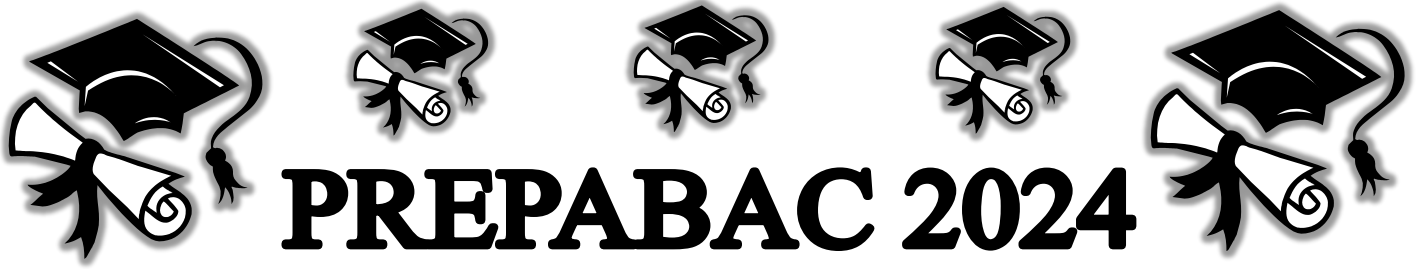


COURS PRIAMS



PREPABAC 2024

MATHEMATIQUES



Thème 2 : "Primitives et Intégrales"

*Opération un exercice par jours
sur les primitives et intégrales...*

M. MOUHAMAD SARRE

70647469 / 65360170

Exercice 0 :

Pour chaque ligne du tableau ci-dessous, une seule réponse est vraie.

Ecris le numéro de chaque ligne et la lettre de la colonne donnant une primitive **F** de la fonction **f** sur I. **Exp : 1-b**

		a	b	c
1	$f(x) = x - \frac{1}{(4x+1)^3}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{4(4x+1)^2}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{8(4x+1)^2}$	$F(x) = \frac{1}{2}x^2 + \frac{1}{2(4x+1)^2}$
2	$f(x) = \frac{2x+5}{\sqrt{x^2+5x+6}}$	$F(x) = \frac{1}{2}\sqrt{x^2+5x+6}$	$F(x) = \frac{2}{\sqrt{x^2+5x+6}}$	$F(x) = 2\sqrt{x^2+5x+6}$
3	$f(x) = 7(3x+4)^3$	$F(x) = \frac{7}{12}(3x+4)^4$	$F(x) = \frac{1}{12}(3x+4)^4$	$F(x) = \frac{7}{2}(3x+4)^4$
4	$f(x) = \sin x \cos x$	$F(x) = \frac{1}{2}\tan^2 x$	$F(x) = \frac{1}{2}\cos^2 x$	$F(x) = \frac{1}{2}\sin^2 x$
5	$f(x) = \sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$	$F(x) = \frac{1}{4}\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$	$F(x) = 4\sin\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$	$F(x) = -\frac{1}{4}\cos\left(4x + \frac{\pi}{3}\right)$
6	$f(x) = 3x^2\sqrt{x^3+1}$	$F(x) = \frac{2}{3}(x^3+1)^{\frac{3}{2}}$	$F(x) = \frac{3}{2}(x^3+1)^{\frac{3}{2}}$	$F(x) = \frac{2}{3}(x^3+1)^{\frac{1}{2}}$
7	$f(x) = \sin x \cos^3 x$	$F(x) = -\frac{1}{2}\cos^2 x$	$F(x) = -\frac{1}{2}\cos^4 x$	$F(x) = -\frac{1}{4}\cos^4 x$
8	$f(x) = \tan^2 x$	$F(x) = 1 - \tan x$	$F(x) = 1 + \tan x$	$F(x) = 1 + \tan^2 x$
9	$f(x) = \frac{\cos x - \sin x}{\sin x - \cos x}$	$F(x) = -\ln \cos x - \sin x $	$F(x) = -\ln \sin x - \cos x $	$F(x) = -\ln \cos x + \sin x $
10	$f(x) = \frac{-4x-4}{(x^2+2x-1)^2}$	$F(x) = \frac{2}{x^2+2x-1}$	$f(x) = \frac{2}{3(x^2+2x-1)^2}$	$f(x) = \frac{2}{3(x^2+2x-1)^3}$

Exercice 1 : Lundi

I// On considère les intégrales A et B ci-dessous :

$$A = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\cos^2 x dx \text{ et } B = \int_0^{\frac{\pi}{4}} (x+1)\sin^2 x dx.$$

1) Calcule A + B puis A - B.

2) En déduis les valeurs de A et de B.

II// On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie sur $\mathbb{R} - \{2\}$ par : $f(x) = \frac{3x^3 - 5x^2 + 2x - 1}{(x-2)^2}$.

1) Détermine les nombres réels a, b, c et d tels que pour tout $x \neq 2$: $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2} + \frac{d}{(x-2)^2}$.

2) Donne une primitive de f sur $[-1; 1]$.

3) Calcule $\int_{-1}^1 f(x) dx$.

M. SARRE

70647469

65360170

Exercice 2 : Mardi

I// On considère la fonction f définie sur $] -\infty ; \frac{3}{2} [$ par $f(x) = \frac{x-2}{(2x-3)^2}$.

1) Détermine les nombres réels a et b tels que : $f(x) = \frac{a}{2x-3} + \frac{b}{(2x-3)^2}$.

2) Calcule $\int_0^1 \frac{x-2}{(2x-3)^2} dx$.

II// Calcule $A = \int_e^{e^2} \frac{1}{t \ln t} dt$ et $B = \int_{-1}^1 \frac{2x+1}{x-2} dx$.

Exercice 3 : Mercredi

On considère la fonction f définie par $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$

$$x \mapsto \frac{3x+1}{(2x+1)^2}.$$

1) Détermine le domaine de définition de f .

2) Détermine les nombres réels a et b tels que pour tout $x \neq -\frac{1}{2}$: $f(x) = \frac{a}{2x+1} + \frac{b}{(2x+1)^2}$.

3) Déduis-en les primitives de f sur $] -\frac{1}{2}; +\infty [$.

4) Détermine la primitive de f sur $] -\frac{1}{2}; +\infty [$ vérifiant $F(0) = 1$.

5) Calcule l'intégrale $\int_0^1 f(x) dx$.

Exercice 4 : Jeudi

On considère les intégrales suivantes : $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^4 x \, dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^4 x \, dx$ et $K = \int_0^{\frac{\pi}{2}} 2\cos^2 x \sin^2 x \, dx$.

- 1) Calcule $I - J$ et $I + J + K$.
- 2) Exprime $\cos 4x$ en fonction de $\cos x$ et $\sin x$.
Déduis-en la valeur de $I + J - 3K$, puis celle de I, J et K .

Exercice 5 : Vendredi

I// Soit la fonction rationnelle $f : \mapsto f(x) = \frac{3x^2 - 2x + 3}{(x^2 - 1)^2}$.

- 1) Détermine l'ensemble de définition D_f de f .
- 2) Détermine les réels a et b tels que sur D_f , $f(x) = \frac{b}{(x+1)^2} + \frac{a}{(x-1)^2}$.
- 3) En déduis deux primitives de f sur $]1; +\infty[$.

II//

- 1) Calcule l'intégrale $I = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x \, dx$.
- 2) En déduis la valeur de l'intégrale $J = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{2}} \cos 2x \, dx$.

M. SARRE
70647469
65360170

Exercice 6 : Samedi

- 1) Soient f et g les fonctions numériques définies sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ et $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$.
 - a) Calcule $I_1 = \int_0^1 f(x) \, dx$.
 - b) Soit $I_2 = \int_0^1 g(x) \, dx$. Calcule $I_1 + I_2$. En déduis la valeur de I_2 .
- 2) a) Détermine trois réels a, b et c tels que pour tout $x \neq \frac{1}{2}$, $\frac{x^2 - 1}{2x - 1} = ax + b + \frac{c}{2x - 1}$.
 - b) Calcule $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 1}{2x - 1} \, dx$.

Exercice 7 : Dimanche

- 1) On pose pour tout $t \notin \{-1; 1\}$, $f(t) = \frac{t}{(t^2 - 1)^2}$. Détermine une primitive F de f sur $]0; +\infty[$.
- 2) On pose pour tout $t \notin \{-1; 0; 1\}$, $f(t) = \frac{1}{t(t^2 - 1)}$.
Détermine les trois réels a, b et c tels que pour tout $t \notin \{-1; 0; 1\}$, on ait : $g(t) = \frac{a}{t} + \frac{b}{t-1} + \frac{c}{t+1}$.
En déduis une primitive G de g sur $]0; +\infty[$.
- 3) A l'aide d'une intégration par parties, calcule, pour $x > 0$, $J(x) = \int_2^x \frac{t \ln t}{t^2 - 1} \, dt$.