

Exercice 1

Calculer les intégrales suivantes

$$1 \quad I = \int_{-1}^1 (x^5 - 2x^3) dx$$

$$2 \quad J = \int_1^3 (2x+1)^2 dx$$

$$3 \quad K = \int_2^3 \frac{x}{(1-3x^2)^2} dx$$

$$4 \quad L = \int_{-3}^{-2} \frac{4}{x^2} dx$$

$$5 \quad M = \int_0^1 x(x^2+4)^4 dx$$

$$6 \quad N = \int_0^1 (x-1)^7 dx$$

$$7 \quad E = \int_0^1 \sqrt{2x+1} dx$$

$$8 \quad F = \int_1^2 \frac{3x+6}{(x^2+4x+3)^4} dx$$

$$9 \quad G = \int_0^1 \frac{3}{(3x-4)^5} dx$$

$$10 \quad H = \int_1^e \frac{\ln^2 x}{x} dx$$

$$11 \quad S = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln x} dx$$

$$12 \quad A = \int_e^{e^2} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$$

$$13 \quad B = \int_e^{e^2} \frac{1}{x\sqrt{\ln x}} dx$$

$$14 \quad C = \int_e^{e^2} \frac{\ln^3 x + \ln^5 x}{x \ln x} dx$$

$$15 \quad D = \int_0^1 e^x (e^x + 5)^2 dx$$

$$16 \quad P = \int_0^1 \frac{e^x}{\sqrt{e^x+2}} dx$$

$$17 \quad Y = \int_0^1 x e^{x^2} dx$$

$$18 \quad T = \int_0^{\pi/4} \cos(2x) dx$$

$$19 \quad R = \int_{\pi/3}^{-\pi} \sin\left(\frac{\pi}{3} - x\right) dx$$

$$20 \quad Z = \int_0^{\ln 2} e^{x/2} dx$$

$$21 \quad W = \int_0^1 e^{-x} (e^{3x} + 1) dx$$

$$22 \quad O = \int_0^1 (2x - 3\sqrt[3]{x}) dx$$

$$23 \quad Q = \int_0^4 \left(\frac{4}{\sqrt{x}} - 1 \right) dx$$

$$24 \quad I_1 = \int_{-1}^1 |e^x - 1| dx$$

Exercice 2

Calculer, en utilisant une intégration par parties

$$1 \quad I_1 = \int_1^e \ln(x) dx$$

$$2 \quad I_2 = \int_0^{\ln 2} x e^x dx$$

$$3 \quad I_3 = \int_1^2 \frac{\ln(x)}{x^2} dx$$

$$4 \quad I_4 = \int_1^e (x+1) \ln(x) dx$$

$$5 \quad I_5 = \int_0^{\pi} e^{-x} \sin x dx$$

$$6 \quad I_6 = \int_0^1 (2x+1) e^{-x} dx$$

$$7 \quad I_7 = \int_0^1 (x+2) e^x dx$$

$$8 \quad I_8 = \int_0^{-1} x e^{2x+1} dx$$

$$9 \quad I_9 = \int_0^{\ln 2} (x^2+1) e^{2x} dx$$

$$10 \quad I_{10} = \int_{-1}^0 x \sqrt{1-x} dx$$

$$11 \quad I_{11} = \int_0^{\pi/4} x \cos(2x) dx$$

$$I_{12} = \int_2^3 x \ln(x) dx$$

$$I_{13} = \int_0^{\pi/2} x \sin(x) dx$$

$$I_{14} = \int_0^{\pi} 2x \cos^2(x) dx$$

$$I_{15} = \int_0^1 x^2 \ln(x^2 + 1) dx$$

$$I_{16} = \int_0^{\pi} e^x \cos(x) dx$$

$$I_{17} = \int_0^1 x \ln(x+1) dx$$

$$I_{18} = \int_0^{\pi/2} (x+1) \cos(x) dx$$

Exercice 3

On pose : $I = \int_0^{\pi/4} \frac{\cos(x)}{\cos(x) + \sin(x)} dx$ et

$$J = \int_0^{\pi/4} \frac{\sin(x)}{\cos(x) + \sin(x)} dx$$

1 Calculer $I+J$ et $I-J$

2 En déduire la valeur de I et J .

Exercice 4

Soit f la fonction numérique définie sur $\mathbb{R} \setminus \{-1; 1\}$ par : $f(x) = \frac{3x+1}{x^2-1}$.

1 Déterminer les réels a et b tels que :

$$\frac{3x+1}{x^2-1} = \frac{a}{x-1} + \frac{b}{x+1}$$

2 En déduire la valeur de l'intégrale :

$$\int_2^3 \frac{3x+1}{x^2-1} dx$$

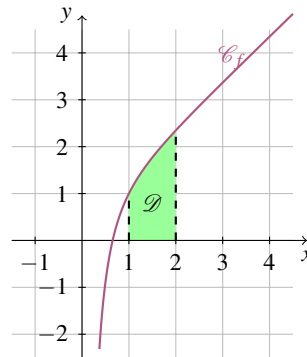
Exercice 5

la fonction numérique définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{x^2 + \ln(x)}{x}$$

(C_f) sa courbe représentative tracée ci-dessous dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ (unité : 1 cm).

Déterminer, en cm^2 , l'aire $\mathcal{A}$ du domaine $\mathcal{D}$ délimité par (C_f) , l'axe des abscisses et les deux droites d'équations $x=1$ et $x=2$.



Exercice 6

Le plan est rapporté à un repère orthogonal $(O, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = 3 \text{ cm}$ et $\|\vec{j}\| = 2 \text{ cm}$.

1 Soit f définie sur $]0, +\infty[$ par : $f(x) = \frac{1}{x(x+1)}$ et (C_f) sa courbe.

(a) Vérifier que :

$$\forall x \in]0, +\infty[: f(x) = \frac{1}{x} - \frac{1}{x+1}.$$

(b) Calculer A , l'aire du domaine plan limité par la courbe (C_f) , la droite (Ox) et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

2 Soit g la fonction définie par : $g(x) = \sin(x)$ et (C_g) sa courbe.

Calculer l'aire du domaine délimité par la courbe de g et les droites d'équations :

$$x = \frac{\pi}{2} \quad \text{et} \quad x = -\frac{\pi}{2}.$$

Exercice 7

Le plan est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$ avec $\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}$. Soit f la fonction définie sur $]0, +\infty[$ par :

$$f(x) = x + \left(1 - \frac{2}{x}\right) \ln(x).$$

1 Montrer que (C_f) , la courbe de f , est en dessous de la droite (D) d'équation $y=x$ sur l'intervalle $[1, 2]$.

2 Par intégration par parties, montrer que $\int_1^2 \left(\frac{2}{x} - 1\right) \ln x dx = (1 - \ln 2)^2$.

3 Déduire l'aire du domaine plan délimité par (C_f) , la droite (D) et les droites d'équations $x=1$ et $x=2$.

Exercice 8

L'espace est rapporté à un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ avec

$$\|\vec{i}\| = 1 \text{ cm}.$$

Calculer en cm^3 le volume du solide de révolution engendré par la rotation de (C_f) par rapport à (Ox) (tour complet) sur I .

1 $f(x) = e^x$ sur $I = [0, 1]$.

2 $g(x) = \sqrt{1-x^2}$ sur $I = [-1, 1]$.