

L. OPTIM 2024-2025	Mathématiques	Classe : T.S.Exp
-------------------------------------	----------------------	-------------------------

Exercice 1:

- I. Calculer

$$A = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^{2x}}{1 + e^{2x}} dx \quad B = \int_0^1 \frac{(x-1)^2}{x^2 + 1} dx \quad C = \int_0^1 4x \ln(x+1) dx$$
- II. On donne $A = \int_0^1 \frac{1+e^x}{x+e^x} dx$, $B = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{e^x}{e^x - 1} dx$ et $C = \int_{\ln 2}^{\ln 3} \frac{1}{e^x - 1} dx$
- 1) Calculer A
 - 2) Calculer B et $B - C$. En déduire C

Exercice 2:

- I. Simplifier au maximum
 $A = e^{\ln 2} + 6e^{-\ln 3}$; $B = \ln \sqrt{e^3} + e^{\ln 2 - \ln 5}$ et $C = \frac{2 - \ln \sqrt[3]{e}}{1 + \ln e^2}$
- II. Résoudre dans $\mathbb{R}$ ou $\mathbb{R}^2$
- 1) $e^{x^2+3} = e^{-4x}$
 - 2) $-e^{2x} + 2e^x + 3 = 0$
 - 3) $3^x = 5^{2x+3}$
 - 4) $9^x - 7 = -6 \times 3^{-x}$
 - 5) $\begin{cases} 8^x \sqrt{2}^y = 2 \cdot 2^{2x} \\ 3^x 27^y = 9^{y-1} \end{cases}$
 - 6) $\begin{cases} (e^{x-2})^2 = e^3 e^y \\ \ln(x-1) + \ln 3 = \ln(1-2y) + \ln 2 \end{cases}$
- III. Calculer l'intégrale I dans les cas suivants :
- 1) $I = \int_0^1 (e^{2x} + e^{-2x}) dx$
 - 2) $I = \int_0^{\ln 2} \frac{e^x}{3e^{x+2}} dx$
 - 3) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin x e^{\cos x} dx$
 - 4) Vérifier que $\frac{1}{e^{x+1}} = 1 - \frac{e^x}{e^{x+1}}$. Calculer $I = \int_0^{\ln 3} \frac{1}{e^{x+1}} dx$

Problème 1:

Partie A :

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = 2e^x - x - 2$

- 1) Déterminer les limites de g aux bornes de D_g .
- 2) Etudier le sens de variation de g puis dresser le tableau de variation de g .
- 3) On admet que l'équation $g(x) = 0$ a exactement deux solutions réelles.
 - a) Vérifier que 0 est l'une de ces solutions
 - b) Montrer que l'autre solution α vérifie $-1,6 < \alpha < -1,5$.
- 4) Déterminer le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x

Partie B :

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{2x} - (x+1)e^x$

- 1) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$. (on pourra mettre e^{2x} en facteur pour calculer limite de f en $+\infty$)
- 2) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe. Etudier le sens de variation de f
- 3) Montrer que $(\alpha) = \frac{-(\alpha^2+2\alpha)}{4}$. En déduire un encadrement de $f(\alpha)$
- 4) Etablir le tableau de variation de f
- 5) Tracer la courbe (C) représentant f dans le plan muni d'un repère orthonormé (unité graphique 2 cm).
- 6) Soit m un réel négatif ($m < 0$)
 - a) Interpréter graphiquement $\int_m^0 f(x) dx \times 4cm^2$
 - b) Calculer $\int_m^0 x e^x dx$ à l'aide d'une intégration par parties
 - c) En déduire $I_m = \int_m^0 f(x) dx \times 4cm^2$ puis la limite de I_m en $-\infty$

Problème 2:

Partie I : On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$

- 1) Déterminer la fonction dérivée de f et étudier les variations de f
- 2) Calculer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0, puis vers $+\infty$
- 3) Donner le tableau de variations de f et en déduire le signe de $f(x)$ pour x dans $]0; +\infty[$
- 4) Le plan étant rapporté à un repère orthonormal direct, unité graphique 5 cm, tracer la courbe C représentative de la fonction f

Partie II : Soit λ un réel strictement supérieur à 1. On note $A(\lambda)$ l'aire, en cm^2 , du domaine formé des points dont les coordonnées vérifient : $1 \leq x \leq \lambda$ et $0 \leq y \leq f(x)$

- 1) Exprimer $A(\lambda)$ en fonction de λ
- 2) Déterminer la limite de $A(\lambda)$ lorsque λ tend vers $+\infty$

Problème 3:

A. Le plan P est muni du repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ d'unités graphiques : 4cm sur l'axe des abscisses et cm sur l'axe des ordonnées.

On considère la fonction f définie par : $f(x) = 8(e^{-x} - e^{-2x})$

- 1) Démontrer que , pour x réel : $f(x) = \frac{8(e^x - 1)}{e^{2x}}$
 - 2) Démontrer que , pour x réel : $f'(x) = \frac{8(2 - e^x)}{e^{2x}}$. En déduire le signe de $f'(x)$
 - 3) Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition
 - 4) Donner le tableau de variation de f
 - 5) Représenter la fonction f dans le repère
- B. On injecte à l'instant $t = 0$ une substance dans le sang d'un animal. A l'instant t ; (t positif exprimé en secondes) ; la concentration y de la substance injectée est $y = 8(e^{-t} - e^{-2t})$. On appelle « *concentration* » le rapport entre la quantité du liquide injecté et la quantité de sang qui le contient
- 1) En utilisant les résultats de la partie A ; donner le tableau de variation de la concentration en fonction de du temps t en secondes
 - 2) Au bout de combien de temps la concentration est-elle maximale ?
 - 3) Calculer au bout de combien la concentration retombe au quart de sa valeur maximale
 - 4) Donner une valeur approchée de $f(9)$. En déduire t , la concentration est inférieure à 10^{-3}

Exercice 3:

I. Soit P la fonction polynôme, définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$P(x) = 2x^3 + 3x^2 - 11x - 6$$

- 1) Montrer que : $P(x) = (2x + 1)(x^2 + x - 6)$.

Résoudre l'équation $P(x) = 0$

- 2) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations :

a) $2(\ln x)^3 + 3(\ln x)^2 - 11 \ln x - 6 = 0$

b) $2e^{2x} + 3e^x - 11 - 6e^{-x} = 0$

II. Simplifier l'écriture des nombres suivants :

$$A = \ln(e^2) \quad B = e^{\ln 5} \quad C = \exp(1 + \ln 3) \quad D = \ln(\exp(-3)) \quad E = \exp(2 \ln 7) \quad F = e^{3 \ln 5}$$

$$G = e^{\ln 2 + \ln 5} \quad H = \frac{e^{x-1}}{e^2} \ln e^3 e^{\ln e^3} + 2 \ln(\ln e)$$

III. Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ les systèmes suivants :

$$1. \begin{cases} \log_x e + \log_y e = \frac{7}{3} \\ \ln(x \cdot y) = \frac{7}{2} \end{cases} \quad 2. \begin{cases} x + y = 7 \\ \log x + \log y = 2 \end{cases}$$

Problème 4 :

On étudie l'évolution d'une colonie de bactéries placée dans une pétrie. Le nombre de bactéries en centaines est modélisé par : la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par $f(t) = \frac{4e^t - 1}{e^t + 2}$ où t représente le temps en heures. On suppose que l'on peut compter le nombre de bactéries à l'unité près grâce à un compteur de radioactivité.

- 1) Calculer $f(0)$ et interpréter ce résultat
- 2) Montrer que $f(t) = 4 - \frac{9}{e^t + 2}$. En déduire la limite de f en $+\infty$

On appelle cette valeur, la saturation. Que peut-on en conclure pour la courbe (C) de f ?

L'équation $f(t) = 4$ admet-elle des solutions ? Justifier la réponse.

- | | | | | | | | | |
|--------|---|---|---|---|---|---|---|---|
| t | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 |
| $f(t)$ | | | | | | | | |

- ### Problème 5 :

- ### Problème 6 :

- ### Exercice 4 :

- 1) Intègre les équations différentielles suivantes :
- a) $y' = \frac{2x-1}{x-1}$ b) $y' = \frac{e^{2x}}{e^x+1}$ c) $y'' + 9y = 0$
- 2) On considère les intégrales I_n et J_n puis les fonctions f et u définies sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$ par :
- $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{(\sin x)^n}{\cos x} dx, J_n = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \cos x (\sin x)^n dx, f(x) = \frac{1}{\cos x}$ et $u(x) = \tan\left(\frac{x}{2} + \frac{\pi}{4}\right)$

a) Calcule $J_0, J_n, I_1, I_2 - I_0$

b) Démontre que $\forall n \in \mathbb{N}, I_{n+2} - I_n = \frac{-\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{n+1}}{n+1}$ puis calcule $\frac{u'(x)}{u(x)}$. En déduis une primitive de f sur $\left[0; \frac{\pi}{3}\right]$

c) Déduis de ce qui précède I_0, I_2, I_3

Exercice 5:

3) Intègre les équations différentielles suivantes :

d) $y' = \frac{2x-1}{x-1}$

e) $y' = \frac{e^{2x}}{e^x+1}$

f) $y'' + 9y = 0$

4) On considère l'intégrale I puis la fonction f et u définies sur $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$ par : $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{1}{\cos x} dx$ et $f(x) = \frac{1}{\cos x}$. Démontre qu'il existe un seul réel a tel que $f(x) = \frac{a \cos x}{1 - \sin x} + \frac{a \cos x}{1 + \sin x}$. En déduis une primitive de f sur $\left[0; \frac{\pi}{4}\right]$. Déduis de ce qui précède I

5) Résous dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant :
$$\begin{cases} \ln(x^3 y^4) = 6 \\ \ln\left(\frac{x^2}{y^5}\right) = 5 \end{cases}$$

Problème 2:

Partie I : On considère la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = \ln\left(\frac{x+1}{x}\right) - \frac{1}{x+1}$

5) Déterminer la fonction dérivée de f et étudier les variations de f

6) Calculer la limite de $f(x)$ lorsque x tend vers 0, puis vers $+\infty$

7) Donner le tableau de variations de f et en déduire le signe de $f(x)$ pour x dans $]0; +\infty[$

8) Le plan étant rapporté à un repère orthonormal direct, unité graphique 5 cm, tracer la courbe C représentative de la fonction f

Partie II : Soit λ un réel strictement supérieur à 1. On note $A(\lambda)$ l'aire, en cm^2 , du domaine formé des points dont les coordonnées vérifient : $1 \leq x \leq \lambda$ et $0 \leq y \leq f(x)$

3) Exprimer $A(\lambda)$ en fonction de λ

4) Déterminer la limite de $A(\lambda)$ lorsque λ tend vers $+\infty$

Problème 7:

Partie A :

On considère la fonction f définie sur l'intervalle $[0; +\infty[$ par :
$$\begin{cases} f(0) = 1 \\ f(x) = \frac{1}{2}x^2(3 - 2 \ln x) + 1, \text{ si } x \neq 0 \end{cases}$$

On note (C') sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

1) Calcule la limite de f en 0. Que peut-on en déduire pour la fonction f . Etudie la dérivabilité de f en 0. Détermine la limite de f en $+\infty$

2) Calcule $f'(x)$ pour $x > 0$. Etudie le sens de variation de f sur $[0; +\infty[$, puis dresse son tableau de variation

3) Montre que l'équation $f(x) = 0$ possède une solution unique α sur $[0; +\infty[$

4) Détermine une équation de la tangente (D) à la courbe (C') au point d'abscisse $x = 1$

5) On considère la fonction $g: x \mapsto f(x) - \left(2x - \frac{1}{2}\right)$ définie sur l'intervalle $]0; +\infty[$

a) Calcule $g'(x)$ puis $g''(x)$. Etudie le sens de variation de g' . En déduis le signe de g' sur $]0; +\infty[$

b) Etudie le sens de variation de g . En déduis la position de (C') par rapport à D

Partie B :

La fonction N qui donne à l'instant t , le nombre d'œufs vivants pondus par certains insectes est définie sur $[0; +\infty[$ par $N(t) = 1000(0,741)^t$, t en jours

1) Quel est le nombre initial N_0 d'œufs au moment de la ponte, c'est-à-dire à $t = 0$,

2) Etudie la fonction N sur $[0; +\infty[$. (Sens de variation et limite en $+\infty$. On rappelle que $\forall a > 0$, $a^n = e^{n \ln a}$). Construis la courbe (C) de N

3) Résous dans $[0; +\infty[$ l'équation $N(t) = \frac{1}{2}N_0$. Donne une signification de la solution

4) Calcule le nombre moyen d'œufs entre le deuxième et le sixième jour de ponte.

Exercice 6:

- 1) On donne $f(x) = \frac{1}{10} e^x \left(\frac{1}{x} + \ln 2x \right)$. En remarquant que : $f = hk' + kh'$ calculer $\int_{\frac{1}{2}}^1 f(x) dx$
- 2) Calculer $\int_0^{\pi} e^x \sin 3x dx$.
- 3) Soit $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \cos^2 x dx$ et $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} e^{2x} \sin^2 x dx$.
 - a) Calculer $I + J$
 - b) Soit $f(x) = \frac{1}{4} e^{2x} (\sin 2x + \cos 2x)$. Calculer $f'(x)$.
 - c) En déduire $I - J$. Calculer I et J

Exercice 7:

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = e^{-x} \ln(1 + e^x)$. Pour tout réel α strictement positif, on pose :

$$I(\alpha) = \int_0^{\alpha} f(x) dx$$

- 1) Déterminer les nombres réels a et b tels que, pour tout réel x : $\frac{1}{1+e^x} = a + \frac{be^x}{1+e^x}$. En déduire le calcul de l'intégrale $\int_0^{\alpha} \frac{1}{1+e^x} dx$
- 2) Définir $f + f'$, où f' est la dérivée de f . En déduire $I(\alpha)$ en fonction de α

Problème 8:

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ unité 2 cm. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par :

$$h(x) = -(2x + 1)e^{-2x} + 2$$

- 7) Calculer $h'(x)$; étudier le sens de variation de h . Calculer $h(0)$ et déterminer le signe de $h(x)$ sur $\mathbb{R}$
- 8) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R} : x \mapsto (x + 1)e^{-2x} + 2x - 2$. On appelle (C_f) la courbe représentative de f dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$
 - a) Déterminer les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$
 - b) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f
 - c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et $0 < \alpha < 1$
- 9) Montrer que la courbe (C_f) admet une asymptote (Δ) en $+\infty$ dont on précisera une équation cartésienne. Etudier les positions relatives de (C_f) et (Δ)
- 10) Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse nulle
- 11) Construire (Δ) ; (T) et (C_f)
- 12) Soit γ un réel strictement positif et $A(\gamma)$, l'aire du domaine du plan délimité par les droites d'équations : $x = 0$ et $x = \gamma$, la courbe (C_f) et la droite (Δ)
 - a) Calculer $A(\gamma)$
 - b) Déterminer la limite de $A(\gamma)$ lorsque γ tend vers $+\infty$

Problème 9:

I. Soit φ la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $\varphi(x) = (x^2 + x + 1) e^{-x} - 1$

1-/ Déterminez les limites de φ en $-\infty$ puis en $+\infty$. Interpréter graphiquement le résultat de $\lim_{x \rightarrow +\infty} \varphi(x)$; Calculez $\varphi'(x)$ et étudiez son signe. Dressez le tableau de variation de φ . **(1,5pt)**

2-/ Démontrez que l'équation $\varphi(x) = 0$ admet deux solutions dans $\mathbb{R}$, dont l'une notée α est dans $[1; +\infty[$. Vérifiez que $1,79 < \alpha < 1,80$

3-/ En déduire le signe de φ sur $\mathbb{R}$.

II. On donne les fonctions f et g définies par $f(x) = (2x + 1)e^{-x}$ et $g(x) = \frac{2x+1}{x^2+x+1}$ Leurs

courbes sont respectivement notées (C_f) et (C_g)

1-/ Déterminez les domaines de définition de f et de g puis calculez leurs limites aux bornes de ces domaines de définition.

2-/ Montrez que (C_f) et (C_g) admettent au point $A(0; 1)$ une tangente commune (T) . Donnez une équation cartésienne de (T) .

3-/ Vérifiez que pour tout $x \in \mathbb{R}$, $f(x) - g(x) = \frac{(2x+1)\varphi(x)}{x^2 + x + 1}$ où φ est la fonction définie dans la partie

A. Étudiez le signe de $f(x) - g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. En déduire la position relative des courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ **(0,5pt)**

4-Déterminez une primitive G de la fonction g sur $\mathbb{R}$. Déterminez les réels a et b tels que la fonction F définie par $F(x) = (ax + b)e^{-x}$ soit une primitive de f sur $\mathbb{R}$. Déduire une primitive H de $f - g$ sur $\mathbb{R}$. Calculez l'aire, en unité d'aire, de la partie du plan délimitée par les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_g)$ et les droites

d'équations : $x = -\frac{1}{2}$ et $x = 0$

Exercice 8 :

- 1) Intégrer l'équation différentielle : $f'' + f' - 2f = 4x^2 - 6x$
- 2) Soit $(E): y'' - 5y' + 8y = (-2x + 3)e^x$ et $(E'): y'' - 5y' + 8y = 0$
 - a) Déterminer $g(x) = (ax + b)e^x$ solution particulière de (E)
 - b) Montrer que si f est solution de (E) alors $f - g$ est solution de (E')
 - c) Résoudre (E') et en déduire les solutions de (E)
- 3) Soit f la fonction définie sur $]0; +\infty[$ par : $f(x) = e^{-x} \ln x$
 - a) Vérifier que la fonction f est solution de l'équation différentielle $(E): y'' + 3y' + 2y = \frac{x-1}{x^2} e^{-x}$
 - b) Résoudre l'équation différentielle $(E'): y'' + 3y' + 2y = 0$
 - c) Soit g une fonction deux fois dérivables sur $]0; +\infty[$. Montrer que si g est solution de (E) alors $g - f$ est solution de (E') . En déduire toutes solutions de (E)

Exercice 9 :

- 1) Résoudre l'équation différentielle $(E): y'' + \frac{1}{9}y = 0$
 - a) Trouver la fonction f solution particulière de (E) vérifiant $f(0) = -\sqrt{3}$ et $f\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 1$. Trouver les réels r et w strictement positif et $\varphi \in]-\pi; \pi[$ tels que : $f(x) = r \cos(wx + \varphi)$
 - b) Trouver la solution g de (E) vérifiant $g(0) = 2$ et $g\left(\frac{3\pi}{2}\right) = 0$
- 2) Intégrer les équations différentielles suivantes :
 - a) $x^5 y' + x^4 + 1 = 0$ sur $\mathbb{R}_+^*$
 - b) $y'' = \cot^2 x$ sur $]0; \pi[$
 - c) $y' - y \ln 2 = 0$ et $y(1) = 1$
 - d) $y'' + 2y' - 2y = \sin t - 2 \cos t$
 - e) $y' = \frac{1+x}{x} y$ sur $I =]0; +\infty[$
- 3) Soit (D) l'équation différentielle définie par : $3f'' + 2f' - 5f = 0$
 - a) Trouver l'équation caractéristique (C) de (D) et la résoudre. En déduire la solution générale de (D)
 - b) On impose les conditions initiales : $f(0) = 0$ et $f'(0) = 8$. Déterminer la solution $f(x)$ de (D) , vérifiant ces conditions. Etudier et représenter $f(x) = 3\left(e^x - e^{-\frac{3}{5}x}\right)$

Exercice 10 :

On considère l'équation différentielle $(E): 3y'' - 2y' - y = 2 \cos 2x$

- 1) Déterminer trois réels a , b et c tels que la fonction h définie par : $h(x) = a \cos 2x + b \sin 2x + c$ soit solution de (E)
- 2) Résoudre l'équation différentielle : $3y'' - 2y' - y = 0$. En déduire la résolution de (E)

Problème 10 :

Partie A :

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $(E_1): y'' + 4y' + 4y = 0$
- 2) On considère les équations différentielles $(E_2): y'' + 4y' + 4y = 8x$
 - a) Déterminer les réels a et b pour que la fonction t définie par : $t(x) = ax + b$ est solution de (E_2)
 - b) Montrer qu'une fonction u est solution de l'équation : (E_2) si et seulement si la fonction $(u - t)$ est solution de l'équation : (E_1)
 - c) En déduire l'ensemble des solutions de (E_2)
 - d) Déterminer la solution de (E_2) qui vérifie : $f(0) = -1$ et $f'(0) = 1$

Partie B :

Le plan est rapporté à un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ unité 2 cm. Soit h la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $h(x) = -(2x + 1)e^{-2x} + 2$

- 1) Calculer $h'(x)$; étudier le sens de variation de h . Calculer $h(0)$ et déterminer le signe de h
- 2) Soit $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}: x \mapsto (x + 1)e^{-2x} + 2x - 2$. On appelle (C_f) la courbe de f
 - a) Déterminer les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$
 - b) Calculer $f'(x)$ et dresser le tableau des variations de f
 - c) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans $\mathbb{R}$ et que $0 < \alpha < 1$
- 3) Montrer que la courbe (C_f) admet une asymptote (Δ) en $+\infty$ dont on déterminera une équation cartésienne. Etudier la position de (C_f) et (Δ) . Déterminer une équation de la tangente (T) à (C_f) au point d'abscisse nulle. Construire (Δ) , (T) et (C_f)
- 4) Soit γ un réel strictement positif et $A(\gamma)$ l'aire en cm^2 de la partie du plan délimitée par les droites d'équations $x = 0$ et $x = \gamma$, la courbe (C_f) et la droite (Δ)

Exercice 11 :

- I. Soit l'équation différentielle (E): $y'' + 2y' + 2y = 0$. Résoudre l'équation (E) préciser la solution h qui vérifie $h(0) = 1$ et $h'(0) = 0$.
- II. 1. Résoudre l'équation $16y'' + y = 0$
2. Déterminer la solution f de cette équation vérifiant $f(0) = 1$ et $f(2\pi) = -\sqrt{3}$
- III. Soit l'équation différentielle (E) $y'' - 4y' + 4y = 0$
Déterminer la solution f de (E) dont la courbe représentative C passe par le point A(0, 1) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur égal à 3.

Exercice 12 :

- I. Résoudre les équations différentielles suivantes
 1. $2y' - y = 0$
 2. $9y'' + y = 0$
 3. $y' = x + \frac{2}{x}$ où $x \in]0; +\infty[$
 4. $y'' = 2x^2 - 4$
- II. Soit l'équation différentielle (E): $y'' + 2y' + 2y = 0$. Résoudre l'équation (E) et préciser la solution h qui vérifie $h(0) = 1$ et $h'(0) = 0$.
- III. Résoudre l'équation $16y'' + y = 0$. Déterminer la solution f de cette équation vérifiant $f(0) = 1$ et $f\left(\frac{2\pi}{3}\right) = -\sqrt{3}$
- IV. Soit l'équation différentielle (E) $y'' - 4y' + 4y = 0$ Déterminer la solution f de (E) dont la courbe représentative C passe par le point A(0, 1) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur égal à 3.

Exercice 13 :

- 1) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $(E_1): y'' + 4y' + 4y = 0$
- 2) On considère les équations différentielles $(E_2): y'' + 4y' + 4y = 8x$
 - a) Déterminer les réels a et b pour que la fonction t définie par : $t(x) = ax + b$ est solution de (E_2)
 - b) Montrer qu'une fonction u est solution de l'équation : (E_2) si et seulement si la fonction $(u - t)$ est solution de l'équation : (E_1)
 - c) En déduire l'ensemble des solutions de (E_2)
 - d) Déterminer la solution de (E_2) qui vérifie : $f(0) = -1$ et $f'(0) = 1$