z$ . (2 points)
2. Calculer l'image de  $A$  d'affixe  $1 + i$ . (1 point)
3. Si  $AB = 3$ , calculer  $A'B'$ . Justifier. (2 points)

## Exercice 4 · Identifier une transformation

6 points

On considère  $z' = \frac{1 + i\sqrt{3}}{2}z + 1 - i\sqrt{3}$ .

1. Donner le module et un argument du coefficient de  $z$ . (2 points)
2. Calculer le point fixe et identifier la transformation. (2 points)
3. Déterminer l'image du cercle de centre d'affixe 2 et de rayon 3. (2 points)

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 04

# QCM et exercice 2

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

**Q1** Réponse A. L'affixe du vecteur est la constante ajoutée à  $z$ .

**Q2** Réponse B.  $|i| = 1$  et  $\arg i = \pi/2$  modulo  $2\pi$ .

**Q3** Réponse A. Le vecteur position est multiplié par 3.

**Q4** Réponse A.  $x + iy$  devient  $x - iy$ .

## Exercice 2 · Une rotation décentrée

5 points

1.  $z' - a = i(z - a)$ , donc  $z' = iz + a - ia = iz + 2$ .

(2 points)

2.  $z' = i(3 + i) + 2 = 1 + 3i$ .

(1 point)

3.  $(1 - i)z = 2$ , donc  $z = 2/(1 - i) = 1 + i$ .

(2 points)

### Conjuguer sans erreur

$\overline{x + iy} = x - iy$  : la partie réelle ne change pas.

### Ma reprise

La question à refaire : \_\_\_\_\_ La règle à retenir : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 04

# Exercices 3 et 4

## Exercice 3 · Une homothétie

5 points

1.  $z' - (2 - i) = -2(z - (2 - i))$ , donc  $z' = -2z + 6 - 3i$ . (2 points)
2.  $a' = -2(1 + i) + 6 - 3i = 4 - 5i$ . (1 point)
3.  $b' - a' = -2(b - a)$ , donc  $A'B' = 2AB = 6$ . (2 points)

## Exercice 4 · Identifier une transformation

6 points

1. Le coefficient  $a$  pour module 1 et argument  $\pi/3$ . (2 points)
2. En posant  $a = (1 + i\sqrt{3})/2$ , le terme constant vaut  $2(1 - a)$ . Ainsi  $z' - 2 = a(z - 2)$  : rotation de centre d'affixe 2, d'angle  $\pi/3$ . (2 points)
3.  $|z' - 2| = |a||z - 2| = |z - 2|$ . Le cercle est donc envoyé sur lui-même. (2 points)

### Relier calcul et figure

Une égalité de modules donne des distances ; un argument donne un angle.

Score : \_\_\_\_\_ / 20

À reprendre : exercice \_\_\_\_\_, question \_\_\_\_\_

## ÉPREUVE 05 · APPROFONDISSEMENT

# Lieux géométriques

Durée indicative : 80 minutes

Barème : 20 points

**Exercice 1 · QCM : une seule réponse**

4 points

Choisir A, B, C ou D pour chaque question.

**Q1**  $|z - (2 + i)| = 3$  représente :

- A.** Un cercle de centre d'affixe  $2 + i$ , de rayon 9      **B.** Un cercle de centre  $O$ , de rayon 3  
**C.** Un cercle de centre d'affixe  $2 + i$ , de rayon 3      **D.** Une droite verticale

**Q2**  $\operatorname{Re}(z) = -2$  représente :

- A.** Le seul point d'affixe  $-2$       **B.** Le cercle  $|z| = 2$   
**C.** La droite  $y = -2$       **D.** La droite d'équation  $x = -2$

**Q3** Pour trois points distincts  $A, B, C$ ,  $(b - a)/(c - a) \in \mathbb{R}$  signifie :

- A.**  $AB = AC$       **B.**  $A, B, C$  sont alignés  
**C.**  $AB \perp AC$       **D.**  $ABC$  est équilatéral

**Q4** Pour  $c \neq a$ ,  $|(b - a)/(c - a)| = 1$  équivaut à :

- A.**  $AB \perp AC$       **B.**  $AB = BC$   
**C.**  $A = B$       **D.**  $AB = AC$

**Exercice 2 · Un quotient complexe**

5 points

Pour  $z = x + iy \neq -1$ , on pose  $w = (z - 1)/(z + 1)$ .

1. Exprimer les parties réelle et imaginaire de  $w$ . (2 points)  
2. Déterminer les points pour lesquels  $w$  est réel. (1 point)  
3. Déterminer les points pour lesquels  $w$  est imaginaire pur, zéro compris. (2 points)

Espace de recherche :

## ÉPREUVE 05 · APPROFONDISSEMENT · SUITE

# Résoudre et justifier

## Exercice 3 · Un triangle isocèle

5 points

$A, B, C$  ont pour affixes  $1 + i$ ,  $3 + i$ ,  $2 + 3i$ .

1. Donner l'afixe du milieu  $M$  de  $[AB]$ . (1 point)
2. Montrer que  $ABC$  est isocèle et préciser le sommet principal. (2 points)
3. Calculer son aire en unités d'aire. (2 points)

## Exercice 4 · Une somme de distances au carré

6 points

On cherche les points d'affixe  $z = x + iy$  tels que  $|z - 1|^2 + |z + 1|^2 = 10$ .

1. Exprimer le membre de gauche en fonction de  $x, y$ . (2 points)
2. Décrire le lieu géométrique obtenu. (2 points)
3. Donner ses points d'intersection avec l'axe imaginaire. (2 points)

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 05

# QCM et exercice 2

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

**Q1** Réponse C.  $|z - a|$  est la distance du point d'affixe  $z$  au point d'affixe  $a$ .

**Q2** Réponse D. La partie imaginaire est libre ; seule l'abscisse est fixée.

**Q3** Réponse B. Un quotient réel traduit la colinéarité des deux vecteurs.

**Q4** Réponse D. Le module du quotient est  $AB/AC$ .

## Exercice 2 · Un quotient complexe

5 points

1. En multipliant par  $\overline{z+1}$  :  $w = [x^2 + y^2 - 1 + 2iy]/[(x+1)^2 + y^2]$ . (2 points)
2. Le dénominateur est positif. Il faut  $y = 0$ , en excluant  $z = -1$  : axe réel privé du point d'affixe  $-1$ . (1 point)
3. Il faut  $x^2 + y^2 = 1$  et  $z \neq -1$  : cercle unité privé du point d'affixe  $-1$ . (2 points)

### Conjuguer sans erreur

$\overline{x + iy} = x - iy$  : la partie réelle ne change pas.

### Ma reprise

La question à refaire : \_\_\_\_\_ La règle à retenir : \_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

\_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 05

## Exercices 3 et 4

## Exercice 3 · Un triangle isocèle

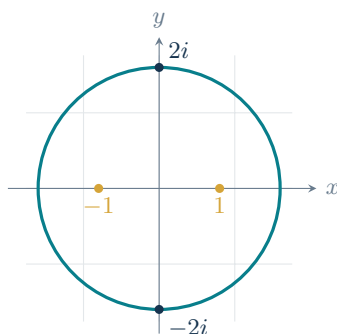
5 points

1.  $m = (a + b)/2 = 2 + i$ . (1 point)
2.  $CA = |-1 - 2i| = \sqrt{5}$  et  $CB = |1 - 2i| = \sqrt{5}$  : il est isocèle en  $C$ . (2 points)
3.  $AB = 2$  ;  $CM = 2$  et  $CM \perp AB$ . L'aire est  $AB \times CM/2 = 2$ . (2 points)

## Exercice 4 · Une somme de distances au carré

6 points

1.  $(x - 1)^2 + y^2 + (x + 1)^2 + y^2 = 2x^2 + 2y^2 + 2$ . (2 points)
2.  $2x^2 + 2y^2 + 2 = 10$  donne  $x^2 + y^2 = 4$  : cercle de centre  $O$ , de rayon 2. (2 points)
3. Pour  $x = 0$ ,  $y^2 = 4$ . Les affixes sont  $2i$  et  $-2i$ . (2 points)

Exercice 4 : le lieu est le cercle de centre  $O$  et de rayon 2.

## Relier calcul et figure

Une égalité de modules donne des distances ; un argument donne un angle.

Score : \_\_\_\_\_ / 20

À reprendre : exercice \_\_\_\_\_, question \_\_\_\_\_

## ÉPREUVE 06 · SYNTHÈSE

# Bilan de chapitre

Durée indicative : 90 minutes

Barème : 20 points

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

Choisir A, B, C ou D pour chaque question.

**Q1** Un polynôme à coefficients réels admet une racine non réelle  $z$ . Il admet aussi :

- A.**  $1/z$  comme racine, toujours      **B.**  $-z$  comme racine, toujours  
**C.**  $\bar{z}$  comme racine      **D.**  $|z|$  comme racine, toujours

**Q2**  $z\bar{z} = 0$  équivaut à :

- A.**  $\operatorname{Re}(z) = 0$       **B.**  $z = i$   
**C.**  $z = 0$       **D.**  $|z| = 1$

**Q3**  $z' = -z + 2$  est une symétrie centrale de centre d'affixe :

- A.** 1      **B.** 2  
**C.** -1      **D.** 0

**Q4** Pour  $a, b, c$  distincts, un argument de  $(c - a)/(b - a)$  mesure, modulo  $2\pi$  :

- A.** L'angle orienté  $(\overrightarrow{AC}, \overrightarrow{AB})$       **B.** Le module de  $c - a$   
**C.** L'angle orienté  $(\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC})$       **D.** Le rapport  $AB/AC$

## Exercice 2 · Une équation du troisième degré

5 points

On pose  $P(z) = z^3 - 3z^2 + 4z - 2$ .

1. Vérifier que 1 est une racine. (1 point)
2. Factoriser  $P(z)$  par  $z - 1$ . (2 points)
3. Résoudre  $P(z) = 0$  dans  $\mathbb{C}$ . (2 points)

Espace de recherche :

## ÉPREUVE 06 · SYNTHÈSE · SUITE

# Résoudre et justifier

## Exercice 3 · Images d'un alignement

5 points

$A, B, C$  ont pour affixes  $1, 1 + i, 1 - i$ . La rotation  $R$  de centre  $O$  et d'angle  $\pi/2$  donne  $A', B', C'$ .

1. Montrer que  $A$  est le milieu de  $[BC]$ . (1 point)
2. Calculer les trois affixes images. (2 points)
3. Donner une équation de la droite contenant les trois images. (2 points)

## Exercice 4 · Une transformation définie par un quotient

6 points

Pour  $z \neq -i$ , on pose  $T(z) = (z - i)/(z + i)$ .

1. Déterminer les  $z$  tels que  $|T(z)| = 1$ . (2 points)
2. Résoudre  $T(z) = i$ . (2 points)
3. Calculer  $T(2)$  et vérifier son module. (2 points)

Nom : \_\_\_\_\_

Date : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 06

# QCM et exercice 2

## Exercice 1 · QCM : une seule réponse

4 points

**Q1** Réponse C. Conjuguer l'égalité  $P(z) = 0$  donne  $P(\bar{z}) = 0$ .

**Q2** Réponse C.  $z\bar{z} = |z|^2$  ne s'annule que pour  $z = 0$ .

**Q3** Réponse A.  $z' - 1 = -(z - 1)$ .

**Q4** Réponse C. On soustrait l'argument de  $b - a$  à celui de  $c - a$ .

## Exercice 2 · Une équation du troisième degré

5 points

1.  $P(1) = 1 - 3 + 4 - 2 = 0$ .

(1 point)

2.  $P(z) = (z - 1)(z^2 - 2z + 2)$ .

(2 points)

3. Le trinôme a pour discriminant  $-4$ . Les solutions sont  $1, 1 + i, 1 - i$ .

(2 points)

### Conjuguer sans erreur

$\overline{x + iy} = x - iy$  : la partie réelle ne change pas.

### Ma reprise

La question à refaire : \_\_\_\_\_ La règle à retenir : \_\_\_\_\_

## CORRIGÉ · ÉPREUVE 06

# Exercices 3 et 4

## Exercice 3 · Images d'un alignement

5 points

1.  $(b + c)/2 = 1 = a$ . (1 point)
2. On multiplie par  $i$  :  $a' = i$ ,  $b' = -1 + i$ ,  $c' = 1 + i$ . (2 points)
3. Les trois ordonnées valent 1, donc les points sont sur  $y = 1$ . Les affixes sont distinctes. (2 points)

## Exercice 4 · Une transformation définie par un quotient

6 points

1.  $|z - i| = |z + i|$  exprime l'équidistance aux points d'affixes  $i$  et  $-i$ . Le lieu est l'axe réel ; aucun de ses points n'est exclu. (2 points)
2.  $z - i = iz - 1$ , soit  $(1 - i)z = i - 1$ . On obtient  $z = -1$ , autorisé. (2 points)
3.  $T(2) = (2 - i)^2/5 = (3 - 4i)/5$ . Son module est  $\sqrt{9 + 16}/5 = 1$ . (2 points)

**Relier calcul et figure**

Une égalité de modules donne des distances ; un argument donne un angle.

Score : \_\_\_\_\_ / 20

À reprendre : exercice \_\_\_\_\_, question \_\_\_\_\_

## CORRECTION RAPIDE

# Grille des QCM

Chaque ligne correspond à une épreuve. Retrouver les explications dans son corrigé.

| Épreuve | Q1 | Q2 | Q3 | Q4 |
|---------|----|----|----|----|
| 01      | B  | A  | D  | B  |
| 02      | A  | D  | B  | B  |
| 03      | C  | D  | C  | D  |
| 04      | A  | B  | A  | A  |
| 05      | C  | D  | B  | D  |
| 06      | C  | C  | A  | C  |

## Trois questions à se poser après une erreur

1. Ai-je bien lu les hypothèses, le domaine et les bornes ?
2. Quelle formule ou propriété permet de trancher entre les choix ?
3. Puis-je éliminer une réponse avec un calcul simple ou un cas particulier ?

### Ne pas apprendre uniquement la lettre

Une réponse choisie au hasard ne valide pas une méthode. Refaire le calcul sans les propositions, puis retrouver la bonne réponse.

## Mes deux pièges personnels

---

---

---

---

---

## BILAN PERSONNEL

# Mes progrès, étape par étape

Noter les résultats et choisir une priorité de révision après chaque épreuve.

| Épreuve | Date | Note / 20 | Priorité de révision |
|---------|------|-----------|----------------------|
| 01      |      |           |                      |
| 02      |      |           |                      |
| 03      |      |           |                      |
| 04      |      |           |                      |
| 05      |      |           |                      |
| 06      |      |           |                      |

**Un plan de reprise en trois séances**

**Séance 1.** Relire les deux fiches méthode et refaire les calculs de base manqués.

**Séance 2.** Reprendre deux exercices rédigés, en expliquant chaque étape.

**Séance 3.** Refaire une épreuve en temps limité et comparer les résultats.

**La méthode que je maîtrise maintenant**

---

---

---

**Mon prochain objectif**

---

---