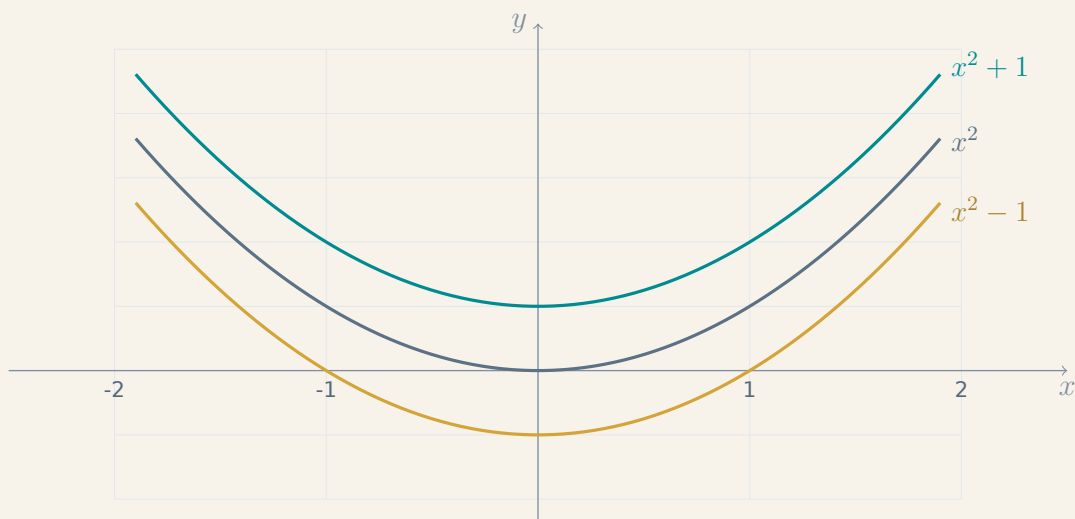


FONCTIONS PRIMITIVES

2^e Bac Sciences Physiques

Retrouver une fonction à partir de sa dérivée.

UNE DÉRIVÉE, TOUTE UNE FAMILLE



$$F(x) = x^2 + C \quad \Rightarrow \quad F'(x) = 2x$$

90

QCM

18

SÉRIES

30

PAGES

Questions progressives · Réponses uniques · Corrigés courts

BIEN UTILISER CE LIVRET

Un parcours en 18 séries

Une seule bonne réponse par question

Choisir A, B, C ou D. Justifier son choix au brouillon, puis consulter la grille page 22 et les corrigés pages 23 à 30.

Trois gestes pour progresser

1. **Chercher.** Faire une série de cinq questions sans regarder les réponses.
2. **Comprendre.** Lire le corrigé même si la réponse est juste.
3. **Reprendre.** Refaire les questions manquées le lendemain.

Sommaire

Série et thème	p.	Série et thème	p.
01 Comprendre la définition	4	10 Quotients et racines composés	13
02 Puissances et polynômes	5	11 Une valeur imposée	14
03 Utiliser la linéarité	6	12 Vérifier une proposition	15
04 Puissances inverses	7	13 Simplifier avant de chercher	16
05 Racines et puissances	8	14 Variations d'une primitive	17
06 Expressions affines	9	15 Lire un graphique	18
07 Sinus et cosinus	10	16 Déterminer des paramètres	19
08 Trigonométrie composée	11	17 Éviter les pièges	20
09 Reconnaître la forme $u'u^n$	12	18 Applications et synthèse	21

Conventions. Les fonctions sont réelles. Sauf intervalle précisé, on travaille sur $\mathbb{R}$. La lettre C désigne une constante réelle ; les angles sont exprimés en radians.

Les séries « approfondissement » demandent davantage de raisonnement. Questions originales d'entraînement, avec des explications volontairement courtes.

FICHE MÉTHODE

Les réflexes essentiels

1 • La définition et la constante

F est une primitive de f sur un intervalle I si $F' = f$ sur I .

Si F_0 est une primitive, toutes les autres sont $F_0 + C$, avec $C \in \mathbb{R}$. Une valeur imposée $F(a) = b$ détermine C .

2 • Les formules usuelles

Fonction

Une primitive

k

kx

$x^n, n \in \mathbb{N}$

$x^{n+1}/(n+1)$

$1/x^2 ; 1/\sqrt{x}$

$-1/x ; 2\sqrt{x}$

$\cos x ; \sin x$

$\sin x ; -\cos x$

$1/\cos^2 x$

$\tan x$ sur un intervalle où $\cos x \neq 0$

Pour $x > 0$: une primitive de x^α est $x^{\alpha+1}/(\alpha+1)$ si $\alpha \neq -1$. Toujours respecter l'intervalle de définition.

3 • Additionner et multiplier par une constante

Si $F' = f$ et $G' = g$, une primitive de $af + bg$ est $aF + bG$.

Développer, simplifier un quotient ou utiliser une identité peut faire apparaître des formes usuelles.

4 • Repérer une composition

$u'u^n \mapsto \frac{u^{n+1}}{n+1}$, pour $n \in \mathbb{N}$.

$\frac{u'}{u^2} \mapsto -\frac{1}{u}$ si $u \neq 0$; $\frac{u'}{\sqrt{u}} \mapsto 2\sqrt{u}$ si $u > 0$.

Pour $a \neq 0$: $\cos(ax+b) \mapsto \sin(ax+b)/a$ et $\sin(ax+b) \mapsto -\cos(ax+b)/a$.

5 • La vérification qui évite les erreurs

Dériver sa réponse. On doit retrouver exactement la fonction de départ. Vérifier ensuite la valeur imposée, s'il y en a une.

Pour les variations de F , étudier le signe de $F' = f$.

Pièges : oublier une constante, un signe ou la dérivée intérieure ; multiplier des primitives ; utiliser une formule hors de son intervalle.

SÉRIE 01 / 18 · BASES

Comprendre la définition

Une primitive se reconnaît en la dérivant.

Q1 Sur un intervalle I , dire que F est une primitive de f signifie que :

A. f est dérivable sur I et $f' = F$

B. $F = f$ sur I

C. F est dérivable sur I et $F' = f$

D. $F' = f'$ sur I

Q2 Toutes les primitives de la fonction $f(x) = 4$ sur $\mathbb{R}$ sont :

A. $F(x) = 2x^2 + C$

B. $F(x) = 4x + C$

C. $F(x) = 4 + C$

D. $F(x) = 4x^2 + C$

Q3 Si F est une primitive de f , que vérifie la fonction $G = F + 7$ sur le même intervalle ?

A. $G' = f + 7$

B. $G' = f$

C. $G' = F$

D. $G' = 7f$

Q4 Deux primitives F et G d'une même fonction sur un intervalle vérifient :

A. $F - G$ est constante

B. FG est constante

C. $F + G$ est constante

D. $F = G$ nécessairement

Q5 La fonction $F(x) = x^3 - 2x + 5$ est une primitive de :

A. $f(x) = 3x^2 - 2x$

B. $f(x) = 3x^2 + 5$

C. $f(x) = x^2 - 2$

D. $f(x) = 3x^2 - 2$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 02 / 18 · BASES

Puissances et polynômes

Augmenter l'exposant, puis diviser par le nouvel exposant.

Q6 Une primitive de $f(x) = x^4$ sur $\mathbb{R}$ est :

A. $\frac{x^5}{5}$

B. $4x^3$

C. $\frac{x^5}{4}$

D. $5x^5$

Q7 Une primitive de $f(x) = 6x^2$ est :

A. $3x^3$

B. $12x$

C. $2x^3$

D. $6x^3$

Q8 Une primitive de $f(x) = 5x^4 - 3x^2$ est :

A. $x^5 - 3x^3$

B. $x^5 + x^3$

C. $x^5 - x^3$

D. $20x^3 - 6x$

Q9 Quelle formule fournit une primitive de x^n pour tout entier $n \geq 0$?

A. $\frac{x^{n+1}}{n+1}$

B. $\frac{x^{n+1}}{n+2}$

C. $(n+1)x^{n+1}$

D. nx^{n-1}

Q10 Une primitive de $f(x) = 3x^2 - 4x + 2$ est :

A. $6x - 4$

B. $x^3 - 2x^2 + 2$

C. $x^3 - 4x^2 + 2$

D. $x^3 - 2x^2 + 2x$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 03 / 18 · BASES

Utiliser la linéarité

Traiter chaque terme et conserver les coefficients.

Q11 F est une primitive de f et G une primitive de g sur I . Une primitive de $2f - 3g$ est :

- A. $\frac{F}{2} - \frac{G}{3}$
- B. $F^2 - G^3$
- C. $2F - 3G$
- D. $2F + 3G$

Q12 Une primitive de $f(x) = \frac{1}{2}x^2 - 3$ est :

- A. $\frac{x^3}{6} - 3$
- B. $\frac{x^3}{6} - 3x$
- C. $\frac{x^3}{2} - 3x$
- D. $x - 3$

Q13 Une primitive de $f(x) = 4x^3 + 2x - 5$ est :

- A. $x^4 + 2x^2 - 5x$
- B. $x^4 + x^2 - 5x$
- C. $x^4 + x^2 - 5$
- D. $12x^2 + 2$

Q14 Si F est une primitive de f sur I , alors une primitive de $-5f$ est :

- A. F^5
- B. $F - 5$
- C. $-F/5$
- D. $-5F$

Q15 Une primitive de $f(x) = x^2 + \cos x$ est :

- A. $\frac{x^3}{3} - \sin x$
- B. $\frac{x^3}{3} + \sin x$
- C. $2x - \sin x$
- D. $\frac{x^3}{3} + \cos x$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 04 / 18 · MÉTHODES

Puissances inverses

Réécrire les quotients sous forme de puissances.

Q16 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $f(x) = 1/x^2$ est :

A. $\frac{1}{x}$

B. $-\frac{2}{x^3}$

C. $\frac{x^3}{3}$

D. $-\frac{1}{x}$

Q17 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $f(x) = 3/x^4$ est :

A. $-\frac{1}{x^3}$

B. $\frac{3}{5x^5}$

C. $\frac{1}{x^3}$

D. $-\frac{3}{x^3}$

Q18 Sur $] -\infty; 0[$, une primitive de $f(x) = 1/x^3$ est :

A. $-\frac{1}{2x^2}$

B. $\frac{1}{4x^4}$

C. $\frac{1}{2x^2}$

D. $-\frac{1}{x^2}$

Q19 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $f(x) = 2 - 4/x^3$ est :

A. $2x - \frac{2}{x^2}$

B. $2 + \frac{2}{x^2}$

C. $2x + \frac{4}{x^2}$

D. $2x + \frac{2}{x^2}$

Q20 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $f(x) = x^{-5}$ est :

A. $\frac{1}{4x^4}$

B. $-\frac{1}{4x^4}$

C. $-\frac{5}{x^6}$

D. $-\frac{1}{5x^5}$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 05 / 18 · MÉTHODES

Racines et puissances

Transformer une racine en puissance fractionnaire.

Q21 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $\sqrt{x}$ est :

A. $2\sqrt{x}$

B. $\frac{3}{2}x\sqrt{x}$

C. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

D. $\frac{2}{3}x\sqrt{x}$

Q22 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $1/\sqrt{x}$ est :

A. $2\sqrt{x}$

B. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

C. $\sqrt{x}$

D. $-2\sqrt{x}$

Q23 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $x\sqrt{x}$ est :

A. $\frac{5}{2}x^2\sqrt{x}$

B. $\frac{3}{2}\sqrt{x}$

C. $\frac{2}{3}x\sqrt{x}$

D. $\frac{2}{5}x^2\sqrt{x}$

Q24 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $1/(x\sqrt{x})$ est :

A. $2\sqrt{x}$

B. $-\frac{2}{\sqrt{x}}$

C. $\frac{2}{\sqrt{x}}$

D. $-\frac{1}{2\sqrt{x}}$

Q25 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $3\sqrt{x} - 2/\sqrt{x}$ est :

A. $3x\sqrt{x} - 4\sqrt{x}$

B. $2x\sqrt{x} - 2\sqrt{x}$

C. $2x\sqrt{x} + 4\sqrt{x}$

D. $2x\sqrt{x} - 4\sqrt{x}$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 06 / 18 · MÉTHODES

Expressions affines

Compenser la dérivée de l'expression intérieure.

Q26 Une primitive de $f(x) = (2x + 1)^3$ est :

A. $\frac{(2x + 1)^4}{4}$

B. $\frac{(2x + 1)^4}{2}$

C. $6(2x + 1)^2$

D. $\frac{(2x + 1)^4}{8}$

Q27 Une primitive de $f(x) = 5(3x - 2)^4$ est :

A. $\frac{(3x - 2)^5}{3}$

B. $3(3x - 2)^5$

C. $\frac{(3x - 2)^5}{5}$

D. $(3x - 2)^5$

Q28 Sur $] -1/2; +\infty[$, une primitive de $1/(2x + 1)^2$ est :

A. $\frac{1}{2(2x + 1)}$

B. $-\frac{1}{2(2x + 1)}$

C. $-\frac{1}{2x + 1}$

D. $-\frac{2}{2x + 1}$

Q29 Sur $] -1/3; +\infty[$, une primitive de $1/\sqrt{3x + 1}$ est :

A. $2\sqrt{3x + 1}$

B. $\frac{3}{2}\sqrt{3x + 1}$

C. $-\frac{2}{3}\sqrt{3x + 1}$

D. $\frac{2}{3}\sqrt{3x + 1}$

Q30 Sur $] -\infty; 2[$, une primitive de $\sqrt{4 - 2x}$ est :

A. $\frac{1}{3}(4 - 2x)^{3/2}$

B. $-\frac{2}{3}(4 - 2x)^{3/2}$

C. $-\frac{1}{3}(4 - 2x)^{3/2}$

D. $\frac{2}{3}(4 - 2x)^{3/2}$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 07 / 18 · BASES

Sinus et cosinus

Vérifier le signe en dérivant sa réponse.

Q31 Une primitive de $\cos x$ est :

- A.** $\sin x$
- B.** $-\sin x$
- C.** $-\cos x$
- D.** $\cos x$

Q32 Une primitive de $\sin x$ est :

- A.** $\sin x$
- B.** $-\cos x$
- C.** $\cos x$
- D.** $-\sin x$

Q33 Une primitive de $2 \cos x - 3 \sin x$ est :

- A.** $-2 \sin x + 3 \cos x$
- B.** $2 \cos x + 3 \sin x$
- C.** $2 \sin x + 3 \cos x$
- D.** $2 \sin x - 3 \cos x$

Q34 Sur $] -\pi/2; \pi/2[$, une primitive de $1/\cos^2 x$ est :

- A.** $-\tan x$
- B.** $\frac{1}{\sin x}$
- C.** $\cos^2 x$
- D.** $\tan x$

Q35 La primitive F de $\sin x$ vérifiant $F(0) = 2$ est :

- A.** $F(x) = 2 - \cos x$
- B.** $F(x) = 1 - \cos x$
- C.** $F(x) = 3 - \cos x$
- D.** $F(x) = 1 + \cos x$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 08 / 18 · MÉTHODES

Trigonométrie composée

Tenir compte du coefficient à l'intérieur du sinus ou du cosinus.

Q36 Une primitive de $\cos(3x)$ est :

- A.** $-\frac{1}{3} \sin(3x)$ **B.** $\sin(3x)$
C. $3 \sin(3x)$ **D.** $\frac{1}{3} \sin(3x)$

Q37 Une primitive de $\sin(2x + 1)$ est :

- A.** $-\frac{1}{2} \cos(2x + 1)$ **B.** $-2 \cos(2x + 1)$
C. $\frac{1}{2} \cos(2x + 1)$ **D.** $-\cos(2x + 1)$

Q38 Une primitive de $4 \cos(2x) - 6 \sin(3x)$ est :

- A.** $4 \sin(2x) + 6 \cos(3x)$ **B.** $2 \sin(2x) - 2 \cos(3x)$
C. $2 \sin(2x) + 2 \cos(3x)$ **D.** $8 \sin(2x) + 18 \cos(3x)$

Q39 Sur $] -\pi/4; \pi/4[$, une primitive de $1/\cos^2(2x)$ est :

- A.** $\tan(2x)$ **B.** $\frac{1}{2} \tan(2x)$
C. $-\frac{1}{2} \tan(2x)$ **D.** $2 \tan(2x)$

Q40 Une primitive de $\cos(1 - 2x)$ est :

- A.** $\sin(1 - 2x)$ **B.** $-\frac{1}{2} \sin(1 - 2x)$
C. $-2 \sin(1 - 2x)$ **D.** $\frac{1}{2} \sin(1 - 2x)$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 09 / 18 · MÉTHODES

Reconnaître la forme $u'u^n$

Repérer une fonction et sa dérivée dans le même produit.

Q41 Une primitive de $2x(x^2 + 1)^3$ est :

A. $(x^2 + 1)^4$

B. $\frac{(x^2 + 1)^3}{3}$

C. $\frac{(x^2 + 1)^4}{4}$

D. $x^2(x^2 + 1)^3$

Q42 Une primitive de $x(x^2 + 3)^4$ est :

A. $\frac{(x^2 + 3)^5}{2}$

B. $5(x^2 + 3)^4$

C. $\frac{(x^2 + 3)^5}{5}$

D. $\frac{(x^2 + 3)^5}{10}$

Q43 Une primitive de $(3x^2 - 1)(x^3 - x + 2)^2$ est :

A. $(x^3 - x + 2)^3$

B. $(3x^2 - 1)(x^3 - x + 2)^3$

C. $\frac{(x^3 - x + 2)^2}{2}$

D. $\frac{(x^3 - x + 2)^3}{3}$

Q44 Une primitive de $\sin x \cos x$ est :

A. $\sin^2 x$

B. $\sin x + \cos x$

C. $\frac{1}{2} \sin^2 x$

D. $\frac{1}{2} \cos^2 x$

Q45 Une primitive de $\cos x \sin^3 x$ est :

A. $\frac{1}{3} \sin^3 x$

B. $\sin^4 x$

C. $\frac{1}{4} \sin^4 x$

D. $-\frac{1}{4} \cos^4 x$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 10 / 18 · MÉTHODES

Quotients et racines composés

Chercher les formes u'/u^2 et $u'/\sqrt{u}$.

Q46 Une primitive de $\frac{2x}{(x^2+1)^2}$ est :

A. $\frac{x^2}{(x^2+1)^2}$

C. $\frac{1}{x^2+1}$

B. $-\frac{1}{x^2+1}$

D. $-\frac{1}{2(x^2+1)}$

Q47 Une primitive de $\frac{x}{(x^2+4)^3}$ est :

A. $\frac{1}{4(x^2+4)^2}$

C. $-\frac{1}{x^2+4}$

B. $-\frac{1}{4(x^2+4)^2}$

D. $-\frac{1}{2(x^2+4)^2}$

Q48 Une primitive de $x/\sqrt{x^2+4}$ est :

A. $\frac{1}{2}\sqrt{x^2+4}$

C. $-\sqrt{x^2+4}$

B. $2\sqrt{x^2+4}$

D. $\sqrt{x^2+4}$

Q49 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $\frac{3x^2}{\sqrt{x^3+1}}$ est :

A. $\frac{2}{3}\sqrt{x^3+1}$

C. $-2\sqrt{x^3+1}$

B. $2\sqrt{x^3+1}$

D. $\sqrt{x^3+1}$

Q50 Sur $] -\pi/2; \pi/2[$, une primitive de $\frac{\sin x}{\cos^2 x}$ est :

A. $-\tan x$

C. $-\frac{1}{\cos x}$

B. $\tan x$

D. $\frac{1}{\cos x}$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 11 / 18 · MÉTHODES

Une valeur imposée

Calculer la constante après avoir trouvé une primitive.

Q51 F est une primitive de $2x$ et $F(1) = 4$. Alors :

A. $F(x) = x^2 + 3$

B. $F(x) = x^2 + 4$

C. $F(x) = 2x^2 + 2$

D. $F(x) = x^2 - 3$

Q52 F est une primitive de $3x^2 - 2$ et $F(0) = 5$. Alors :

A. $F(x) = x^3 - 2x - 5$

B. $F(x) = 3x^3 - 2x + 5$

C. $F(x) = x^3 - 2x + 5$

D. $F(x) = x^3 - 2x$

Q53 Sur $]0; +\infty[$, $F' = 1/x^2$ et $F(1) = 0$. Alors :

A. $F(x) = \frac{1}{x} - 1$

B. $F(x) = 1 - \frac{1}{x}$

C. $F(x) = 1 + \frac{1}{x}$

D. $F(x) = -\frac{1}{x}$

Q54 $F' = \cos(2x)$ et $F(0) = 1$. Alors :

A. $F(x) = 1 + \frac{1}{2} \sin(2x)$

B. $F(x) = 1 - \frac{1}{2} \sin(2x)$

C. $F(x) = 1 + \sin(2x)$

D. $F(x) = \frac{1}{2} \sin(2x)$

Q55 Sur $]0; +\infty[$, $F' = 1/\sqrt{x}$ et $F(4) = 1$. Quelle est $F(9)$?

A. 5

B. 3

C. 6

D. -3

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 12 / 18 · RAISONNEMENT

Vérifier une proposition

Une seule dérivation permet de tester une candidate.

Q56 Pour quelle fonction f la fonction $F(x) = (x^2 + 1)^3$ est-elle une primitive ?

A. $f(x) = (x^2 + 1)^2$

B. $f(x) = 6(x^2 + 1)^2$

C. $f(x) = 6x(x^2 + 1)^2$

D. $f(x) = 3(x^2 + 1)^2$

Q57 Sur $]1; +\infty[$, la fonction $F(x) = -1/(x - 1)$ est une primitive de :

A. $\frac{1}{x - 1}$

B. $-\frac{1}{(x - 1)^2}$

C. $\frac{1}{(x - 1)^2}$

D. $\frac{2}{(x - 1)^3}$

Q58 Sur $]0; +\infty[$, $F(x) = x\sqrt{x}$ est une primitive de :

A. $\frac{3}{2}\sqrt{x}$

B. $\frac{1}{2\sqrt{x}}$

C. $\sqrt{x}$

D. $\frac{2}{3}x\sqrt{x}$

Q59 Sur $]0; +\infty[$, un élève propose $F(x) = 1/x$ comme primitive de $1/x^2$. Quelle correction convient ?

A. remplacer F par $2/x$

B. remplacer F par $-1/x$

C. ajouter seulement une constante

D. garder F , la formule est juste

Q60 La fonction $F(x) = x^2 \sin x$ est une primitive de :

A. $x^2 \cos x$

B. $2x \cos x$

C. $2x \sin x$

D. $2x \sin x + x^2 \cos x$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 13 / 18 · MÉTHODES

Simplifier avant de chercher

Développer ou réduire avant d'appliquer une formule.

Q61 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $\frac{x^3 + 2x}{x}$ est :

A. $\frac{x^3}{3} + 2x$

B. $\frac{x^3}{3} + 2$

C. $\frac{x^4}{4} + x^2$

D. $x^3 + 2x$

Q62 Une primitive de $(x + 1)(x - 1)$ est :

A. $\frac{x^3}{3} - x$

B. $\frac{x^3}{3} + x$

C. $x^2 - 1$

D. $\frac{x^3}{3} - 1$

Q63 Sur $]0; +\infty[$, une primitive de $\frac{x^2 + 1}{x^2}$ est :

A. $x - \frac{1}{x}$

B. $\frac{x^3}{3} - \frac{1}{x}$

C. $1 - \frac{1}{x}$

D. $x + \frac{1}{x}$

Q64 Une primitive de $\sin^2 x + \cos^2 x$ est :

A. $2x$

B. 0

C. x

D. $\sin x - \cos x$

Q65 Une primitive de $\cos^2 x$ est :

A. $\frac{x}{2} + \frac{1}{4} \sin(2x)$

B. $\frac{x}{2} - \frac{1}{4} \sin(2x)$

C. $\frac{1}{2} \sin^2 x$

D. $\frac{x}{2} + \frac{1}{2} \sin(2x)$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 14 / 18 · RAISONNEMENT

Variations d'une primitive

Le signe de f donne les variations de sa primitive F .

Q66 F est une primitive de f sur I et $f(x) > 0$ sur I . Alors F est :

- A.** strictement décroissante
- B.** nécessairement positive
- C.** constante
- D.** strictement croissante

Q67 $F' = f$ sur $\mathbb{R}$. Si $f < 0$ sur $] -\infty; 2[$ et $f > 0$ sur $]2; +\infty[$, avec $f(2) = 0$, alors :

- A.** $F(2) = 0$ nécessairement
- B.** F admet un minimum en 2
- C.** F admet un maximum en 2
- D.** F est croissante sur $\mathbb{R}$

Q68 F est une primitive de $f(x) = x^2$. Alors F est :

- A.** constante près de 0
- B.** minimale en 0
- C.** décroissante sur $] -\infty; 0]$
- D.** strictement croissante sur $\mathbb{R}$

Q69 $F' = x^2 - 1$ sur $\mathbb{R}$. Sur quel intervalle F est-elle strictement décroissante ?

- A.** $\mathbb{R}$
- B.** $] -\infty; -1]$
- C.** $[-1; 1]$
- D.** $[1; +\infty[$

Q70 F est une primitive de f avec $f(1) = 0$ et $F(1) = 3$. La tangente à la courbe de F en $x = 1$ est :

- A.** $x = 1$
- B.** $y = 3$
- C.** $y = 0$
- D.** $y = x + 2$

Score : _____ / 5

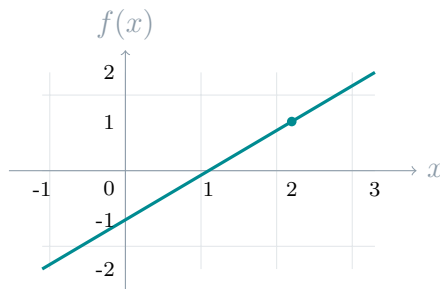
À revoir : _____

SÉRIE 15 / 18 · RAISONNEMENT

Lire un graphique

Lire le signe de f , puis interpréter la pente de F .

Q71 Le graphique représente f sur $[-1; 3]$. Si $F' = f$, à quelle abscisse F atteint-elle son minimum sur cet intervalle ?



Graphique commun à cette série.

La droite passe par $(0; -1)$ et $(2; 1)$.

- A.** 3 **B.** 0
C. -1 **D.** 1

Q72 Sur le même graphique, si F est une primitive de f , que vaut $F'(2)$?

- A.** 1 **B.** 0
C. 2 **D.** -1

Q73 Sur le même graphique, que peut-on déduire de $f(0) = -1$ pour une primitive F ?

- A.** F admet un minimum en 0
B. $F(0) = -1$
C. la pente de F en 0 vaut -1
D. $F(0) = 0$

Q74 Toujours avec le graphique, on impose $F(1) = 2$. La tangente à la courbe de F en 1 est :

- A.** $y = x - 1$ **B.** $y = x + 1$
C. $y = 2$ **D.** $y = 0$

Q75 Deux primitives F et G de la fonction du graphique vérifient $F(0) = 1$ et $G(0) = 4$. Sur $[-1; 3]$:

- A.** $G(x) = 4F(x)$
B. $G(x) = F(x) + 3$
C. $G(x) = F(x) + 4$
D. $G(x) = F(x) - 3$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 16 / 18 · APPROFONDISSEMENT

Déterminer des paramètres

Comparer les coefficients ou utiliser une condition donnée.

Q76 On pose $F(x) = ax^3 + bx + c$. Pour que F soit une primitive de $6x^2 - 4$, il faut :

A. $a = 2$ et $b = -4$

B. $a = 2$ et $b = 4$

C. $a = 6$ et $b = -4$

D. $a = 3$ et $b = -4$

Q77 Pour que $F(x) = a \sin(2x) + b$ soit une primitive de $3 \cos(2x)$, il faut :

A. $a = 3$, avec b quelconque

B. $a = -3/2$, avec b quelconque

C. $a = 6$, avec b quelconque

D. $a = 3/2$, avec b quelconque

Q78 $F(x) = ax^2 + bx + c$ est une primitive de $4x - 3$ et $F(1) = 0$. Le triplet $(a; b; c)$ vaut :

A. $(2; 3; -5)$

B. $(2; -3; 1)$

C. $(2; -3; -1)$

D. $(4; -3; -1)$

Q79 Sur $]0; +\infty[$, $F(x) = a/x + b$ est une primitive de $2/x^2$ et $F(1) = 5$. Alors :

A. $a = -2$ et $b = 7$

B. $a = 2$ et $b = 7$

C. $a = 2$ et $b = 3$

D. $a = -2$ et $b = 3$

Q80 Pour $F(x) = x^3 + ax^2 + bx$, on impose $F'(x) = 3(x - 1)^2$. Alors :

A. $a = -3$ et $b = -3$

B. $a = 3$ et $b = 3$

C. $a = -3$ et $b = 3$

D. $a = -6$ et $b = 3$

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 17 / 18 · RAISONNEMENT

Éviter les pièges

Distinguer une primitive, toutes les primitives et l'intervalle.

Q81 Pour un réel α , la formule $x^{\alpha+1}/(\alpha+1)$ fournit une primitive de x^α sur $]0; +\infty[$ à condition que :

- A.** α soit un entier positif uniquement
- B.** $\alpha > 0$ uniquement
- C.** $\alpha \neq 0$
- D.** $\alpha \neq -1$

Q82 Sur $\mathbb{R}$, $F(x) = x^2$ et $G(x) = x^2 + 5$. Quelle affirmation est exacte ?

- A.** seule G est une primitive de $2x$
- B.** G est une primitive de $2x + 5$
- C.** seule F est une primitive de $2x$
- D.** les deux sont des primitives de $2x$

Q83 Sur un intervalle I , si f est continue, combien existe-t-il de primitives de f vérifiant une valeur $F(a) = b$, avec $a \in I$?

- A.** exactement une
- B.** une infinité
- C.** exactement deux
- D.** aucune

Q84 Sur $\mathbb{R}^*$, on a $F' = G'$. Sans autre hypothèse, quelle conclusion est toujours valable ?

- A.** $F = G$ sur $\mathbb{R}^*$
- B.** $F + G$ est constante sur $\mathbb{R}^*$
- C.** $F - G$ est constante sur chaque intervalle $] -\infty; 0[$ et $]0; +\infty[$
- D.** $F - G$ a nécessairement une seule constante sur $\mathbb{R}^*$

Q85 Si $F' = f$ et $G' = g$, quelle expression est la dérivée de FG ?

- A.** fg
- B.** $fG + Fg$
- C.** $f + g$
- D.** FG

Score : _____ / 5

À revoir : _____

SÉRIE 18 / 18 · APPROFONDISSEMENT

Applications et synthèse

Combiner calcul, condition initiale et interprétation.

Q86 Un mobile a pour vitesse $v(t) = 6t - 4$ en m/s et sa position vérifie $s(0) = 2$ m. Quelle est sa position $s(t)$?

A. $s(t) = 3t^2 - 4t + 2$

B. $s(t) = 3t^2 - 4t$

C. $s(t) = 6t + 2$

D. $s(t) = 6t^2 - 4t + 2$

Q87 Un mobile vérifie $a(t) = 4$ m/s², $v(0) = 3$ m/s et $s(0) = -1$ m. Quelle est $s(t)$?

A. $s(t) = 2t^2 + 3t + 1$

B. $s(t) = 4t^2 + 3t - 1$

C. $s(t) = 2t^2 + 3t - 1$

D. $s(t) = 4t + 2$

Q88 Une primitive F de $2x + 1$ vérifie $F(2) = 7$. Que vaut $F(0)$?

A. 1

B. 0

C. -1

D. 7

Q89 Sur $]0; +\infty[$, $F' = 2x - 2/x^2$ et $F(1) = 0$. Quelle est F ?

A. $F(x) = 2x^2 + \frac{2}{x} - 4$

B. $F(x) = x^2 + \frac{2}{x}$

C. $F(x) = x^2 + \frac{2}{x} - 3$

D. $F(x) = x^2 - \frac{2}{x} + 1$

Q90 $F' = 2x(x^2 + 1)$ sur $\mathbb{R}$ et $F(0) = 0$. Quelle est la valeur minimale de F ?

A. $-1/2$, atteinte en $x = 0$

B. 0, atteinte en $x = 0$

C. $1/2$, atteinte en $x = 0$

D. F n'a pas de minimum

Score : _____ / 5

À revoir : _____

VÉRIFIER SES CHOIX

Grille des réponses

Une seule réponse correcte pour chaque question. Les justifications se trouvent aux pages suivantes.

Série	Question : réponse				
01	1 : C	2 : B	3 : B	4 : A	5 : D
02	6 : A	7 : C	8 : C	9 : A	10 : D
03	11 : C	12 : B	13 : B	14 : D	15 : B
04	16 : D	17 : A	18 : A	19 : D	20 : B
05	21 : D	22 : A	23 : D	24 : B	25 : D
06	26 : D	27 : A	28 : B	29 : D	30 : C
07	31 : A	32 : B	33 : C	34 : D	35 : C
08	36 : D	37 : A	38 : C	39 : B	40 : B
09	41 : C	42 : D	43 : D	44 : C	45 : C
10	46 : B	47 : B	48 : D	49 : B	50 : D
11	51 : A	52 : C	53 : B	54 : A	55 : B
12	56 : C	57 : C	58 : A	59 : B	60 : D
13	61 : A	62 : A	63 : A	64 : C	65 : A
14	66 : D	67 : B	68 : D	69 : C	70 : B
15	71 : D	72 : A	73 : C	74 : C	75 : B
16	76 : A	77 : D	78 : B	79 : A	80 : C
17	81 : D	82 : D	83 : A	84 : C	85 : B
18	86 : A	87 : C	88 : A	89 : C	90 : B

Transformer une erreur en méthode

Pour chaque question manquée, noter une ligne : « J'ai oublié... » ou « La bonne méthode est... ». Puis refaire le calcul sans regarder le corrigé.

Mon score total : _____ / 90

Date : _____

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 1 à 12

Q1 Réponse C. La définition est $F'(x) = f(x)$ pour tout $x \in I$. On dérive la primitive pour retrouver la fonction.

Q2 Réponse B. $(4x + C)' = 4$. La dérivée d'une constante réelle C est nulle.

Q3 Réponse B. $G' = F' + 0 = f$. Ajouter une constante conserve la propriété d'être une primitive.

Q4 Réponse A. $(F - G)' = f - f = 0$. Une fonction de dérivée nulle sur un intervalle est constante.

Q5 Réponse D. On dérive terme à terme : $F'(x) = 3x^2 - 2 + 0$.

Q6 Réponse A. La dérivée de $x^5/5$ est x^4 . On ajoute 1 à l'exposant et on divise par 5.

Q7 Réponse C. $6x^3/3 = 2x^3$, dont la dérivée vaut $6x^2$.

Q8 Réponse C. $5x^4$ donne x^5 et $-3x^2$ donne $-x^3$.

Q9 Réponse A. La dérivée de $x^{n+1}/(n+1)$ est x^n . Le dénominateur $n+1$ est non nul.

Q10 Réponse D. On traite les trois termes : $3x^2 \mapsto x^3$, $-4x \mapsto -2x^2$ et $2 \mapsto 2x$.

Q11 Réponse C. La dérivée de $2F - 3G$ est $2F' - 3G' = 2f - 3g$.

Q12 Réponse B. Le coefficient $1/2$ reste devant la primitive $x^3/3$; la constante -3 donne $-3x$.

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 13 à 24

Q13 Réponse B. On obtient successivement x^4 , x^2 et $-5x$.

Q14 Réponse D. $(-5F)' = -5F' = -5f$. Multiplier une fonction par un réel multiplie sa primitive par ce réel.

Q15 Réponse B. La dérivée de $x^3/3$ est x^2 et celle de $\sin x$ est $\cos x$.

Q16 Réponse D. $1/x^2 = x^{-2}$. Une primitive est $x^{-1}/(-1) = -1/x$.

Q17 Réponse A. $3x^{-4}$ donne $3x^{-3}/(-3) = -x^{-3}$.

Q18 Réponse A. La formule s'applique aussi sur l'intervalle négatif : $(-1/(2x^2))' = 1/x^3$.

Q19 Réponse D. $-4x^{-3}$ donne $2x^{-2}$. Vérification : $(2/x^2)' = -4/x^3$.

Q20 Réponse B. On augmente l'exposant -5 de 1, puis on divise par -4 .

Q21 Réponse D. $\sqrt{x} = x^{1/2}$, donc une primitive est $x^{3/2}/(3/2) = \frac{2}{3}x\sqrt{x}$.

Q22 Réponse A. La dérivée de $2\sqrt{x}$ est $2/(2\sqrt{x}) = 1/\sqrt{x}$.

Q23 Réponse D. $x\sqrt{x} = x^{3/2}$ donne $x^{5/2}/(5/2) = \frac{2}{5}x^2\sqrt{x}$.

Q24 Réponse B. $1/(x\sqrt{x}) = x^{-3/2}$. La primitive obtenue est $x^{-1/2}/(-1/2) = -2/\sqrt{x}$.

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 25 à 36

Q25 Réponse D. On applique la linéarité : $3 \times \frac{2}{3}x\sqrt{x} - 2 \times 2\sqrt{x}$.

Q26 Réponse D. La dérivée de $(2x + 1)^4$ vaut $8(2x + 1)^3$. Il faut donc diviser par 8.

Q27 Réponse A. La dérivée de $(3x - 2)^5/3$ est $5 \times 3(3x - 2)^4/3 = 5(3x - 2)^4$.

Q28 Réponse B. Dériver $-\frac{1}{2}(2x + 1)^{-1}$ donne $(-\frac{1}{2})(-1) \times 2(2x + 1)^{-2}$.

Q29 Réponse D. La dérivée de $\sqrt{3x + 1}$ vaut $3/(2\sqrt{3x + 1})$. Le coefficient correct est $2/3$.

Q30 Réponse C. La dérivée de $-(4 - 2x)^{3/2}/3$ vaut $(-1/3)(3/2)(-2)\sqrt{4 - 2x}$.

Q31 Réponse A. $(\sin x)' = \cos x$.

Q32 Réponse B. $(\cos x)' = -\sin x$, donc $(-\cos x)' = \sin x$.

Q33 Réponse C. La dérivée de $3 \cos x$ vaut $-3 \sin x$: le signe plus est nécessaire dans la primitive.

Q34 Réponse D. On utilise $(\tan x)' = 1/\cos^2 x$ sur un intervalle où $\cos x \neq 0$.

Q35 Réponse C. $F(x) = -\cos x + C$. Comme $F(0) = -1 + C = 2$, on a $C = 3$.

Q36 Réponse D. Dériver $\sin(3x)$ produit un facteur 3. On le compense en divisant par 3.

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 37 à 48

Q37 Réponse A. Le signe moins compense la dérivée du cosinus, et le facteur $1/2$ compense la dérivée de $2x + 1$.

Q38 Réponse C. Les coefficients deviennent $4/2 = 2$ et $6/3 = 2$. La dérivée du second terme est bien $-6 \sin(3x)$.

Q39 Réponse B. $(\tan(2x))' = 2/\cos^2(2x)$. Il faut diviser par 2.

Q40 Réponse B. La dérivée intérieure vaut -2 . Le coefficient $-1/2$ donne le produit 1.

Q41 Réponse C. Poser $u = x^2 + 1$ donne $u' = 2x$. On reconnaît $u'u^3$, de primitive $u^4/4$.

Q42 Réponse D. La dérivée de $(x^2 + 3)^5$ vaut $10x(x^2 + 3)^4$, donc on divise par 10.

Q43 Réponse D. La dérivée de $u = x^3 - x + 2$ est $3x^2 - 1$. Une primitive de $u'u^2$ est $u^3/3$.

Q44 Réponse C. La dérivée de $\sin^2 x$ est $2 \sin x \cos x$. Une division par 2 suffit.

Q45 Réponse C. Avec $u = \sin x$ et $u' = \cos x$, la forme $u'u^3$ donne $u^4/4$.

Q46 Réponse B. On reconnaît u'/u^2 avec $u = x^2 + 1$. La dérivée de $-1/u$ est u'/u^2 .

Q47 Réponse B. La dérivée de $(x^2 + 4)^{-2}$ vaut $-4x(x^2 + 4)^{-3}$. On multiplie donc par $-1/4$.

Q48 Réponse D. $(\sqrt{x^2 + 4})' = 2x/(2\sqrt{x^2 + 4}) = x/\sqrt{x^2 + 4}$.

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 49 à 60

Q49 Réponse B. La forme $u'/\sqrt{u}$ a pour primitive $2\sqrt{u}$. Ici $u = x^3 + 1$ et $u' = 3x^2$.

Q50 Réponse D. La dérivée de $1/\cos x$ est $-(-\sin x)/\cos^2 x = \sin x/\cos^2 x$.

Q51 Réponse A. $F(x) = x^2 + C$. La condition $1 + C = 4$ donne $C = 3$.

Q52 Réponse C. La famille est $x^3 - 2x + C$. En $x = 0$, la valeur est C , donc $C = 5$.

Q53 Réponse B. $F(x) = -1/x + C$ et $-1 + C = 0$, donc $C = 1$.

Q54 Réponse A. $F(x) = \frac{1}{2}\sin(2x) + C$. Comme $\sin 0 = 0$, la condition impose $C = 1$.

Q55 Réponse B. $F(x) = 2\sqrt{x} + C$. On obtient $4 + C = 1$, donc $C = -3$, puis $F(9) = 6 - 3 = 3$.

Q56 Réponse C. La dérivation composée donne $F'(x) = 3(x^2 + 1)^2 \times 2x$.

Q57 Réponse C. Le signe moins de F compense celui provenant de la dérivation de l'inverse.

Q58 Réponse A. $x\sqrt{x} = x^{3/2}$, donc $F'(x) = \frac{3}{2}x^{1/2}$.

Q59 Réponse B. $(1/x)' = -1/x^2$. Ajouter une constante ne corrige pas ce signe ; il faut prendre $-1/x$.

Q60 Réponse D. La dérivée d'un produit est $u'v + uv'$. Ici, les deux termes sont nécessaires.

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 61 à 72

Q61 Réponse A. Sur l'intervalle indiqué, le quotient se simplifie en $x^2 + 2$, puis on traite chaque terme.

Q62 Réponse A. L'identité remarquable donne $(x + 1)(x - 1) = x^2 - 1$.

Q63 Réponse A. Le quotient vaut $1 + 1/x^2$, de primitive $x - 1/x$.

Q64 Réponse C. L'identité $\sin^2 x + \cos^2 x = 1$ ramène la question à une fonction constante.

Q65 Réponse A. Utiliser $\cos^2 x = (1 + \cos(2x))/2$. On obtient $x/2 + \sin(2x)/4$.

Q66 Réponse D. $F' = f > 0$ entraîne la croissance stricte. Cela ne fixe pas le signe de F .

Q67 Réponse B. La dérivée $F' = f$ passe du signe moins au signe plus : F décroît puis croît.

Q68 Réponse D. $F(x) = x^3/3 + C$, fonction strictement croissante. Sa dérivée s'annule en un point sans changer de signe.

Q69 Réponse C. $F'(x) = (x - 1)(x + 1) < 0$ pour $-1 < x < 1$. La fonction décroît entre ces deux bornes.

Q70 Réponse B. La pente vaut $F'(1) = f(1) = 0$. La tangente est horizontale et passe par $(1; 3)$.

Q71 Réponse D. Le graphique donne $f < 0$ avant 1 et $f > 0$ après 1. Ainsi F décroît puis croît, avec un minimum en 1.

Q72 Réponse A. Une primitive vérifie $F'(2) = f(2)$. Le point d'abscisse 2 sur la droite a pour ordonnée 1.

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 73 à 84

Q73 Réponse C. Le graphique donne la valeur de $F' = f$, donc une pente. Il ne donne pas la valeur de $F(0)$.

Q74 Réponse C. Le graphique donne $f(1) = 0$. La pente $F'(1)$ est donc nulle ; la tangente passe par $(1; 2)$.

Q75 Réponse B. La différence $G - F$ est constante sur l'intervalle. En 0, elle vaut $4 - 1 = 3$.

Q76 Réponse A. $F'(x) = 3ax^2 + b$. Comparer à $6x^2 - 4$ donne $3a = 6$ et $b = -4$; c reste libre.

Q77 Réponse D. $F'(x) = 2a \cos(2x)$. On impose $2a = 3$, tandis que la constante b disparaît.

Q78 Réponse B. La dérivée impose $2a = 4$ et $b = -3$. Puis $F(1) = 2 - 3 + c = 0$ donne $c = 1$.

Q79 Réponse A. $F'(x) = -a/x^2$ impose $a = -2$. Puis $-2 + b = 5$ donne $b = 7$.

Q80 Réponse C. Développer : $3(x - 1)^2 = 3x^2 - 6x + 3$. Comparer à $F' = 3x^2 + 2ax + b$ donne $a = -3$ et $b = 3$.

Q81 Réponse D. Le dénominateur doit être non nul : $\alpha + 1 \neq 0$. La fonction $1/x$ nécessite une autre formule.

Q82 Réponse D. $F'(x) = G'(x) = 2x$. Une même fonction possède toute une famille de primitives.

Q83 Réponse A. La continuité assure l'existence d'une primitive. La condition en un point détermine ensuite sa constante de façon unique.

Q84 Réponse C. Le résultat s'applique sur un intervalle. Sur les deux composantes de $\mathbb{R}^*$, les constantes peuvent être différentes.

COMPRENDRE EN QUELQUES LIGNES

Corrigés 85 à 90

Q85 Réponse B. La règle du produit donne $(FG)' = F'G + FG' = fG + Fg$. Multiplier deux primitives ne donne généralement pas une primitive du produit.

Q86 Réponse A. La vitesse est la dérivée de la position : $s' = v$. Une primitive vaut $3t^2 - 4t + C$, puis $s(0) = 2$ impose $C = 2$.

Q87 Réponse C. De $v' = 4$ et $v(0) = 3$, on tire $v(t) = 4t + 3$. Puis $s' = v$ donne $s(t) = 2t^2 + 3t - 1$.

Q88 Réponse A. $F(x) = x^2 + x + C$. La condition $4 + 2 + C = 7$ donne $C = 1$, donc $F(0) = 1$.

Q89 Réponse C. Une primitive générale est $x^2 + 2/x + C$. Comme $F(1) = 3 + C = 0$, on trouve $C = -3$.

Q90 Réponse B. $F(x) = (x^2 + 1)^2/2 - 1/2 = x^4/2 + x^2$. Cette somme est positive ou nulle et vaut 0 seulement en $x = 0$.

Avant de tourner la page**Je sais...**

- ☐ reconnaître une primitive en la dérivant ;
- ☐ utiliser les formules usuelles et la linéarité ;
- ☐ repérer une composition et son coefficient ;
- ☐ calculer la constante grâce à une valeur donnée ;
- ☐ lire les variations de F à partir du signe de f ;
- ☐ vérifier l'intervalle et contrôler ma réponse.

Une primitive trouvée. Une dérivée pour vérifier.