

Exercices de Révision BAC

Exercice 1 : La société « Moclait » de Moctar produit des sachets de lait caillé.

Soit X la variable aléatoire qui associe à chaque sachet de lait caillé produit, sa masse en gramme (g). La loi de probabilité de X est définie par le tableau ci-dessous.

x_i (en kg)	220	230	240	250	260	270	280
P_i	0,08	0,10	a	b	0,16	0,15	0,04

a et b sont deux nombre réels. x_i représente la masse du sachet de lait caillé ; P_i la probabilité qu'un sachet de lait ait la masse x_i .

- 1) a) Calcule $E(X)$ l'espérance mathématique de X en fonction de a et b .
b) Sachant que $E(X) = 250$, détermine la valeur des réels a et b .
- 2) Moctar prend au hasard un sachet de lait caillé de sa société.
Calcule la probabilité pour que la masse de ce sachet de lait caillé soit au moins de $250g$.
- 3) Coumbati, la fille de Moctar, prend au hasard et de façon indépendante cinq sachets de lait caillé. Calcule la probabilité qu'elle ait choisit exactement trois sachets de lait caillé de $220g$.
On prendra l'arrondi d'ordre 3 du résultat.
- 4) Les sachets de lait caillé sont contrôlés par une machine.
Cette machine est réglée pour éliminer en principe les sachets de lait de masse inférieur à $250g$.
 - Si un sachet de lait caillé a $240g$, la probabilité qu'il soit éliminé est de $0,7$
 - Si un sachet de lait caillé a $230g$, la probabilité qu'il soit éliminé est de $0,8$
 - Si un sachet de lait caillé a $220g$, il est systématiquement éliminé.
 - Si un sachet de lait caillé a une massa supérieur ou égale à $250g$, il est systématiquement accepté.
 - a) Justifie que la probabilité qu'un sachet de lait caillé de $240g$ soit éliminé est de $0,098$.
 - b) Détermine la probabilité pour qu'un sachet de lait caillé de cette société soit éliminé.

Exercice 2 : Madame Niang, statisticienne à la retraite, a créé une petite entreprise de fabrication de colliers traditionnels. Dans l'intention de faire des prévisions pour la production de colliers de l'année 2024, elle fait l'état des ventes des huit types de colliers fabriqués en 2023. Les résultats sont donnés dans le tableau ci-dessous :

Type de collier	1	2	3	4	5	6	7	8
Prix x_i de vente en centaines de francs CFA du collier de type i	54	60	66	72	84	90	96	102
Nombre y_i de dizaines de colliers vendus au prix de x_i	18	16	15	13	10	9	8	7

On désigne par : X le caractère « prix de vente de collier » et Y le caractère « nombre de colliers vendus au prix X ».

- 1) a) Dresse le tableau statistique à double entrée correspondant à la série double (x_i, y_j, n_{ij}) .
b) Représente graphiquement le nuage de points associé à la série statistique double de caractère $(X; Y)$ dans le plan muni d'un repère orthogonal (O, I, J) . On prendra 2cm pour 10 centaines de francs sur (OI) et 2cm pour 2 dizaines de colliers sur (OJ) .
- 2) a) Détermine les coordonnées du point moyen.
b) Calcule le coefficient de corrélation linéaire de cette série statistique. Puis interprète le résultat.
- 3) Détermine, puis construis dans le repère précédent, la droite (Δ) d'ajustement affine obtenue par la méthode de Mayer.
- 4) Pour l'année 2024, Madame Niang souhaite fabriquer un nouveau type de collier qu'elle vendrait à 11 500 francs CFA l'unité. Combien de colliers de ce type pourrait-elle vendre selon l'ajustement linéaire réalisé ?.

Exercice 3 : On considère l'application t dans $\mathbb{C}$ définie par : $t(z) = 9z^4 - 24z^3 + 50z^2 - 24z + 41$

- 1) a) Prouve que si z_0 est une racine de t , alors $\overline{z_0}$ est aussi une racine de t .
b) Vérifie que i est une racine de t et déduis-en une autre racine de t .
- 2) a) Détermine trois nombres complexes a , b et c tels que $\forall z \in \mathbb{C}, t(z) = (z^2 + 1)(az^2 + bz + c)$.
b) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $t(z) = 0$.
- 3) Le plan complexe est rapporté à un repère $(O; \vec{u}; \vec{v})$ (unité graphique 3cm).
On désigne par A, B, C et D les points d'affixes solutions de l'équation $t(z) = 0$, tels que $z_B = i, z_A = \overline{z_B}, z_C = \overline{z_D}$ et $\text{Im}(z_D) < 0$.
a) Place les points A, B, C et D .
b) Prouve que $\frac{z_C - z_A}{z_D - z_A} \in i\mathbb{R}$ et $\frac{z_C - z_B}{z_D - z_B} \in i\mathbb{R}$ où $i\mathbb{R}$ est l'ensemble des imaginaires purs.
c) Déduis-en la nature exacte des triangles ACD et CBD .
d) Justifie que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont tu préciseras le centre et rayon.

Problème :

Partie A : On considère l'équation différentielle : $(E): y'' - 4y = 16x + 16$

- 1) Résous l'équation homogène (E') associée à (E) d'équation : $y'' - 4y = 0$.
- 2) Détermine les réels α et β tel que le polynôme $p(x) = \alpha x + \beta$ soit une solution particulière de (E) .
- 3) Démontre qu'une fonction f est solution de (E) si et seulement si $f - p$ est solution de (E') .
- 4) Déduis-en toutes les solutions de (E) .
- 5) Détermine parmi ces solutions celle qui vérifie les conditions $f(0) = 4$ et $f'(0) = -4$.

Partie B : On considère la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^{2x} + 3e^{-2x} - 4$.

- 1) Démontre que : $g(x) = e^{-2x}(e^{4x} - 4e^{2x} + 4), \forall x \in \mathbb{R}$.
- 2) Etudie le signe de $g(x)$.

3) On considère sur $\mathbb{R}$ la fonction h définie par : $h(x) = \frac{1}{2}e^{2x} - \frac{3}{2}e^{-2x} - 4x$.

a) Prouve que $\forall x \in \mathbb{R}, h(x) = e^{2x} \left(\frac{1}{2} - \frac{3}{2}e^{-4x} - 4xe^{-2x} \right) = e^{-2x} \left(\frac{1}{2}e^{4x} - \frac{3}{2} - 4xe^{2x} \right)$.

b) Calcule $\lim_{x \rightarrow +\infty} h(x)$ et $\lim_{x \rightarrow -\infty} h(x)$.

c) Démontre que : $\forall x \in \mathbb{R}, h'(x) = g(x)$.

d) Déduis-en le tableau de variation de h .

e) Prouve que l'équation $h(x) = 0$ admet une solution réelle α telle que $\alpha \in]1; 2[$.

f) Construis la courbe représentative (C_h) de la fonction h dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'unité 3cm sur les axes.

4) Détermine l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C_h) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = \frac{1}{2} \ln 3$.

-/-