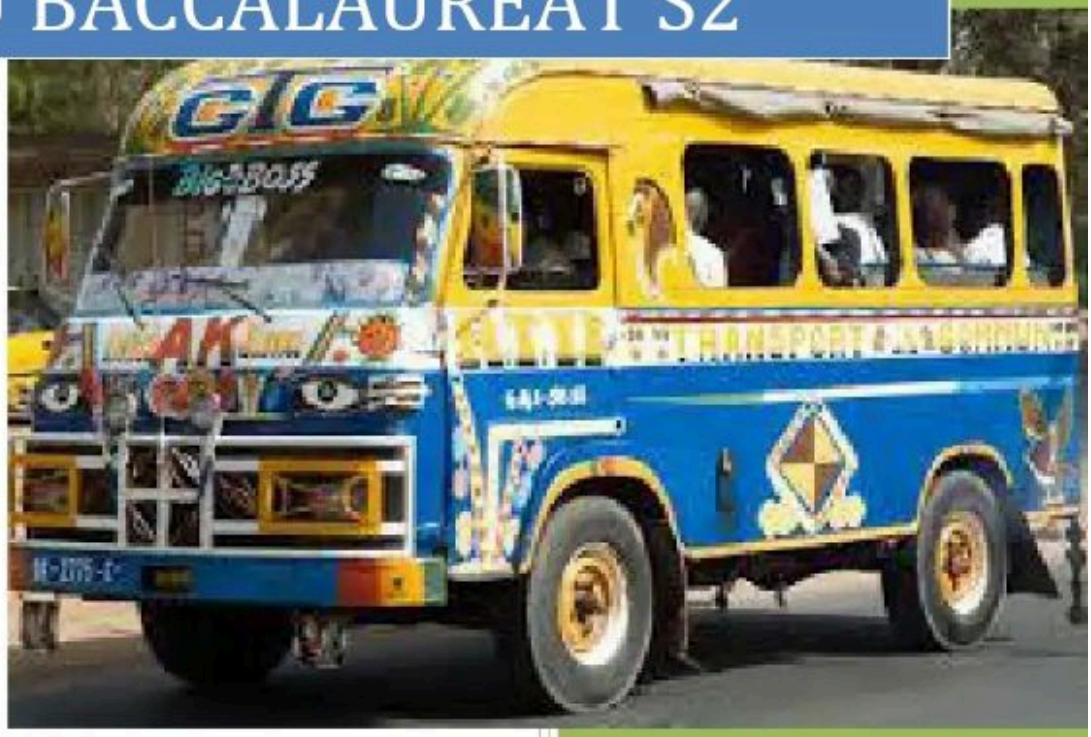
COLLECTION OUTILS POUR L'ELEVE

SCIENCES PHYSIQUES AU BACCALAUREAT S2



$$\begin{array}{l} R-COO-CH_2 \\ | \\ R-COO-CH \\ | \\ R-COO-CH_2 \end{array} + 3\,(Na^+, OH^-) \rightarrow \left(\begin{array}{l} R-COO^- + Na^+ \\ R-COO^- + Na^+ \\ R-COO^- + Na^+ \end{array} \right) + \begin{array}{l} CH_2-OH \\ | \\ CH-OH \\ | \\ CH_2-OH \end{array}$$

Daouda NDONG

TABLE DES MATIERES

PROGRAMME DE TERMINALE S

	PHYSIQUE
NUMERO	TITRE
	PREMIERE PARTIE : CINEMATIQUE -DYNAMIQUE
P1	Cinématique du point
P2	Bases de la dynamique
P3	Applications des Bases de la dynamique
P4	Gravitation universelle
	DEUXIEME PARTIE : ELECTROMAGNETISME
P5	Généralités sur les champs magnétiques – champs magnétiques des courants
P6	Mouvement d'une particule chargée dans un champ électrique uniforme
P7	Loi de Laplace
P8	Induction magnétique - Etude d'un dipôle (R, L)
P9	Etude du dipôle (R,C)
	TROISIEME PARTIE : OSCILLATIONS-OPTIQUE
P10	Oscillations électriques libres et Oscillations électriques forcées
P11	Oscillations mécaniques libres
P12	Interférences lumineuses
	QUATRIEME PARTIE : PHENOMENES CORPUSCULAIRES
P13	Effet photo-électrique : mise en évidence et interprétation
P14	Niveaux d'énergie de l'atome
P15	Réactions nucléaires
	CHIMIE
	CHIMIE ORGANIQUE
C1	Les alcools
C2	Les amines
C3	Acides carboxyliques et dérivés
C9	Acides α-aminés (ou α -aminoacides) (éléments de stéréochimie)*
	CHIMIE GENERALE
C4	Cinétique chimique
C5	Autoprotolyse de l'eau - pH d'une solution aqueuse – Indicateurs colorés
C6	Acide fort – Base forte – Réaction entre un acide fort et une base forte - Dosage
C7	Acides et Bases faibles – Couples Acides-Bases – constante d'acidité et classification des couples Acides-Bases
C8	Réaction entre acide faible/base forte (et vice-versa)- Effet tampon - Dosage

* Ce chapitre sera traité après l'étude des réactions acide-base.

PRESENTATION

CONSEILS AUX ÉLÈVES DE TERMINALE S

Cette annale intitulée **« SCIENCES PHYSIQUES AU BACCALAUREAT S2 »** fait partie d'une série de documents proposant des exercices corrigés et commentés.

Les exercices proposés dans cette annale sont pour l'essentiel extraits des sujets de **baccalauréat S2 des années 1996 à 2014.**

Tous **les exercices sont résolus avec des explications simples mais complètes** dans un langage à la portée des élèves.

Les élèves des classes de Terminales S trouveront dans ce document, nous l'espérons, un moyen d'acquérir rapidement des **méthodes de résolution** leur permettant de mieux faire face aux épreuves du Bac et de concours.

Au travail et du courage !

Daouda NDONG

L'ÉPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES AU BACCALAURÉAT S

☛ NATURE DE L'ÉPREUVE

L'épreuve comporte cinq exercices :

- deux exercices de **CHIMIE,** notés au total sur **6** points en S1 et S3 et **8** points en S2 ;

- trois exercices de **PHYSIQUE,** notés au total sur **14** points en S1et S3 et **12** points en S2.

Le **coefficient** des Sciences physiques au **BAC** est de **8 en TERMINALES S1 et S3** et de **6 en TERMINALES S2.**

☛ DUREE DE L'EPREUVE : 4 HEURES

Le temps consacré à chaque exercice doit être approximativement proportionnel au nombre de points affectés à l'exercice.

☛ POUR REUSSIR L'EPREUVE DE SCIENCES PHYSIQUES, IL FAUT :

① LIRE LA TOTALITE DU SUJET AVANT DE COMMENCER ;

② TRAITER EN PREMIER L'EXERCICE QUI SEMBLE LE PLUS FACILE
(il n'est pas obligatoire de suivre l'ordre des exercices) ;

③ ÉVITER DE PASSER TROP DE TEMPS SUR UN EXERCICE QUI SEMBLE DIFFICILE ;

④ UTILISER, DANS LA LIMITE DU POSSIBLE UNE FEUILLE SEPAREE (INTERCALAIRE) PAR EXERCICE ; CELA PERMET DE PASSER D'UN EXERCICE A L'AUTRE FACILEMENT ;

⑤ BIEN PRESENTER SA COPIE, C'EST A DIRE :

- ne pas recopier l'énoncé ;
- écrire lisiblement ;
- respecter les notations de l'énoncé. Si les notations ne sont pas précisés par le texte, les préciser ;
- respecter la numérotation de l'énoncé ;
- rappeler le but de la question posée ;
- faire des schémas clairs (on peut employer des couleurs sauf le rouge sans tomber dans le dessin d'art ...) ;
- indiquer clairement la méthode ou le théorème utilisé. Tout résultat doit être démontré ;
- éviter les calculs numériques intermédiaires ;
- encadrer le résultat littéral
- souligner le résultat numérique. Ne pas oublier l'unité (l'oubli des unités annule les points prévus pour l'application numérique) ;
- respecter le nombre de chiffres significatifs dans le résultat numérique.

SUJETS

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

EXERCICE 1 — Sujet Bac S2 oct 1986 — 4 points — 40 min

Sur un banc à coussin d'air, on étudie le mouvement rectiligne d'un mobile. Le banc est incliné d'un angle $\alpha = 10°$ par rapport à l'horizontale. Les forces de frottement sont négligeables.
La masse du mobile est m = 25 g. Avec un dispositif approprié, on mesure la vitesse instantanée v du mobile, en fonction de la distance x parcourue. On obtient les résultats suivants :

x(m)	0	0,10	0,20	0,30	0,40	0,50	0,60	0,70
v($m.s^{-1}$)	0	0,58	0,82	1,00	1,17	1,30	1,41	1,55
v^2 ($m^2.s^{-2}$)	0	0,33	0,67	1,00	1,37	1,69	2,00	2,40

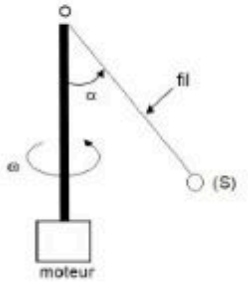
1- Tracer une représentation graphique de $v^2 = f(x)$.
Echelles : absc. : 1 cm pour 0,10 m ; ord. : 5 cm pour 1,00 $m^2.s^{-2}$.

2- En déduire la nature du mouvement et déterminer graphiquement l'accélération a du mouvement.
3- En appliquant le théorème du centre d'inertie, faire une étude théorique du mouvement et déterminer par le calcul la valeur de l'accélération.

EXERCICE 2 — Sujet Bac S2 oct. 1985 — 4 points — 40 min

Pour étudier expérimentalement un pendule conique, un petit moteur électrique M dont on fixe arbitrairement la vitesse de rotation N, en tours.min^{-1}. Sur cet axe, en O, est attaché un fil de longueur ℓ = 1 m. A l'autre bout de ce fil se trouve une sphère métallique de masse m pouvant être assimilé à un point matériel. Les mesures effectuées sont consignées dans le tableau ci-dessous :

N (tour.min^{-1})	50	45	40	35	30
$\frac{1}{N^2}$	$4,0.10^{-4}$	$5,0.10^{-4}$	$6,2.10^{-4}$	$8,2..10^{-4}$	$9,8.10^{-4}$
$\cos\alpha$	0,358	0,442	0,559	0,730	0,874

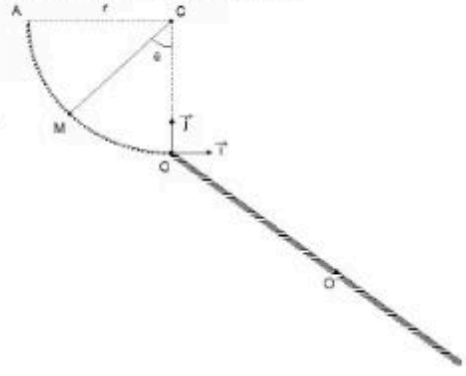


1- Tracer le graphe $\cos\alpha = f(\frac{1}{N^2})$ en choisissant une échelle convenable.
Conclure.
2- Justifier théoriquement ce résultat.
3- A partir du graphe tracé, déduire la valeur de l'intensité de l'accélération de la pesanteur.

EXERCICE 3 — Sujet Bac S2 1991 — 4 points — 40 min

Données : g = 10 $m.s^{-2}$; m = 10 grammes

On dispose d'un rail $\overset{\frown}{AO}$ dont la forme est celle d'un quart de cercle de rayon r = 1,0 mètres, conformément à la figure ci-contre.
Un point matériel de masse m, abandonné sans vitesse initiale, glisse sur le rail sans frottement.
En O est fixé un plan incliné vers le bas de 45°. Le point matériel quittant le rail en O décrit une trajectoire qui rencontre le plan incliné en un point O'.



1- On repère la position du point matériel par l'angle θ. Exprimer $\| \overrightarrow{V_M} \|$, norme de la vitesse du point matériel en M en fonction de θ, r et g.

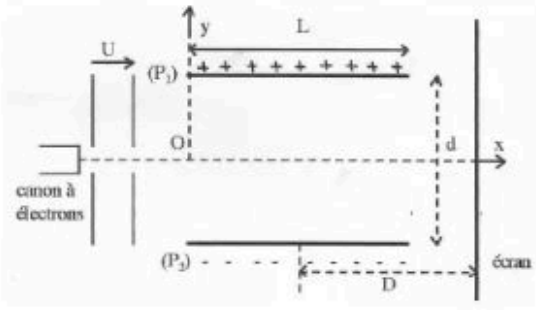
2- Exprimer en fonction de θ, g et m l'intensité de la force $\overrightarrow{\mathcal{R}}$ que le rail exerce sur le point matériel. En quel point cette intensité est-elle maximale ? La calculer.

3- Après avoir déterminé les caractéristiques de la vitesse $\vec{V_0}$ au point O, déterminer l'équation de la trajectoire du point matériel entre O et O', point de contact avec le plan incliné dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.
4) Exprimer la distance OO' en fonction de V_0 et g et la calculer.
5) En réalité, la force de frottement agissant tangentiellement entre A et O n'est pas négligeable. Ainsi, l'expérience donne OO'= 4,7 mètres.
Evaluer, alors, l'intensité de la force f responsable de l'écart entre la valeur expérimentale et la valeur théorique de OO'.

EXERCICE 4 — Sujet Bac S2 1993 — 4 points — 40 min

On donne : $e = 1{,}6.10^{-19}$ C ; $m = 9{,}1.10^{-31}$ kg
On considère un faisceau d'électrons émis à partir du filament d'un canon à électrons d'un oscilloscope. Ces électrons sont émis avec une vitesse initiale nulle et sont accélérés par une tension U réglable établie entre le filament et l'anode A du canon d'électrons.
On règle la tension U pour que les électrons atteignent la vitesse V = 16 000 km.s^{-1}.

1- Calculer la valeur correspondante de U.
2- Le faisceau d'électrons obtenu pénètre entre les plaques horizontales P_1 et P_2 d'un condensateur à la vitesse V = 16 000 km.s^{-1}. La largeur de la plaque est L = 8 cm. La tension entre les armatures est U_1. La distance entre les armatures est d.

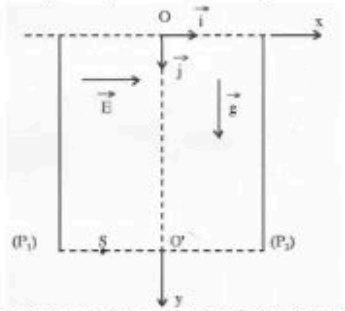


2.1- Etablir l'équation du mouvement d'un électron entre les armatures du condensateur.
2.2- Quelle est la condition d'émergence du faisceau d'électrons ? (relation entre V, U, m, L et d pour que le faisceau d'électrons ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur).
2.3- Un écran est disposé à une distance D du milieu du condensateur. Montrer que la déviation verticale du faisceau d'électrons sur l'écran est proportionnelle à la tension U_1.
2.4- La sensibilité verticale $s = \frac{U_1}{Y}$ vaut 10 V.cm^{-1}. Quelle doit être la distance D sachant que d = 2 cm ?

EXERCICE 5 — 4 points — 40 min

Donnée : g = 10 m.s^{-2}

Une petite sphère électrisée de masse m = 2 g, considérée comme ponctuelle pénètre avec une vitesse nulle au point O, milieu de l'entrée des armatures (P_1) et (P_2) d'un condensateur. La petite sphère porte une charge de valeur absolue |q| = 1,33 μC. Les armatures ont une longueur L = 12 cm et sont distantes de d = 10 cm. La tension entre les armatures du condensateur est U = 1000 V. Il règne concomitamment à l'intérieur des armatures le champ de pesanteur $\vec{g}$ et un champ électrique $\vec{E}$ dont le sens est précisé sur la figure ci-contre.



1- Quel doit être le signe de la charge portée par la sphère pour que celle-ci sorte des armatures au point S ?
2- Montrer que le mouvement de la sphère entre les armatures est uniformément accéléré. Calculer la valeur de son accélération.
3- Etablir en fonction de |q|, m, d, U, g et x l'équation de la trajectoire de la sphère entre les armatures dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$. Donner son expression numérique. Quelle est sa nature ?
4- Déterminer dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$, les coordonnées du point S de sortie de la sphère des armatures.

Télécharger pour lire sans publicité

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

EXERCICE 6 — Sujet Bac S2 1998 — 4 points — 40 min

Tous les frottements sont négligeables ; on prendra g = 10 S.I.

Un solide ponctuel S de masse m est suspendu en un point 0 par l'intermédiaire d'un fil inextensible de longueur ℓ = 50 cm. (Figure 1). Le solide S étant initialement au repos en M_o, on lui communique une vitesse horizontale $\vec{V_o}$ de telle sorte qu'il décrive un mouvement circulaire autour de O, dans le plan vertical.

1- La position M du solide S au cours de son mouvement est repérée par l'angle $\alpha = (\vec{OM_o}, \vec{OM})$. (figure 2).
Montrer que l'intensité de la tension du fil en fonction de la vitesse v du solide, de α, m, g et ℓ vérifie la relation :

$$T = mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{\ell}$$

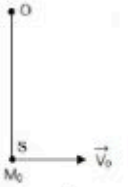


figure 1

2- En déduire la valeur minimale de la vitesse v_H au point culminant H atteint par le solide, pour que le fil reste tendu.

3- En déduire la valeur minimale de la vitesse v_o initialement communiquée au solide.

La vitesse du solide S, en M_o, vaut V_o= 5 m/s. Il se détache, à partir du point E tel que $(\vec{OM_o}, \vec{OE}) = 60°$; sa vitesse est alors V_E. (figure 3)

4 -Déterminer le module V de la vitesse de S en E.

5 - En prenant comme origine des dates l'instant où le solide se détache en E, établir dans le repère $(\vec{EX}, \vec{EY})$ du plan vertical, les équations horaires du mouvement du solide S.

6- En déduire l'équation et la nature de sa trajectoire.

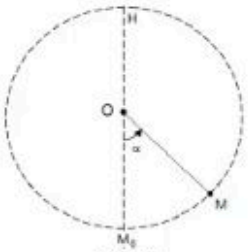


figure 2

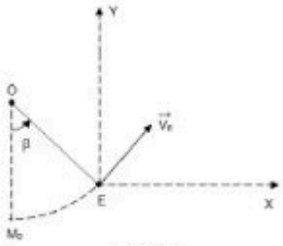


figure 3

EXERCICE 7 — Sujet Bac S2 1999 — 4 points — 40 min

On néglige la résistance de l'air sur les gouttes d'eau ; g = 9,81 m.s^{-2}.

Votre lycée ayant décidé d'installer une fontaine ornementale, il s'agit d'en déterminer les caractéristiques afin d'évaluer son encombrement spatial, à l'entrée de l'établissement. L'eau sera lancée d'un hauteur de 2 m par rapport au sol, par un ajutage* multiple, dans cinq directions formant chacune un angle α avec l'axe vertical Oy, et situées dans un même plan vertical :

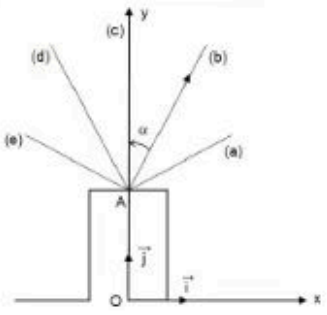
On donne pour α les valeurs suivantes: -60°; -30° ; 0° ; +30° ; +60°.

L'eau sort de chaque ajutage avec la même valeur v_o de la vitesse que l'on déterminera dans la suite.

1- Le jet vertical (c) lance l'eau à la hauteur h = 12 m par rapport au sol. Après avoir énoncé le théorème de l'énergie cinétique, déterminer v_o, vitesse de sortie de l'eau de chaque ajutage.

2- Exprimer l'équation cartésienne de la trajectoire moyenne des gouttes d'eau éjectées en A à la vitesse $\vec{v_o}$ formant un angle α avec l'axe Oy, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

3- Quel diamètre minimum devra avoir le bassin supposé circulaire, recevant l'eau des cinq jets ?



4- Pour le jet (a), déterminer le temps mis par une goutte d'eau pour atteindre le bassin, et donner les caractéristiques du vecteur vitesse à l'arrivée au sol .
(On précisera, en particulier, l'angle α formé par le vecteur vitesse avec la verticale ascendante)

NB : *Un ajutage est un orifice percé dans la paroi d'un réservoir ou d'une canalisation pour permettre l'écoulement de l'eau.*

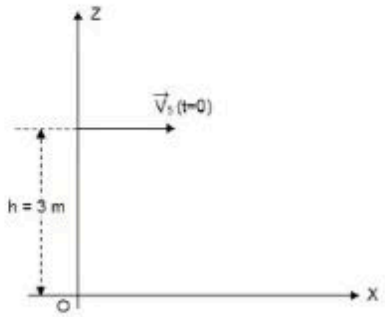
CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

EXERCICE 8 — Sujet Bac S2 2000 — 4 points — 40 min

1 - Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de constante de raideur k = 32 N.m $^{-1}$, de longueur à vide ℓ_0 = 18 cm, retient un solide ponctuel S de masse m = 200 grammes. L'ensemble est mis en mouvement de rotation uniforme autour d'un axe vertical (Δ). Au cours du mouvement l'axe du ressort forme un angle constant $\theta = 30°$ avec la verticale. (On prendra g = 9,8 m.s^{-2}).

1.1 - Représenter les forces qui s'exercent sur le solide S en rotation et calculer leurs intensités respectives.
1.2 - Evaluer la vitesse de rotation ω, de l'ensemble autour de l'axe (Δ), et la vitesse linéaire v du solide ponctuel S.

2 - A une date t = 0 le solide S, passant par la verticale d'un point O se décroche. O est le point origine du repère (O, $\overrightarrow{OX}$, $\overrightarrow{OY}$) ; $\overrightarrow{OX}$ étant un axe horizontal, au niveau du sol.



2.1 - Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide S sachant qu'à la date t = 0, il se trouve à la hauteur h = 3 mètres du sol.
2.2 - Représenter l'allure de cette trajectoire.

3 - Au sol et sur l'axe $\overrightarrow{OX}$, on dispose convenablement un réceptacle circulaire de rayon R = 10 cm. Le centre M du réceptacle se trouve à 80 cm de l'origine O du repère.
3.1 - Le solide S sera-t-il recueilli par le réceptacle ? (Réponse à justifier).
3.2 - Si non, à quelle distance du centre M du réceptacle, le solide S tombe-t-il ?

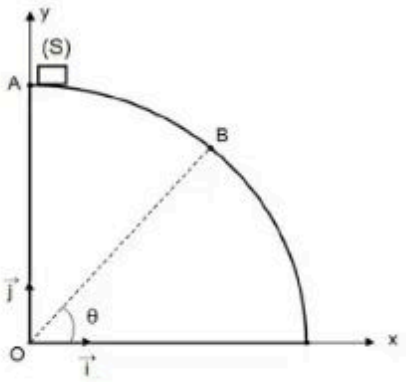
EXERCICE 9 — 3 points — 30 min

Glissement d'un solide ponctuel sur une calotte sphérique

On donne : g = 10 m.s^{-2}

Un petit solide S, de masse m = 0,5 kg, part pratiquement sans vitesse du sommet A d'une calotte sphérique de rayon r = 20 cm et de centre O.

Les frottements sont négligeables vis-à-vis des autres forces.

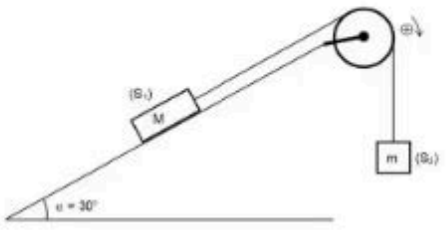


1- Recenser les forces appliquées à S.
2- Déterminer les travaux de ces forces appliquées au solide entre les points A et B où $\theta = 60°$.
3- Déterminer la valeur V_B de la vitesse acquise en B. Indiquer sa direction dans un repère que l'on précisera.
4- Déterminer en fonction de θ la réaction R du support en un point M tel que l'angle ($\vec{i}$, $\overrightarrow{OM}$) soit égal à θ. Pour quelle valeur de θ n'y a-t-il plus contact avec la calotte sphérique ?

EXERCICE 10 — 4 points — 40 min

N.B.: On rappelle que le moment d'inertie d'un cylindre homogène de masse m_0 et de rayon R par rapport à son axe de rotation (Δ) est $J_\Delta = \frac{1}{2} \cdot m_0 R^2$.

Considérons le système suivant constitué d'un treuil de masse m_0, d'un solide (S_1) de masse M, d'un solide (S_2) de masse m et d'un câble inextensible et de masse négligeable entouré autour du treuil et portant à ses extrémités les solides (S_1) et (S_2).
On abandonne à l'instant initial le système sans vitesse initiale. Le solide (S_1) se déplace alors sans frottement le long de la ligne de plus grande pente du plan incliné qui fait un angle $\alpha = 30°$ avec l'horizontale.



On donne : M = 3 kg ; m = 2 kg ; m_0 = 1,25 kg ; g = 10 m.s^{-2}.

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

1- Montrer que le système se déplace dans le sens indiqué sur le schéma.
2- Exprimer l'énergie cinétique du système constitué par les solides (S_1), (S_2), le treuil et le câble en fonction de la vitesse linéaire V des solides (S_1) et (S_2).
3- En appliquant le théorème de l'énergie cinétique que l'on énoncera, donner l'expression de la vitesse V en fonction de g, des différentes masses, de l'angle α et de h, hauteur de chute de (S_2).
En déduire, en fonction de g et des différentes masses, l'accélération a du système. Calculer sa valeur.

EXERCICE 11 — Sujet Bac S2 2002 — 4,5 points — 45 min

On négligera l'action de l'air sur le mouvement du ballon et on prendra g = 9,81 $m.s^{-2}$.
Lors d'un match de football, pour marquer un but, il faut que le ballon passe dans un cadre rectangulaire.
Ce cadre est constitué par deux montants verticaux réunis au sommet par une barre transversale qui est à une hauteur h = 2,44 m du sol.
Pour simplifier, ou remplacera le ballon par un point matériel dont la masse est m = 430 g et son mouvement s'effectue dans le plan vertical XOY, Le ballon est posé au point O sur le sol horizontal face au cadre, à une distance d = 25 m. (voir figure 1)

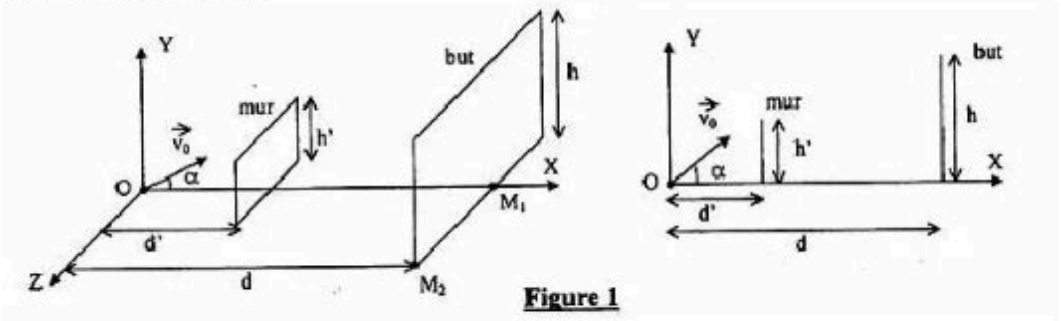


Figure 1

1er cas : tir sans obstacle

1- Un joueur, non gêné par un adversaire, tire le ballon avec une vitesse initiale $\vec{V_0}$ contenue dans le plan vertical XOY. Sa direction fait un angle α = 30° avec le plan horizontal.
1.1- Etablir l'équation de la trajectoire du mouvement du ballon dans le système d'axes indiqué.
1.2- Entre quelles valeurs doit se situer la norme de pour que le but soit réussi ?

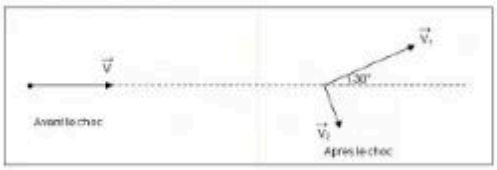
2ème cas : tir avec obstacle

2- Le joueur effectue à nouveau son tir mais un mur vertical de direction perpendiculaire A l'axe ox et pouvant arrêter le ballon est placé à une distance d' = 9,15 m du ballon. Ce mur est constitué par des joueurs de l'équipe adverse et sa hauteur est h' = 1,75 m. Le joueur tire sur le ballon avec une vitesse, d'intensité V_0 = 17 $m.s^{-1}$ et faisant un angle
α = 30° avec le sol horizontal.
2.1- Montrer que le ballon passe au-dessus du mur.
2.2- Quelle est la durée du trajet du mouvement du ballon entre O et le but ?
2.3- Déterminer les caractéristiques du vecteur vitesse du ballon à l'instant où il franchit le but.

EXERCICE 12 — 4 points — 40 min

N.B.: *On considère les chocs étudiés comme parfaitement élastiques*

1- Une particule α animée d'une vitesse de norme V = 10000 $km.s^{-1}$ rencontre une autre particule α initialement au repos.
Après le choc, la particule α incidente est déviée d'un angle de 30° par rapport à sa direction initiale et sa vitesse est $\| \vec{V_1} \|$.



L'autre particule α possède alors la vitesse $\| \vec{V_2} \|$.

Déterminer l'angle θ que font les directions de $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ et calculer leurs normes $\| \vec{V_1} \|$ et $\| \vec{V_2} \|$.

2- Pour déterminer la masse d'une particule que l'on suppose être une particule α, on étudie le choc suivant :

La particule α considérée de masse m_α animée de la vitesse $\vec{V}$ de norme V = 10000 km.s^{-1} vient heurter un proton immobile de masse m_p. Après le choc, les vitesses $\vec{V}_1$ de la particule α et $\vec{V}_2$ du proton sont colinéaires.
De plus, on trouve V_2 = 16 000 km.s^{-1}.
2.1- Montrer que la masse de la particule α peut se mettre sous la forme : $m\alpha = k.m_p$ où k est un entier positif que l'on déterminera.
2.2- Sachant que $m_p = 1{,}67.10^{-27}$ kg, calculer m_α.

EXERCICE 13 — Sujet Bac S2 2005 — 4,5 points — 45 min

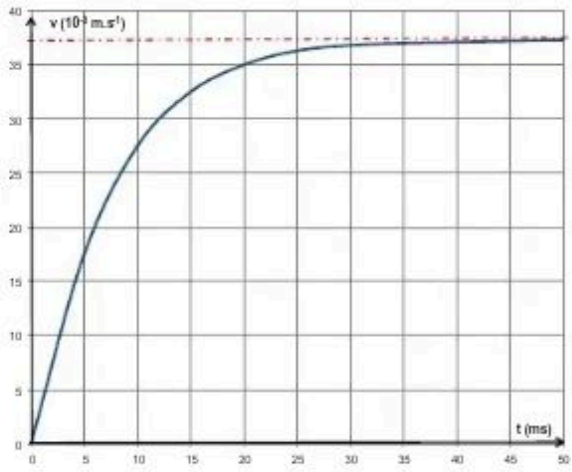
On étudie le mouvement d'une bille B en verre de rayon r, de masse m, tombant sans vitesse initiale dans du glycérol. Sur la bille B en mouvement s'exercent son poids $\vec{P}$ ou force de pesanteur, la force de résistance du fluide $\vec{f}$ et la poussée d'Archimède $\vec{F}$ due également au fluide :
- la résistance f est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille et de valeur $f = 6\pi.\eta.r.V$; relation où V représente la valeur de la vitesse instantanée de la bille, r son rayon et η une constante caractéristique du fluide (viscosité),
- la poussée d'Archimède est une force verticale dirigée de bas en haut dont l'intensité est égale au poids du fluide déplacé par la bille ; soit $F = \rho g V_{ol}$.
On donne : accélération de la pesanteur : g = 9,8 m.s^{-2} ; masse volumique du verre ρ_v = 2,45 g.cm^{-3} masse volumique du glycérol ρ = 1,26 g.cm^{-3} viscosité du glycérol η = 1,49 Pa.s.
- volume d'une sphère de rayon r : $Vol = \frac{4\pi r^3}{3}$

1- Représenter sur un schéma les forces appliquées à la bille à un instant où sa vitesse est $\vec{V}$.
2- Montrer, par application de la deuxième loi de Newton dans un repère que l'on précisera, que l'équation différentielle du mouvement de la bille s'écrit :

$$\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right)V = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)$$

3- Montrer l'existence d'une vitesse limite. Préciser son expression en fonction de η, r, ρ, ρ_{ver}, g et m puis en fonction de η, r, ρ, ρ_{ver}, et g.

4- Le graphique de la figure ci-contre représente l'évolution au cours du temps de la vitesse de la bille B abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol.



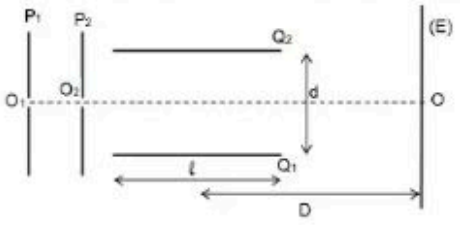
4.1- A partir du graphique, déterminer la valeur de la vitesse limite de la bille B. En déduire le rayon de la bille et sa masse.
4.2- Calculer la vitesse limite qu'atteindrait une bille en verre C de rayon 2r abandonnée sans vitesse initiale dans le glycérol.
4.3- Au bout de combien de temps peut-on estimer que la bille B a atteint sa vitesse limite ?
5- Quelle serait la loi de variation de la vitesse de la bille B lâchée sans vitesse initiale dans le vide ? Recopier la figure 3 et ébaucher la courbe traduisant la variation de cette vitesse en fonction du temps.

EXERCICE 14 — Sujet Bac S2 2006 — 4 points — 40 min

Dans tout le problème, on supposera que le mouvement des ions a lieu dans le vide et que leur poids est négligeable.

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

Des ions Mg^{2+}, sortant d'une chambre d'ionisation, pénètrent, avec une vitesse négligeable, par un trou O_1, dans l'espace compris entre deux plaques verticales P_1 et P_2. Lorsqu'on applique entre ces deux plaques une tension U_0, les ions atteignent le trou O_2 avec la vitesse $\vec{v_0}$.



1- Quelle plaque (P_1 ou P_2) doit-on porter au potentiel le plus élevé ? Pourquoi ?

1.1- Donner l'expression de v_0 en fonction de la charge q, de la masse m d'un ion et de U_0.

1.2- Calculer la valeur de v_0 pour les ions $^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où U_0 = 4000 V.

On prendra : $m(^{24}_{12}Mg^{2+})$ = 24 u ; u = 1,67.10^{-27} Kg ; e = 1,60,10^{-19} C.

2- A la sortie de O_2, les ions ayant cette vitesse $\vec{v_0}$ horizontale pénètrent entre les armatures (Q_1) et (Q_2) d'un condensateur. On applique entre ces armatures une différence de potentiel positive U_{PQ} que l'on notera U, créant entre elles un champ électrique uniforme vertical.

2.1- Préciser les caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis, on exprimera son intensité en fonction de q, U et de la distance d entre les plaques (Q_1) et (Q_2).

2.2- Déterminer la nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur de ce condensateur lorsque U garde une valeur constante.

2.3- On dispose d'un écran vertical E à la distance D du centre des plaques de longueur L, trouver en fonction de q, m, U, v_0, L, D et d l'expression de la distance z = OP, P étant le point d'impact d'un ion sur l'écran. La distance OP dépendra-t-elle des caractéristiques des ions positifs utilisés ? (On admet que la tangente à la trajectoire au point de sortie S du condensateur passe par le milieu de celui-ci)

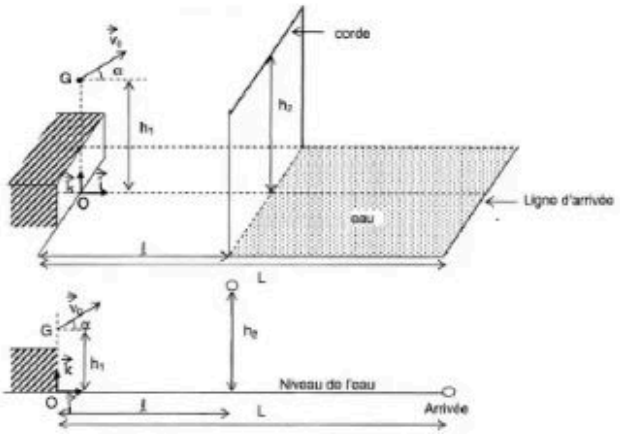
2.4- Calculer la durée de la traversée du condensateur dans le cas où L = 10 cm.

2.5- On applique entre (Q_1) et (Q_2) une tension sinusoïdale u = U_{max}.sinωt, de fréquence f = 50 Hz.
Montrer qu'avec un pinceau d'ions, on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale, dont on calculera la longueur dans le cas où U_{max} = 230 V, D = 40 cm, d = 4 cm. (On peut considérer que, durant toute la traversée du condensateur, chaque ion est soumis à une tension presque constante).

EXERCICE 15 Sujet Bac S2 2009 4 points 40 min

Des élèves se fixent comme objectif d'appliquer leurs connaissances en mécanique au « jeu de plongeon ».

Ce jeu, réalisé à la piscine, consiste à passer au-dessus d'une corde puis atteindre la surface de l'eau en un point le plus éloigné possible du point de départ avant de commencer la nage. Le bassin d'eau a pour longueur L = 20 m et est suffisamment profond. Le plongeur doit quitter un tremplin ; à ce moment son centre d'inertie G est à une hauteur h_1 = 1,5 m au-dessus de la surface de l'eau. La corde, tendue horizontalement, est attachée à une distance ℓ = 1,6 m du tremplin. Elle est à une hauteur h_2 = 2 m du niveau de l'eau (voir figure ci-contre).
Au cours d'une simulation, les élèves font plusieurs essais en lançant, avec un dispositif approprié, un solide ponctuel à partir du point G.



Les essais diffèrent par la valeur du vecteur-vitesse initial du solide ou par l'angle dudit vecteur avec l'horizontale.

Le mouvement du solide est étudié dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$. Le point O est le point d'intersection entre la verticale passant par la position initiale de G et la surface de l'eau. La direction de l'axe Ox est perpendiculaire au plan vertical contenant la corde, comme indiqué sur la figure.
On néglige les frottements et on prendra g = 10 m.s^{-2}.

1- Lors d'un premier essai, le solide est lancé du point G, à la date t = 0, avec une vitesse $\vec{V_0}$ faisant un angle α = 45° avec l'horizontale, de valeur V_0 = 8 m.s^{-1} et appartenant au plan vertical défini par $(\vec{i}, \vec{k})$.

1.1- Etablir les équations paramétriques du mouvement du solide. En déduire l'équation cartésienne de sa trajectoire.

1.2- Le solide passe-t-il au-dessus de la corde ? Justifier la réponse.
1.3- Au cas où le solide passe au-dessus de la corde, quelle distance le sépare-t-il de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau ?
1.4- Calculer la norme du vecteur vitesse et l'angle β que ce vecteur forme avec la verticale descendante lorsque le solide touche l'eau.
2- Dans un second essai, les élèves voudraient que le solide touche l'eau en un point distant de 8 m de la ligne d'arrivée. Quelle doit être alors la valeur de la vitesse initiale pour $\alpha = 45^\circ$?

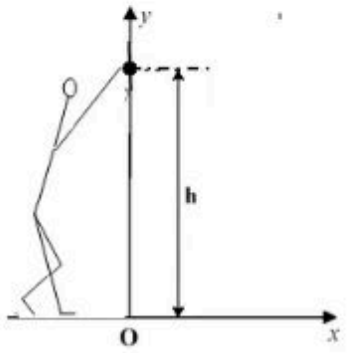
EXERCICE 16 — Sujet Bac S2 2012 — 4 points — 40 min

Lors des derniers championnats du monde d'athlétisme qui eurent lieu à Paris en août 2003, le vainqueur de l'épreuve du lancer de poids a réussi un jet à une distance D = 21,69 m.

L'entraîneur de l'un de ses concurrents souhaite étudier ce lancer.
Il cherche à déterminer les conditions initiales avec lesquelles cette performance a pu être réalisée par le vainqueur de l'épreuve.
Il dispose pour cela d'enregistrements relatifs à la vitesse du boulet (nom donné au « poids »).
Pour simplifier, l'étude porte sur le mouvement du centre d'inertie du boulet dans le référentiel terrestre où on définit le repère d'espace (O,x,y) où :

- Oy est un axe vertical ascendant passant par le centre d'inertie du boulet à l'instant où il quitte la main du lanceur.
- Ox est un axe horizontal au niveau du sol.

L'origine des temps t = 0 est prise au moment du lancer du boulet où son centre d'inertie est situé à la distance verticale h = 2,62 m du sol.



1- Exploitation des enregistrements
L'entraineur a obtenu les graphes, en fonction du temps, des composantes horizontale v_x et verticale v_y du vecteur-vitesse instantanée (figures 1 et 2 ci-dessous).
Pour chacun des graphes, les dates correspondant à deux points successifs sont séparées par le même intervalle de temps.

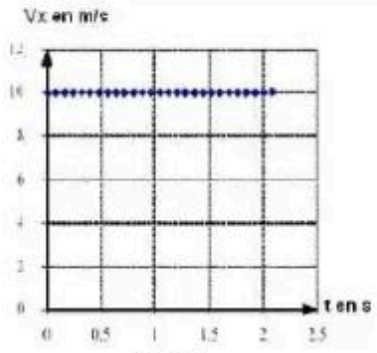


Figure 1

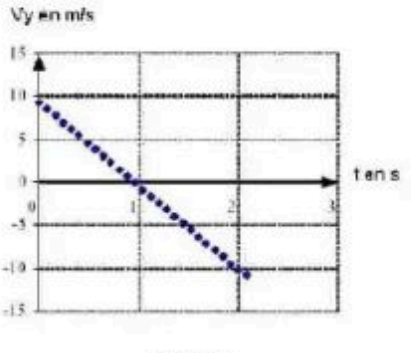


Figure 2

NB : Ces courbes ne sont pas à rendre avec la copie. On expliquera simplement l'exploitation qui en est faite pour répondre aux questions.

1.1- En utilisant la figure 1, déterminer :

1.1.a - la composante v_{0x} du vecteur-vitesse du centre d'inertie du boulet à l'instant de date t = 0 s.

1.1.b - la nature du mouvement de la projection du centre d'inertie du boulet sur l'axe Ox.

1.2- En utilisant la figure 2, déterminer :
1.2.a - la composante V_{0y} du vecteur-vitesse à l'instant de date t = 0 s.
1.2.b - la nature du mouvement de la projection du centre d'inertie du boulet sur l'axe OY.
1.3 - Exprimer les composantes V_{0x} et V_{0y} en fonction de la valeur V_0 du vecteur-vitesse initiale et de l'angle α de ce vecteur avec l'horizontale.
1.4 - En déduire la valeur de V_0 et celle de l'angle α.

2- Etude théorique du mouvement

2.1- Par application du théorème du centre d'inertie, dans le référentiel terrestre supposé galiléen, déterminer le vecteur-accélération du centre d'inertie du boulet lors du mouvement.

2.2- En déduire les équations, en fonction du temps, des composantes V_x et V_y du vecteur-vitesse instantanée $\vec{V}$. Ces équations sont-elles en accord avec les graphes des figures 1 et 2 ?

2.3- Etablir les équations horaires x(t) et y(t) du mouvement. En déduire l'équation de la trajectoire.

Représenter cette trajectoire et le vecteur-vitesse $\vec{V_0}$ au point de départ du boulet.

On prendra : g = 9,8 $m.s^{-2}$

EXERCICE 17 — Sujet Bac S2 2013 — 4,5 points — 45 min

Dans beaucoup de moteurs, pour diminuer l'usure des pièces mécaniques, on utilise des huiles dont l'une des caractéristiques fondamentales est la viscosité.

Dans ce qui suit, on se propose de déterminer la viscosité d'une « huile moteur ». Pour cela, on étudie la chute verticale d'une bille en acier d'abord dans l'air puis dans l'huile. Dans les deux cas, la bille est lâchée sans vitess e initiale à partir d'un point O du fluide pris comme origine de l'axe (OX) vertical et orienté vers le bas et l'instant de lâcher est pris comme origine des dates t = 0.

Sur la bille s'exercent les trois forces suivantes :

- Son poids $\vec{P}$;

- La résistance $\vec{f}$ du fluide, qui est une force colinéaire et de sens opposé au vecteur vitesse instantanée de la bille, d'intensité f = $6\pi\eta rV$, expression où η est la viscosité du fluide supposée constante, la valeur de la vitesse instantanée de la bille et r son rayon ;

- La poussée d'Archimède $\vec{F}$ qui est une force verticale orientée vers le haut, d'intensité F = $\rho V_B g$ relation où ρ est la masse volumique du fluide, V_B le volume de la bille et g l'intensité de la pesanteur.

1- Etude du mouvement de la bille dans l'air

1.1- Représenter les forces appliquées à la bille à une date t > 0.
1.2- Calculer l'intensité de chacune de ces forces pour V = 5 m/s. En déduire qu'on peut négliger les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ devant celle du poids.
1.3- Etablir les équations horaires de la vitesse v(t) et de l'abscisse x(t) de la bille puis préciser la nature du mouvement de la bille dans l'air.
1.4- Au bout d'un parcours de 50 cm depuis le point O, la bille acquiert une vitesse de 3,16 m/s.
Montrer que cette information confirme l'approximation faite à la question 3.1.2.

2- Etude du mouvement de la bille dans l'huile

2.1- Les intensités de $\vec{F}$ et $\vec{f}$ ne sont plus négligeables devant celle du poids.
Par application du théorème du centre d'inertie, montrer que l'équation différentielle du mouvement de la bille peut s'écrire sous la forme : $\frac{dV}{dt} + \frac{1}{\tau}V = C$ où C et τ sont des constantes.

2.2- Donner l'expression de C en fonction de g, ρ_{ac} (masse volumique de l'acier) et ρ_h (masse volumique de « l'huile moteur ») puis exprimer τ en fonction de ρ_{ac}, r et η (viscosité de l'huile moteur). Vérifier que C = 8,4 $m.s^{-2}$.
2.3- Au bout d'un temps suffisamment long, l'accélération de la bille s'annule. La vitesse obtenue à partir de cet instant est appelée vitesse limite de module V_{lim}.
2.3.a - Décrire la nature du mouvement de la bille après que l'accélération s'annule puis exprimer la vitesse limite V_{lim} en fonction de τ et C.

2.3.b - On trouve expérimentalement que V_{lim} = 4,2 cm/s. Quelle valeur de τ peut-on en déduire ?
2.4- Déterminer la valeur de la viscosité η de « l'huile-moteur ».

Données :
Masse volumique de l'acier : $\rho_{ac} = 7{,}8 \times 10^3$ kg/m^3 ; masse volumique de l'air : ρ_0 = 1,3 kg/m^3
Masse volumique de l'huile moteur : ρ_h = 1,26. 103 kg/m^3 ; viscosité de l'air : η(air) =$1{,}85.10^{-5}$ SI

Rayon de la bille r = 1,5 mm : Volume de la bille $V_B = \frac{4}{3}\pi r^3$; g = 10 N/kg

EXERCICE 18 — Sujet Bac S2 2014 — 4 points — 4 min

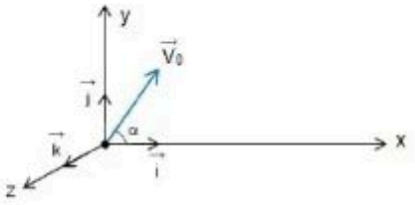
La balistique est une science qui étudie le mouvement des projectiles. Les applications sont très nombreuses dans des domaines aussi variés que le sport, la balistique judiciaire ou les activités militaires.

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

On étudie le mouvement d'un projectile ponctuel de masse m, lance par un canon dans le champ de pesanteur uniforme d'intensité g = 10.m s^{-2}.

A un instant t_o = 0, le projectile sort du canon en un point O avec une vitesse initiale faisant un angle a avec l'horizontale.

On suppose, que l'action de l'air est négligeable. Le point O est au niveau du sol.



L'espace est rapporté au repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

1- Enoncer la deuxième loi de Newton ou théorème du centre d'inertie.

2- Déterminer la direction, le sens et la norme du vecteur-accélération du projectile.

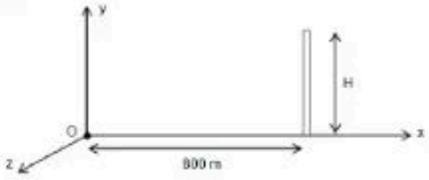
3- Montrer que le mouvement du projectile est plan.

4- Etablir l'équation cartésienne de sa trajectoire dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

5- La vitesse de sortie du projectile, du canon, est de 100 $m.s^{-1}$. La vitesse initiale fait l'angle $\alpha = 30°$ avec l'axe OX. Le projectile peut-il atteindre un oiseau perché au sommet d'un édifice se trouvant à 800 m du point O, sur l'axe OX ? Justifier la réponse par le calcul. La hauteur de l'édifice est de H = 20 m.

6- Au cours d'un entrainement au tir, plusieurs essais sont effectués. Le projectile sort à chaque fois du canon en un point O pris au sol avec une vitesse de valeur 100 $m.s^{-1}$; mais l'angle de tir α varie.

Pour protéger les personnes et les biens, on demande d'édifier une zone de sureté autour du point de lancement O. Un mur de protection doit entourer la zone d'impact des projectiles. Le pourtour de ce mur est un cercle de centre O et de rayon égal à 1,1.D ; la distance D étant la portée maximale du tir.



6.1- Etablir l'expression de la portée du tir en fonction de g, v_o et α.

6.2- En déduire la valeur de la portée maximale.

6.3- Calculer le rayon du champ de tir.

GRAVITATION UNIVERSELLE

Doc D. NDONG

EXERCICE 19 — Sujet Bac S2 1996 — 4 points — 40 min

On admet que la Terre a une répartition de masse à symétrie sphérique. Elle est considérée comme une sphère de centre O et de rayon R = 6370 km.
Le constante de gravitation universelle est K = 6,67. 10^{-11} $N.kg^{-2}.m^2$

Dans le référentiel géocentrique un satellite évolue sur une orbite circulaire de rayon r_1 = 20 000 km dans le plan équatorial de la Terre. Il se déplace d'Ouest en Est. La période du mouvement de rotation de la Terre dans ce référentiel est T_0 = 86 164 s.

1- Montrer que le mouvement de rotation du satellite est uniforme.

2- Etablir l'expression de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique puis calculer sa valeur.
3- En déduire l'expression de la période T_1 du mouvement du satellite puis calculer sa valeur.
4- Déterminer la valeur r de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire.
5- Quelle est pour un observateur terrestre, la période de révolution T_a du satellite évoluant sur l'orbite circulaire de rayon r_1 = 20 000 km.
6- Un autre satellite, de période T_2 évoluant dans le plan équatorial de la Terre sur une orbite circulaire de rayon r_2 = 18 000 km dans le même sens que le premier.
A l'aide d'un schéma clair indiquer les positions des deux satellites quand leur distance est minimale.
Ce rapprochement entre les deux satellites se répète périodiquement. Calculer la période θ de ces rapprochements.

EXERCICE 20 — Sujet Bac S2 1998 — 4 points — 40 min

La constante de gravitation universelle est K = $6,67.10^{-11}$ S.I.
On considère une planète P de masse M. Le mouvement de l'un de ses satellites S, assimilé à un point matériel de masse m, est étudié dans un référentiel considéré comme galiléen, muni d'un repère dont l'origine coïncide avec le centre O de la planète P et les trois axes dirigés vers trois étoiles fixes.
On admet que la planète a une distribution de masse à symétrie sphérique et que l'orbite de son satellite est un cercle de centre O et de rayon r.
1- Donner les caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S. Faire un schéma.
2- Donner l'expression du vecteur champ de gravitation créé par la planète P au point où se trouve le satellite S. Représenter ce vecteur champ sur le schéma précédent.
3- Déterminer la nature du mouvement du satellite S dans le référentiel d'étude précisé.
4- Exprimer le module de la vitesse linéaire v et la période de révolution T du satellite S en fonction de la constante de gravitation G, du rayon r de la trajectoire du satellite et de la masse M de la planète P.
Montrer que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante.
5- Sachant que l'orbite du satellite S a un rayon r = 185 500 km et que sa période de révolution vaut T = 22,6 heures, déterminer la masse M de la planète P.
6- Un autre satellite S' de la planète P a une période de révolution T' = 108,4 heures. Déterminer le rayon r' de son orbite.

EXERCICE 21 — Sujet Bac S2 2001 — 4,5 points — 45 min

N.B : On ne travaillera qu'avec les données de l'exercice.
La Terre est assimilée à une sphère de rayon R. Un satellite de masse m, supposé ponctuel décrit une orbite circulaire d'altitude h autour de la Terre.

1- Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.
2- Donner l'expression du champ de gravitation g de la Terre en un point A à l'altitude h en fonction de sa valeur g_0 au sol, de R et de h.

3-

3.1 - Déterminer pour le satellite l'expression de sa période et celle de son énergie cinétique en fonction de g_0, R, h et m éventuellement.

3.2- Application numérique: g_0 = 9,81 N/kg, R = 6400 km, h = 400 km, m = 1020 kg. Calculer son énergie cinétique.

3.3- Donner la définition d'un satellite géostationnaire en précisant son lieu d'évolution. Déterminer la valeur de h pour un tel satellite.

4- La lune est un satellite « naturel » de la Terre qui gravite autour de cette dernière à une orbite de rayon r_L = 385000 km.

4.1- Déterminer sa période de révolution et vérifier que ce résultat est conforme à vos connaissances.

4.2- Sachant que le point d'équigravitation du système Terre-Lune (point où le champ gravitationnel terrestre est égal au champ gravitationnel lunaire) est à la distance x = 38287 km de la Lune, déterminer la masse de la Lune.

EXERCICE 22 — Sujet Bac S2 2008 — 4 points — 40 min

Uranus est la 7ème planète du système solaire. Elle a été découverte en 1781 par William Herechelle. Elle fut mieux connue par l'homme grâce à son survol, en 1986, par la sonde Voyager II. Uranus met 84 ans pour faire un tour complet autour du soleil. Les cinq plus gros satellites de la planète Uranus ont été découverts grâce aux observations depuis la Terre entre 1787 et 1948. Il s'agit de : Miranda, Ariel, Umbriel, Titania et Obéron.

Le tableau qui suit précise le rayon de la trajectoire de l'orbite décrite par chaque satellite autour d'Uranus et la période de révolution (durée d'un tour autour d'Uranus) :

Satellite	Rayon de l'orbite r (10^6 m)	Période de révolution T (jour)
MIRANDA	129,8	1,4
ARIEL	191,2	2,52
UMBRIEL	266,0	4,14
TITANIA	435,8	8,71
OBERON	582,6	13,50

Dans tout le problème, on suppose que la répartition de masse des astres est à symétrie sphérique. Les mouvements des différents satellites d'Uranus sont étudiés dans le référentiel « Uranocentrique » supposé galiléen. On donne : G = $6{,}67.10^{-11}$ SI. On prendra 1 jour = 86400 s.

1- On se propose de déterminer la vitesse d'un satellite d'Uranus. On admet que le centre d'inertie du satellite effectue un mouvement circulaire dans le référentiel « Uranocentrique ».

1.1- Rappeler la définition d'un référentiel géocentrique. Définir, par analogie, le référentiel « Uranocentrique ».

1.2- Montrer que le mouvement du satellite est uniforme.

1.3- Etablir l'expression de la vitesse V du centre d'inertie du satellite en fonction du rayon r de sa trajectoire et de sa période T de révolution.

1.4- Faire l'application numérique pour le satellite Umbriel.

2- Dans la suite, on cherche à déterminer la masse M d'Uranus par deux méthodes « Uranocentrique ».

2.1- Méthode graphique

La courbe de la fonction $V^2 = f(\frac{1}{r})$ où V est la vitesse du satellite dans le référentiel « Uranocentrique » et r le rayon de l'orbite autour d'Uranus est représentée à la page 4.

2.1.a - Etablir l'expression de la vitesse V en fonction de G, M et r.

2.1.b - En vous aidant de la courbe, déterminer la masse d'Uranus (il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie ; on expliquera seulement le mode d'exploitation).

2.2- Utilisation de la troisième loi de Kepler

2.2.a - Etablir la 3 loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM}$

2.2.b - En utilisant les informations données sur les satellites, montrer, aux erreurs d'expériences près, que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante dont on donnera la valeur numérique.

2.2.c - En déduire la masse M d'Uranus et comparer le résultat avec celui obtenu par la méthode graphique.

GRAVITATION UNIVERSELLE

Doc D. NDONG

EXERCICE 23 — Sujet Bac S2 2010 — 3,5 points — 35 min

Données : Constante de gravitation $K = 6{,}6710^{-11}$ S.I, masse de la Terre $M = 6.10^{24}$ kg,
Rayon de la terre R = 6400 km, distance Terre-Soleil $d = 1{,}5.10^{8}$ km.

1- Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives m et m', séparés par une distance d, s'attirent selon la loi de la gravitation universelle.
Rappeler l'expression de l'intensité des forces d'interaction gravitationnelle, s'exerçant entre les corps A et B.

2- Dans l'espace, le soleil, la Terre et autres astres, peuvent être considérés comme des corps ponctuels.
Le Soleil exerce sur la Terre une force de gravitation d'intensité $F = 3{,}5.10^{22}$ N.
Déterminer la valeur de la masse du Soleil.

3- Dans le champ de gravitation, un satellite de la Terre, en mouvement dans le plan de l'équateur, y effectue un mouvement circulaire uniforme à l'altitude $h_1 = 400$ km.

3.1- Préciser le référentiel d'étude du mouvement de ce satellite.

3.2- Exprimer la vitesse linéaire V de ce satellite, puis calculer sa valeur.

3.3- Etablir les expressions littérales de la période T et de la vitesse angulaire ω du satellite dans ce même repère. Faire l'application numérique.

3.4- Entre autres conditions, un satellite de la Terre est géostationnaire si la période de son mouvement vaut 86.400 s. Justifier cette valeur de la période.

3.5- Exprimer puis calculer l'altitude h d'un satellite géostationnaire.

EXERCICE 24 — 4,5 points — 45 min

Le mouvement d'un satellite de la Terre est étudié dans le référentiel géocentrique. La Terre est supposée à symétrie sphérique de centre O de rayon R et de masse M_T. Le satellite assimilé à un point matériel de masse m décrit une orbite circulaire de rayon r autour de O dans le plan équatorial de la Terre.

1- Exprimer l'énergie cinétique E_c du satellite en fonction de M_T, m, r et la constante de gravitation universelle K.

2- L'expression de l'énergie potentielle de la pesanteur du système {satellite + Terre} est $E_P = -K\frac{M_T.m}{r}$ en posant $E_P = 0$ pour l'infini. Comment varie E_p en fonction de r ? Exprimer E_P en fonction de m, g_o, R et r.

3- Exprimer l'énergie mécanique E du système {satellite + Terre} quand le satellite parti du sol terrestre se trouve sur l'orbite de rayon r animé de la vitesse V. Soit V_o la vitesse minimale faut-il communiquer au satellite pour qu'il devienne une sonde interplanétaire (qu'il se libère de l'attraction terrestre et aille à l'infini).
En déduire l'expression de la vitesse V_o en fonction des données. Calculer sa valeur.

4- Dans la haute atmosphère, le satellite subit l'action des forces de frottement pendant son déplacement. Le satellite passe alors de l'orbite de rayon r_1 où sa vitesse est V_1 à l'orbite de rayon r_2 où sa vitesse est V_2.

4.1- En notant E_1 et E_2 les énergies respectives du satellite sur les orbites de rayons r_1 et r_2, dire, en justifiant la réponse quel est le signe de la variation d'énergie mécanique du système {satellite + Terre}.

4.2- Comparer r_1 et r_2 puis V_1 et V_2. Commenter brièvement ces résultats.

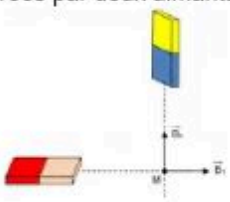
GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

EXERCICE 25 — 4 points — 40 min

Les questions 1, 2, 3, 4 et 5 sont indépendantes.

1- Composition de champs magnétiques

En un point M de l'espace se superposent deux champs magnétiques $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ créés par deux aimants dont les directions sont orthogonales (figure ci-contre).
Leurs valeurs sont respectivement : $B_1 = 3.10^{-3}$ T et $B_2 = 4.10^{-3}$ T.



1.1- Déterminer les noms des pôles des deux aimants.

1.2- Construire graphiquement le champ résultant $\vec{B}$.

1.3- Calculer $||\vec{B}||$ et $\alpha = (\vec{B_1}, \vec{B})$.

1.4- Quelle est la position prise par une aiguille aimantée (aimant témoin) placée au point M ?

2- Champ magnétique créé par un solénoïde

On dispose d'un solénoïde de longueur L = 50 cm comportant N = 1000 spires et parcouru par un courant d'intensité I = 2,0 A.

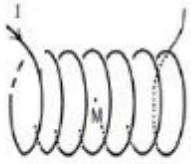


fig.1

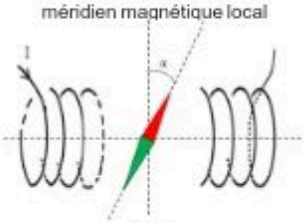
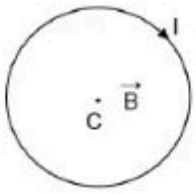


fig.2

2.1- Donner les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ qui règne au centre M du solénoïde. Représenter le vecteur champ magnétique au point M. (On néglige le champ magnétique terrestre.) fig.1

2.2- On coupe le courant et on place une aiguille aimantée perpendiculairement à l'axe de la bobine (suivant le méridien magnétique local). fig.2
De quel angle α tourne l'aiguille aimantée quand on rétablit le courant dans le solénoïde ?

3- Champ magnétique créé par une bobine plate
On donne : I = 3,0 A et R = 20 cm.

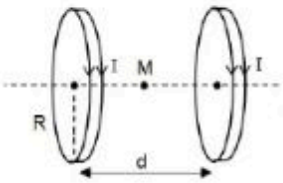


3.1- La bobine est dans le plan méridien magnétique. Indiquer les faces nord et sud de la bobine et le sens du champ magnétique $\vec{B_C}$ créé en son centre C par le courant I qui la traverse.

3.2- Déterminer l'intensité du champ magnétique B_C créé au centre C de la bobine.

4- Intensité du champ dans les bobines de Helmholtz

Un courant d'intensité I = 2 A parcourt les N = 100 spires des bobines de rayon moyen R = 10 cm.



4.1- Représenter le vecteur champ magnétique au centre des deux bobines de Helmholtz. (On néglige le champ magnétique terrestre.)
Pour quelle valeur de d correspond l'utilisation optimale des bobines de Helmholtz ?

4.2- On rappelle que le champ magnétique créé au centre M par chacune des deux bobines de Helmholtz correspondant à une utilisation optimale de celles-ci est donné par : $B_1 = B_2 = \frac{4}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 N I}{R}$

4.2.1- Calculer l'intensité B du champ magnétique résultant au point M.

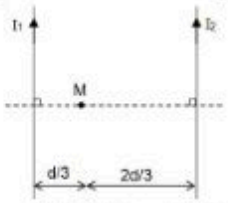
4.2.2- Quelle est la valeur de $\vec{B}$ au point M si les bobines sont parcourues par des courants de sens contraires ?

GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

5- Champs magnétiques créés par des courants rectilignes

Calculer l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$ créé au point M par les courants I_1 et I_2 qui traversent respectivement les fils rectilignes considérés comme infiniment longs.

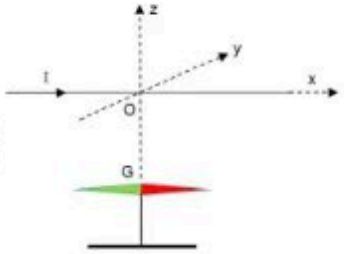
On donne : $I_1 = I_2 = I = 6{,}0$ A et d = 12 cm.



EXERCICE 26 — 4 points — 40 min

Mesure de la composante horizontale du champ géomagnétique : Expérience d'Orstëd

Pour réaliser l'expérience d'Orstëd, on place un fil conducteur horizontal, rectiligne, très long dans le le plan du méridien magnétique. Une aiguille aimantée est placée parallèlement au fil à la distance de d = OG = 5,0 cm.



1- Donner la valeur du champ magnétique B_c créé au point G lorsque le fil est parcouru par un courant continu d'intensité I = 6, 0 A. Représenter et orienter les lignes de champ. En déduire la direction et le sens de $\vec{B}_c$ au point G.

2- L'aiguille aimantée dévie d'un angle $\alpha = 51{,}3°$. En déduire la valeur de la composante horizontale B_h.

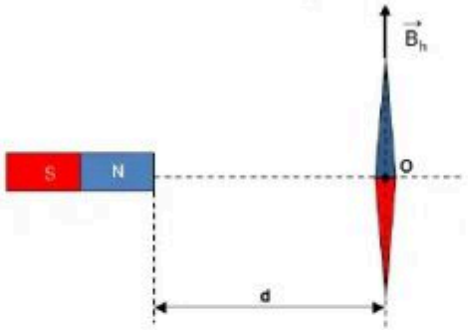
EXERCICE 27 — 4 points — 40 min

On approche une aiguille aimantée du pôle nord d'un aimant droit comme le montre la figure suivante :

1- Dessiner le vecteur champ magnétique $\vec{B}_0$ créé par l'aimant au centre O de l'aiguille.

2 - En déduire la nouvelle position de l'aiguille.

On appelle α l'angle dont a tourné l'aiguille. Lorsque la distance d varie, α change ; les valeurs correspondantes de d et de α sont rassemblées dans le tableau ci-dessous :



d (m)	0,1	0,2	0,5	1	2
α (°)	89,9	89	76	26,5	7

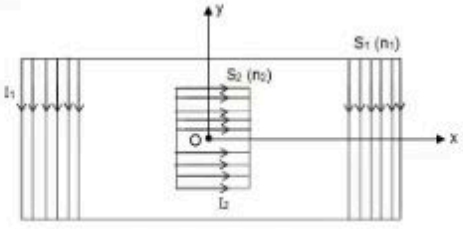
3- Pour chaque valeur de d, calculer l'intensité B_0 du champ magnétique créé par l'aimant au centre O de l'aiguille.

4- Tracer la courbe $B_0 = f(d)$. L'intensité de $\vec{B}_0$ décroît-elle proportionnellement à d quand on s'éloigne de l'aimant ? A plus de 2 m de l'aimant quel est le champ qui influence l'aiguille ?

EXERCICE 28 — 4 points — 40 min

Composition de champs

A l'intérieur d'un long solénoïde S_1 comportant $n_1 = 1000$ spires par mètres et parcouru par un courant d'intensité $I_1 = 2$ A, on a placé un solénoïde S_2 dont l'axe est perpendiculaire à celui de la figure.
Le solénoïde S_2 est formé de 200 spires régulièrement enroulées sur une longueur de 5 cm, et l'intensité du courant qui y circule vaut $I_2 = 1$ A.
Les sens des courants sont indiqués sur la figure ci-contre.



1- Déterminer le vecteur champ magnétique $\vec{B}$ au point O.
2- Que devient ce champ magnétique si on inverse le sens de chacun des deux courants ?

GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

EXERCICE 29 — 4 points — 40 min

Champ magnétique créé par un courant rectiligne

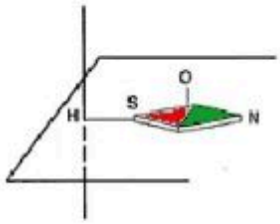
Une petite aiguille aimantée horizontale, NS, pouvant tourner librement autour d'un axe vertical passant par son centre O, est disposée à une certaine distance d'un long fil vertical conducteur.

Lorsqu'il ne passe aucun courant dans le fil, la demi-droite SN rencontre le fil en H (fig. suivante).

1- Dans quel sens est déviée l'aiguille lorsqu'un courant ascendant I_1 parcourt le fil ? Expliquer.

2- L'aiguille NS tourne d'un angle $\alpha = 1°$ lorsque le fil est parcouru par un courant d'intensité $I_1 = 0{,}3$ A.

Sachant que la composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut $B_H = 2.10^{-5}$ T, calculer l'intensité du champ magnétique $\vec{B_1}$, (créé par le courant I_1) au centre O de l'aiguille NS.



3- Quelle intensité de courant I_2 faudrait-il faire passer dans le fil pour que la déviation de l'aiguille soit de 45° dans le même sens que précédemment ?

EXERCICE 30 — Sujet Bac S2 1998 — 4 points — 40 min

Les bobines de Helmholtz

On étudie le champ magnétique créé par les bobines de HELMOLTZ. Ce sont deux bobines plates circulaires, identiques, de même axe, de centres O_1 et O_2, de rayon R, distantes l'une de l'autre de d = R, comportant chacune N spires. On désigne par O le milieu de O_1O_2 (Voir figures 1 et 2).

On donne R = 6,5 cm ; N = 100 spires.

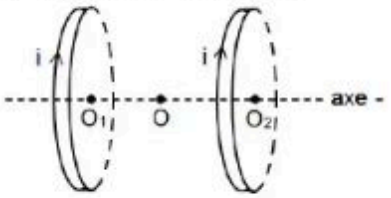


Figure 1

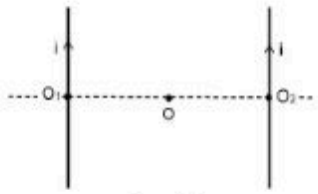


Figure 2

1- Les deux bobines sont traversées par des courants de même sens et de même intensité i.

1.1- Recopier la figure 2 et représenter le vecteur champ magnétique résultant $\vec{B}$, créé par les bobines au point O. Justifier cette représentation.

1.2- On fait varier l'intensité du courant i et on mesure, à chaque fois, la valeur du champ magnétique $\vec{B}$ au point O. On obtient le tableau de mesures suivant :

i(A)	0	0,2	0,5	0,8	1,0	1,5	2,0	2,5	2,8
B (mT)	0	0,28	0,69	1,10	1,40	2,10	2,70	3,50	3,90

Tracer la courbe B = f(i) avec les échelles suivantes : { 1 cm pour 0,25 A ; 1 cm pour 0,4 mT

Déduire de l'allure de la courbe, la relation entre B et i.

2- Dans le vide, la valeur du champ magnétique résultant créé par les bobines, en O, est donnée par :

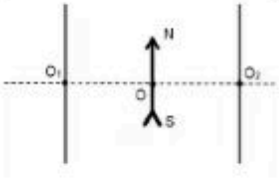
$$B = 0{,}72.\mu_0.\frac{N}{R}i$$

Dans cette relation, μ_0 représente la perméabilité magnétique du vide.

En utilisant la relation établie en 1.2 déterminer la valeur de μ_0.

GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

3- Au point O, on place une aiguille aimantée, mobile autour d'un pivot vertical. En l'absence de courant dans les bobines, l'aiguille s'oriente comme l'indique la figure 3.



L'axe de l'aiguille est alors parallèle aux plans des bobines. La valeur de la composante horizontale du champ magnétique terrestre vaut $B_H = 2.10^{-5}$ T. On fait passer dans les bobines un courant d'intensité I = 50 mA, l'aiguille aimantée dévie alors d'un angle α.

3.1- Faire un schéma indiquant clairement le sens du courant dans les bobines, les vecteurs champs magnétiques au point O et l'angle de rotation α de l'aiguille aimantée.

3.2 - Déterminer la valeur de l'angle de rotation α de l'aiguille aimantée.

4 - Sans modifier le courant traversant les' bobines (I = 50 mA) on place un aimant droit suivant une direction perpendiculaire à O_1O_2 et confondue avec la direction initiale de l'aiguille (voir figure 4). L'aiguille accuse alors une déviation $\alpha' = 45°$ par rapport à sa position en l'absence de courant.

Préciser les caractéristiques du vecteur champ magnétique créé par l'aimant droit au point O.

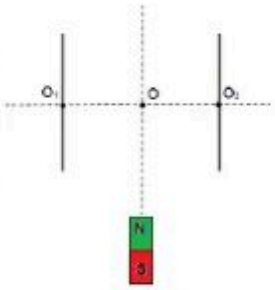


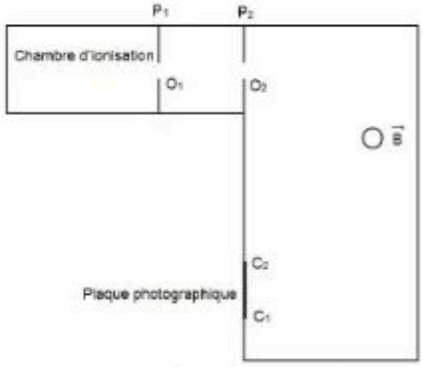
figure 4

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

EXERCICE 31 — Sujet Bac S2 2001 — 4 points — 40 min

On donne : 1 u = 1,66. 10^{-27} kg; e = 1,6.10^{-19} C On envisage la séparation des isotopes de l'uranium à l'aide d'un spectrographe de masse. On négligera le poids des ions devant les autres forces.

1- Une chambre d'ionisation produit des
Chambre ions $^{238}U^+$ et $^{A}U^+$, de masses respectives m_1 = 238u et m_2 = Au.
Ces ions sont ensuite accélérés dans le vide entre deux plaques métalliques parallèles P_1 et P_2. La tension accélératrice a valeur U_o = 4 kV.
On suppose que les ions sortent de la chambre d'ionisation en O_1 avec une vitesse nulle.



1.1 - Quelle est la plaque qui doit être portée au potentiel le plus élevé ? Justifier.

1.2- Montrer que l'énergie cinétique est la même pour les deux types d'ions arrivant en O_2. En est-il de même pour les vitesses ? Justifier.
1.3 - Calculer la vitesse V_1 des ions $^{238}U^+$ lorsqu'ils sont en O_2.
1.4 - Exprimer en fonction de A et de V_1 la vitesse V_2 des ions $^{A}U^+$ en O_2.
2- Les ions pénètrent ensuite dans une région où règne un champ magnétique uniforme orthogonal au plan de la figure, d'intensité B = 0,1 T.

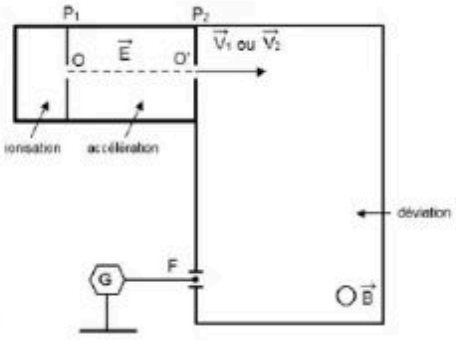
2.1- Indiquer sur un schéma le sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les ions $^{238}U^+$ parviennent en C_1, et les ions $^{A}U^+$ en C_2. Justifier la construction.
2.2- Montrer que les trajectoires des ions sont planes ; établir la nature du mouvement ainsi que la forme de ces trajectoires.
2.3- Calculer le rayon de courbure R_1 de la trajectoire des ions $^{238}U^+$.
Exprimer le rayon de courbure R_2 de la trajectoire des ions $^{A}U^+$ en fonction de R_1 et de A.
On donne C_1C_2 = 1,77 cm, calculer A. En déduire V_2.
3- Le courant d'ions issu de la source correspond à une intensité de 10 μA. sachant que l'uranium naturel contient en nombre d'atomes 0,7 % d'isotope léger, calculer la masse de cet isotope recueilli en 24 h.

EXERCICE 32 — 4 points — 40 min

Détermination de la composition isotopique du lithium naturel

Données : $^{6}Li^+$: $m_1 \approx 6u$; $^{7}Li^+$: $m_2 \approx 7u$; 1u = 6,67.10^{-27} kg.

Dans tout l'exercice, on considère que les ions se déplacent dans le vide et que leur poids est négligeable devant les autres forces.
A l'aide du spectrographe de masse schématisé ci-contre, on se propose de séparer les ions $^{6}Li^+$ et $^{7}Li^+$ de masses respectives m_1 et m_2.



1- Les ions pénètrent en O dans le champ électrique uniforme $\vec{E}$ existant entre les deux plaques verticales P_1 et P_2 pour y être accélérés jusqu'en O'. Les plaques P_1 et P_2, distantes de d = 10 cm, sont soumises à la tension U = $V_{P1} - V_{P2}$ = 2000 V.

1.1- Quelle est la nature du mouvement des ions Li^+ entre les plaques P_1 et P_2 ?
1.1- Les ions $^{6}Li^+$ et $^{7}Li^+$ sortent en O' du champ électrique avec des vitesses respectives V_1 et V_2, leur vitesse en O est négligeable devant V_1 et V_2.

Etablir la relation : $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

2- A leur sortie en O', les ions Li^+ pénètrent dans une région où règne un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ normal au plan du schéma.

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

2.1- Préciser en le justifiant le sens du vecteur $\vec{B}$.
2.2- Montrer que le mouvement d'un ion Li^+ s'effectue dans le plan du schéma.
2.3- Montrer que la valeur de la vitesse est constante.
2.4- Montrer que la trajectoire est circulaire. Exprimer son rayon R.

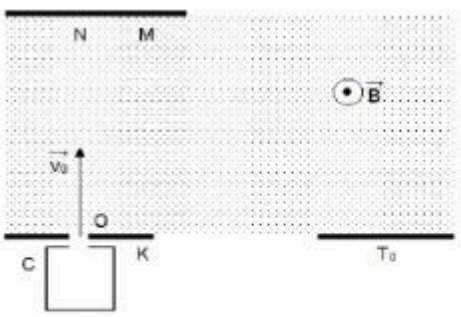
3- A leur sortie du champ magnétique $\vec{B}$, les ions passent au travers d'une large fente et sont captés par un fil métallique F relié à la Terre par l'intermédiaire d'un galvanomètre sensible G.
3.1- A quelles distance x_1 et x_2 faut-il placer le fil F pour recevoir respectivement les ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$? Exprimer, en fonction de B, m_1, m_2, U et la charge élémentaire e, la distance F_1F_2 entre les deux types d'ions à leur arrivée sur le fil. F_1 et F_2 sont respectivement les points de réception des ions $^6Li^+$ et $^7Li^+$ sur le fil F.
3.2- Pour les valeurs x_1 et x_2 précédentes, le galvanomètre indique, pendant la même durée de passage, les courants respectifs I_1 = 14,8 µA et I_2 = 185,2 µA.
Quelle est la composition isotopique du lithium ?

EXERCICE 33 Sujet Bac S2 2004 4 points 40 min

Dans toute la suite on néglige le poids de la particule devant la force magnétique.
Les mouvements sont rapportés au référentiel du laboratoire supposé galiléen.

Une particule de charge q, de masse m, pénètre dans un champ magnétique uniforme $\vec{B}$ avec une vitesse $\vec{v_0}$ perpendiculaire à $\vec{E}$.
1- Montrer que le mouvement de la particule est à vitesse constante dans la région où règne le champ magnétique $\vec{B}$.
2- Montrer que la trajectoire est circulaire et située dans un plan que l'on précisera. Donner l'expression littérale du rayon R de cette trajectoire.
3- Une chambre d'ionisation C produit des ions de masse m, de charge q, accélérés par une tension appliquée entre la chambre d'ionisation C et l'électrode K horizontal percée d'un trou O.

Passant en O avec une vitesse verticale $\vec{v_0}$ les ions pénètrent dans une région de l'espace où règne magnétique uniforme horizontal $\vec{B}$. La trajectoire décrite par les ions est telle qu'ils viennent frapper en T_0 la plaque photographique P située dans le plan horizontal passant par K. (figure 6)



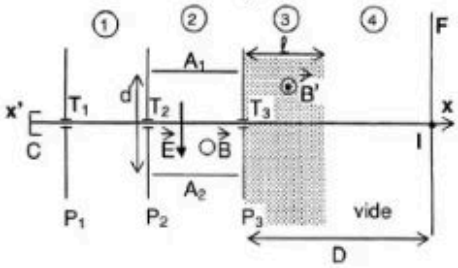
3.1- Exprimer en fonction de q, m, v_0 et B la distance $d_0 = OT_0$.
3.2- A l'entrée dans le champ $\vec{B}$ la valeur de la vitesse de l'ion est $v = v_0 + \Delta v$.
L'ion frappe la plaque P en T.
Exprimer en fonction de d_0, v_0 et Δv la distance $D = TT_0$.
3.3- En réalité le faisceau d'ions n'est pas homocinétique, les valeurs des vitesses des ions sont comprises entre $v_0 - \Delta v$ et $v_0 + \Delta v$.
Exprimer littéralement les rayons R_1 et R_2 des trajectoires correspondant aux vitesses limites en fonction de q, m, v_0 et Δv.
Exprimer littéralement la distance entre les deux traces T_1 et T_2, puis calculer numériquement cette distance pour $\Delta v = 5.10^3$.

Données : $|q| = 3,2.10^{-19}$ C ; masse de l'ion : m = 232u ; 1u = $1,66.10^{-27}$ kg ; $v_0 = 10^5$ m/s ; B = 0,20 T

3.4- On superpose au champ $\vec{B}$ un champ électrique uniforme $\vec{E}$.
Déterminer les caractéristiques de $\vec{E}$ pour recueillir sur la plaque M en N seulement les ions animés de la vitesse v_0 du faisceau non homocinétique précédent (N est sur la même verticale que O).
Qu'arrive-t-il aux particules de vitesse $v_0 - \Delta v$? de vitesse $v_0 + \Delta v$?
Le dispositif convient-il aussi bien pour les charges positives que pour les charges négatives ?

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

EXERCICE 34 — Sujet Bac S2 2009 — 4 points — 40 min



On considère le dispositif expérimental schématisé ci-contre, comportant 4 zones notées 1, 2, 3, 4.
zone 1 : chambre d'accélération entre P_1 et P_2.
zone 2 : sélecteur de vitesse entre P_2 et P_3.
zone 3 : chambre de déviation de largeur ℓ.
zone 4 : région où il ne règne ni un champ électrique, ni un champ magnétique.
F est un écran placé à une distance D de la plaque P_3, perpendiculairement à l'axe horizontal x'x.
C est une chambre d'ionisation qui émet des ions sodium Na^+ de masse m et de charge q.
P_1, P_2, P_3 sont des plaques métalliques verticales percées de trous T_1, T_2, T_3 alignés sur l'axe horizontal x'x.
A_1 et A_2 sont des plaques métalliques horizontales séparées par une distance d ; elles n'ont aucun contact électrique avec P_2 et P_3.
Le dispositif est placé dans le vide. On néglige le poids des ions devant les autres forces.

1- Les ions Na^+ sortent du trou T_1, avec une vitesse supposée nulle. Accélérés par une différence de potentiel $U = V_{P1} - V_{P2}$ entre les plaques P_1 et P_2, ils franchissent le trou T_2 avec une vitesse V_0.

Par application du théorème de l'énergie cinétique, montrer que le rapport $\frac{q}{m}$ (charge massique) pour un ion Na^+ est donné par l'expression : $\frac{q}{m} = \frac{V_0^2}{2U}$

2- Dans la zone 2, règnent simultanément un champ électrique uniforme de vecteur $\vec{E}$ vertical et un champ magnétique uniforme dont le vecteur $\vec{B}$ est perpendiculaire au plan de la figure.

2.1- Sur votre feuille de copie, faire un schéma où sera représentée la force électrique $\vec{F_e}$ qui s'exerce sur un ion se trouvant dans la zone 2.

2.2- Sur le même schéma, représenter, justification à l'appui, la force magnétique $\vec{F_m}$ qui doit s'appliquer sur le même ion pour qu'il suive une trajectoire rectiligne jusqu'au trou T_3.

2.3- En déduire le sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ dans la zone 2. Compléter le schéma en mettant le sens de $\vec{B}$.

2.4- Exprimer le rapport en fonction de U, E et B. Faire l'application numérique.

U = 3,9 kV ; $E = 9.10^3$ V.m^{-1} ; $B = 5.10^2$ T.

3- Après le trou T_3, les ions arrivent dans la zone 3 où règne le champ magnétique uniforme de vecteur $\vec{B'}$ représenté sur la figure. A la sortie de la zone 3, le vecteur vitesse d'un ion Na^+ fait un angle θ faible avec l'axe x'x.

3.1- Représenter, justification à l'appui, la trajectoire d'un ion de T_3 à l'écran.

3.2- Le point M est le point d'impact des ions Na^+ sur l'écran, I est le point d'intersection de l'axe (x'x) avec l'écran. Etablir l'expression de la déflexion magnétique Y = IM en fonction de q, m, V_0, B', ℓ et D puis en fonction de q, m, U, B', ℓ et D.

Peut-on en déduire une détermination expérimentale de $\frac{q}{m}$? Expliquer.

EXERCICE 35 — Sujet Bac S2 2011 — 4 points — 40 min

On se propose de déterminer le nombre de masse de l'un des isotopes du potassium, élément chimique, mélange de deux isotopes : ^{39}K et ^{x}K. L'isotope ^{39}K est plus abondant.
On utilise alors un spectrographe de masse constitué essentiellement de trois compartiments (figure 2).
Dans le premier compartiment, les atomes de potassium sont ionisés en cations (^{39}K et ^{x}K) ; dans le deuxième compartiment, les ions sont accélérés, leurs vitesses initiales étant négligeables et dans le troisième compartiment, les ions sont soumis à l'action d'un champ magnétique ; en fin de course, ils atteignent un écran luminescent.
Données :

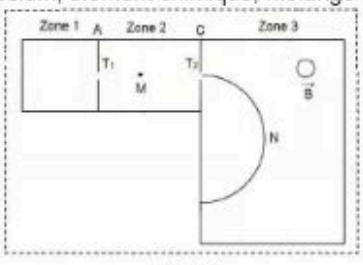


Figure 2

Le mouvement des particules a lieu dans le vide ; le poids d'un ion est négligeable devant la force électrique et la force magnétique.
La charge élémentaire est $e = 1,6.10^{-19}$ C ; la tension U établie entre les plaques A et C a pour valeur

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

$U = V_A - V_C = 1{,}0.10^3$ V ; l'intensité du champ magnétique régnant dans la zone 3 est B = 100 mT ; la masse d'un nucléon est $m0 = 1{,}67.10^{-27}$ kg ; la masse de l'ion $^{39}K^+$ est $m_1 = 39m_0$, la masse de l'ion $^xK^+$ est $m_2 = xm_0$. Les ions $^xK^+$ sont plus lourds que les ions $^{39}K^+$.

1- Entre les plaques A et C, les ions sont accélérés par un champ électrique uniforme. Leur vitesse au point T_1 de la plaque A est supposée nulle.

1.1- Reproduire la figure sur la feuille de copie et représenter la force électrique s'exerçant sur un ion potassium se trouvant en M.

1.2- Montrer que, arrivés au niveau de la plaque C, en T_2, tous les ions potassium ont la même énergie cinétique.

1.3- Montrer alors qu'en T_2, la vitesse de chaque ion $^{39}K^+$ a pour expression : $V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}$.

En déduire, sans démonstration, l'expression de la vitesse V_2 des isotopes x en T_2.

2- A partir de T_2, les ions pénètrent dans la zone 3 avec des vitesses perpendiculaires à la plaque C.
Chaque type d'isotope effectue, dans le plan de la figure, un mouvement circulaire uniforme.

2.1- En un point N de l'une des trajectoires, représenter sur la figure déjà reproduite, la vitesse d'un ion potassium et la force magnétique qui s'exerce sur cet ion.

2.2- Compléter la figure en représentant le sens du champ magnétique régnant dans la zone 3.

3- Montrer que le rayon de la trajectoire des ions $^{39}K^+$ a pour expression : $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{78m_0U}{e}}$

En déduire l'expression du rayon R_2 de la trajectoire des isotopes $^xK^+$.

4- Déterminer, par calcul, la valeur du rayon R_1 de la trajectoire des ions $^{39}K^+$.

5- Les deux types d'isotopes rencontrent l'écran luminescent en deux points d'impact I_1 et I_2 ; le point d'impact I_1 étant plus lumineux.

5.1- Préciser, en justifiant, le point d'impact de chaque type d'isotopes.

5.2- Montrer que le rapport des rayons des trajectoires des isotopes du potassium dans la zone 3 est $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}}$

5.3- La distance entre les points d'impact est d = 14,4 mm. Déterminer la valeur du nombre de masse x de l'isotope $^xK^+$.

EXERCICE 36 *Le cyclotron* 4 points 40 min

Un cyclotron est constitué par deux demi-boîtes cylindriques D_1 et D_2, appelées "dees", l'intérieur desquelles on établit un champ magnétique uniforme $\vec{B}$, parallèlement à l'axe des demi-cylindres.

Dans l'intervalle étroit entre D_1 et D_2, on établit un champ électrique $\vec{E}$ perpendiculairement aux surfaces qui délimitent l'intervalle D_1 - D_2.

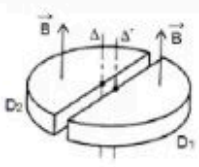


Fig. 1

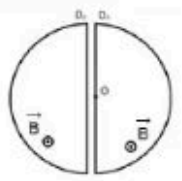


Fig. 2

Ce champ électrique est créé par une tension alternative u, appliquée entre les deux "dees", de fréquence f et de valeur maximale U_m Le champ électrique est nul à l'intérieur des "dees".
On injecte un proton de masse $m = 1{,}66.10^{-27}$ kg et de charge $e = 1{,}6.10^{-19}$ C au point O avec masse négligeable.
Il est alors accéléré par le champ électrique et pénètre dans D_2 avec une vitesse V. (On considère que le poids du proton est négligeable devant les autres forces en présence.)

1- Montrer que le mouvement du proton dans un "dee" est circulaire et uniforme. Établir la relation $R = \frac{mV}{eB}$

R représente le rayon de la trajectoire dans un "dee".

2- Montrer que le temps t_1 mis pour décrire un demi-cercle est indépendant de la vitesse V du proton.

3- Le proton reçoit une accélération maximale à chacun des passages entre les "dees" grâce au champ électrique alternatif créé par la tension u. On négligera le temps de transfert dans l'intervalle entre les deux "dees".
Quelle est la relation entre la période T de la tension alternative u et le temps t_1 ? En déduire les expressions littérales de la période T et de la fréquence f en fonction de m, e, B.

4-. Exprimer l'énergie cinétique du proton en fonction de f, m, R.

5- La fréquence f étant égale à 12 MHz, calculer l'énergie cinétique du proton lorsqu' il se déplace sur un cercle de rayon R = 15 cm.

5- La tension atteint sa valeur maximale U_m = 35 000 V lorsque le proton traverse l'intervalle entre les deux "dees".

5.1- Avec quelle vitesse le proton pénètre-t-il dans un des "dees" après la 1ère accélération, la 2e accélération, la nième accélération ?

5.2- Calculer le nombre de demi-cercles décrits après la 1ère accélération, pour que l'énergie cinétique du proton soit égale à $E = 1{,}0.10^{-13}$ J.

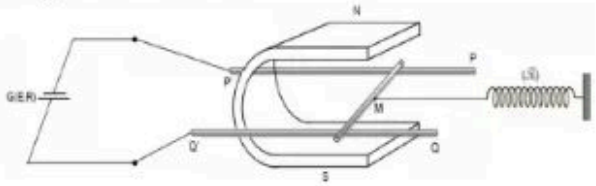
LOI DE LAPLACE

EXERCICE 37 *Rails de Laplace* 2,5 points 25 min

Soit une tige métallique MN, homogène, de masse m, pouvant glisser sans frottement sur deux rails métalliques, parallèles et horizontaux, PP' et QQ'.

La largeur de l'entrefer de l'aimant en U est ℓ = 8 cm.

Les extrémités P et Q sont reliées aux bornes d'un générateur de f.é.m. E = 10 V et de résistance R = 0,5 Ω. Le champ magnétique créé par l'aimant est B = $9{,}2.10^{-2}$ T



Les résistances électriques des rails, de la tige MN et des contacts en M et N entre la tige et les rails sont négligeables par rapport à R. Le milieu G de la tige est lié à l'extrémité isolée électriquement d'un ressort, de masse négligeable, à spires non jointives, de raideur k = 6,4 N.m^{-1} ; l'autre extrémité A est fixée à un support fixe.

1- Calculer l'intensité I du courant qui traverse la tige.

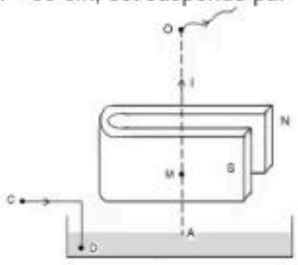
2- Calculer la variation de longueur $\Delta\ell$ du ressort.

EXERCICE 38 *Le conducteur-pendule* 2,5 points 25 min

Un conducteur rectiligne et homogène OA, de masse m = 20 g et de longueur L = OA = 30 cm, est suspendu par son extrémité supérieure O à un point fixe. Le conducteur peut tourner librement autour de O. Le champ magnétique créé par l'aimant est B = $8{,}5.10^{-2}$ T.

La largeur de l'entrefer de l'aimant en U est ℓ = 8 cm.

Le champ magnétique s'applique au point M tel que OM = $\frac{1}{3}$ L. Les bornes C et D sont reliés à un générateur qui maintient dans le conducteur un courant d'intensité I = 7,5 A.



1- Dans quel sens va tourner la tige ?

2- Déterminer l'angle α de déviation de la tige.

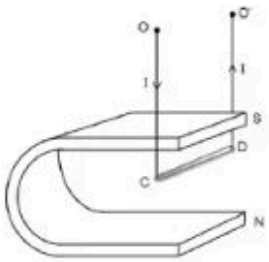
EXERCICE 39 3 points 30 min

Barre métallique parcourue par un courant et placée dans un champ magnétique uniforme

Données : CD = ℓ = 5,0 cm ; B = $1{,}0.10^{-2}$ T ; largeur de l'entrefer : L = 3 cm.

Une barre de cuivre MN de masse m = 10,0 g est maintenue par deux fils conducteurs de même longueur OM et O'N et de masse négligeable.

La barre est lancée dans l'entrefer d'un aimant en U qui crée un champ magnétique uniforme vertical $\vec{B}$. On admet que la région du champ est limitée à la largeur de l'entrefer.



1- Quelles sont les caractéristiques, de la force qui s'exerce sur CD lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité I = 15 A ?

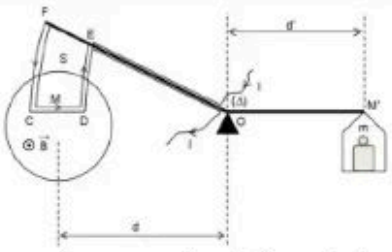
2- Montrer que le cadre s'écarte de sa position d'équilibre initiale.

3- Déterminer l'angle α que font les côtés OC et O'D avec la verticale lorsque le cadre se trouve dans sa nouvelle position d'équilibre.

EXERCICE 40 *La Balance de Cotton* 3 points 30 min

L'intensité d'un champ magnétique peut être mesurée à l'aide d'une balance de Cotton. Le fléau d'une telle balance, de forme particulière, supporte un secteur isolant S en matière plastique limité par deux arcs de cercle centrés sur l'axe de rotation Δ du fléau. Ce secteur comporte une partie rectiligne CD de longueur ℓ, horizontale lorsque la balance est en équilibre.

Un fil conducteur part de O, suit le fléau et les bords du secteur, puis revient en O. L'autre bras du fléau supporte un plateau.



On règle la balance de façon que l'équilibre soit réalisé lorsqu'aucun courant ne passe dans le fil conducteur.

LOI DE LAPLACE

Si l'on plonge le secteur S dans un champ magnétique uniforme orthogonal au plan de la figure et dirigé vers l'avant, l'équilibre de la balance est rompu lorsqu'un courant circule dans le fil. Pour rétablir l'équilibre, il suffit de placer une masse m sur le plateau.

1- Préciser sur la figure les forces agissant sur la balance, ainsi que le sens du courant circulant dans le fil conducteur.
2- Etablir la condition d'équilibre de la balance.

3- Afin de déterminer la valeur du champ $\vec{B}$, on fait les mesures suivantes pour les différentes valeurs de l'intensité du courant :

I (A)	0	1	2	3	4	5
m (g)	0	0,2	0,4	0,6	0,8	1,0

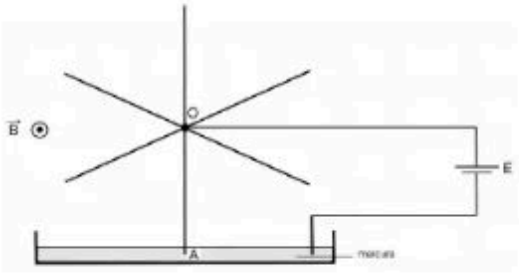
Tracer la représentation graphique de la fonction m = f(I) en choisissant une échelle convenable. En déduire la valeur de $\vec{B}$.

Données : CD = ℓ = 5,0 cm ; g = 10 m.s^{-2} ; d = d' = 15 cm.

EXERCICE 41 *La roue de Barlow* 3 points 30 min

Données : B = 2.10^{-2} T ; ℓ =10 cm ; I = 6 A

La roue de Barlow est constituée de rayons rigides en cuivre de longueur ℓ régulièrement répartis. La roue est mobile autour d'un axe horizontal Δ passant par le O comme le montre la figure.
La partie inférieure plonge dans le mercure ; le courant arrive par l'axe et sort par le mercure ; on admettra qu'il circule selon le rayon vertical reliant l'axe au point de contact avec le mercure. Le dispositif est plongé dans un magnétique uniforme B perpendiculaire au plan de la roue.



1- Expliquer pourquoi on observe un mouvement de rotation. Préciser son sens.
2- La vitesse de rotation est 90 tr.min^{-1}. Calculer la puissance développée par la force électromagnétique supposée appliquée au milieu d'un rayon.
3- Calculer le travail effectué par la force électromagnétique pendant 15 tours.

INDUCTION MAGNETIQUE - ETUDE D'UN DIPOLE (R, L)

EXERCICE 42 — Sujet Bac S2 2004 — 4 points — 40 min

Un solénoïde de résistance R = 4 Ω comprend N = 2000 spires jointives réparties sur une longueur de L = 60 cm.
1- Dans un premier temps, les extrémités du solénoïde sont branchées aux bornes d'un générateur G_0 de f.e.m. E_0 = 24 V et de résistance interne r = 2 Ω.
1.1- Préciser les caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde.
Faire un schéma du solénoïde où on indiquera clairement le sens du courant et où on représentera le vecteur champ magnétique à l'intérieur. (0,5 point)
On donne : perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI.
1.2- On introduit à l'intérieur du solénoïde une bobine plate d'aire s = 5 cm^2 (par spire) comportant n = 50 spires.
L'axe du solénoïde est orthogonal au plan de la bobine.
Calculer le flux d'induction magnétique à travers la bobine.
2- On remplace le générateur G_0 par un autre générateur G qui débite dans le solénoïde un courant d'intensité périodique (figure 3)
On relie ensuite les extrémités de la bobine intérieure à un oscillographe.

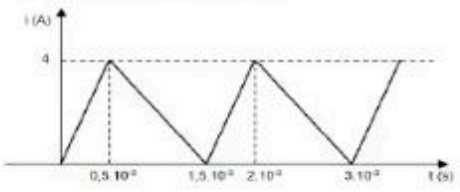


Figure 3

La base des temps est sur la graduation 0,5 ms/div.
La sensibilité verticale est sur la graduation 0,25 V/div.
2.1- Expliquer pourquoi la bobine est le siège d'un phénomène d'induction. Calculer la f.e.m. d'induction.
2.2- Représenter la tension observée sur l'écran de l'oscillographe. On fera un schéma clair où seront représentées l'orientation choisie sur la bobine et ses connexions à l'oscillographe.
3- Cette fois-ci on considère une bobine plate formée de n' = 500 spires. Chaque spire a une surface de s' = 100 cm^2. La bobine tourne à vitesse angulaire constante œ autour d'un axe diamétral et vertical dans un champ magnétique uniforme horizontal de vecteur B. Des contacts électriques mobiles permettent de relier les extrémités A et C du conducteur respectivement à l'entrée Y et à la masse M d'un oscillographe (figure 4). Le balayage horizontal étant réglé sur 10 $ms.div^{-1}$ et la sensibilité verticale sur 1$V.div^{-1}$, on observe la courbe de la figure 5 sur l'oscillographe.

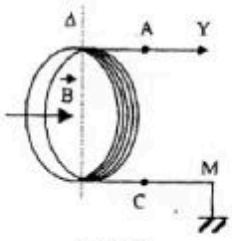
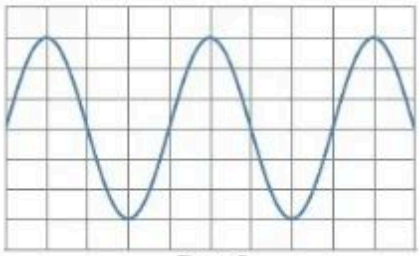


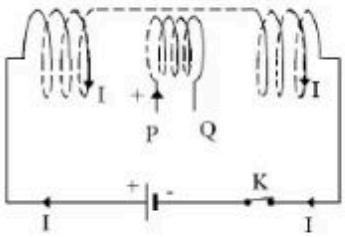
Figure 4


Figure 5

3.1- Justifier qualitativement l'existence d'une tension entre A et C lors de la rotation de la bobine.
3.2- Montrer que la bobine est siège d'une f.é.m. induite donnée par l'expression : e = Ksin ($\omega t + \theta_0$) où K et θ_0 sont des constantes. Exprimer K en fonction de ω ; n', s' et B.
3.3- En déduire l'expression de la tension u_{AC}.
3.4- Déterminer alors, en utilisant l'oscillogramme de la figure 5, la vitesse angulaire de la bobine ainsi que l'intensité B du champ magnétique.

EXERCICE 43 — Sujet Bac S2 2007 — 3,5 points — 35 min

Une bobine circulaire PQ de résistance R_2 = 8 ohms comportant N_2 = 50 spires de diamètre d_2 = 5 cm est placée comme indiqué sur la figure à l'intérieur d'un solénoïde de longueur ℓ_1 = 50 cm, comportant N_1 = 1000 spires. L'axe de la bobine est parallèle à celui du solénoïde.



1- Un générateur de courant continu débite un courant d'intensité I = 4 A à travers le solénoïde. Déterminer alors les caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ créé à l'intérieur du solénoïde et représenter ce vecteur sur un schéma.
On donne : perméabilité du vide : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ SI
2- Sans modifier le circuit, on réunit les extrémités P et Q de la bobine, puis on ouvre l'interrupteur K.
2.1- Justifier le passage d'un courant induit dans la bobine PQ pendant l'ouverture du circuit et préciser son sens sur un schéma (le sens positif d'orientation de PQ est indiqué sur le schéma du montage).
2.2- Calculer la quantité d'électricité induite qui traverse la bobine PQ.
3- Le générateur linéaire est remplacé par un générateur basse fréquence qui délire une intensité variable i = 5 sin (100π)t, expression où i est exprimée en ampère et t en seconde.
3.1- Montrer que l'expression de la f.e.m. d'induction qui apparaît dans la bobine est :

$e = -\frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi d_2^2}{4\ell_1}\frac{di}{dt}$, relation où $\frac{di}{dt}$ est la dérivée par rapport au temps de l'intensité i du courant.

3.2- On sépare les bornes P et Q de la bobine puis on relie la borne Q à la masse d'un oscilloscope, la borne P à la voie de déviation verticale YY' afin de visualiser la tension U_{PQ}.
Représenter la courbe observée sur l'écran en tenant compte des données ci-après :
- largeur de l'écran : 10 cm balayage horizontal : 5 ms/cm
- hauteur de l'écran : 08 cm sensibilité verticale : 0,2 V/cm.

EXERCICE 44 Sujet Bac S2 2012 4 points 40 min

Les bobines sont des composants électriques de très grande utilité sur lesquels le fabricant mentionne les caractéristiques
(L, N, I_{max}), pour une utilisation optimale et sécuritaire. L et N représentent respectivement l'inductance et le nombre de spires de la bobine tandis que I_{max} correspond à l'intensité maximale du courant électrique qui peut traverser la bobine.

1- Un groupe d'élèves, sous la supervision de leur professeur, se propose de vérifier quelques caractéristiques d'une bobine de leur laboratoire. Cette bobine est assimilée à un solénoïde de longueur ℓ = 0,5 m, comportant N spires de rayon R = 5 cm. Pour ce faire, ils disposent la bobine horizontalement, son axe (Δ) étant orthogonal au plan méridien magnétique. Au centre de cette bobine est placée une petite aiguille aimantée horizontale mobile autour d'un axe vertical (Δ').
Le groupe d'élèves lance un courant électrique d'intensité I dans le solénoïde et constate que l'aiguille dévie d'un angle α.
1.1- Faire un schéma où seront représentés la bobine en indiquant le sens du courant, le vecteur champ magnétique $\vec{B_C}$ créé par le courant, le vecteur $\vec{B_H}$ composante horizontale du champ magnétique terrestre, la position finale de l'aiguille et l'angle α.
On donne : $\mu_0 = 4\pi.10^{-7}$ S.I. ; $B_H = 2.10^{-5}$ T

1.2- Exprimer $\tan\alpha$ en fonction de B_H, N, I, ℓ et μ_0 (perméabilité magnétique du vide).

2- Le groupe fait varier l'intensité I du courant dans le circuit et mesure la valeur de l'angle α pour chaque valeur de I.
Les résultats obtenus permettent de tracer la courbe $\tan\alpha = f(I)$. (figure 1)
2.1- Déterminer à partir de cette courbe la relation entre $\tan\alpha$ et I.
NB : Il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie.

2.2- En déduire la valeur de N que l'on notera N_0.
2.3- Déterminer l'inductance L du solénoïde (on prendra N = 1195 spires).
3- Afin d'étudier le comportement de la bobine dans un circuit, les élèves réalisent avec ce solénoïde le montage ci-après (figure 2). La bobine est branchée en série avec un résistor de résistance R_0 = 10 Ω.
Ils utilisent un générateur de courant continu G (E = 12 V ; r = 5 Ω). La résistance interne du solénoïde est r' = 5 Ω.
Le nombre de spires est N = 1195 spires. L'interrupteur est dans la position 1.
3.1- Déterminer l'intensité I_0 du courant dans le circuit en régime permanent.
3.2- En un temps très bref et à t = 0, on bascule l'interrupteur de la position (1) à la position (2).
3.2.a- Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit l'intensité i du courant dans le circuit.

3.2.b- Vérifier que $i = A.e^{-t/\tau}$ est solution de cette équation différentielle, A et τ étant des constantes à exprimer en fonction des caractéristiques des composants du circuit. Donner l'allure de la courbe i = f(t).

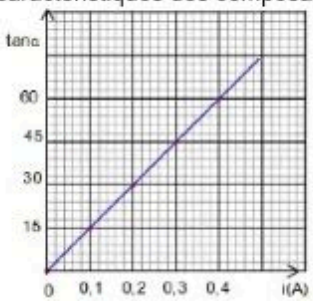


Figure 1

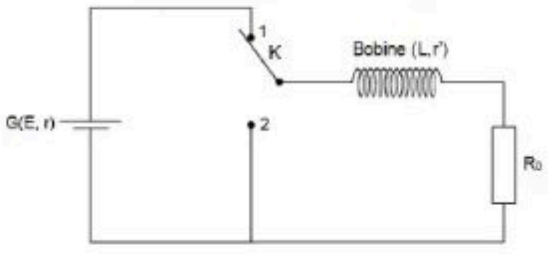
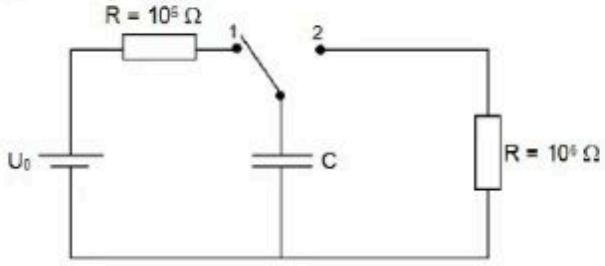


Figure 2

ETUDE DU DIPOLE (R, C)

EXERCICE 45 — Sujet Bac S2 2003 — 4 points — 40 min

Dans le but de déterminer la capacité d'un condensateur on utilise le montage ci-contre.



1- Charge du condensateur

On bascule l'interrupteur en position 1.

1.1- Ecrire la loi des tensions dans le circuit de charge.

En déduire l'équation différentielle liant q et $\dot{q}$.

1.2-Vérifier que q(t) est de la forme : $q(t) = A\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$ où A et τ sont des constantes que l'on exprimera en fonction des données.

2- Décharge du condensateur

Le condensateur chargé, on bascule l'interrupteur en position 2.
Un dispositif approprié permet d'enregistrer les valeurs de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps et donne les résultats suivants :

t(s)	2	4	6	8	9
u_C (V)	3,90	2,56	1,72	1,10	0,90

2.1- Tracer la courbe représentant $\ln(u_C)$ en fonction du temps.
2.2- Établir l'équation qui donne u(t) en fonction de R, C, U_o et t.
2.3- En déduire l'expression du coefficient directeur de la droite obtenue en 5.2.1
2.4- On pose $\tau = RC$. Calculer la valeur de τ et en déduire C sachant que $R = 10^5\ \Omega$.

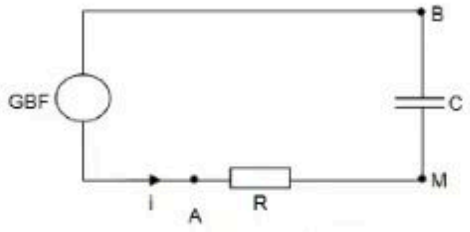
EXERCICE 46 — Sujet Bac S2 2005 — 4 points — 40 min

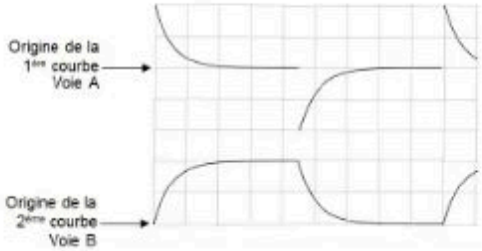
Afin d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur, on réalise le circuit ci-dessous (figure 1).

* GBF est un générateur basse fréquence délivrant une tension rectangulaire ;

* R est un conducteur ohmique de résistance R = 200 Ω ;

* C est un condensateur de capacité C.





Grâce à un oscilloscope électronique, on obtient l'oscillogramme de la figure 2. Afin de mieux distinguer chacune des courbes, l'une a été décalée vers le haut et l'autre vers le bas.
Les réglages de l'oscilloscope sont précisés ci-après :

- base de temps : 0,5 ms/div ; -sensibilité verticale de la voie A et de la voie B : 2 V/div ;
- entrée B inversée.

1-

1.1- Quelles sont les courbes qui représentent la tension U_{AM} aux bornes du conducteur ohmique et la tension U_{BM} aux bornes du condensateur ? Justifier les réponses.
1.2- En déduire celle qui permet de connaître les variations de l'intensité i du courant en fonction du temps.
1.3- A quoi correspondent les deux parties de chaque courbe ? Justifier les réponses.
2- Déterminer les grandeurs suivantes :
2.1- la fréquence f du générateur ;
2.2- la tension maximale aux bornes du condensateur ;
2.3- la tension maximale aux bornes du conducteur ohmique ;

2.4- la valeur maximale I_{max} de l'intensité du courant de charge.
3- Pour les mêmes réglages du GBF et de l'oscilloscope on augmente la valeur de la résistance R.
Les grandeurs f et 'max sont-elles modifiées ? Si oui, dans quel sens et pourquoi ? si non, Pourquoi ?

EXERCICE 47 Sujet Bac S2 2013 4 points 40 min

Le condensateur est un composant qui peut emmagasiner de l'énergie électrique. Cette énergie peut être restituée, à tout moment, sous diverses formes.
Dans la suite on étudie la charge puis la décharge d'un condensateur. Pour ce faire, on réalise le montage schématisé ci-après (figure 1).

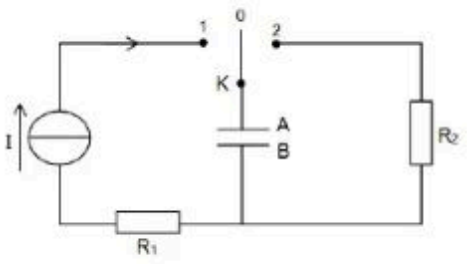


figure 1

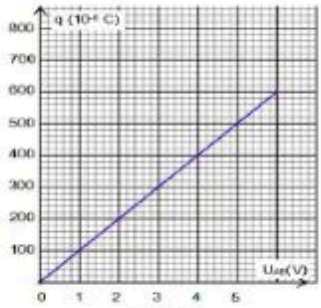


figure 2

1- Etude de la charge du condensateur

Le condensateur étant initialement déchargé, on ferme l'interrupteur K en position 1 (figure 1) à la date t = 0. On considère, dans cette étape, qu'un courant d'intensité constante I = 17 μA traverse le circuit.
On enregistre, par un dispositif approprié, les valeurs de la tension u_{AB} entre les armatures du condensateur au cours du temps t. L'enregistrement étant terminé, on calcule, pour chaque valeur de t la charge q(t) de l'armature A du condensateur.
1.1- Tenant compte de l'orientation du circuit, donner l'expression qui permet de calculer la charge q en fonction de la date t.
1.2- Le graphe de la charge q en fonction de la tension u_{AB} est représenté à la figure 2. Déduire, par exploitation du graphe :
1.2.a- la capacité C du condensateur.
1.2.b- la date à laquelle la tension u_{AB} prend la valeur 1,80 V.

2- Etude de la décharge du condensateur
Lorsque la tension entre les armatures vaut U_0 = 3,85 V, on bascule l'interrupteur en position 2, à une date prise comme origine des temps t = 0.

2.1- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par la tension instantanée u_{AB} est de la forme : $\frac{1}{\beta}\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$

où β est une constante dont on donnera l'expression en fonction des caractéristiques des dipôles du circuit.

2.2- Donner le nom de la constante $\frac{1}{\beta}$; préciser sa signification physique.

2.3- L'équation différentielle a une solution de la forme $u_{AB}(t) = \alpha e^{-\beta t}$ où β est une constante.
2.3.a- Préciser la valeur de α. Ebaucher la courbe traduisant la variation de la tension $u_{AB}(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps.
2.3.b- Exprimer, puis calculer l'énergie, E_0, emmagasinée par le condensateur, à la date t = 0.
2.3.c- En supposant que cette énergie a pu être restituée, totalement, par le flash d'un appareil photo, en une durée égale à 0,1 ms, calculer la puissance moyenne de ce « flash ».

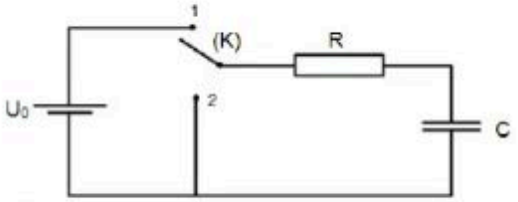
EXERCICE 48 4 points 40 min

Un condensateur de capacité C est associé en série avec un conducteur ohmique de résistance R. La f.é.m. du générateur est constante et égale à E.

1- Charge du condensateur

On bascule l'interrupteur en position (1) à la date t = 0.

1.1- Ecrire la loi des tensions dans le circuit de charge.



ETUDE DU DIPOLE (R, C)

En déduire l'équation différentielle à laquelle obéit la tension u_C aux bornes du condensateur.

1.2- Vérifier que $u_C(t)$ est de la forme : $u_C(t) = A\left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right]$ où A et τ sont des constantes que l'on exprimera en fonction des données.

1.3- Montrer que la constante τ a la dimension d'un temps.

2- Décharge du condensateur

Le condensateur chargé, on bascule l'interrupteur en position (2).

Un dispositif approprié permet d'enregistrer les valeurs de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps et donne les résultats suivants :

t(s)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
u_C (V)	12	9,7	7,8	6,3	5,1	4,1	3,3	2,7	2,2	1,8	1,4

2.1- Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension u_C aux bornes du condensateur.

2.2- Donner l'expression de la tension u_C aux bornes du condensateur.

2.3- Tracer la courbe représentant la tension u_C en fonction du temps.

Echelle : abscisse : 1 cm ↔ 1 s ; ordonnée : 1 cm ↔ 1,0 V

2.4- Déterminer graphiquement la constante de temps τ en justifiant la méthode utilisée.

Sachant que R = 10 kΩ, en déduire la capacité C du condensateur.

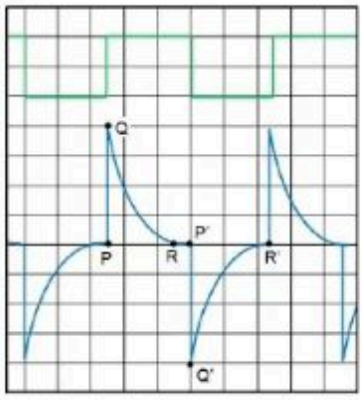
EXERCICE 49 — 4 points — 40 min

Afin d'étudier la charge et la décharge d'un condensateur, on réalise un circuit comportant en série (voir figure) :
- un GBF qui délivre une tension rectangulaire ;
- un conducteur ohmique de résistance réglable R ;
- un condensateur de capacité C = 100 nF.

Avec R = 10 Ω, on obtient l'oscillogramme ci-dessus. Les réglages de l'oscilloscope sont :

- Sensibilités verticales : - voie Y_1 : 1,0 $V.div^{-1}$; - voie Y_2 : 0,5 $V.div^{-1}$
- durée de balayage : 2 $ms.div^{-1}$

1- Reproduire le schéma en indiquant les branchements les fils de masse et des entrées Y_1 et Y_2 de l'oscilloscope nécessaires pour visualiser respectivement la tension fournie par le GBF et une tension permettant de connaître l'intensité du courant qui traverse le circuit.
On utilisera les symboles → Y_1 ; → Y_2 ;



2- Identifier les courbes et interpréter le phénomène observé principalement dans les zones PQR et P'Q'R'.

3- Déterminer grâce à l'oscillogramme :

- la fréquence de la tension délivrée par le GBF ;
- la tension maximale U_0 aux bornes du condensateur ;
- la valeur maximale I_0 du courant qui traverse le circuit.

4) On étudie l'influence de la valeur de la résistance sur l'allure de la courbe (2). L'équation de la partie PQ s'écrit : $u(t) = U_0.e^{-t/RC}$.

L'origine des dates t = 0 est prise au point O. Dans les conditions de l'expérience, on admet que la tension s'annule dès que $u(t) = \frac{U_0}{40}$.

4.1- Calculer le temps t_1 nécessaire pour annuler u(t). Comparer cette valeur à celle donnée par la courbe.

4.2- On garde constante la valeur de la tension U_0 et on modifie la valeur de la résistance. Pour R = 3,3 kΩ, calculer le temps t_2 nécessaire pour annuler u(t). Quelle conclusion peut-on en tirer ?

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

EXERCICE 50 — Sujet Bac S2 2010 — 5 points — 50 min

La bobine et le condensateur sont deux composants électriques courants, utilisés dans les circuits les plus divers : microprocesseurs d'ordinateurs, horloges électroniques, émetteurs et récepteurs radios et télé, amplificateurs, etc.

L'objectif visé dans cet exercice est d'étudier la charge d'un condensateur et sa décharge à travers une bobine.

1- Un condensateur de capacité C = 1 µF, initialement déchargé est placé en série avec un conducteur ohmique de résistance R = 10 kΩ, un interrupteur K et un générateur G de résistance négligeable qui maintient entre ses bornes une tension constante U_0 = 5 V.
Le circuit est schématisé ci-contre (figure1).
L'interrupteur K est fermé à la date t = 0.
Le sens d'orientation choisi est indiqué sur le schéma et q désigne la charge de l'armature liée à A.
Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$ au cours de cette étape de charge du condensateur.
2- Vérifier que $u_{AB}(t) = U_0(1- e^{-t/\tau})$ est solution de l'équation différentielle précédemment établie, relation où t est une constante que l'on exprimera en fonction de R et C. Calculer t .

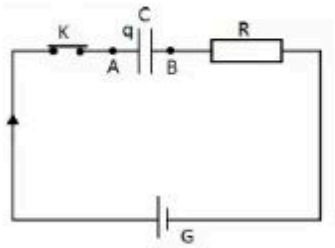


figure1

3- Afin de vérifier expérimentalement la loi de variation de $u_{AB}(t)$ et de déterminer la valeur de t , on relève la valeur de u_{AB} à différentes dates t. Ce qui a permis de tracer la courbe $u_{AB} = f(t)$ jointe en annexe (page 4).
3.1- L'allure du graphe obtenu est-il en accord avec l'expression de $u_{AB}(t)$ donnée en 4.2 ?
3.2- En utilisant la courbe, déterminer la valeur de t (il n'est pas exigé de rendre la courbe avec la feuille de copie ; on pourra simplement expliciter la méthode utilisée pour déterminer t).
Comparer le résultat à la valeur théorique trouvée en 4.2 et conclure.

4- Exprimer l'intensité instantanée du courant électrique i(t) en fonction de $\frac{du_{AB}}{dt}$, dérivée première de $u_{AB}(t)$ en fonction du temps. En déduire l'expression de i(t) en fonction de U_0, R, C et t.
Représenter l'allure de la courbe i(t) = f(t).
5- A la date t = 0, le condensateur précédent, chargé sous la tension U_0 = 5V, est déchargé à travers une bobine d'inductance L et de résistance négligeable (figure 2).

5.1- Etablir l'équation différentielle traduisant les variations de la charge q(t) du condensateur.
5.2- En déduire alors l'expression littérale puis numérique de la charge du condensateur en fonction du temps. Calculer la période des oscillations électriques du circuit.
On prendra L = 10 mH.

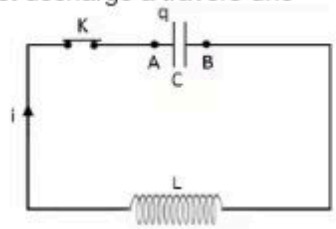


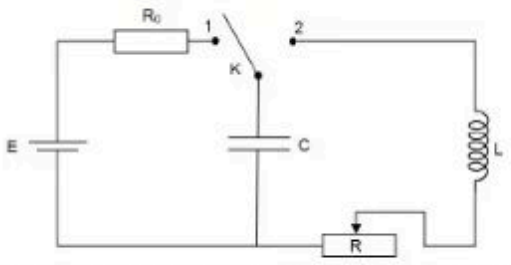
figure 2

EXERCICE 51 — 4 points — 40 min

Soit le circuit suivant formé d'une résistance R_0 = 2,2 kΩ, d'un condensateur de capacité C = 0,5 µF, d'une bobine d'inductance L = 100 mH et d'un rhéostat (résistance réglable de 0 à R = 1000 Ω). Il est alimenté par un générateur qui délivre une tension continue de valeur E = 10 V.

1- Initialement le condensateur est déchargé. Que se passe-t-il quand l'interrupteur K est mis en position 1 ?

Déterminer la charge Q_0 et l'énergie E_e électriques acquises par le condensateur.



2- A l'instant t = 0 l'interrupteur est basculé en position 2.

2.1- Après avoir expliqué, en quelques mots, le phénomène physique qui a lieu, établir l'équation d'évolution de la charge q du condensateur C en précisant le sens positif choisi pour le courant i passant dans l'inductance.

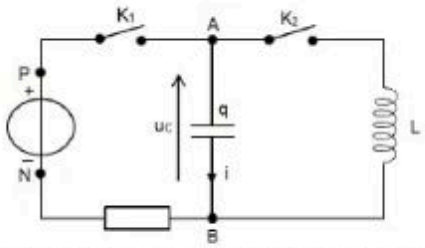
2.2- Montrer que dans le cas où R = 0 l'équation différentielle obtenue a une solution de la forme :
q = Acos (ωt + φ). Préciser la valeur de φ, calculer les valeurs de A et ω. Exprimer l'intensité i = f(t) du courant.
Comment est répartie l'énergie dans le circuit à la date t = 2,2 ms ?
3- On déplace le curseur du rhéostat de sorte à avoir une résistance R non nulle.
3.1- Etablir l'équation différentielle du circuit pour R différente de zéro.
3.2- Un paramètre sans dimension Q, appelé facteur de qualité, permet de déterminer quantitativement les trois régimes libres d'un dipôle RLC :

- Q > 0,5 : le régime est périodique amorti, ou oscillant (R < R_c)
- Q = 0 : le régime est dit critique (R = R_c)
- Q < 0,5 : le régime est sous-critique ou apériodique (R > R_c)

Calculer la résistance critique R_c du dipôle du dipôle RLC et en déduire les valeurs de R pour lesquelles le régime est périodique amorti et celles pour lesquelles le régime est apériodique.

EXERCICE 52 — Sujet Bac S2 2008 — 4 points — 40 min

Soit le montage électrique schématisé ci-contre permettant d'étudier le comportement d'un condensateur de capacité C = 10 μF.
Le générateur maintient entre ses bornes une tension constante de valeur E = 6,0 V. L'inductance de la bobine est L = 0,10 H.
La résistance du conducteur ohmique vaut R = 10 Ω.
1- Le condensateur étant initialement déchargé, on le charge en fermant K1 et en maintenant K2 ouvert.



L'opération de charge étant terminée, indiquer, justifications à l'appui, les valeurs des grandeurs électriques suivantes :

- la tension aux bornes du condensateur,
- la charge du condensateur,
- l'intensité du courant circulant dans le conducteur ohmique,
- la tension aux bornes du conducteur ohmique.

Maintenant on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme l'interrupteur K_2 à un instant de date t = 0.
Pour cette question on suppose que la résistance de la bobine est nulle.
2.1- Quel phénomène se produit alors ?
2.2- Donner l'expression de la tension instantanée aux bornes du condensateur en fonction de la charge q du condensateur et celle de la tension instantanée aux bornes de la bobine en fonction de $\ddot{q}$ (dérivée seconde de q par rapport au temps), compte tenu de l'orientation choisie pour l'intensité instantanée i (voir figure).
2.3- En déduire l'expression de l'équation différentielle du circuit vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur.
2.4- Donner la solution littérale de cette équation différentielle et dessiner l'allure de la courbe donnant les variations de la tension uc aux bornes du condensateur en fonction du temps.
2.5- Calculer la période propre T_0 des oscillations qui ont ainsi pris naissance dans le circuit.
3- En réalité la bobine a une résistance R' = 40 Ω, on charge d'abord le condensateur comme décrit en 4.1), puis on ouvre K_1 et ferme K_2.
3.1- Etablir l'équation différentielle relative à la charge q du condensateur à une date quelconque t puis en déduire celle relative à u_c.
3.2- Comment varie l'énergie totale du circuit ? Justifier.
3.3- La pseudo-pulsation ω_1 des oscillations électriques est donnée : $\omega_1^2 - \omega_0^2 - \left(\frac{R'}{2L}\right)^2$ est la pulsation propre. Calculer la pseudo-période T_1. La comparer à T_0.
3.4- Donner l'allure de la courbe q = f(t) dans un intervalle de temps $\Delta t = 3T_1$ (on donnera la valeur initiale de la charge et l'allure de la courbe sans faire de calculs intermédiaires de charges).

EXERCICE 53 — Sujet Bac S2 1999 — 4 points — 40 min

Un générateur basse fréquence (GBF) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace constante

U = 10,0 V, est utilisé pour alimenter un conducteur ohmique de résistance R = 100 Ω, un condensateur de capacité C = 0,5 μF et une bobine de résistance R_b = 100 Ω et d'inductance L = 50 mH.
Ces trois dipôles étant montés en série :

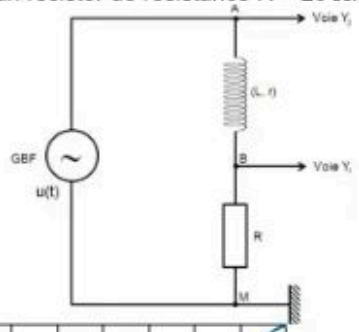
OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

1- Pour la fréquence f = f_1 = 318 Hz du GBF, calculer :
1.1- L'impédance Z du montage.
1.2- La valeur efficace I_1 du courant i (t) débité par le GBF.
1.3- La puissance P_1 consommée par le montage.
1.4- La phase φ de la tension u (t) délivrée par le GBF par rapport au courant i(t) qu'il débite. Préciser laquelle de ces deux grandeurs (tension ou courant) est en avance sur l'autre.
2- Pour la fréquence f_1, tracer à l'échelle le diagramme de Fresnel du montage en utilisant les résultats des questions précédentes.
3- Calculer la valeur f_0 de la fréquence propre du montage. Que deviennent les différentes valeurs calculées à la question (4. 1) si on alimente le montage avec la fréquence f ? Comment s'appelle le phénomène particulier qui se produit quand f = f_0 ?

EXERCICE 54 — Sujet Bac S2 2000 — 4 points — 40 min

1 - Un dipôle D, comprend, en série, une bobine d'inductance L et de résistance r, un résistor de résistance R = 20 Ω.

On applique aux bornes de cette association une tension sinusoïdale $u = U_m \cos\omega t$. Grâce à un oscillographe on observe les courbes de la figure 1. Le balayage est réglé à 2,5. 10^{-3} s/cm et la sensibilité des voies 1 et 2 est de 1 V/cm.



1.1 - A partir des courbes, déterminer la période T, la pulsation ω et la fréquence N de la tension sinusoïdale.

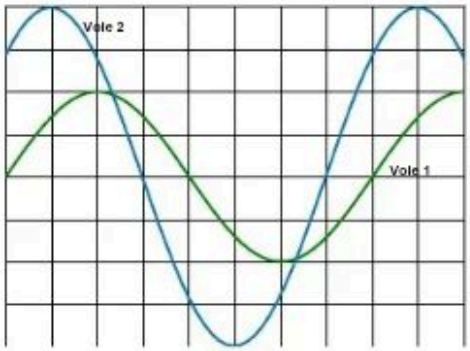


Figure 1

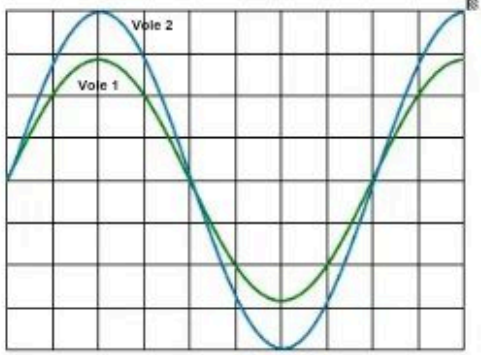
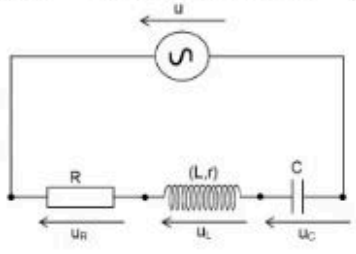


Figure 2

1.2 - Déterminer l'amplitude U_{max} de la tension aux bornes du dipôle D et l'intensité maximale I_{max} du courant traversant l'association.
1.3 - Déterminer la différence de phase entre la tension aux bornes du dipôle D et le courant qui le traverse.
1.4 - Déterminer les valeurs de l'impédance Z, du dipôle D, de r et de L de la bobine inductive.
2 - On insère dans le circuit précédent, et en série, un condensateur de capacité C = 112 μF. On observe sur l'écran de l'oscillographe les courbes de la figure 2. Les réglages du balayage et des sensibilités verticales ne sont pas modifiés.
2.1 – Préciser l'état de fonctionnement du nouveau circuit. Quel est le nouveau déphasage entre le courant et la tension aux bornes de ce circuit ?
2.2 - L'état de fonctionnement de ce circuit est-il compatible avec la valeur de l'impédance Z trouvée à la question 1.4 ?
2.3 - A partir des grandeurs visualisées, dans la figure 2, retrouver la valeur de la résistance r de la bobine.

EXERCICE 55 — Sujet Bac S2 2002 — 4,5 points — 45 min

Soit un dipôle R, L, C série formé d'un résistor de résistance R, d'une bobine d'inductance L et de résistance r = 17,65 Ω et d'un condensateur de capacité C. Il est relié aux bornes d'un générateur qui délivre une tension sinusoïdale de valeur efficace constante U = 1 V. La fréquence f de cette tension est réglable. Le dipôle est parcouru par un courant d'intensité efficace I. (Voir figure ci-contre)



1- Etablir l'équation différentielle qui fournit la valeur instantanée u(t) aux bornes du dipôle en fonction de R, r, L, C et de la fréquence. En déduire l'expression de

l'intensité efficace I en fonction de f.
2- L'expérience donne le tableau de mesure de l'intensité efficace en fonction de la fréquence, soit :

i(mA)	1	1,8	4,3	7,2	8,5	7,2	4,7	3,2	2,4	1,5	1	0,7
f(Hz)	160	180	200	210	215	220	230	240	250	270	300	350

Tracer la courbe I = g (f). Echelles : 2 cm ↔ 1mA ; 1 cm ↔ 20 Hz

3- Indiquer la fréquence de résonance f_0 et l'intensité I_0 correspondante. En déduire R.

4- A la résonance d'intensité la tension efficace U_c aux bornes du condensateur est donnée par $U_c = Q.U$ où Q est le facteur de qualité du circuit et U la tension efficace aux bornes du circuit. En déduire les deux expressions de Q, l'une en fonction de L, l'autre en fonction de C. Pourquoi l'appelle-t-on facteur de surtension ?
Déduire de la courbe les valeurs f_1 et f_2 des fréquences qui limitent la bande passante usuelle.

5- En admettant que $|f_2 - f_1| = \frac{f_0}{Q}$. Calculer L et C pour ce circuit.

EXERCICE 56 Sujet Bac S2 2006 4 points 40 min

On considère un dipôle (D) de nature inconnue monté en série avec un conducteur ohmique de résistance R = 100 Ω et un générateur basse fréquence de tension sinusoïdale dont la fréquence et la tension efficace sont réglables.
On utilise un oscillographe dont les réglages sont les suivants : balayage horizontal (5.10^{-2} ms / div), déviation verticale (pour la voie 1 : 0,5 V / div ; pour la voie 2 : 1 V / div)
On reproduit une photographie de l'écran lorsque l'oscillographe est branché selon le schéma ci-dessous. (voir figures 1 et 2)

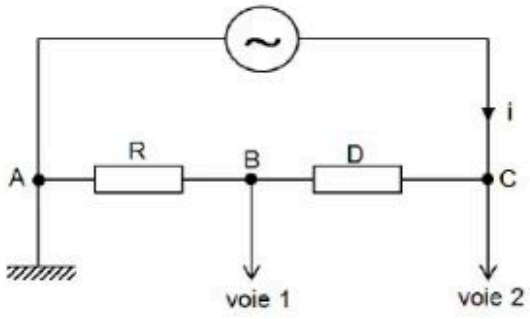
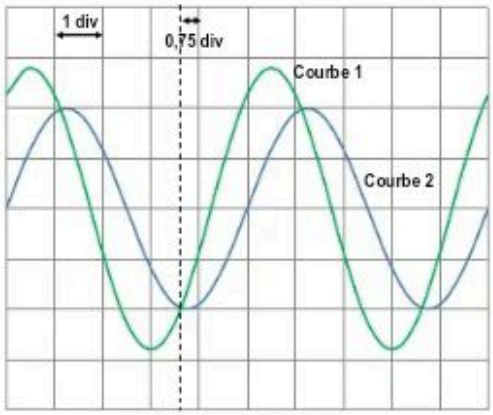


figure 1



Balayage : $5x10^{-2}$ ms/div
voie 1 : 0,5 V/div ; voie 2 : 1 V/div
figure 2

1- En déduire :
1.1- la fréquence de la tension sinusoïdale ;
1.2- les valeurs efficaces de l'intensité instantanée i(t) qui traverse le circuit et de la tension instantanée $u_{EA}(t)$ aux bornes du générateur ;
1.3- le déphasage q de la tension $U_{CA}(t)$ par rapport à l'intensité i(t). Préciser s'il y'a avance ou retard de $u_{EA}(t)$ par rapport à i(t).
1.4- On envisage pour (D) certaines hypothèses :
(D) est un conducteur ohmique,
(D) est une bobine de résistance r et d'auto-inductance L,
(D) est un condensateur,
(D) est une bobine de résistance r et d'auto-inductance L en série avec un condensateur de capacité C.
Sans calcul et en justifiant les réponses, éliminer les hypothèses non vraisemblables.
2- La tension aux bornes du générateur étant maintenue constante à la valeur $U_0 = 12V$, on fait varier la fréquence et on relève à chaque fois la valeur de l'intensité efficace.
Pour une fréquence $N_0 = 2150$ Hz, on constate que l'intensité efficace passe par un maximum de valeur I = 107 mA.
2.1- Quelle est la nature du dipôle (D) ? Justifier la réponse.
2.2- En déduire toutes les valeurs numériques qui le caractérisent.

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

EXERCICE 57 — Sujet Bac S2 2011 — 4,5 points — 45 min

Sous le contrôle de leur professeur, un groupe d'élèves se propose de déterminer les caractéristiques électriques d'une bobine et d'un condensateur démontés d'un poste récepteur radio.
Ces élèves associent, en série la bobine (L, r), le condensateur de capacité C, un conducteur ohmique de résistance R = 80 Ω et un ampèremètre de résistance négligeable.
Aux bornes de cette association, ils branchent un générateur de basse fréquence (G B F) délivrant une tension sinusoïdale de valeur efficace U = 3 V et de fréquence N variable.
1- Représenter, par un schéma clair et annoté, le circuit électrique réalisé par ces élèves. (0,5 point)
2- Ces élèves font varier la fréquence N de la tension et notent la valeur de l'intensité efficace I du courant traversant le circuit. Ils obtiennent le tableau suivant :

N(Hz)	800	820	840	850	860	863	870	880	890	900	920	940	1000
I(mA)	7,1	10,1	16,8	23,1	29,4	30,0	27,5	20,7	15,4	12,1	8,3	6,3	3,7

2.1- Tracer la courbe représentant les variations de l'intensité efficace en fonction de le fréquence : I = f(N). Echelle : 1cm→10Hz ; 1 cm→ 2,0 mA.
2.2- Déterminer, graphiquement, la valeur N_o de la fréquence de la tension pour laquelle l'intensité efficace du courant atteint sa valeur maximale Io que l'on précisera.
2.3- Déduire, de l'expression de l'intensité efficace maximale I_o, la valeur de la résistance r de la bobine.

3- La bande passante du circuit est délimitée par les fréquences, notées N_1 et N_2, de la tension délivrée par le GBF et correspondant aux intensités efficaces I_1 et I_2 du courant telles que $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}}$.
3.1- Déterminer, graphiquement, la largeur de la bande passante de ce circuit.
3.2- En déduire l'inductance L de la bobine.
3.3- Calculer la valeur de la capacité C du condensateur.
4- Pour vérifier que le mode de fonctionnement du circuit correspond à l'intensité efficace maximale du courant, les élèves branchent aux bornes du conducteur ohmique d'une part, aux bornes du GBF d'autre part, un oscillographe bicourbe. Ils observent effectivement, sur l'écran de l'oscillographe, deux courbes disposées comme prévues.
4.1- Représenter le schéma du circuit en indiquant les branchements de l'oscillographe.
4.2- Représenter, qualitativement, les courbes observées sur l'écran de l'oscillographe.

EXERCICE 58 — Sujet Bac S2 2014 — 4 points — 40 min

Lors d'une séance de travaux pratiques, des élèves d'un lycée se proposent de déterminer la capacité d'un condensateur, l'inductance et la résistance d'une bobine trouves dans le laboratoire, sans aucune étiquette.
Pour cela, ces élèves disposent du matériel suivant :
- un générateur de basses fréquences (GBF), un conducteur ohmique de résistance R = 80 Ω,
- la bobine d'inductance L et de résistance r, le condensateur de capacité C,
- un ampèremètre de résistance négligeable, un voltmètre et des fils de connexion en quantité suffisante.

Les élèves réalisent un montage en série avec la bobine, le conducteur ohmique, le condensateur, l'ampèremètre et le générateur basse fréquence (GBF) qui délivre une tension sinusoïdale. Le voltmètre, branche aux bornes M et N du GBF, permet de vérifier que la tension efficace à ses bornes est maintenue constante et égale a U = 1,00 V.

1- Représenter le schéma du circuit électrique réalise par les élèves.
2- Les élèves font varier la fréquence f de la tension délivrée par le GBF, relèvent l'intensité efficace I correspondante et obtiennent le tableau suivant :

f (Hz)	300	500	600	650	677	700	755	780	796	850	900	1000
I (mA)	0,74	1,90	3,47	5,20	6,61	8,05	9,35	7,48	6,61	4,50	3,44	2,40

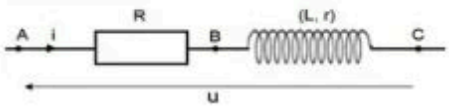
2.1- Tracer la courbe de l'intensité efficace I en fonction de la fréquence f : I = g (f).
Echelles : en abscisses : 15 mm → 100 Hz ; en ordonnées : 20 mm → 1 mA
2.2-. Déterminer graphiquement la fréquence f_o de résonance du circuit.
2.3- Calculer l'impédance Z du circuit pour f = f_o. En déduire la résistance r de la bobine.
2.4- Déterminer la largeur de la bande passante b du circuit.
2.5- Calculer l'impédance du circuit aux extrémités de la bande passante.

3- Ces élèves admettent que la largeur b de la bande passante est telle que : $\beta = \frac{1}{2\pi}\frac{R_T}{L}$ relation ou R_T désigne la résistance totale du circuit oscillant. Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine et celle de la capacité C du condensateur.

EXERCICE 59 — Sujet Bac S2 1992 — 4 points — 40 min

Une portion de circuit AC comprenant en série une bobine de résistance r et d'auto-inductance L et une résistance R = 20 Ω, est soumise à une tension alternative sinusoïdale de fréquence f = 50 Hz. Les mesures des tensions efficaces ont donné les valeurs suivantes :

$$U_{AB} = U_1 = 9{,}5\ V\ ;\quad U_{BC} = U_2 = 5\ V\ ;\quad U_{AC} = U = 13{,}6\ V$$



1- Calculer les impédances Z_{BC} et Z_{AC} de la bobine et de la portion AC.
2- Evaluer les caractéristiques (L, r) de la bobine et déterminer le déphasage φ entre le courant et la tension aux bornes de AC.
3- En construisant le diagramme de Fresnel des tensions, montrer qu'on peut retrouver la valeur du déphasage. Déterminer la nature (justification à l'appui) et la ou les caractéristique(s) du dipôle X qu'il faut insérer dans la portion de circuit AC pour que la résonance soit réalisée.
4- Donner l'allure de la courbe de résonance en précisant les coordonnées du maximum.

EXERCICE 60 — 4 points — 40 min

Un dipôle (AM) est constitué par l'association en série d'un conducteur ohmique de résistance R, d'un condensateur de capacité C variable et d'une bobine d'inductance L e t de résistance r = 25,8 Ω. Le dipôle est alimenté par une tension alternative sinusoïdale u(t). On choisit l'origine des temps telle que :

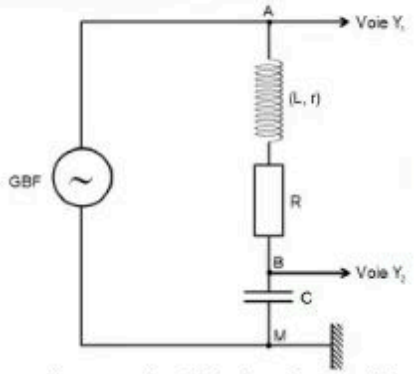
$$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t) \text{ et } u(t) = U\sqrt{2}\cos(\omega t + \varphi).$$

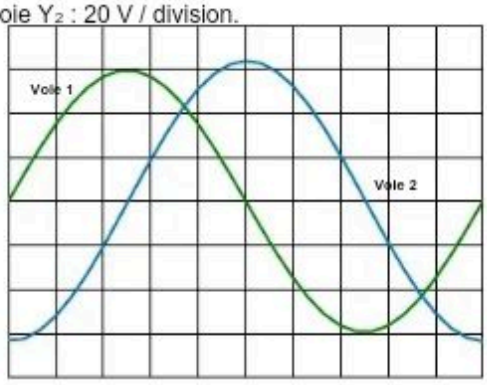
1- Exprimer u(t) en fonction i, $\frac{di}{dt}$ et $\int i\,dt$ et montrer que u (t) peut se mettre sous la forme :

$$u(t) = \alpha\cos(\omega t) + \beta\cos\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) + \gamma\cos\left(\omega t - \frac{\pi}{2}\right)$$

où α, β et γ sont des constantes que l'on explicitera.
2- Etablir les expressions des valeurs efficaces I de l'intensité du courant et U_C de la tension aux bornes du condensateur en fonction de R, r, L, C, ω et U.
- Donner l'expression de $\tan\varphi$ où φ est la phase entre la tension u(t) et l'intensité i(t) du courant.
3- Un oscilloscope bicourbe permet de visualiser les tensions $u_{AM} = u(t)$ et $u_{BM} = u_C(t)$.
Pour une valeur particulière C_0 de la capacité du condensateur, on obtient l'oscillogramme suivant avec les réglages :

- balayage horizontal : 2 ms/division
- sensibilités verticales : voie Y_1 : 5 V/ division ; voie Y_2 : 20 V / division.





3.1 - Donner l'expression littérale puis numérique de u_C en fonction du temps.
3.2 - Déterminer la phase Φ entre u(t) et $u_C(t)$. En déduire la valeur de phase φ entre la tension u(t) et l'intensité i(t).
3.3 - Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine sachant que C = 10,1 μF.
3.4- Calculer la valeur I_o de l'intensité efficace du courant. En déduire la valeur de la résistance totale R_T du circuit.

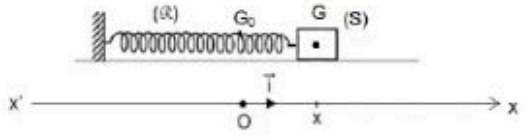
OSCILLATIONS MECANIQUES LIBRES

EXERCICE 61 — *Oscillateur mécanique horizontal* — 4 points — 40 min

Un oscillateur mécanique est constitué d'un ressort à spires non jointives de raideur k dont une extrémité est fixée à un solide S de dimensions telles qu'il peut être assimilé à un solide ponctuel de masse m. L'autre extrémité du ressort est fixe (voir figure ci-contre).

On donne : m = 100 g ; k = 40 N.m^{-1}

Dans cette expérience, on néglige tous les frottements.



Le plan sur lequel se déplace le solide S est horizontal. La position du centre d'inertie G est donnée par le vecteur position $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i}$.

L'origine du repère est choisie de telle sorte que lorsque l'oscillateur passe par sa position d'équilibre, on ait $\overrightarrow{OG} = \vec{0}$.

1- Indiquer sur un schéma les forces appliquées à S lorsque l'on a $\overrightarrow{OG} = x.\vec{i}$, pour x différent de zéro.

2- Établir l'équation différentielle du mouvement de S.

Calculer la pulsation propre ω_0 et la période propre T_0 de l'oscillateur.

3- Donner la forme générale de l'équation horaire du mouvement de S.

4- On écarte S de sa position d'équilibre d'une quantité X_0 = + 3 cm et on libère S sans vitesse initiale à une date prise comme origine des temps. Etablir l'équation horaire du mouvement de S.

5- Donner en fonction du temps les expressions numériques de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique de cet oscillateur.

Vérifier que son énergie mécanique est constante.

EXERCICE 62 — Bac S2 2007 — 4,5 points — 45 min

En travaux pratiques un groupe d'élèves utilisent deux méthodes différentes pour déterminer la constante de raideur K d'un ressort à spires non jointives.

1- <u>La méthode statique</u>

L'extrémité supérieure du ressort est fixée. A son extrémité libre, sont suspendues successivement des masses de différentes valeurs (figure a). Pour chaque masse m l'allongement $\Delta\ell$ du ressort est mesuré à l'aide d'une règle (non représentée sur la figure). Le tableau de valeurs suivant est obtenu :

m (kg)	0,1	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8
$\Delta\ell$ (cm)	2,5	5,0	7,5	10	12,4	15,1	17,5	19,8

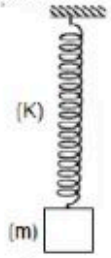


figure a

<u>1.1</u>- Tracer le graphe de l'allongement $\Delta\ell$ en fonction de la masse m. En déduire la relation numérique entre $\Delta\ell$ et m.

<u>1.2</u>- Sur un schéma, représenter les forces s'exerçant sur la masse m. Traduire alors la condition d'équilibre et en déduire l'expression de K en fonction de m, $\Delta\ell$ et l'intensité de la pesanteur g.

<u>1.3</u>- En déduire la valeur de la constante de raideur K. On prendra g = 9,81 m.s^{-2}.

2- <u>La méthode dynamique</u>

Dans cette partie le ressort précédent est utilisé pour réaliser un oscillateur horizontal. Le solide de masse M, de valeur inconnue, solidairement lié au ressort, se déplace sur un support horizontal (figure b). Tous les frottements sont négligés.

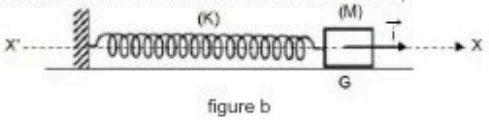


figure b

On utilise un axe X'X horizontal orienté par le vecteur unitaire $\vec{i}$ et on repère la position du centre d'inertie G du solide par son abscisse X sur cet axe.

A l'équilibre le ressort n'est ni comprimé, ni allongé et l'abscisse X est nulle (le point G est confondu avec l'origine de l'axe X'X).

A un instant choisi comme origine des temps, la masse est écartée de sa position d'équilibre, et lâchée sans vitesse initiale.

<u>2.1</u>- Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur la masse M à un instant t donné et les représenter sur un schéma.

<u>2.2</u>- Par application du théorème du centre d'inertie appelé aussi deuxième loi de Newton, établir l'équation différentielle du mouvement.

En déduire l'expression de la période T_0 des oscillations en fonction de la constante de raideur K et de M.

2.3- La mesure de 10 oscillations donne 10,6 s. Calculer T_0.
2.4- L'objet précédent de masse M est surchargé d'une masse m_1 = 20 g fixée sur lui. Le système est à nouveau mis en oscillation comme précédemment. Cette fois la durée de 10 oscillations donne 10,7 s. Exprimer la nouvelle période T en fonction de K, m_1 et M.
2.5- En déduire l'expression de K en fonction de T_0, T et m_1.
2.6- Calculer K. Comparer avec le résultat obtenu par la méthode statique. Expliquer.

EXERCICE 63 — *Analogie entre les grandeurs mécaniques et électriques* — 4 points — 40 min

On réalise le circuit de la figure ci-contre ; la bobine, de résistance négligeable, a une inductance L = 50 mH ; la capacité du condensateur vaut C = 5 μF.

1- On ferme l'interrupteur K Quel phénomène se produit dans le circuit ?

En utilisant le sens positif du courant de la figure 1, établir l'équation différentielle liant la charge q de l'armature de gauche du condensateur à sa dérivée seconde par rapport au temps.

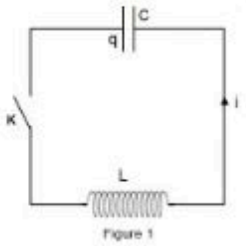


Figure 1

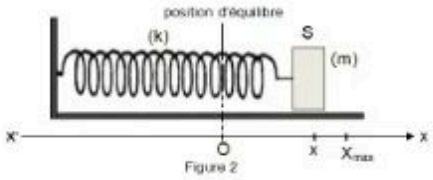


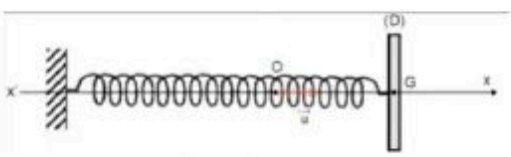
Figure 2

2- En déduire l'expression littérale de la période propre T. du circuit, ainsi que sa valeur numérique.
3- On réalise maintenant un pendule élastique horizontal en accrochant, à l'extrémité d'un ressort de raideur k, un solide S de masse m = 100 g, qui peut se déplacer sans frottement sur un support horizontal (figure 2).
On écarte le solide S d'une distance X_{max} par rapport à sa position d'équilibre O et on le lâche sans vitesse à la date t = 0.
3.1- Soit x l'élongation, à l'instant t, du centre d'inertie G du solide S. Exprimer, à chaque instant, en fonction de k, m, x et $\frac{dx}{dt}$, l'énergie cinétique E_c, l'énergie potentielle E_p et l'énergie mécanique E du système ressort + solide S.
Que peut-on dire de E ? Pourquoi ?

3.2- A partir de l'étude énergétique ou de la relation $\frac{d\vec{p}}{dt} = \vec{f}$, établir l'équation différentielle liant l'abscisse x de G à sa dérivée seconde par rapport au temps.
3.3- En déduire l'expression littérale de la période propre T_0 des oscillations du pendule.
Application numérique : k = 25 $N.m^{-1}$.
3.4- En comparant les équations qui régissent les deux systèmes étudiés, mettre en évidence une analogie entre les grandeurs mécaniques et électriques.
Préciser les grandeurs mécaniques correspondant, respectivement :
- à la charge q ;
- à la capacité C ;
- à l'intensité i du courant ;
- à l'inductance L de la bobine.
Utiliser cette analogie pour trouver l'expression de l'énergie E emmagasinée dans le circuit (L, C) à chaque instant.

EXERCICE 64 — CGS 1991 — 4 points — 40 min

Un disque homogène D de masse m, peut glisser sans frottement le long d'un axe D horizontal x'x passant par son centre d'inertie G.
Il est relié à un ressort de masse négligeable par rapport à m et de raideur k, conformément à la figure ci-contre. O étant la position de G à l'équilibre et un vecteur unitaire $\vec{u}$, on pose $\overrightarrow{OG} = x\vec{u}$.



Par ailleurs, D se déplace dans un fluide qui exerce sur lui une force de frottement $\vec{F}_1 = -\lambda\vec{v}$ (λ étant un coefficient constant positif et $\vec{v}$ la vitesse du disque).

A l'ensemble des forces agissant sur D, s'ajoute une action sinusoïdale de la forme $\overrightarrow{F_2} = F_0\cos(\omega t)\,\overrightarrow{u}$.

1- Ecrire l'équation différentielle du mouvement, vérifiée par x.
2- Après une durée, en général assez brève, on peut admettre que x est de la forme : $x = A\cos(\omega t+\varphi)$.
Dans ces conditions établir, en utilisant la construction de FRESNEL, la relation :

$$A = \frac{F_0}{\sqrt{\lambda^2\omega^2 + (k - m\omega^2)^2}}$$ et en déduire $\tan\varphi$.

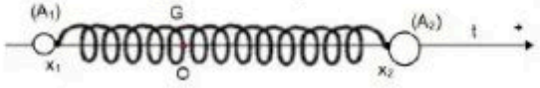
EXERCICE 65 *Oscillations d'une molécule diatomique* CGS 4 points 40 min

Données :

- masses molaires atomiques en $g.mol^{-1}$: $M_C = 12$; $M_O = 16$.
- nombre d'Avogadro : $N_A = 6{,}02.10^{23}\ mol^{-1}$
- vitesse de la lumière dans l'air : $c = 3{,}00.10^{8}\ m.s^{-1}$.
-

Il s'agit, dans cet exercice, d'étudier les vibrations longitudinales de la molécule de monoxyde de carbone (CO). On la modélisera par un système à deux corps reliés par un ressort élastique et on montrera que les oscillations harmoniques dépendent des caractéristiques de la molécule.
Deux corps ponctuels (A_1) et (A_2) de masses respectives m_1 et m_2 sont reliés par un ressort élastique à spires non jointives de constante de raideur k, de masse négligeable et de longueur à vide l_0 .
Les deux corps sont mobiles sur une tige fixe horizontale.

On repère leurs positions par leurs abscisses $x_1 = \overline{GA_1}$ et $x_2 = \overline{GA_2}$, G étant le centre de masse de ce système. Les frottements sont négligeables.
À t = 0 on écarte ces 2 corps ponctuels de leurs positions d'équilibre et on les lâche sans vitesse initiale.



1- On pose $x = x_2 - x_1$.
Etablir l'équation différentielle vérifiée par y.
2- Exprimer la période T avec laquelle les corps A_1 et A_2 oscillent l'un par rapport à l'autre en fonction de k, m_1 et m_2.
3- Le système précédent modélise les vitesses longitudinales de la molécule de monoxyde de carbone CO.
La longueur d'onde associée à la fréquence propre de ces vibrations est $\lambda = 4{,}60\ \mu m$.
3.1- Déterminer cette fréquence propre. Faire l'application numérique.
3.2- Déterminer la constante de raideur k associée à la liaison carbone-oxygène de cette molécule. Faire l'application numérique.

INTERFERENCES LUMINEUSES

EXERCICE 66 — Sujet Bac S2 2007 — 4 points — 40 min

1- On réalise une expérience d'interférences en lumière monochromatique de longueur d'onde λ.
On utilise pour cela une fente source horizontale avec laquelle on éclaire deux fentes horizontales très fines F_1 et F_2 distantes de a = 200 μm et situées à égale distance de la source. A la distance D = 1 m des fentes F_1 et F_2 on place un écran qui leur est parallèle et qui permet d'observer le phénomène d'interférences.
On considère sur l'écran un axe Ox vertical, le point O se trouvant dans le plan médiateur des fentes F_1 et F_2.
1.1- Décrire et expliquer qualitativement l'aspect de l'écran.
1.2- Pourquoi utilise-t-on une fente source avant les fentes F_1 et F_2 ?
1.3- Etablir pour un point M de l'axe Ox d'abscisse x, la différence de marche δ entre les rayons provenant de F_1 et F_2.

1.4- Exprimer en fonction de λ, D, a et de l'entier k, l'abscisse d'un point de l'écran appartenant à une frange sombre et en déduire l'expression de l'interfrange i.
1.5- On mesure i = 2,74 mm. Quelle est la longueur d'onde de la lumière utilisée ?
2- On utilise maintenant des filtres permettant de sélectionner différentes radiations monochromatiques.
Pour chaque radiation, on mesure la distance correspondant à sept (7) interfranges et on consigne les résultats obtenus dans le tableau suivant :

λ (μm)	0,470	0,520	0,580	0,610	0,650
7 i (mm)	16,5	18,2	20,3	21,4	22,8
i (mm)					

2.1- Pourquoi mesure-t-on la distance correspondant à 7 interfranges plutôt que celle de l'interfrange i ?
2.2- Compléter le tableau puis tracer la courbe représentative de la fonction i = f(λ).
Echelle : 1 cm pour 0,05 μm en abscisses ; 1 cm pour 0,2 mm en ordonnées
2.3- L'expression de l'interfrange établie à la question 4.1.4 est-elle en accord avec la courbe obtenue ? Justifier.

2.4- A partir de la courbe, c'est-à-dire graphiquement, déterminer :
2.4.a- L'interfrange obtenue à partir d'une radiation de longueur d'onde λ_1 = 0,600 μm.
2.4.b- La longueur d'onde donnant un interfrange i_2 = 2,5 mm.
3- On opère maintenant en lumière blanche.
3.1- Décrire sommairement l'aspect de l'écran.
3.2- On place dans le plan de l'écran, parallèlement aux fentes F_1 et F_2, la fente d'un spectroscope à 12 mm du point O. Calculer le nombre de radiations manquantes et les longueurs d'ondes correspondantes. Les limites du spectre visible sont 0,4 μm et 0,8 μm.

EXERCICE 67 — Sujet Bac S2 2009 — 4 points — 40 min

La lumière a toujours eu un côté mystérieux qui a interpellé les physiciens depuis des siècles. Tour à tour onde ou corpuscule, elle semble échapper à toute représentation une et entière. Les physiciens du XX^e siècle ont parlé de complémentarité et de « dualité » pour rendre compte de ces deux représentations qui s'excluent l'une l'autre.

1- On désire retrouver la longueur d'onde d'une source laser He-Ne du laboratoire d'un lycée avec le dispositif interférentiel des fentes de Young. Dans ce dispositif la source laser S éclaire deux fentes secondaires S_1 et S_2 distantes de a. La source S est située sur la médiatrice de S_1S_2. L'écran d'observation (E) est parallèle au plan S_1S_2 et situé à une distance D de ce plan.
1.1- Faire le schéma légendé de l'expérience permettant de visualiser des franges d'interférences. Indiquer clairement sur ce schéma la zone : où se produisent les franges.
1.2- On montre que la différence de marche δ entre les rayons issus des fentes sources S_1 et S_2 s'exprime par la relation $\delta = \frac{ax}{D}$ en un point M d'abscisse x comptée à partir du milieu de la frange centrale.

1.2.a- Quelle condition doit vérifier δ pour que le point M apparaisse
a) brillant ? b) sombre (obscur) ?

1.2.b- Définir l'interfrange i et montrer qu'elle s'exprime par la relation $i = \frac{\lambda D}{a}$.

1.3- On mesure la distance correspondant à 6 interfranges et on trouve d = 28,5 mm.
1.3.a- Pourquoi a-t-on préféré mesurer 6 interfranges au lieu d'une interfrange ?
1.3.b- Calculer, en nanomètres, la longueur d'onde λ du laser He-Ne de ce laboratoire (avec 3 chiffres significatifs).
On prendra : a = 0,20 mm ; D = 1,50 m.

INTERFERENCES LUMINEUSES

2- On éclaire une cellule photoélectrique par des radiations lumineuses de longueur d'onde λ = 633 nm. Le travail d'extraction du métal constituant la cathode de la cellule est W_s = 1,8 eV

2.1- Déterminer la longueur d'onde seuil λ_0 de la cathode. Comparer avec la longueur d'onde λ des radiations éclairant la cellule. Conclure.

2.2- Déterminer, en électron-volt (eV), l'énergie cinétique maximale de sortie d'un électron extrait de la cathode de la cellule et calculer sa vitesse.

Données : Masse d'un électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg
Constante de Planck : $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s ;
Célérité de la lumière dans e vide: $c = 3{,}00.10^{8}$ m.s^{-1} ; 1 eV = $1{,}6.10^{-19}$ J

EXERCICE 68 — Sujet Bac S2 2011 — 4 points — 40 min

Un dispositif d'interférence est constitué d'une source lumineuse ponctuelle S éclairant deux fentes minces parallèles F_1 et F_2 et un écran d'observation E.
La distance entre les fentes est notée a ; des fentes à l'écran d'observation la distance est D = 1,0 m.
La source S est à égale distance des fentes F_1 et F_2 ; elle émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ = 589 nm (figure 3).

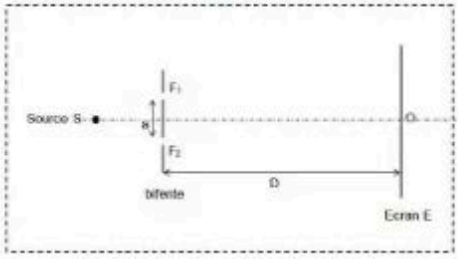


Figure 3

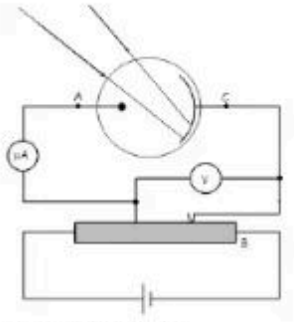
1- Représenter, sur un schéma, les faisceaux lumineux issus de la source S et des fentes F_1 et F_2 et indiquer clairement sur ce schéma la zone d'interférence.
2- Représenter puis expliquer, sommairement, ce que l'on observe sur l'écran, au voisinage de O, point de l'écran situé sur la médiatrice de F_1F_2.
3- Sur l'écran d'observation, 20 interfranges consécutifs couvrent une bande de largeur L = 4,21 mm.
3.1- Rappeler l'expression de l'interfrange en fonction de la distance a entre les fentes, de la longueur d'onde λ de la lumière et de la distance D entre les fentes et l'écran d'observation :
3.2- Calculer la distance a entre les fentes.
4- La source S est remplacée par une source S' émettant deux radiations lumineuses monochromatiques de longueur d'onde respective λ_1 = 610 nm et λ_2 inconnue. On observe, sur l'écran, la superposition des systèmes d'interférences correspondant aux deux radiations.
4.1- Rappeler l'expression de la position, sur l'écran et par rapport au point O, d'une frange brillante.
4.2- Montrer que les franges centrales des systèmes d'interférence coïncident.
4.3- La frange brillante d'ordre 10 du système d'interférence correspondant à λ_1 = 610 nm coïncide avec la frange brillante d'ordre 11 du système d'interférence correspondant à λ_2.
Calculer la valeur de la longueur d'onde λ_2.
L'ordre d'interférence de la frange centrale est 0.

EFFET PHOTO-ELECTRIQUE : MISE EN EVIDENCE ET INTERPRETATION

EXERCICE 69 — 3 points — 30 min

1- On éclaire une cellule photoélectrique avec des radiations de longueur d'onde λ et on détermine l'énergie cinétique maximale des électrons émis pour chaque valeur de λ. On obtient les résultats suivants :

E_c (10^{-19} J)	0,45	1,00	1,77	2,43	3,06
λ (10^{-6} m)	0,500	0,430	0,375	0,330	0,300



µA : microampèremètre
V : voltmètre mesurant u_{AC}
B : potentiomètre permettant de donner à u_{AC} des valeurs positives ou négatives

1.1- En choisissant une échelle convenable, tracer le graphe $E_c = f(\nu)$ où ν est la fréquence de la radiation monochromatique.

1.2- A partir du graphe, déterminer la fréquence seuil ν_0 (que l'on définira), le travail d'extraction W_0 (en J et en eV) et la constante de Planck h.

1.3- Quelle est la nature du métal constituant la cathode de cette cellule photoélectrique ?

On donne :

métal	Zn	Aℓ	Na	K	Sr	Cs
seuil photo-électrique λ_0 (µm)	0,350	0,365	0,500	0,550	0,600	0,660

2- On éclaire la cellule photoélectrique avec une radiation de longueur d'onde λ_1 = 495 nm, puis avec une radiation de longueur d'onde λ_2 = 720 nm.

2.1- Vérifier que l'émission photoélectrique n'est possible qu'avec une seule de ces deux radiations. La préciser.

2.2- Calculer l'énergie cinétique maximale E_{cmax} d'un électron expulsé de la cathode. En déduire sa vitesse maximale V_{max}. On donne : masse de l'électron : $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg

EXERCICE 70 — Sujet Bac S2 2013 — 3,5 points — 35 min

Des interférences lumineuses sont réalisées avec un laser He-Ne de longueur d'onde λ = 633 nm.
Le dispositif comprend une plaque percée de deux fentes très fines distances de a. Cette plaque est placée à une distance d de la source laser S (figure 3). On observe les interférences sur un écran P parallèle à la plaque et situé à une distance D = 3 m de celle-ci. Les deux fentes sont à égale distance de la source.
La droite (SO) est l'axe de symétrie du dispositif.

1- Expliquer brièvement la formation des franges brillantes et des franges obscures sur l'écran. **(0,5 point)**

2- On montre que la différence de marche δ entre les rayons issus des fentes sources F_1 et F_2 s'exprime par $\delta = \frac{ax}{D}$ en un point M d'abscisse x comptée à partir du milieu O de la frange centrale.

2.1- Quelle condition doit vérifier δ pour qu'en un point P de l'écran, on observe une frange brillante ?

2.2- Montrer que l'interfrange ou distance entre deux franges consécutives de même nature s'exprime par la formule $i = \frac{\lambda D}{a}$.

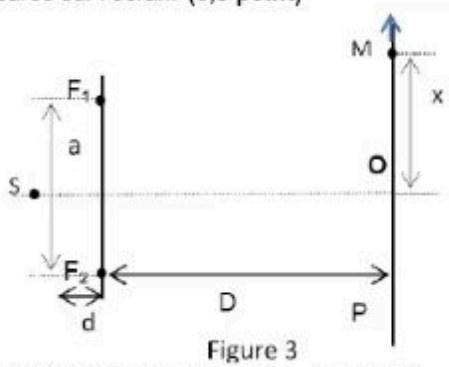


Figure 3

3- Sur l'écran on mesure la distance entre cinq franges brillantes successives et on trouve Δx = 25 mm. On remplace le laser He – Ne par une diode laser de longueur d'onde λ_d, sans rien modifier d'autre ; on mesure maintenant une distance $\Delta x'$ = 27 mm entre cinq franges brillantes successives.

3.1-Trouver la relation donnant l'écart a entre les fentes F_1 et F_2 en fonction de λ, D et Δx. Faire l'application numérique.

3.2- Trouver la relation donnant la longueur d'onde λ_d de la diode laser en fonction de λ, Δx et $\Delta x'$.
Faire l'application numérique.

4- Les deux radiations sont successivement utilisées pour éclairer une cellule photo émissive de fréquence seuil $\nu_0 = 4{,}5.10^{14}$ Hz.

4.1- Dans le cas où il y a émission d'électrons, calculer, en joule puis en électron-volt, l'énergie cinétique maximale E_{cmax} des électrons émis.

EFFET PHOTO-ELECTRIQUE : MISE EN EVIDENCE ET INTERPRETATION

4.2- Dire quel caractère de la lumière cette expérience met en évidence. Citer une application courante de cet aspect de la lumière.

Données : célérité de la lumière c = $3{,}00.10^{8}$ m.s^{-1} ; constante de Planck : h = $6{,}62.10^{-34}$ J.s

EXERCICE 71 — Sujet Bac S2 2003 — 4 points — 40 min

Données :

Constante de Planck : h = $6{,}63.\ 10^{-34}$ J. s ; vitesse de la lumière dans le vide c = 3.10^{8} m/s

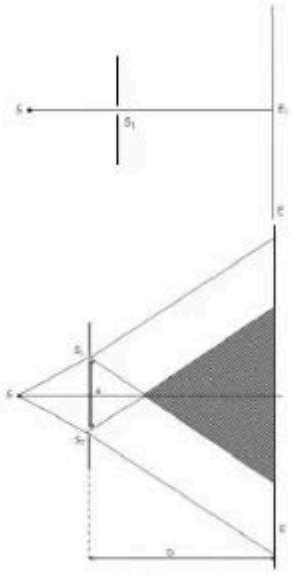
Charge élémentaire e = $1{,}6.10^{-19}$ C ; masse de l'électron m_e = $9{,}1.10^{-31}$ kg

1- On réalise l'expérience représentée par la figure ci-contre.

S est une source lumineuse qui émet une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. Si est un trou circulaire de diamètre $d_1 = \lambda$ percé sur l'écran E_1 et E est l'écran d'observation.

1.1- Quel phénomène se produit à la traversée de la lumière en S_1 ?

1.2- Recopier le schéma et dessiner le faisceau émergent de S_1. En déduire l'aspect de l'écran.



2- On perce un deuxième trou S_2 identique à S_1 sur l'écran E_1 et on réalise le dispositif schématisé sur la figure ci-contre.

Les traits en pointillés représentent les limites des faisceaux lumineux issus de S, S_1 et S_2.

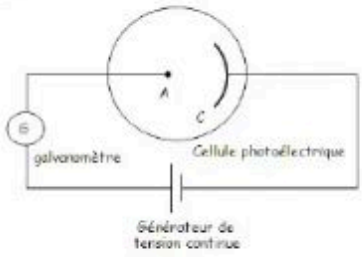
2.1- Décrire ce qu'on observe sur l'écran dans la zone hachurée. Quel est le nom du phénomène physique mis en évidence par cette expérience ?

2.2- A partir de cette expérience, justifier la nature ondulatoire. de la lumière.

2.3- La longueur occupée sur l'écran E par 10 interfranges est λ = 5,85 mm. Calculer la longueur d'onde λ, de la lumière émise par la source S.

On donne : a = S_1S_2 = 2 mm ; D = 2 m

3- On réalise maintenant le dispositif de la figure ci-contre.



3.1- Le galvanomètre détecte-t-il le passage d'un courant si la cathode n'est pas éclairée ? Justifier votre réponse.

3.2- On éclaire la cathode C de la cellule par la lumière issue de la source S précédente. Le travail d'extraction du métal constituant la cathode est de W_0 = 1,9 eV.

3.2.a- Que se passe-t-il ? Interpréter le phénomène physique mis en évidence par cette expérience ?

3.2.b- Quel est le modèle de la lumière utilisée pour justifier cette observation ? Interpréter brièvement cette observation.

3.2.c- Evaluer la vitesse maximale des électrons émis de la cathode.

4- Expliquer brièvement la complémentarité des deux modèles de la lumière.

NIVEAUX D'ENERGIE DE L'ATOME

EXERCICE 72 Sujet Bac S2 1999 4 points 40 min

Donnée : Constante Planck : $h = 6{,}63.\ 10^{-34}$ J.s

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation : $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ avec $E_0 = 13{,}6$ eV et avec $n \in \mathbb{N}$

L'atome d'hydrogène est dans son état fondamental.

1- Déterminer l'énergie minimale nécessaire pour ioniser l'atome d'hydrogène. En déduire la longueur d'onde du seuil (λ_0) correspondante.

2-

2.1- Dire dans quel(s) cas la lumière de longueur d'onde λ_i est capable

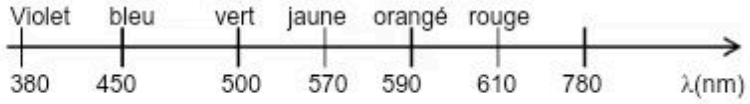
- d'ioniser l'atome d'hydrogène ;
- d'exciter l'atome d'hydrogène sans l'ioniser.

2.2- Parmi les longueurs d'onde λ_i suivantes : $\lambda_1 = 88$ nm ; $\lambda_2 = 121$ nm ; $\lambda_3 = 146$ nm lesquelles sont susceptibles d'ioniser l'atome ? en déduire l'énergie cinétique de l'électron éjecté

2.3- Quelles sont les longueurs d'onde absorbables par l'atome parmi les longueurs d'onde λ_1, λ_2 et λ_3 ?

3- La lumière émise par certaines nébuleuses contenant beaucoup d'hydrogène gazeux chauffé mais à basse pression, est due à la transition électronique entre les niveaux 2 et 3. Déterminer la couleur d'une telle nébuleuse.

On donne :



EXERCICE 73 Sujet Bac S2 2002 3 points 30 min

Les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène sont donnés par la relation :

$E_n = -\frac{13{,}6}{n^2}$ (eV), où n est un entier non nul.

1- Evaluer, en nanomètre, les longueurs d'onde des radiations émises par l'atome d'hydrogène lors des transitions :

1.1- Du niveau d'énergie E_3 au niveau d'énergie E_1 (longueur d'onde : λ_1).

1.2- Du niveau d'énergie E_2 au niveau d'énergie E_1 (longueur d'onde λ_2).

1.3- Du niveau d'énergie E_3 au niveau d'énergie E_2 ; (longueur d'onde λ).

2- Une ampoule contenant de l'hydrogène est portée à la température de 2800° K. Les atomes sont initialement dans leur état fondamental. Une lumière constituée des 3 radiations de longueurs d'onde λ_1, λ_2, λ, traverse ce gaz.
Quelles sont les radiations absorbées par l'hydrogène contenu dans cette ampoule ? (Justifier).

3-

3.1-Montrer que pour une transition entre un état, de niveau d'énergie E_p, et un autre, de niveau d'énergie inférieur E_n ($p > n$), la relation donnant la longueur d'onde λ de la radiation émise est :

$$\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

Dans cette relation, R_H est une constante appelée constante de RYDBERG.

3.2- Calculer la valeur de la constante R_H.

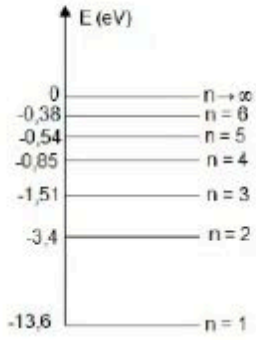
4- La série de Lyman comprend les radiations émises par l'atome d'hydrogène excité ($n \geq 2$) lorsqu'il revient à son état fondamental. ($n = 1$).
Evaluer, en nm, l'écart $\Delta\lambda$ entre la plus grande et la plus petite longueur d'onde des raies de la série de Lyman.

NIVEAUX D'ENERGIE DE L'ATOME

EXERCICE 74 — Sujet Bac S2 2006 — 4 points — 40 min

1- Dans la théorie de Bohr de l'atome d'hydrogène, les énergies des différents niveaux sont données par la formule :

$$E_n = -\frac{13,6}{n^2} \text{ (en eV) ; n est un nombre entier positif.}$$



Le spectre d'émission de l'atome d'hydrogène contient les trois raies visibles :
(orangée) : $\lambda_1 = 656,3$ nm ;
(bleue) : $\lambda_2 = 486,1$ nm ;
(indigo) : $\lambda_3 = 434,1$ nm.
On donne les niveaux d'énergie de l'atome d'hydrogène dans le diagramme énergétique simplifié ci-contre.

1.1- Quel est le niveau correspondant à l'état fondamental ?
1.2- Calculer, en eV, l'énergie d'un photon des radiations lumineuses de longueur d'onde λ_1, λ_2, λ_3.
1.3- Montrer que chacune de ces trois raies correspond à une transition d'un niveau excité, que l'on précisera, au niveau n = 2.
1.4- Quelle est l'énergie d'ionisation de l'atome d'hydrogène ?
Quelle est la longueur d'onde correspondant à l'ionisation de l'atome d'hydrogène (pris à l'état fondamental) ?
2- Une source de lumière composée de ces trois radiations λ_1, λ_2, λ_3 est utilisée pour éclairer une cellule photoélectrique au potassium. L'énergie d'extraction d'un électron du métal potassium est $W_0 = 2,2$ eV. A l'aide de filtres appropriés on peut isoler chacune des radiations précédentes pour étudier leur effet.
2.1- Quelles sont parmi ces trois radiations celles qui provoquent une émission d'électrons ? Justifier la réponse.
2.2- Calculer la vitesse maximale d'émission des électrons pour chacun des cas où l'émission est possible.

Données numériques : 1 eV = $1,6.10^{-19}$ J ; constante de Planck: h = $6,62.10^{-34}$ J.s
célérité de la lumière dans le vide: c = 3.10^8 m.s^{-1} masse de l'électron : m = $9,1.10^{-31}$ kg ;
charge élémentaire: e = $1,6.10^{-19}$ C.

EXERCICE 75 — Sujet Bac S2 2010 — 3,5 points — 35 min

En 1859, en collaboration avec R Brunsen, G Kirschhoff publie trois lois relatives à l'émission et à l'absorption de lumière par les gaz, les liquides et les solides. Pour le cas de l'hydrogène, cette émission (ou absorption) de lumière correspondant à des transitions électroniques entre niveaux d'énergie, l'énergie d'un niveau étant donnée par la relation : $E_n = -\frac{13,6}{n^2}$ (eV) avec $E_0 = 13,6$ eV, et n est le nombre quantique principal.

1- Préciser, pour l'atome d'hydrogène, le niveau de plus basse énergie correspondant à l'état fondamental.
2- L'atome d'hydrogène peut passer d'un état excité de niveau p à un autre de niveau n < p en émettant des radiations. Exprimer, en fonction de E_0, h, n et p, la fréquence ν des radiations émises par l'atome d'hydrogène lors de cette transition.
3- Dans certaines nébuleuses, l'hydrogène émet des radiations de fréquences $\nu = 4,57.10^{14}$ Hz.
Ces radiations correspondent à une transition entre un niveau excité d'ordre p et le niveau d'ordre n = 2. Déterminer la valeur de p correspondant au niveau excité.
4- Une série de raies correspond à l'ensemble des radiations émises lorsque l'atome passe des différents niveaux excités p au même niveau n. Pour l'hydrogène, on a, entre autres, les séries de raies de Lyman (n = 1), de Balmer (n = 2) et de Paschen (n = 3).
4.1- Dans une série de raies, la raie ayant la plus grande fréquence dans le vide, est appelée raie limite, et sa fréquence est appelée fréquence limite.

Montrer que pour l'atome d'hydrogène, la fréquence limite d'une série de raies est donnée par : $\nu_{lim} = \frac{E_0}{hn^2}$

4.2- Calculer la fréquence limite pour chacune des séries de Lyman, de Balmer et de Paschen.

On donne : Constante de Planck h = $6,63.10^{-34}$ J.s ; célérité de la lumière dans le vide c = 3.10^8 m/s ;
charge élémentaire e = $1,6.10^{-19}$C.

REACTIONS NUCLEAIRES Doc D. NDONG

EXERCICE 76 — 4 points — 40 min

Données : h = 6,62.10^{-34} J.s ; 1 MeV = 1,6.10^{-13} J ;

m($^{210}_{84}$Po) = 209,9829 u	m($^{206}_{82}$Pb) = 205,9745 u	m($^{4}_{2}$He) = 4,0026u

Le polonium $^{210}_{84}$Po est radioactif α.

1- Ecrire l'équation-bilan de cette désintégration sachant que l'on obtient un noyau de plomb.
2- Montrer que l'énergie libérée au cours de cette désintégration est E = 5,40 MeV.
3- On suppose que le noyau père est initialement au repos et que l'énergie libérée au cours de cette désintégration apparaît sous forme d'énergie cinétique pour la particule α et le noyau fils.
3.1- En utilisant la loi de conservation de la quantité de mouvement, montrer que :

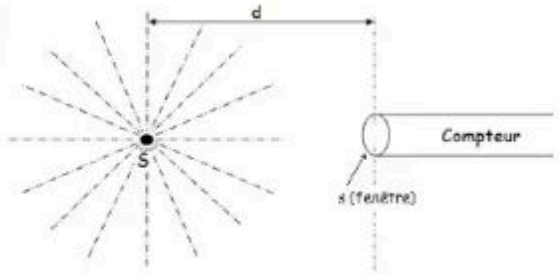
$$\frac{E_c(\alpha)}{E_c(Pb)} = \frac{m_{Pb}}{m_\alpha}$$

3.2- En appliquant la loi de conservation de l'énergie totale du système, calculer $E_c(\alpha)$ et $E_c(Pb)$. Conclure.
4- L'expérience montre que certaines particules α ont une énergie cinétique $E_{c1}(\alpha)$ = 5,30 MeV et d'autres $E_{c2}(\alpha)$ = 4,50 MeV. Interpréter ces valeurs sachant que l'on observe l'existence d'un rayonnement γ.
Calculer sa longueur d'onde λ.

EXERCICE 77 — Sujet Bac S2 1992 — 4 points — 40 min

Comptage de rayonnements radioactifs

Une source radioactive S était constituée initialement de vanadium $^{52}_{23}$V pur. Ce nucléide radioactif est émetteur β^-. Le noyau fils obtenu $^{52}_{24}$Cr est stable. Dans l'échantillon, la radioactivité n'est donc due qu'aux noyaux de vanadium. La source S, quasi ponctuelle est placée à d = 5 cm de la fenêtre O d'un compteur Geiger.



La surface de la fenêtre est s = 4 cm².

On néglige l'absorption par l'air et on admet le compteur ne détecte que les électrons émis et que la source émet de la même manière dans toutes les directions.
1- Le compteur évalue le nombre a d'électrons qui passent par la fenêtre par seconde. Après avoir défini A, activité de la source S mesurée en becquerel, montrer que A = 78,5 a.
On rappelle que la surface d'une sphère de rayon R est 4 πR²
2- On relève à t = 0 puis toutes les 20 secondes le nombre a. On trouve la série valeurs suivantes :

t(s)	0	20	40	60	80	100	120	140	160	180	200
a	62	58	55	52	48	46	43	40	38	36	33

t(s)	220	240	260	280	300	320	340	360
a	31	30	28	26	25	23	22	20

2.1- Tracer la courbe donnant a en fonction du temps a = f(t) et en déduire la période radioactive (ou demi-vie) du Vanadium 52.
Echelles : 1 cm pour 20 s en abscisse, 1 cm pour 5 électrons reçus en ordonnée.
2.2- Calculer l'activité A_0 à t = 0. Au bout de quel temps après le début du comptage, l'activité A de la source est-elle égale à A = 2433 Bq ?
3- Calculer la constante radioactive λ du vanadium 52. En déduire le nombre de noyaux de $^{52}_{23}$V contenus dans la source au début du comptage.

REACTIONS NUCLEAIRES Doc D. NDONG

EXERCICE 78 — Sujet Bac S2 2001 — 3,5 points — 35 min

On donne :

Nucléide X	$_{80}$Hg	$_{82}$Pb	$_{83}$Bi	$_{84}$Po
Masse du nucléide : mx	201,9706 u	205,9745 u	208,9804 u	209,9829 u

m_α = 4,0026 u ; 1 u = 1,66. 10^{-27} kg = 931,5 MeV/c^2 ; 1 Ci = 3,7. 10^{10} Bq ;
nombre d'Avogadro N = 6,02.10^{23} mol^{-1}.

1- L'uranium $^{238}_{92}U$ se désintègre avec ses «descendants» en émettant des particules α ou β^-. Calculer le nombre de désintégrations α et β^- sachant qu'on aboutit au ^{206}Pb. Comment appelle-t-on l'ensemble des noyaux issus de l'uranium ^{238}U (lui-même compris) ? (01 point)

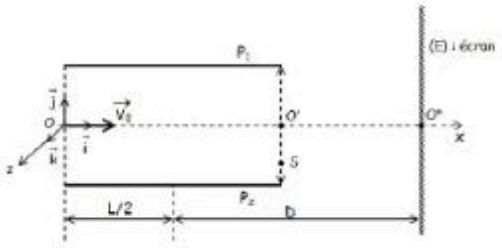
2- Le plomb ^{206}Pb peut être obtenu par une désintégration α d'un noyau X avec une période T = 138 jours.

2.1 - Ecrire l'équation-bilan de cette désintégration et identifier le noyau X.
2.2 - Calculer en MeV puis en Joule l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau X.
3- On part d'un échantillon de 4,2 g de X.
3.1- Calculer l'activité A_0 de cet échantillon. L'exprimer en Becquerel puis en Curie.
3.2- Quelle est l'activité de cet échantillon au bout de 69 jours ?
3.3- Quelle masse de cet échantillon se désintègre-t-il au bout de 552 jours ?

EXERCICE 79 — Sujet Bac S2 2003 — 4 points — 40 min

Des particules α de vitesse $\vec{v_0}$ horizontale pénètrent en O entre deux plateaux P_1 et P_2 parallèles et horizontaux d'un condensateur plan. La longueur des plateaux est L = 20,0 cm et la distance qui les sépare est d = 5,0 cm.

On applique la tension U = V_{P1} - V_{P2} = 4,5.10^4 V entre les plateaux. (Si U = 0 les particules ne sont pas déviés et sortent en O').



1- Donner les caractéristiques du vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ supposé uniforme qui règne entre les plaques.

2- Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire des particules α dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.
(On négligera les actions de la pesanteur).
3- Sachant que les particules à sortent du champ électrostatique en un point S d'ordonnée Y_s = -2,15 mm, calculer la valeur v_0) de la vitesse initiale.
4- En fait les particules α en question sont produites à partir de noyaux de lithium. En bombardant des noyaux de lithium $^7_3$Li par des protons $^1_1$H, il se produit une réaction nucléaire avec formation uniquement de noyaux d'hélium $^4_2$He (particule α).
4.1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction nucléaire.
4.2- Calculer, en MeV puis en joules, l'énergie libérée par la réaction.
4.3- En négligeant la vitesse des protons incidents et en supposant que toute l'énergie libérée par la réaction est transformée en énergie cinétique des particules α produites, calculer la valeur de l'énergie cinétique $E_{c\alpha}$ de chacune des particules α (supposées homocinétiques).
En déduire leur vitesse v_0. Ce résultat est-il en accord avec celui de la question 3 ?

Données :

Noyau	$^1_1$H	$^7_3$Li	$^7_3$Li
Masse (en u)	1,0078	7,0160	4,0026

1 u = 1,67.10^{-27} kg = 931,5 MeV/c^2 ; c = 3,00. 10^8 m/s ; charge élémentaire e = 1,6.10^{-19} C

REACTIONS NUCLEAIRES Doc D. NDONG

EXERCICE 80 — Sujet Bac S2 2004 — 4 points — 40 min

« L'un des grands succès de la théorie de la gravitation universelle d'Isaac Newton est de pouvoir déterminer la masse d'un astre à partir d'observations astronomiques du mouvement de l'un de ses satellites ».

On se propose de déterminer la masse du Soleil à partir de l'observation du mouvement de l'un de ses satellites le plus connu : la Terre. On supposera que le Soleil et la Terre ont une distribution de masse à symétrie sphérique.

On admettra également que le centre d'inertie de la terre décrit autour du Soleil une orbite circulaire de rayon r avec une période T.

1- Représenter sur un schéma la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre.
2- En tenant compte des hypothèses ci-dessus, montrer que le mouvement du centre d'inertie de la Terre est uniforme.
3- Exprimer la vitesse v du centre d'inertie de la Terre en fonction de la constante de gravitation universelle K, du rayon r de l'orbite et de la masse M_S du Soleil. En déduire l'expression de la période de révolution de la Terre en fonction de K, r et Ms.
4- Montrer que la 3ème loi de Kepler est bien vérifiée et en déduire la masse M_s du Soleil.

On donne : $r = 1{,}50.10^{8}$ km
$T = 365{,}25$ jours
$K = 6{,}67.10^{-11}$ N.m².kg⁻².

5- Dans notre Univers le Soleil joue le rôle d'un énorme radiateur qui rayonne de l'énergie dans toutes les directions, en particulier sur la Terre, ce qui a permis le développement de la vie. Cette énergie rayonnée par le Soleil trouve son origine dans les réactions de fusion nucléaire dont le Soleil est le siège.

L'équation-bilan de ces réactions s'écrit : $4\,{}^{1}_{1}H \rightarrow {}^{4}_{2}He + 2\,{}^{0}_{+1}e + 2\,{}^{0}_{0}\nu$

5.1- Calculer l'énergie libérée par cette réaction globale. (0,5 point)
5.2- Si le soleil rayonne une puissance constante de $3{,}9.10^{26}$ W, quel est le nombre de réactions globales qui s'y produit par seconde ? Quelle est la perte de masse que subit le Soleil par seconde ?
On donne :

1 u = $1{,}67.10^{-27}$ kg = 931,5 MeV.c⁻² ; célérité de la lumière dans le vide: $c = 3{,}00.10^{8}$ m.s⁻¹

particule	${}^{0}_{+1}e$	${}^{1}_{1}H = p$	${}^{4}_{2}He$
Masse en u	0,00055	1,0073	4,0015

EXERCICE 81 — Sujet Bac S2 2005 — 3,5 points — 35 min

Données :
Masse des noyaux :
- Uranium 235 : m(U) = 235,120 u
- Xénon 140 : m(Xe) = 138,955 u
- Strontium 94 : m(Sr) = 94,945 u

Nom de l'élément	Iode	Xénon	Césium	Baryum	Lanthane
Symbole	I	Xe	Cs	Ba	La
Numéro atomique	53	54	55	56	57

Masse du neutron : m = 1,008 u ; 1 u = $1{,}6605.10^{-27}$ kg ; 1 eV = $1{,}60.10^{-19}$ J
Célérité de la lumière dans le vide : $c = 3{,}00.10^{8}$ m.s⁻¹
Dans une centrale nucléaire, une des réactions possibles est représentée par l'équation :

$$ {}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \rightarrow {}^{140}_{54}Xe + {}^{94}_{38}Sr + 2\,{}^{1}_{0}n $$

1- Définir une réaction de fission nucléaire.
2- Calculer les valeurs de x et de y en précisant les règles utilisées.
3- Calculer en MeV l'énergie libérée lors de la fission d'un noyau d'uranium ${}^{235}_{92}U$.
4- Sachant que les 30 % de l'énergie libérée par noyau sont transformés en énergie électrique, calculer en kg la

consommation journalière d'uranium d'une centrale qui fournit $1,5.10^8$ MJ par jour. On suppose qu'au niveau du réacteur toutes les réactions nucléaires sont identiques à la réaction précédente.

5- Les produits de fission sont radioactifs et se transforment en d'autres produits, eux-mêmes radioactifs. Parmi ces déchets on trouve le césium 137 radioactif β^-.

5.1- Ecrire l'équation de la désintégration d'un noyau de césium 137.

5.2- La demi-vie $t_{1/2}$ du césium est égale à 30 ans. Calculer sa constante radioactive λ et donner sa signification physique.

EXERCICE 82 — Sujet Bac S2 2006 — 4 points — 40 min

Une des principales sources d'exposition de l'homme aux rayonnements ionisants est un élément radioactif naturel, désigné par les scientifiques sous le nom de "radon 222". Il se désintègre en émettant des particules α (alpha). On ne l'observerait pas dans notre environnement s'il ne s'en formait pas en permanence. Le radon est le seul des descendants de l'uranium à être gazeux, ce qui lui permet de passer dans l'atmosphère en s'échappant des roches du sous-sol. Il peut donc s'infiltrer dans la moindre fissure des constructions et s'accumuler dans les pièces non aérées, comme les caves et les sous-sols. Les sols granitiques, plus riches en uranium, libèrent davantage de radon que les sols sédimentaires. Au danger du radon s'ajoute celui de ses descendants solides qui, inhalés avec lui sous forme de poussières, émettent des rayonnements ionisants.

Données :

Le tableau suivant donne le numéro atomique, le symbole et le nom de quelques éléments chimiques.

Z	83	84	85	86	87	88	89
symbole	Bi	Po	At	Rn	Fr	Ra	Ac
Nom	Bismuth	Polonium	Astate	Radon	Francium	Radium	Actinium

1- En vous servant des informations du texte et de l'extrait de classification périodique, écrire l'équation de la réaction nucléaire correspondant à la désintégration du " radon 222 ".
On supposera que le noyau fils n'est pas produit dans un état excité.

2- Expliquer brièvement pourquoi l'état gazeux du radon le rend dangereux.

3- Pour suivre l'évolution de l'activité d'un échantillon de radon 222, on enferme à la date t = 0, dans une ampoule, un volume de 0,20 cm^3 de radon radioactif à la pression de 0,1 bar et à la température de 30°C.
Ce gaz monoatomique est considéré comme parfait.
Données : 1 bar = 10^5 Pa ; constante du gaz parfait : R = 8,314 SI ; loi du gaz parfait : PV = nRT ;
constante d'Avogadro : $N_A = 6,02.10^{23}$ mol^{-1}.

3.1- Calculer le nombre N_0 de noyaux radon présents dans l'ampoule à l'instant initial.

3.2- On mesure l'activité A de l'échantillon à différentes dates t ; les résultats sont regroupés ci-après.

t (jours)	0	10	12	20	30	40	50	60	70
A (Bq)		$1,65.10^{11}$	$1,15.10^{11}$	$2,73.10^{10}$	$4,51.10^{9}$	$7,46.10^{8}$	$1,23.10^{8}$	$2,03.10^{7}$	$3,37.10^{6}$

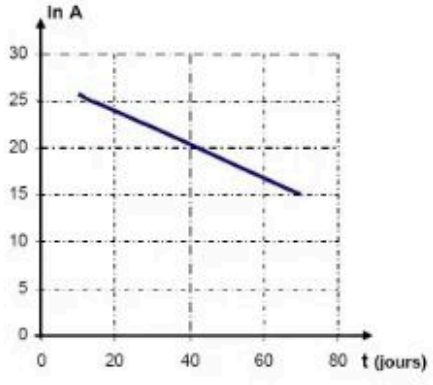
3.2.a- Définir l'activité A d'une substance radioactive et établir l'expression donnant A à une date t en fonction de sa valeur initiale A_0 et de la constante radioactive λ.

3.2.b- De l'examen du tableau dire dans quel sens varie l'activité A au cours du temps (il n'est pas demandé de tracer une courbe). Ce sens de variation est-il en accord avec l'expression établie à la question précédente ?

3.3- La courbe ln A = f(t) est représentée ci-contre. Déterminer par exploitation de la courbe :

3.3.a- la valeur de la constante radioactive λ du radon 222 ;

3.3.b- l'activité initiale A_0 de l'échantillon étudié.



(On expliquera le mode d'exploitation mais il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la copie)

3.4- Quelle valeur de A_0 obtient-on par calcul à partir de λ et N_0 ? Comparer ce résultat avec la valeur déduite de la courbe. Conclure

3.5- Calculer la demi-vie du radon 222.

3.6- Calculer le nombre de noyaux de radon 222 présents dans l'ampoule six mois plus tard.
Quelle est alors l'activité de l'échantillon en ce moment ? Conclure.

REACTIONS NUCLEAIRES Doc D. NDONG

EXERCICE 83 Sujet Bac S2 2012 4 points 40 min

Actuellement des techniques telles que la scintigraphie sont utilisées en médecine grâce à des substances radioactives comme le technétium.
Le technétium, se fixant préférentiellement sur les lésions osseuses du squelette, peut être détecté par une gamma-caméra. Ce dernier fournit par la suite une image du squelette appelée scintigraphie osseuse. Tous les noyaux du technétium sont radioactifs.

1- L'isotope 97 du technétium $^{97}_{43}Tc$, de demi-vie 90,1 jours, est synthétisé en bombardant un noyau de molybdène 96, $^{96}_{42}Mo$ avec un noyau de deutérium $^{A}_{Z}X$.
1.1- Qu'appelle-t-on noyaux isotopes ?
1.2- Ecrire l'équation de la réaction de synthèse du technétium $^{97}_{43}Tc$ à partir du molybdène 96, $^{96}_{42}Mo$ en précisant les valeurs de A et Z sachant qu'il se forme en même temps un neutron.
A quel élément chimique appartient le deutérium ?
2- L'isotope 99 du technétium $^{99}_{43}Tc$ présente la particularité et l'avantage de pouvoir être produit sur place par désintégration du molybdène 99, $^{99}_{42}Mo$.
Une infirmière prépare une dose de technétium 99, $^{99}_{43}Tc$. Deux heures après, son activité étant égale à 79,5 % de sa valeur initiale, elle l'injecte à un patient.
2.1- Ecrire l'équation de la réaction nucléaire permettant d'obtenir le technétium 99 à partir du molybdène 99. Préciser le type de désintégration dont il s'agit.
2.2- Définir l'activité d'une source radioactive et établir la relation entre l'activi té, la constante radioactive et le nombre de noyaux présents.
2.3- Déterminer la valeur de la période radioactive du technétium 99.
2.4- L'activité maximale des doses administrées en $^{99}_{43}Tc$ ne doit pas dépasser 10^9 Bq. Quelle est la masse maximale de technétium 99 que doit contenir la dose préparée ?
3- Le médecin porte son choix sur le produit qui disparait le plus vite. Lequel des deux isotopes du technétium va-t-il choisir ? Justifier la réponse.
Données : 1 u = 931,5 MeV/c² = $1,66.10^{-27}$ kg.

Particule ou noyau	$^{60}_{27}Co$	$^{60}_{28}Ni$	électron	$^{99}_{43}Tc$
Masse en u	59,934	59,931	$5,486.10^{-4}$	98,882

EXERCICE 84 Sujet Bac S2 2014 4 points 40 min

Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

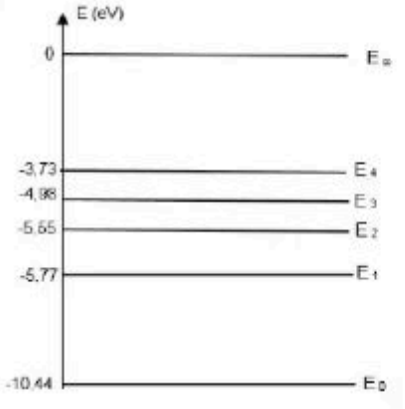
1- L'élément mercure, traceur isotopique

Un «élément traceur» est un «élément» qui, par sa radioactivité, permet de suivre le sort d'une substance, son évolution au cours d'un processus physique, chimique ou biologique.

On se propose d'étudier la radioactivité de l'isotope mercure 203 ($^{203}_{80}Hg$) qui est un traceur isotopique.
Cet isotope est radioactif β^- ; sa période radioactive est T = 46,69 jours.
1.1- Rappeler la signification du terme « radioactivité β^- » et écrire l'équation de la réaction de désintégration du mercure 203. On identifiera le noyau fils à partir de l'extrait de tableau de classification périodique joint, en fin d'énoncé.
1.2- Initialement le nombre de noyaux radioactifs présents est : $N_0 = 2,96.10^{21}$ noyaux. Déterminer l'activité A_0 de la source radioactive à la date $t_0 = 0$.
1.3- Déterminer la durée au bout de laquelle l'activité de la source radioactive diminue de $0,14.A_0$.

2- Sécurisation des billets de banque par le mercure

Les billets de banque authentiques peuvent être imprégnés de « nano pigments » pour être sécurisés. Cela permet aux caissiers munis d'une lampe à vapeur de mercure en miniature de détecter les faux billets.
Lorsqu'un billet de banque sécurisé est éclairé par une lampe à vapeur de mercure, les « nano pigments », par fluorescence, se colorent en rouge ou en vert.
La radiation ultraviolette de longueur d'onde λ_1 = 253,6 nm permet d'observer une des couleurs obtenues par fluorescence.
Le diagramme ci-contre représente, sans souci d'échelle, certains niveaux d'énergie de l'atome de mercure.



2.1- Le spectre d'émission ou d'absorption de l'atome de mercure est-il continu ou discontinu ?
2.2- Déterminer la transition énergétique responsable de la fluorescence des « nano pigments ».
2.3- Reproduire le diagramme sur votre copie puis représenter là-dessus la transition associée par une flèche.
2.4- Déterminer la longueur d'onde maximale λ_2 de la radiation que peut émettre l'atome de mercure en passant de l'état excité α l'état fondamental.
2.5- Déterminer la longueur d'onde λ_3 de la radiation émise au cours de la transition $E_2 \rightarrow E_1$ et établir la relation entre les longueurs d'onde λ_1, λ_2 et λ_3.

Données : Constante de Planck : $h = 6{,}62.10^{-34}$ J.s
Célérité de la lumière : $C = 3{,}00.108$ m.s^{-1}
1 électron-volt : $1\ eV = 1{,}60.10^{-19}$ J

Extrait du tableau de classification périodique :

Platine	Or	Mercure	Thalium	Plomb	Bismuth	Polonium
$_{78}Pt$	$_{79}Au$	$_{80}Hg$	$_{81}Tℓ$	$_{82}Pb$	$_{83}Bi$	$_{84}Po$

LES ALCOOLS

EXERCICE 85 — 3 points — 30 min

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1- Ecrire les formules semi-développées des composés suivants :

a) propan-1-ol
b) 2-méthylpropan-2- ol
c) 2-méthylbutan-1-ol
d) 3,4-diméthylpentan-2-ol
e) éthane-1,2-diol
f) propane-1,2,3-triol ou glycérol

2- Donner les formules semi-développées des alcools de formule brute $C_4H_{10}O$. Préciser leur classe et leur nom.

3- Compléter convenablement les équations des réactions chimiques suivantes. On écrira les formules semi-développées et on nommera les composés organiques intervenant dans chaque réaction.

a) $CH_3-CH_2-OH + \frac{1}{2}O_2 \xrightarrow[300°C]{Cu}$ .....

b) $CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_3 \xrightarrow[H_3O^+]{MnO_4^-}$ .....

c) $CH_3-CH_2-OH \xrightarrow[H_3O^+]{Cr_2O_7^{2-}\text{(en défaut)}}$ .....

d) $CH_3-CH_2-CH_2-OH \xrightarrow[H_3O^+]{Cr_2O_7^{2-}\text{(en excès)}}$ .....

e) $CH_3-\underset{\underset{OH}{|}}{CH}-CH_2-CH_3 \xrightarrow[350°C]{Al_2O_3}$ ..... $+ H_2O$

f) $CH_3-CH_2-COOH + CH_3-CH_2-OH \xrightarrow{H_2SO_4\ conc}$ ..... $+ H_2O$

g) $2\ CH_3-CH_2-OH \xrightarrow[140°C]{H_2SO_4}$ ..... $+ H_2O$

EXERCICE 86 — Identification et hydratation d'un alcène — 3 points — 30 min

On considère l'alcène A de formule semi-développée suivante $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}=CH-CH_3$

1- Quel est le nom de l'alcène A ?
2- On réalise l'hydratation de cet alcène en présence d'acide sulfurique, ce qui entraîne la formation de deux corps B et C (C est obtenu en quantité beaucoup plus grande que B).
Identifier B et C.

3- On soumet B à l'oxydation par le dichromate de potassium en milieu acide (sulfurique). Le produit D de cette oxydation donne un précipité jaune avec le DNPH mais reste sans action sur le réactif de Schiff.

3.1 - Que peut-on en conclure sur la nature de D et de B ?
Donner la formule semi-développée et le nom du composé D.
3.2 - Écrire l'équation-bilan de la réaction entre le dichromate de potassium en milieu acide avec le corps B.

Les couples redox mis en jeu sont : $Cr_2O_7^{2-}$ / Cr^{3+} et $C_5H_{10}O$ / $C_5H_{12}O$

LES ALCOOLS

EXERCICE 87 E.M.S. 2004 4 points 40 min

Identification d'un alcool

1- Un composé organique A a pour formule $C_xH_yO_z$. La combustion complète de 3,52 g du composé A donne 5 L de dioxyde de carbone. La densité de vapeur de A est d = 3,04 dans les conditions où le volume molaire est 25 $L.mol^{-1}$.
1.1- Ecrire l'équation de la réaction de combustion.
1.2- Déterminer la formule brute de A.
1.3- Sachant que la molécule du composé A est ramifiée et renferme un groupe hydroxyle, écrire toutes les formules semi-développées possibles de A et les nommer.
2- Afin de déterminer la formule semi-développée exacte du composé A, on effectue son oxydation ménagée par une solution de dichromate de potassium, en milieu acide. La solution oxydante étant utilisée en défaut, on obtient un composé B qui donne un précipité jaune avec la DNPH.
2.1- Quelles sont les fonctions chimiques possibles pour B ?
2.2- Le composé B, dont la molécule est chirale, peut réduire une solution de permanganate de potassium. Donner la formule semi-développée et le nom de B. Préciser la formule semi-développée et le nom du composé C obtenu lors de la réaction de B avec l'ion permanganate.
2.3- Quelles est la formule semi-développée du composé A ?

EXERCICE 88 Sujet Bac S2 2011 4 points 40 min

L'alcool amylique est un composé couramment utilisé en synthèse, en particulier pour la synthèse de l'arôme de banane, lui-même utilisé pour parfumer des médicaments et des boissons.

La formule brute de l'alcool amylique est de la forme $C_nH_{2n+2}O$. Deux des isomères de l'alcool amylique, notés A et B, ont la même chaîne carbonée et sont des alcools primaires. L'isomère A est optiquement actif ; l'isomère B peut réagir avec l'acide éthanoïque pour donner un ester ayant une odeur de banane.

1- On procède à l'oxydation ménagée d'une masse m = 1,72 g de l'isomère B par un excès d'une solution acidifiée de permanganate de potassium. Le produit obtenu est dissous dans de l'eau distillée. On obtient alors une solution S de volume V = 375 mL.
En présence d'un indicateur coloré approprié, on dose un volume Va = 10 mL de la solution S par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $C_b = 2{,}9.10^{-2}$ $mol.L^{-1}$. Le virage de l'indicateur a lieu lorsqu'on a versé un volume V_b = 18 mL de la solution d'hydroxyde de sodium.

1.1- Déterminer la concentration C_a de la solution S.
1.2- En déduire la masse molaire et la formule brute de l'alcool amylique.
1.3- La molécule de A contient un atome de carbone asymétrique.
1.3.a- Qu'appelle-t-on atome de carbone asymétrique ?
1.3.b- Ecrire la formule semi développée de A ; donner le nom de ce composé.
1.4- Ecrire la formule semi développée de B ; donner son nom.

2- En présence d'acide sulfurique et en chauffant à reflux, on fait réagir 16 g d'acide éthanoïque avec 8 g de l'isomère B. Le composé organique formé a une masse m' = 7 g.

2.1- Préciser le rôle de l'acide sulfurique dans cette réaction.
2.2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction, nommer le composé organique obtenu.
2.3- Le mélange initial est-il dans les proportions stœchiométriques ? Si non préciser le réactif limitant, justifier.
2.4- Calculer le rendement de la réaction.

LES AMINES

EXERCICE 89 — 3 points — 30 min

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1- Ecrire les formules semi-développées des composés suivants :

a) méthylamine ou méthanamine
b) 2-éthylbutylamine
c) aniline (phénylamine)
d) isopropylamine (ou 1-méthyléthylamine)
e) bromure de diméthyl-éthyl-phénylammonium
f) N-méthylaniline
g) N,N-diméthyléthylamine
h) N-méthylpentan-3-amine
i) N,1,2-triméthylpropylamine ou N,3-diméthylbutan-2-amine
j) iodure de tétraméthylammonium

2- Donner les formules semi-développées des amines de formules brutes $C_4H_{11}N$. Préciser leur classe et leur nom.

3- Compléter convenablement les équations des réactions chimiques suivantes. On écrira les formules semi-développées et on nommera les composés intervenant dans chaque réaction.

a) diméthylamine + H_2O donne .....

b) $CH_3— NH_2 + H_3O^+$ donne .....

c) $CH_3— CH_2 — NH_2 + Cu^{2+}_{aq}$ donne .....

EXERCICE 90 — 2,5 points — 25 min

On considère une amine aromatique de formule générale C_xH_yN ne comportant qu'un seul cycle.

1- Exprimer x et y en fonction du nombre n d'atomes de carbone qui ne font pas partie du cycle.
2- La microanalyse d'une telle amine fournit, pour l'azote, un pourcentage en masse de 13,08 %.
2.1- Déterminer n.
2.2- Ecrire les formules développées des différents isomères et donner leurs noms.

EXERCICE 91 — 3,5 points — 35 min

On considère une amine primaire à chaîne carbonée saturée possédant n atomes de carbone.
1- Exprimer en fonction de n le pourcentage en masse d'azote qu'elle contient.
2- Une masse m = 15 g d'une telle amine contient 2,9 g d'azote.
2.1- Déterminer la formule brute de l'amine.
2.2- Ecrire les formules développées des isomères possibles des monoamines primaires compatibles avec la formule brute trouvée.
3- On considère la monoamine à chaîne carbonée linéaire non ramifiée.
3.1- Ecrire l'équation de la réaction de cette monoamine primaire avec l'eau.
3.2- On verse quelques gouttes de phénolphtaléine dans un échantillon de la solution préparée. Quelle est la coloration prise par la solution ?
4- On considère la monoamine qui contient un atome de carbone asymétrique.
Quels produits devrait-on théoriquement obtenir lorsqu'on le traite par une solution aqueuse de sulfate d'aluminium $A\ell_2(SO_4)_3$?

(On rappelle que la phénolphtaléine est incolore en milieu acide et rose violacée en milieu basique)

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

EXERCICE 92 *Synthèse d'un ester* Sujet Bac S2 1989 4 points 40 min

1- On considère un acide carboxylique à chaîne saturée (A) et un alcool saturé B.

n étant le nombre d'atomes de carbone dans le radical R fixé au groupement fonctionnel carboxylique et n' le nombre d'atomes de carbone dans le radical R' fixé au groupement de la fonction alcool.

Exprimer, respectivement, les formules générales de (A) et (B) en fonction de n et n'.
2- (A) est estérifié par (B) ; à partir des formules déterminées au 1), écrire l'équation de cette réaction, en explicitant en fonction de n et n' la formule semi-développée de l'ester (E).
3- Pour n = 3, la masse molaire de l'ester est M = 130 $g.mol^{-1}$.
En déduire n' et préciser la formule brute de (E).
4- En réalité, (A) possède une chaîne saturée avec une ramification. Quant à (B), son oxydation ménagée donne un composé (C) qui donne un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H) et ne rosit pas le réactif de Schiff.
4.1 - Ecrire, alors, l'équation de la réaction d'estérification de (A) et (B), en utilisant les formules semi-développées.
4.2 - Donner les noms de A, B, C et E.

EXERCICE 93 *Tests d'identification des produits d'oxydation ménagée* Sujet Bac S2 1991 4 points 40 min

N.B. : La solution de dichromate de potassium utilisée, en milieu acide, est "jaune orange."
Quatre flacons contiennent respectivement un alcool, un aldéhyde, une cétone et un acide carboxylique.

1- Se proposant d'identifier les produits, on effectue les tests conformément au tableau ci-dessous

	$Cr_2O_7^{2-}$ en milieu acide	DN PH	Réactif de SCHIFF	liqueur de FEHLING
A	solution orange	solution jaune	solution incolore	solution bleue
B	solution verte	solution jaune	solution incolore	solution bleue
C	solution verte	précipité jaune	solution violette	précipité rouge brique
D	solution orange	précipité jaune	solution incolore	solution bleue

Déterminer, justification à l'appui, les fonctions chimiques de A, B, C et D.

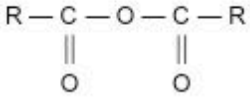
2- En faisant réagir du dichromate de potassium en milieu acide sur B, on obtient C et A.
2.1- Sachant que B est un composé à radical alkyle de trois atomes de carbone, donner les formules semi-développées et les noms de A, B, C.
2.2- On considère la formation de C à partir de B par action, en milieu acide, du dichromate de potassium. Écrire les demi-équations électroniques des couples $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ et C/B ; en déduire l'équation résumant la réaction d'oxydoréduction.

3- Par action de PCl_5 ou de $SOCl_2$ sur A, on obtient E.
Écrire l'équation de la réaction dans chacun des cas et expliciter la formule semi-développée et le nom de E.

4- Comparer les réactions de A sur B et de E sur B et conclure.

EXERCICE 94 *Hydrolyse d'un anhydride d'acide* Sujet Bac S2 1992 4 points 40 min

R étant une chaîne carbonée saturée, on considère l'anhydride d'acide de formule générale :



1- Ecrire l'équation de sa réaction d'hydrolyse.

2- Partant d'une masse de 1,02 gramme de cet anhydride on obtient, à la fin de l'hydrolyse, un composé X intégralement recueilli dans un certain volume d'eau distillée. La solution obtenue est dosée en présence d'un indicateur coloré approprié. Il faut alors verser 20 cm^3 d'une solution d'hydroxyde de sodium à 1 $mol.L^{-1}$ pour atteindre l'équivalence.

2.1 - Donner la formule semi-développée de X, préciser sa fonction et le nommer.
2.2 - En déduire la masse molaire de l'anhydride d'acide, préciser sa formule développée et le nommer.

EXERCICE 95 *Préparation d'un savon* Sujet Bac S2 1992 4 points 40 min

De nombreux lipides sont des glycérides, c'est-à-dire des triesters du glycérol et des acides gras.

1- Ecrire la formule semi-développée du glycérol ou propane-1,2,3-triol.

2- Ecrire l'équation générale d'estérification par le glycérol d'un acide gras R — COOH.

3- On fait agir sur le lipide (ou triester) obtenu un excès d'une solution d'hydroxyde de sodium à chaud. Il se reforme du glycérol et un autre produit S.

3.1- Écrire l'équation générale de cette réaction.
Quel est le nom général donné au produit S ?
3.2- Comment nomme-t-on ce type de réaction ?

4- Dans le cas où le corps gras utilisé dérive de l'acide oléique $C_{17}H_{33}$ — COOH et où l'on fait agir l'hydroxyde de sodium sur m = 2.10^3 kg de ce corps gras, écrire l'équation de la réaction et calculer la masse du produit S obtenu.

EXERCICE 96 *Oxydation ménagée des alcools - dérivés d'acides* Sujet Bac S2 1993 4 points 40 min

On dispose d'un alcool A de formule $C_4H_{10}0$
1- A peut donner un corps B pouvant réduire la liqueur de Fehling et donner une réaction de précipitation avec la dinitrophénylhydrazine (DNPH).

1.1- Donner le nom et la formule de B sachant que sa chaîne est linéaire.
1.2- Quel est le nom et la classe de l'alcool A ?

2- Par oxydation énergique B peut donner C. Donner le nom et la formule de C.

3- C réagit avec le chlorure de thionyle ($SOCl_2$) en donnant un corps D. Quel est le nom du corps D ? Donner l'équation de la réaction ?

4- Deux molécules du corps C, en présence d'un déshydratant efficace tel que P_4O_{10}, peuvent donner un corps E. Quelle est la formule semi-développée de E ?

5- On peut obtenir un ester soit :

– par action de D sur A
– par action de E sur A
Ecrire les équations des réactions.

EXERCICE 97 *Décarboxylation d'un acide carboxylique et dérivés* Sujet Bac S2 1993 4 points 40 min

On considère une solution A d'acide 2-méthylbutanoïque.

1- Donner la formule développée de cet acide. Par décarboxylation en présence d'alumine, on obtient un produit B qui donne une réaction de précipitation avec la DNPH et ne réduit pas le réactif de Schiff.
Donner la formule semi-développée et le nom de B.

2- Sur la solution A on fait agir une solution de chlorure de thionyle et on obtient, entre autre, un produit organique C. Donner la formule semi-développée de C en mettant en exergue son groupement fonctionnel. Quel est le nom de la fonction chimique mise en évidence ? Donner le nom de C.
(L'écriture de l'équation de la réaction chimique n'est pas demandée).

3- Lorsqu'on fait agir une solution de C sur du méthanol, on obtient entre autre, un composé organique D.
3.1 - Écrire l'équation chimique correspondante, donner la formule semi-développée de D et préciser le nom de sa fonction chimique.
3.2 - Comparer cette réaction à celle de A sur le méthanol et conclure.

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

EXERCICE 98 *Etude du butan-2-ol et de son estérification* Sujet Bac S2 1995 4 points 40 min

1- butan-2-ol

1.1- Ecrire sa formule semi-développée et préciser à quelle classe d'alcool il appartient.
1.2- Donner les formules semi-développées de deux isomères du butan-2-ol n'appartenant pas à la même classe que lui et étant, eux-mêmes, de classes différentes.
1.3- La molécule du butan-2-ol est-elle chirale ? Pourquoi ?
Représenter alors, en perspective, les deux formes énantiomères.

2- Estérification du butan-2-ol - Isomères de l'ester formé

2.1- L'action de (A) sur l'acide propanoïque (B) conduit à la formation d'un ester (E).
Ecrire l'équation de la réaction. Donner ses caractéristiques.
2.2- A partir de l'anhydride propanoïque ou du chlorure de propanoyle, proposer une méthode d'obtention plus rapide et plus complète et écrire l'équation de la réaction correspondante.

3- A partir de la formule semi-développée de (E), qu'on explicitera, le nommer en expliquant le procédé utilisé pour la nomenclature des esters.
Ecrire la formule semi-développée d'un ester isomère de (E) et le nommer.

EXERCICE 99 *Synthèse d'un médicament* Sujet Bac S2 1998 4 points 40 min

Données : M(C) = 12 g.mol^{-1} ; M(O) = 16 g.mol^{-1} ; M(H) = 1 g.mol^{-1} M(N) ; 14 g.mol^{-1}
- masse volumique de l'anhydride éthanoïque ρ_1 = 1,08 g.mL^{-1}
- masse volumique de l'aniline ρ_2 = 1,02 g.mL^{-1}

L'acétanilide est un principe actif qui a été utilisé pour lutter contre les douleurs et la fièvre sous le nom antifébrine, de formule semi-développée : $C_6H_5 — NH — \underset{\underset{O}{\|}}{C} — CH_3$

1- Retrouver les formules semi-développées et nommer l'acide carboxylique et l'amine dont il est issu.
2- Proposer une méthode de synthèse rapide et efficace de l'acétanilide et écrire l'équation-bilan correspondante (on envisagera deux possibilités).
3- Dans un réacteur on introduit un volume V_1 = 15 mL d'anhydride éthanoïque et un volume V = 10 mL d'aniline $C_6H_5 – NH_2$ et un solvant approprié.
Après expérience la masse d'acétanilide pur isolé est de m = 12,7 grammes.
3.1- Rappeler l'équation-bilan de la synthèse.
3.2- Calculer les quantités de matière des réactifs et montrer que l'un de ces réactifs est en excès.
3.3- Déterminer le rendement de la synthèse par rapport au réactif limitant.

EXERCICE 100 Sujet Bac S2 2003 4 points 40 min

Données : masses molaires atomiques en g.mol^{-1} : H : 1 ; C : 12 ; O : 16

On veut identifier un corps A dont la molécule est à chaîne carbonée saturée et ne possède qu'une seule fonction organique.

1- Quand on fait réagir l'acide éthanoïque sur le corps A, il se forme un ester et de l'eau.
1.1- Quel est le nom de cette réaction ? Donner la famille du corps A.
1.2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction (on utilisera pour A sa formule générale)

- Quelles sont les caractéristiques de cette réaction ?

1.3- A l'état initial, on avait mélangé v = 150 mL d'une solution d'acide éthanoïque de concentration C = 5.10^{-1} mol.L^{-1} avec m_A = 3,70 g du corps A.

A l'équilibre, il reste n_1' = 5.10^{-2} mol d'acide éthanoïque et m_A' = 1,85 g du corps A qui n'ont pas réagi.

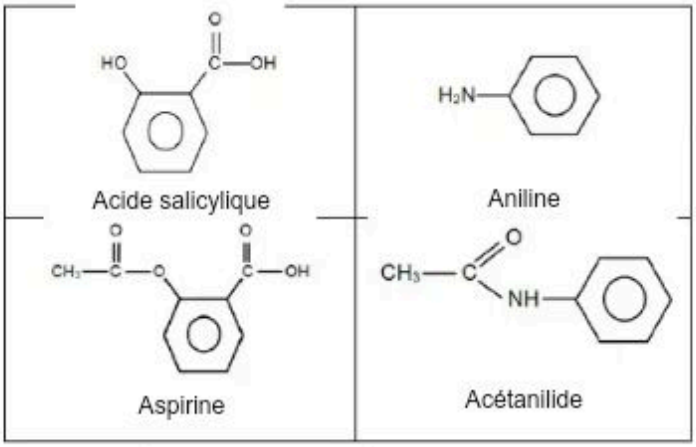
1.3.a- A partir de ces données, montrer que la masse molaire moléculaire du corps A est $M_A = 74\ g.mol^{-1}$.
1.3.b- En déduire les formules semi-développées possibles pour le corps A.
1.3.c- Une autre étude a montré que la molécule de A est chirale. Quel est le nom du corps A ?
2- Le dichromate de potassium en milieu acide a été utilisé pour déterminer la quantité de matière du corps A qui n'avait pas réagi à l'équilibre (question 1.3).
2.1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre le dichromate de potassium en milieu acide avec le corps A.
Les couples rédox mis en jeu sont : $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ et $C_4H_{10}O/\ C_4H_8O$
2.2- Ecrire l'équation-bilan d'une réaction plus avantageuse pour obtenir un ester et qui aurait pu être utilisée à la place de celle de la première question. En quoi est-elle plus avantageuse ? Donner le nom du réactif utilisé.

EXERCICE 101 — Sujet Bac S2 2005 — 4 points — 40 min

M (C) = 12 g.mol^{-1} ; M(H) = 1 g.mol^{-1} ; M(O) = 16 g.mol^{-1}

C'est d'abord dans les organes végétaux et animaux que des molécules d'anesthésiants et d'antalgiques ont été isolées. Depuis, pour adoucir les douleurs chroniques, divers composés ont été synthétisés par les chimistes pharmaciens.
L'acétanilide, fébrifuge formulée sous la marque «antifébrine», est préparé à partir d'une amine aromatique, l'aniline et du vinaigre (acide éthanoïque).
L'essence de wintergreen, extraite de la gaulthérie, arbrisseau d'Amérique du Nord, remède traditionnel contre la fièvre, contient comme principe actif un ester méthylique de l'acide salicylique, le salicylate de méthyle.
L'acide acétylsalicylique ou aspirine, connu pour ses vertus thérapeutiques diverses, est préparé par action de l'anhydride acétique sur l'acide salicylique.

Les formules de quelques molécules évoquées dans le texte sont données ci-dessous :



1- On s'intéresse d'abord à l'antifébrine.

1.1- Donner le nom de la fonction chimique rencontrée dans la molécule d'acétanilide.

1.2- La synthèse actuelle de l'acétanilide utilise l'anhydride éthanoïque plutôt que le vinaigre cité dans le texte ; donner une explication à cette préférence.

1.3- La molécule qui est à la base de l'activité de l'essence de wintergreen peut être synthétisée à partir de l'acide salicylique et du méthanol en présence d'acide sulfurique qui joue le rôle de catalyseur.

1.3.a- En déduire la fonction chimique présentée par le principe actif de ce médicament.

1.3.b- Ecrire l'équation-bilan de la réaction conduisant à ce principe actif.

2- La molécule d'aspirine (ou acide acétylsalicylique) contient des groupes fonctionnels oxygénés différents.

2.1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de synthèse de l'aspirine puis entourer les groupes fonctionnels oxygénés que contient la molécule d'aspirine en précisant la nature de chaque fonction.

2.2- Lors d'une synthèse de l'aspirine 3,00 g d'acide salicylique et 6 mL d'anhydride acétique ont été utilisés. Après réaction une masse de 3,08 g d'aspirine pure a été obtenue.
2.2.a- Montrer que l'un des réactifs est en excès.
2.2.b- Déterminer le rendement de la réaction par rapport à l'acide salicylique.

Données : densité de l'anhydride acétique d = 1,08 ; masse molaire de l'aspirine : $M_1 = 108\ g.mol^{-1}$; masse molaire de l'acide salicylique : $M_2 = 138\ g.mol^{-1}$.

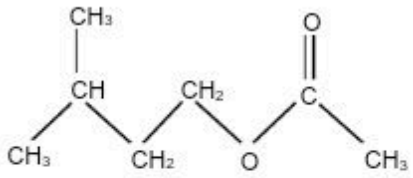
EXERCICE 102 — Sujet Bac S2 2006 — 4 points — 40 min

Le transfert d'information lors de la communication entre les insectes, se fait par signaux chimiques entre individus, d'espèces différentes ou de même espèce au moyen d'une substance (ou un mélange de substances) appelée phéromone. Ce phénomène est très courant chez les êtres vivants.

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

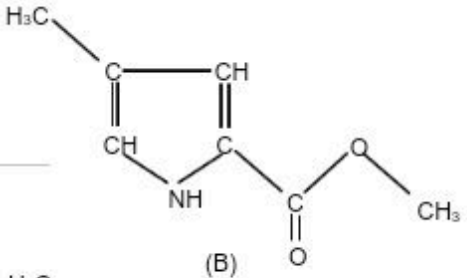
Un individu A secrète en quantité très faible de la phéromone, à l'extérieur ; celle-ci est perçue par un individu B de la même espèce chez lequel elle provoque une réaction comportementale spécifique, voire une modification physiologique.
Le mot phéromone vient des mots grecs pherein (= transporter) et hormân (exciter)
Certaines phéromones sont des signaux d'alarmes, d'autres permettent le marquage d'une piste, enfin certaines (attractives ou aphrodisiaques) attirent les insectes de sexe opposé en vue de la reproduction.
Voici quelques exemples de phéromones :

molécule A : $C_7H_{14}O_2N$



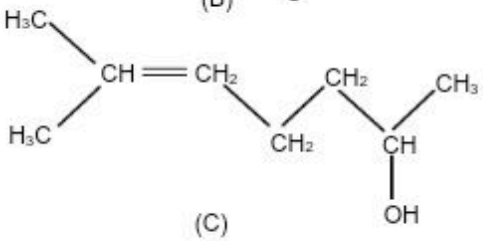
(A)

Phéromone de piste de fourmi coupeuse de feuilles : Atta Texana
molécule B : $C_7H_9O_2N$



(B)

Phéromone sexuelle d'un insecte nuisible pour les conifères :
molécule C : $C_6H_{16}O$



(C)

1- Reproduire sur la copie les molécules A et C. Entourer et nommer les groupes caractéristiques présents.
2- La phéromone d'alarme A peut être synthétisée à partir d'un acide carboxylique et d'un alcool.
2.1- Ecrire les formules semi-développées de l'acide et de l'alcool dont dérive A. Les nommer.
2.2- Ecrire l'équation de la réaction associée à la transformation chimique de synthèse de la phéromone A. Comment nomme-t-on cette transformation ? Préciser ses caractéristiques.
2.3- Avec quel catalyseur pourrait-on réaliser cette transformation chimique?
3- A partir de quels dérivés d'acide carboxylique peut-on synthétiser A avec le même alcool? Indiquer les effets de ce changement de réactifs sur la transformation.
4- On fait réagir une solution d'hydroxyde de sodium avec la phéromone B. Cette phéromone sera notée R — $COOCH_3$. Comment appelle-t-on cette transformation ? Préciser ses caractéristiques.
5- Une solution de la molécule C de concentration massique 10^{-15} $g.L^{-1}$ (appelée aussi sulcatrol car libérée par le Gnatotricus sulcatus) peut être utilisée par l'homme pour protéger les cultures des insectes nuisibles en les attirant soit loin des cultures que l'on veut protéger soit vers des pièges très sélectifs.
5.1- Quels avantages de cette solution de phéromone peut-on tirer dans l'agriculture comparativement aux insecticides classiques ?
5.2- Calculer la concentration molaire volumique de cette solution.

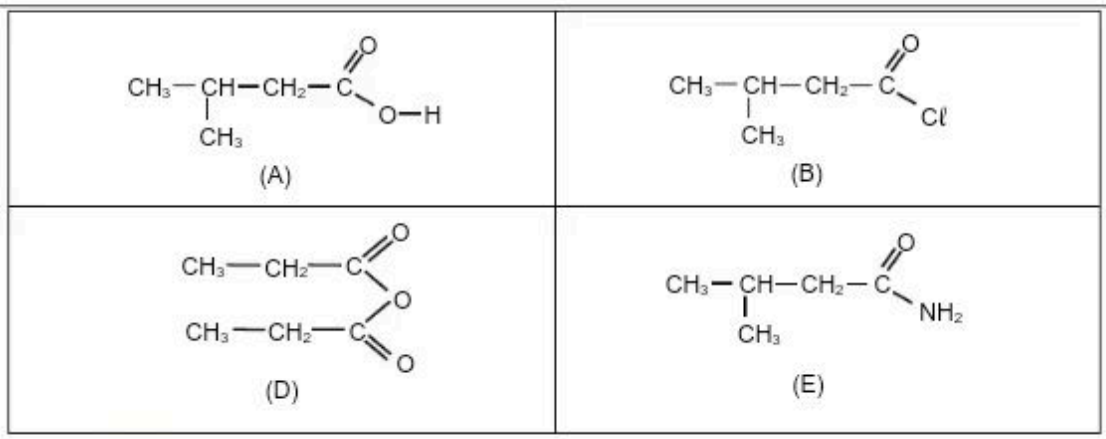
Masses molaires atomiques : M(C) = 12 $g.mol^{-1}$ M (H) = 1 $g.mol^{-1}$ M(O) = 16 $g.mol^{-1}$

EXERCICE 103 Sujet Bac S2 2013 4 points 40 min

Les parties A et B sont indépendantes.

PARTIE A
1- Nommer les composés organiques A, B, D, E dont les formules suivent et préciser la famille chimique de chaque composé.

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES



2- Ecrire l'équation-bilan d'une réaction qui permet d'obtenir :
2.1- le composé B à partir du corps A ;
2.2- le composé D à partir de l'acide propanoïque ;
2.3- le composé E par une réaction rapide et totale.

PARTIE B
Traditionnellement, dans nos campagnes africaines les femmes recyclaient les graisses et les huiles d'origine animale ou végétale pour en faire du savon. Le savon est également fabriqué en usine.
3- Les graisses et les huiles sont des corps gras. Les corps gras sont pour la plupart des triglycérides. Rappeler ce qu'est un triglycéride.
4- Rappeler la formule semi-développée du propan-1,2,3-triol ou glycérol.
5- L'acide palmitique ou acide hexadécanoïque a pour formule : $C_{15}H_{31}$ — COOH
En faisant réagir le glycérol sur l'acide hexadécanoïque on obtient un composé organique nommé palmitine.
5.1- Ecrire, à l'aide de formules semi-développées, l'équation-bilan de la réaction du glycérol sur l'acide hexadécanoïque. Nommer cette réaction et dire si elle est totale ou non.
5.2- La palmitine est aussi présente dans l'huile de palme. Dans une usine de la place on fabrique du savon à partir de la palmitine provenant d'huile de palme. Pour cela, on y réalise la saponification de la palmitine contenue dans 1500 kg d'huile de palme renfermant, en masse, 47 % de palmitine. La base forte utilisée est une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium.
5.2.a- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de saponification de la palmitine par la solution d'hydroxyde de sodium et entourer la formule du produit qui correspond au savon.

5.2.b- Calculer la masse de savon obtenue si le rendement de la réaction est de 80 %.

On donne les masses molaires en $g.mol^{-1}$: M(C) = 12 ; M(H) = 1 : M(O) = 16 ; M(Na) = 23

EXERCICE 104 *Hydrolyse d'un ester* Sujet Bac S2 4 points 40 min

L'hydrolyse d'un ester E a fourni un acide carboxylique A et un alcool B.

1- Détermination de la formule de l'alcool B.
L'analyse élémentaire a permis la détermination de la formule brute de B : $C_4H_{10}O$.

1.1- L'oxydation ménagée de B par une solution de dichromate de potassium en milieu acide fournit un composé B'. Ce composé B' :
- réagit avec une solution de D. N. P. H. ;
- ne réagit ni avec une solution de nitrate d'argent ammoniacal (ou réactif de TOLLENS), ni avec la liqueur de FEHLING.
Que peut-on en conclure pour B ? Donner la formule semi- développée de B ainsi que celle du composé B'.

A quelle fonction B' appartient-il ? Donner le nom de B'.
1.2- La molécule de B est-elle chirale ? Justifier la réponse.

2- Détermination de la formule de A.
La composition centésimale massique du composé A est la suivante :
carbone : 48,6 % ; hydrogène : 8,1 % ; oxygène : 43,2 %.
2.1- Sachant que la masse molaire moléculaire du composé A est M = 74 $g.mol^{-1}$, déterminer sa formule brute, sa formule semi-développée et son nom.
2.2- En déduire la formule semi-développée et le nom de l'ester E.

EXERCICE 105 *Synthèse d'un médicament* 4 points 40 min

Le paracétamol HO — C_6H_4 — NH — C — CH_3, principe actif du "Doliprane", est un médicament largement utilisé. Il
                                  ||
                                  O
concurrence l'aspirine comme antipyrétique et analgésique bien qu'il n'ait pas de propriétés anti-inflammatoires et qu'il soit un moins bon antalgique. La synthèse du paracétamol se fait à partir de l'anhydride acétique et du paraminophénol. La réaction produit en outre de l'acide acétique.

1- Quels groupes fonctionnels reconnaît-on dans le paracétamol ?
2- Ecrire, à l'aide de formules semi-développées, l'équation de la synthèse du paracétamol.
3- Pourquoi utilise-t-on comme réactif l'anhydride acétique plutôt que l'acide acétique pour synthétiser le paracétamol ?
4- Une boite de "Doliprane 500 mg" pour adulte contient 16 comprimés dosés à 500 mg. Déterminer les quantités de matière (nombre de moles et les masses minimum des deux réactifs à mettre en œuvre pour synthétiser la quantité de paracétamol contenue dans une boite.

EXERCICE 106 *Synthèse d'un amide* Sujet Bac S2 4 points 40 min

On souhaite préparer un composé organique, le propanamide, en utilisant comme produit de départ le propan-1-ol. Le propanamide sera par la suite appelé composé A et le propan-1-ol composé B.

1- Donner la formule semi-développée des deux composés A et B. A quelles familles appartiennent-ils ?

2- Plusieurs étapes sont nécessaires afin de réaliser la synthèse de A.

2.1- Tout d'abord, on réalise l'oxydation ménagée du composé B en le faisant réagir avec un excès de dichromate de potassium acidifié. Donner la formule semi-développée du composé C non réducteur obtenu à l'issue de cette réaction. Indiquer son nom et sa famille.
2.2- On fait ensuite réagir le composé C avec l'ammoniac. Un composé D, intermédiaire entre C et A, est alors obtenu. Indiquer le nom de D. Écrire l'équation-bilan correspondante. De quel type de réaction s'agit-il ?
2.3- Enfin, la déshydratation du composé D conduit à la formation du composé A. Écrire l'équation de cette réaction.

3- Dans la pratique, il est possible d'utiliser, à la place du composé C, un dérivé E de ce dernier. E est obtenu par action du pentachlorure de phosphore (PCl_5) ou du chlorure de thionyle ($SOCl_2$) sur C.
Donner la formule semi-développée et le nom de E.

EXERCICE 108 *Préparation de deux amides isomères* Sujet Bac S2 4 points 40 min

(Les parties A et B sont indépendantes.)

Un chimiste réalise deux séries d'expériences aboutissant chacune à la formation d'un composé non cyclique, de formule brute C_3H_7NO, dont la molécule contient deux atomes de carbone tétraédrique.

Partie A
Le produit C_3H_7NO final obtenu dans cette première partie est noté A. L'addition d'eau sur le propène conduit à une masse m = 240 g d'un mélange de deux alcools B et C, dont l'un, B, est primaire et représente 1 % de la masse m.

1- Donner les noms et les formules de B et C, ainsi que la classe de C.
2- Après avoir été séparés l'un de l'autre, les alcools B et C sont respectivement oxydés en D et E par un excès de solution acidifiée de dichromate de potassium.
Donner la formule et le nom des composés organiques D et E.

3- En l'absence de dérivés chlorés, A se prépare en deux étapes à partir de la solution aqueuse de D.

3.1- Ecrire l'équation-bilan de chacune des deux étapes.
3.2- Nommer le produit intermédiaire F et le produit final A.
3.3- Calculer la masse maximale de A susceptible d'être obtenue.

Partie B

Un isomère A' de A peut se préparer en deux étapes.

4- L'acide éthanoïque est tout d'abord transformé en chlorure d'acyle G.
Donner le nom et la formule semi-développée de G.

5- G réagit ensuite avec une amine primaire B pour donner A'.
5.1- Donner le nom et la formule semi-développée de B et de A' après avoir établi l'équation de la réaction.
5.2- Indiquer la propriété de l'atome d'azote de l'amine B mise en évidence au cours de la réaction réalisée.

EXERCICE 109 *Identification de dérivés d'acides carboxyliques* 4 points 40 min

1- On chauffe un mélange équimolaire d'acide éthanoïque et d'acide propanoïque avec de l'oxyde de phosphore P_4O_{10}.
La distillation fractionnée des produits de la réaction permet d'isoler trois composés organiques A, B et C.
Tous réagissent vivement avec l'eau :

- A engendre l'acide éthanoïque ;
- B conduit à l'acide propanoïque ;
- C donne naissance à un mélange équimolaire des acides éthanoïque et propanoïque.

1.1- Identifier les composés A et B. Donner leurs formules semi-développées et leurs noms. Ecrire les équations de leurs réactions de formation.
1.2- Identifier le corps C. Donner sa formule semi-développée.
Ecrire l'équation de sa réaction de formation.

2- A réagit sur l'ammoniac pour donner le un composé organique X et l'éthanoate d'ammonium Y.
La déshydratation, par chauffage, de Y donne le composé X.

2.1 - Ecrire les équations traduisant la transformation de A en X et la transformation de Y en X.
2.2- Ecrire l'équation globale de la réaction, à chaud, de A sur l'ammoniac. Donner les formule semi-développée et le nom de X. Quelle est sa fonction chimique ?
2.3- Sachant qu'on a obtenu une masse m = 35,4 g de X avec un rendement de 85 %, quelle est la masse de composé A utilisée ?

CINETIQUE CHIMIQUE

EXERCICE 109 Sujet Bac S2 1998 4 points 40 min

1 - A l'aide de formules générales écrire l'équation-bilan de la réaction entre un acide carboxylique et un alcool.

2 - Préciser les caractères de cette réaction.

3 - Pour réaliser l'étude cinétique de ce type de réaction on part d'éthanol et d'acide méthanoïque de même concentration : 0,6 mol.L^{-1}. On en mélange des volumes égaux et l'on fait deux parts égales A et B :

- à A on ajoute 0,5 mL d'acide sulfurique à 0,1 mol.L^{-1}
- à B on ajoute 0,5 mL d'acide sulfurique à 0,2 mol.L^{-1}

A différentes dates (t) on détermine la concentration de l'ester formé. Les courbes (1) et (2) représentent, en fonction du temps, les variations de la concentration de l'ester formé respectivement pour A et B.

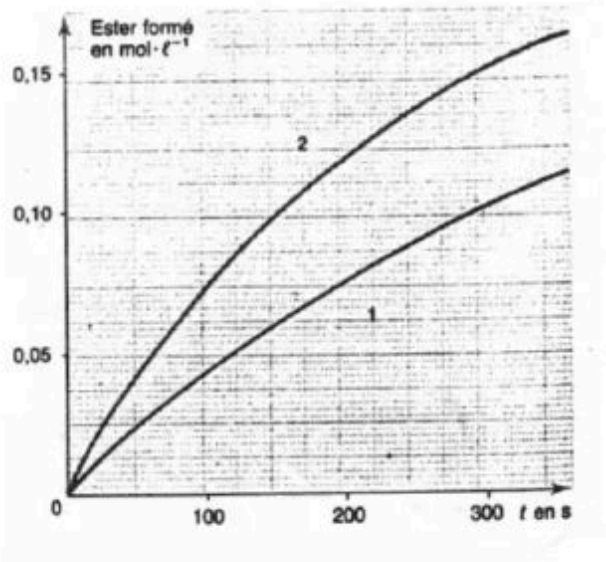
3.1- Pour chaque cas envisagé déterminer la vitesse instantanée de formation de l'ester à la date t = 200 s. On expliquera la méthode utilisée. Il n'est pas demandé de rendre les courbes 1 et 2.

3.2- Comparer ces valeurs et indiquer le rôle joué par l'acide sulfurique.

3.3- Déterminer les concentrations, en mol.L^{-1} de l'acide méthanoïque, de l'alcool et de l'ester à la date t = 300 s pour chaque cas.

3.4- Les deux essais tendent-ils vers la même limite ? Justifier la réponse.

NB : Le volume de l'acide sulfurique ajouté est négligeable par rapport à celui des échantillons A et B.



EXERCICE 110 Sujet Bac S2 1999 4 points 40 min

Les ions peroxodisulfate sont lentement réduits par les ions iodures selon l'équation-bilan :

$$S_2O_8^{2-} + 2\,I^- \rightarrow 2\,SO_4^{2-} + I_2 \quad (1)$$

Si on verse à l'avance une quantité de thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$ dans le milieu réactionnel, il réagit avec le diiode formé selon l'équation-bilan :

$$S_2O_3^{2-} + I_2 \rightarrow 2\,I^- + S_4O_6^{2-}$$

Cette réaction empêche l'apparition de la couleur brune du diiode et régénère les ions iodures instantanément. On peut déterminer, alors, le temps nécessaire pour qu'il se forme n mole(s) de diiode dans la réaction (1). On prépare pour cela une solution contenant :

- 10 mL de solution d'iodure de potassium de concentration molaire volumique 1 mol.L^{-1}
- Assez d'eau pour considérer le volume constant.
- 2 mL de thiosulfate de sodium de même concentration molaire volumique que la solution d'iodure de potassium.

CINETIQUE CHIMIQUE

A l'instant de date t = 0, on ajoute 2mL de peroxodisulfate à 5 mol.L^{-1} ; à l'instant de date t_1 = 52 s apparaît la coloration du diiode, on ajoute alors 2 mL de thiosulfate qui fait disparaître la coloration brune ; elle réapparaît à la date t_2 = 147 s. On ajoute encore 2 mL de solution de thiosulfate ; ainsi de suite. Ce qui permet de dresser le tableau de mesures ci-dessous :

Temps t (s)	0	52	147	246	355	494	650	852	1082	1508
n (10^{-3} mol.L^{-1})	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9

2.1- Expliquer comment cette méthode permet d'obtenir n et tracer le graphe représentant les variations de n en fonction de t.

Echelles : 1 cm ↔ 100 s ; 1 cm ↔ 10^{-3} mol.L^{-1}

2.2- Déterminer la vitesse de formation v du diiode au cours de la réaction (1), aux dates t = 200 s et t = 1000 s. Comment varie la vitesse ? Quel est le facteur cinétique qui fait varier v ?
2.3- Quelle sera la quantité de diiode formé par la réaction au bout d'un temps infini ?

EXERCICE 111 Sujet Bac S2 2000 4 points 40 min

1- Un acide carboxylique saturé A réagit sur un monoalcool saturé B pour donner un ester E. Un certain volume de solution aqueuse contenant m = 0,40 gramme de l'acide A est dosé par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique C_B = 0,5 mol.L^{-1}. Le volume de la solution d'hydroxyde de sodium qu'il faut verser pour atteindre l'équivalence est de V_B = 17,4 mL.
L'alcool B peut être obtenu par hydratation d'un alcène. L'hydratation de 5,6 grammes d'alcène produit 7,4 grammes d'alcool B.
L'oxydation de l'alcool B donne un composé organique qui réagit avec la D.N.P.H, mais ne réagit pas avec la liqueur de Fehling.
1.1 - Déterminer les formules semi-développées des composés A, B et E. Préciser la classe du composé B.
1.2 - Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les composés A et B.
2- A une température T, on prépare plusieurs tubes, au contenu identique. Dans chaque tube, on mélange 4.10^{-2} mole de l'acide A et 4.10^{-2} mole de l'alcool B, l'ensemble occupant un volume total de 5,9 mL. A une date t, on détermine par une méthode appropriée le nombre de mole(s) d'acide restant dans un tube et on obtient le tableau de valeurs ci-dessous :

t (min)	0	2	4	6	9	12	15	20	30	40	50
acide restant (mmol)	40,0	32,0	27,2	24,8	22,0	20,0	18,3	16,8	15,6	14,0	14,0
[Ester] (mol.L^{-1})											

2.1 - Tracer la courbe représentative de l'évolution de la concentration de l'ester E formé au cours du temps.

Echelles : 1 cm ↔ 0,5 mol.L^{-1}
1 cm ↔ 4 min

2.2 - Définir la vitesse instantanée d'apparition de l'ester E.
2.3 - Déterminer la valeur de cette vitesse aux dates t_0 = 0 et t_1 = 20 min.
2.4 - Interpréter l'évolution de la vitesse d'apparition de cet ester au cours du temps.
2.5 - Montrer, justification à l'appui, que la réaction entre les composés A et B n'est pas totale.
2.6 - Déterminer, alors, la composition du système final obtenu.

EXERCICE 112 Cinétique chimique Sujet Bac S2 2003 4 points 40 min

Potentiels normaux des couples rédox : E° (Zn^{2+}/ Zn) = - 0,76 V et E°(H_3O^+/ H_2) = 0,00 V
Volume molaire dans les conditions de l'expérience : V_0 = 24 L.mol^{-1}
Masses molaires en g.mol^{-1} : Cl : 35,5 ; H : 1 ; O : 16 ; Zn : 65,4
On étudie la cinétique de la réaction naturelle entre 2 couples. A t = 0, on introduit une masse m = 1 g de zinc en poudre dans un ballon contenant V = 40 mL d'une solution d'acide chlorhydrique de concentration C_a = 0,5 mol.L^{-1}. On recueille le gaz dihydrogène formé au cours du temps et on mesure son volume V(H_2). A chaque instant, on désigne par x le nombre de mole d'acide disparu et par C_R sa concentration molaire résiduelle.

CINETIQUE CHIMIQUE

1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
2- Tenant compte des données numériques de l'énoncé et de l'équation précédemment écrite, établir les relations :

$$x = \frac{V(H_2)}{12} \quad \text{et} \quad C_R = 0,5 - 25x.$$

(x est en mol, $V(H_2)$ en L et C_R en $mol.L^{-1}$)
3- Compléter le tableau de mesures ci-dessous et tracer la courbe $C_R = f(t)$. Le candidat choisira une échelle judicieuse qu'il précisera.

t (min)	0	100	200	300	400	500	600	700	800
$V(H_2)$ (mL)	0	57,6	96	124,8	144	1631,2	177,6	187,2	201,6
x (mol)									
C_R ($mol.L^{-1}$)									

4-
4.1- Déterminer la vitesse moyenne de disparition des ions H_3O^+ entre les dates t_1 = 200 min et t_2 = 500 min.
4.2- Déterminer graphiquement la vitesse instantanée de disparition des ions hydronium $V(H_3O^+)$ à la date t_1 = 200 min.
5-
5.1- Déterminer la concentration C_1 de la solution en ion Zn^{2+} à t = 300 min.
5.2- Déterminer la concentration C_2 de la solution en ion Zn^{2+} en fin de réaction et calculer la masse m_r de zinc restant.
5.3- Etablir une relation entre les vitesses instantanées de disparition de H_3O^+ et de formation de Zn^{2+}.
5.4- En déduire la vitesse instantanée de formation de Zn^{2+} à t_1 = 200 min.

EXERCICE 113 Cinétique chimique Corrigé Bac S2 2004 4 points 40 min

N.B. : Les parties 1 et 2 sont indépendantes.

Partie 1

Au laboratoire, on veut s'assurer du contenu de 3 flacons repérés par les lettres a, b et c. On sait que chaque flacon contient un seul alcool parmi le butan-1-ol, le méthylpropan-2-ol et le butan-2-ol.
On ajoute au contenu de chaque flacon quelques gouttes d'une solution de dichromate de potassium acidifiée. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-après.

N° du flacon	(a)	(b)	(c)
Résultat de l'action de l'ion dichromate en milieu acide et à froid	Solution orange	Solution verte	Solution verte

1.1- Ecrire la formule semi-développée de chacun des alcools cités ci-dessus. Préciser leur classe.
1.2- Peut-on déterminer la nature de l'alcool contenu dans le flacon (a) avec les résultats du test réalisé avec la solution de dichromate de potassium? Justifier.
1.3- Afin de poursuivre l'identification du contenu des flacons, on chauffe légèrement les solutions vertes obtenues après réaction des alcools contenus dans les flacons (b) et (c). On fait arriver les vapeurs de substances organiques qui se dégagent dans une solution de réactif de Fehling à l'ébullition; le produit organique venant du flacon (c) donne un précipité rouge brique alors que celui venant du flacon (b) ne provoque pas de réaction. Attribuer chaque alcool au flacon qui le contient.

1.4- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'ion dichromate en milieu acide avec l'alcool contenu dans le flacon (b).
On donne :

- ion dichromate : $Cr_2O_7^{2-}$ (coloration orange en solution aqueuse) ;
- ion chrome (III) : Cr^{3+} (coloration verte en solution aqueuse) ;

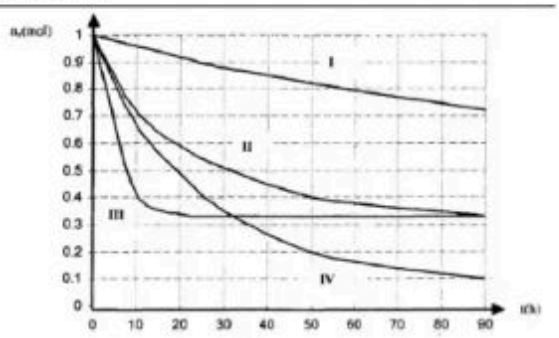
Partie 2

On effectue 4 expériences d'estérification d'un alcool primaire par un acide organique.

	Quantités de réactifs	Température (°C)	catalyseur
Expérience I	1 mol d'acide + 1 mol d'alcool	60	sans
Expérience II	1 mol d'acide + 1 mol d'alcool	100	sans
Expérience III	1 mol d'acide + 1 mol d'alcool	100	sans
Expérience IV	1 mol d'acide + 2 mol d'alcool	100	sans

CINETIQUE CHIMIQUE

Pour chaque expérience des mesures ont été effectuées à divers instants t, les mêmes pour toutes les expériences.
Pour chacune d'elles, on note ainsi le nombre de moles d'acide restant au cours du temps. Ce qui a permis de tracer, à la même échelle et dans le même système d'axes, les courbes représentatives de l'évolution du nombre de moles d'acide restant en fonction du temps. Ces courbes sont données ci-contre.



2.1- Déterminer graphiquement l'instant t_0 auquel le nombre de moles d'acide restant des expériences III et IV est le même.
2.2- Déterminer la vitesse de disparition de l'acide à la date t = 0 pour les expériences II et III.
2.3- Montrer comment les quatre expériences ci-dessus permettent de mettre en évidence l'influence des différents facteurs dont dépend la vitesse de disparition d'un réactif.

EXERCICE 114 Cinétique chimique Sujet Bac S2 2005 4 points 40 min

On étudie la cinétique de la réaction de l'eau oxygénée H_2O_2 avec les ions iodure I^-. L'équation-bilan de cette réaction s'écrit :

$$H_2O_2 + 2I^- + 2H^+ \rightarrow 2H_2O + I_2$$

A la date t = 0 seconde, on mélange une quantité connue d'eau oxygénée avec un excès d'une solution d'iodure de potassium acidifiée. Par une méthode appropriée, on détermine la concentration en eau oxygénée, $[H_2O_2]$ dans le milieu réactionnel à différentes dates t. Les résultats sont consignés dans le tableau suivant :

t (s)	0	48	103	150	254	366	536	900
$[H_2O_2]$ (10^{-3} mol.L^{-1})	3,2	2,8	2,4	2,1	1,6	1,2	0,8	0,4

1- La réaction étudiée est-elle une réaction d'oxydoréduction? Justifier la réponse et préciser, s'il s'agit d'une réaction d'oxydoréduction, les couples oxydant-réducteur en jeu, l'espèce réduite et l'espèce oxydée.
2- Tracer le graphe $[H_2O_2] = f(t)$. Echelles 1 cm pour 50 s ; 5 cm pour 10^{-3} mol.L^{-1}.
3- Définir la vitesse instantanée de transformation de l'eau oxygénée. Déterminer cette vitesse aux dates t = 0 et t = 366 s.
4- Comment évolue cette vitesse au cours du temps ? quel est le facteur cinétique ainsi mis en évidence ?
5- Les résultats précédents ont été obtenus à la température ambiante θ_1. Expliquer comment on pourrait mettre en évidence expérimentalement l'influence de la température sur la vitesse de réaction. Ebaucher sur le même système d'axes que le graphe précédent la courbe $[H_2O_2] = g(t)$ qu'on aurait obtenue à une température $\theta_2 > \theta_1$, toutes choses restant égales par ailleurs.

EXERCICE 115 Cinétique chimique Sujet Bac S2 2007 4,5 points 45 min

Les alcools sont présents dans la nature, ils entrent dans la constitution de divers organes végétaux et animaux. Ils sont d'une importance toute particulière dans le monde industriel avec la préparation de détergents et autres composés tensioactifs.
Au laboratoire, ils sont principalement utilisés comme solvants et comme intermédiaires de synthèse.
Aldéhydes, cétones, acides carboxyliques, esters…autant de composés qui peuvent être obtenus des alcools.

1- Au cours d'une séance de travaux pratiques on veut identifier trois alcools notés A, B et C. On donne trois formules moléculaires brutes : C_2H_6O ; C_3H_8O et $C_4H_{10}O$.
Chacune de ces formules peut être celle de l'alcool A, de l'alcool B ou de l'alcool C.
Pour identifier ces alcools on a réalisé les tests suivants :

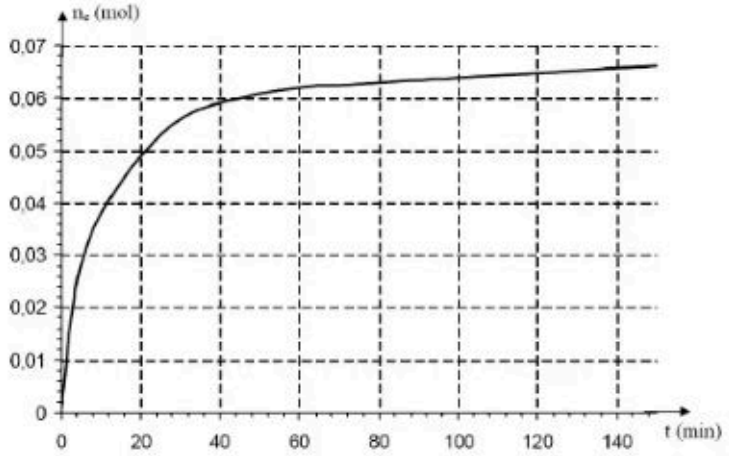
- Premier test :

On fait l'oxydation ménagée des alcools à l'aide du dichromate de potassium en milieu acide et on constate que :
- A ne donne pas de réaction.
- B et C réagissent pour donner respectivement les produits organiques B' et C'.

- Deuxième test :

Les produits B' et C' donnent avec la dinitrophénylhydrazine (DNPH) un précipite jaune ; mais seul B' rosit le réactif de Schiff.
1.1- Donner, en justifiant, les fonctions chimiques de B' et C'.
1.2- En déduire les classes des alcools A, B et C.
1.3- Identifier les alcools en donnant leurs formules semi-développées et leurs noms.

1.4- Ecrire les demi-équations électroniques des couples B'/B et $Cr_2O_7^{2-}$ / Cr^{3+} puis l'équation-bilan de la réaction de B avec l'ion dichromate.
2- On étudie ensuite la cinétique de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'alcool C_2H_6O.
On réalise un mélange contenant 1 mole d'alcool et 1 mole d'acide et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré. Le mélange est réparti dans 10 tubes à essais que l'on place ensuite dans un bain-marie à la température de100°C.
A une date t, on prend un tube que l'on place dans de l'eau glacée et le contenu est dosé par une solution d'hydroxyde de sodium de concentration connue afin de déterminer le nombre n_{ac} de mole d'acide restant.
2.1- Trouver dans le protocole expérimental les moyens utilisés pour augmenter la vitesse de la réaction.
2.2- Pourquoi utilise-t-on l'eau glacée ?
2.3- La connaissance de la quantité de matière n_{ac} d'acide restant a permis de déterminer la quantité de matière ne d'ester formé au cours du temps et par suite de tracer la courbe d'estérification $n_e = f(t)$ jointe ci-dessous.
2.3.a- Définir la vitesse instantanée de formation de l'ester.
2.3.b- Déterminer cette vitesse à t = 20 min puis à t = 80 min. Comment évolue la vitesse au cours du temps ? Pourquoi ?



EXERCICE 116 Cinétique chimique Sujet Bac S2 2008 4 points 40 min

Au laboratoire, on se propose d'étudier la cinétique de la réaction de saponification du benzoate de 1-méthyl éthyle de formule semi-développée $C_6H_5–CO_2–CH(CH_3)_2$ par l'hydroxyde de sodium. Pour cela, à une date prise comme origine des temps t = 0, on mélange 100 mL d'une solution de benzoate de 1-méthyléthyle de concentration égale à 0,1 $mol.L^{-1}$ et 100 mL d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration égale à 0,1 $mol.L^{-1}$. Le mélange est maintenu à 50°C, sous agitation permanente. On prélève à différentes dates t, un volume V = 10 mL de ce mélange. Chaque prélèvement est aussitôt versé dans un erlenmeyer contenant de l'eau glacée et on dose la quantité d'hydroxyde de sodium restante à l'aide d'une solution aqueuse d'acide chlorhydrique de concentration $C_A = 2.10^{-2}$ $mol.L^{-1}$, l'indicateur coloré étant le bleu de bromothymol.

1- Montrer que la concentration initiale $[HO^-]_0$ des ions HO^- dans le mélange est de 5.10^{-2} $mol.L^{-1}$.
2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction chimique support du dosage. Préciser la couleur de la solution obtenue à l'équivalence.
3- Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre le benzoate de 1- méthyl éthyle et l'hydroxyde de sodium, et préciser ses caractéristiques.
4- Les résultats du dosage sont regroupés dans le tableau suivant, V_a étant le volume d'acide versé à l'équivalence du dosage d'un prélèvement et C la concentration de l'alcool formé.

t (min)	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
V_a (mL)		22,0	19,8	18,0	16,5	15,0	13,8	12,8	12,0	11,5	11,0
C (10^{-3} mol/L)	0										

4.1- Montrer que la concentration de l'alcool dans le prélèvement est donnée par l'expression : $C = [HO^-]_0 - \frac{C_a V_a}{V}$

4.2- Recopier puis compléter le tableau. Tracer le graphe C = f(t) avec les échelles suivantes :
1 cm pour 4 min ; 2 cm pour 4.10^{-3} mol. L^{-1}.
4.3- Définir la vitesse volumique instantanée de formation de l'alcool et déterminer sa valeur à t_1 = 4 min et à t_2 = 32 min. Justifier l'évolution constatée pour cette vitesse.
4.4- On reprend la même étude à 30°C, les valeurs du volume V_a mesurées pour les mêmes dates sont-elles plus

grandes ou plus petites qu'à 50°C ? Justifier la réponse.

EXERCICE 117 Cinétique chimique Sujet Bac S2 2009 4,25 points 43 min

Les esters sont très abondants dans la nature. Les plus simples, dans les conditions ordinaires de température et de pression, sont liquides et le plus souvent odorants. Ils constituent ce qu'on appelle couramment les esters de fruit.

L'éthanoate d'éthyle, par exemple, existe dans la banane.

Sa formule semi-développée s'écrit : $CH_3 — \underset{\underset{O}{\|}}{C} — O — C_2H_5$

Au cours d'une séance de travaux pratiques, les élèves réalisent l'étude cinétique de la réaction d'hydrolyse de l'éthanoate d'éthyle.
Pour cela, le préparateur dissout n = 0,25 mol d'éthanoate d'éthyle dans de l'eau de façon à obtenir 500 mL de solution notée S_0.
Chaque groupe d'élèves prélève 100 mL de la solution S_0 qu'il répartit dans 10 tubes (de 10 mL chacun) maintenus à température constante dans une enceinte thermostatée, à la date t = 0.
A chaque date t, on prélève un tube que l'on met dans la glace puis on dose l'acide formé dans le tube à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C_B = 0,50 mol.L^{-1}, en présence d'un indicateur coloré. Pour obtenir le virage de cet indicateur coloré, il faut verser un volume V_B de solution d'hydroxyde de sodium.
Pour la durée impartie à la séance de TP, un groupe d'élèves a pu obtenir les résultats suivants :

t (min)	0	10	20	30	40	50	60	90	120
V_B(mL)	0	2,1	3,7	5,0	6,1	6,9	7,5	8,6	9,4
n_E (10^{-3} mol)	5								

Dans ce tableau, n_E représente la quantité de matière d'ester restant dans un tube à la date t.

1- Ecrire, à l'aide de formules semi-développées, l'équation-bilan de la réaction entre l'éthanoate d'éthyle et l'eau. Nommer les produits de la réaction. Préciser les caractéristiques de celle-ci.
2- Pourquoi place-t-on le tube dans la glace avant chaque dosage ?
3- Le groupe d'élèves a reporté dans le tableau la valeur 5.10^{-3} mol pour la quantité de matière n_0 d'ester présent dans chaque tube à la date t = 0. Vérifier, par un calcul simple, que cette valeur correspond bien à celle de n_0.
4- Exprimer, en fonction de n_0, C_B et V_B, la quantité n_E d'ester restant dans un tube à la date t. Calculer n_E chaque date t ; recopier et compléter le tableau.
5- Tracer la courbe représentative $n_E = f(t)$ avec les échelles suivantes :
1 cm pour 10 min en abscisses ; 2 cm pour $1,0.10^{-3}$ mol en ordonnées
6- Définir la vitesse de disparition de l'ester à la date t. Calculer cette vitesse à la date t_1 = 50 min. En utilisant la courbe, expliquer qualitativement comment évolue cette vitesse au cours du temps.
7- Citer deux méthodes utilisables pour augmenter la vitesse de cette réaction.

EXERCICE 118 Sujet Bac S2 2013 4 points 40 min

L'eau oxygénée ou peroxyde d'hydrogène, H_2O_2, est utilisée au laboratoire mais aussi dans la vie courante pour la décoloration des cheveux, la désinfection des plaies…

Elle se décompose spontanément mais lentement en dioxygène et en eau. Cette décomposition est accélérée par certains facteurs comme l'exposition à la lumière, la présence d'ions fer (II), d'ions fer (III), de platine. O n se propose d'étudier la cinétique de la réaction de décomposition du peroxyde d'hydrogène en présence d'ions fer (III).
1- Préciser le rôle des ions fer (III).
2- Afin de suivre l'évolution de cette réaction, on effectue des prélèvements du mélange réactionnel, de volume V_0 =10,00 mL à intervalles de temps réguliers et on dose immédiatement le peroxyde d'hydrogène restant de chaque prélèvement à l'aide d'une solution de permanganate de potassium fraîchement préparée de concentration C = $1,5.10^{-2}$ mol.L^{-1}. On opère en milieu acide. Les ions MnO_4^- sont alors réduits en ions Mn^{2+} par l'eau oxygénée.
L'équation-bilan de la réaction est :

$$2MnO_4^- + 5\,H_2O_2 + 6\,H_3O^+ \rightarrow 2Mn^{2+} + 5O_2 + 14\,H_2O$$

Retrouver cette équation-bilan en écrivant les demi-équations redox sachant que les couples mis en jeu sont : MnO_4^- / Mn^{2+} + et O_2/ H_2O_2
3- Pour chaque prélèvement, on relève la date t et on note le volume V de la solution de permanganate de potassium qu'il faut pour atteindre l'équivalence d'oxydoréduction. On obtient le tableau suivant :

t (s)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
V (mL)	12,12	9,92	8,12	6,65	5,44	4,46	3,65	2,99	2,45	2,00
$[H_2O_2]$ (10^{-3} mol.L^{-1})										

3.1- Montrer que la concentration $[H_2O_2]$ restante de chaque prélèvement peut s'exprimer par la relation :

$$[H_2O_2] = \frac{5CV}{2V_0}$$

3.2- Compléter le tableau ci-dessus et tracer la courbe donnant $[H_2O_2]$ restante en fonction du temps.
Echelles : 1 cm pour 50 s et 1 cm pour 3.10^{-3} mol.L^{-1}.

4-

4.1- Déterminer graphiquement les vitesses instantanées de disparition du peroxyde d'hydrogène aux dates t_o = 0 s et t_2 = 750 s. Justifier l'évolution de la vitesse.

4.2- Représenter sur le même système d'axes l'allure de la courbe $[H_2O_2] = f(t)$ sans la présence des ions fer (III), les conditions initiales étant conservées.

EXERCICE 119 — 4 points — 40 min

Oxydation de l'éthanol par l'eau oxygénée

On se propose d'étudier la cinétique de la réaction d'oxydation de l'éthanol C_2H_5–OH par le peroxyde d'hydrogène ou eau oxygénée H_2O_2.

A la date t = 0, on introduit dans un erlenmeyer 5 mL d'éthanol de concentration $C_1 = 3.10^{-2}$ mol.L^{-1} et 5 mL d'une solution d'eau oxygénée de concentration C_2 = 0,20 mol.L^{-1}.

On donne les potentiels standard d'oxydoréduction : E_1 (H_2O_2/H_2O) = 1,76 V et E_2 (CH_3COOH / C_2H_5OH) = 0,03 V.

1- Montrer, en utilisant les demi-équations électroniques, que l'équation-bilan de la réaction s'écrit :

$$C_2H_5OH + 2\,H_2O_2 \rightarrow CH_3COOH + 3\,H_2O$$

2- Calculer les concentrations $\overline{C_1}$ en éthanol et $\overline{C_2}$ en eau oxygénée dans le mélange initial. Quel est le réactif limitant ?

3- A différentes dates t, on effectue des prélèvements et on dose l'acide éthanoïque formé. On obtient le tableau suivant :

t en secondes	0	10	20	30	40	50	60	70	80
$[CH_3COOH]$ en mmol.L^{-1}	0,0	6,0	9,2	11,1	12,3	13,2	13,9	14,5	14,8

Tracer la courbe $[CH_3COOH] = f(t)$. Echelles : 1 cm ↔ 5 s et 1 cm ↔ $1,0.10^{-3}$ mol.L^{-1}.

4) Déterminer la concentration $[CH_3COOH]_\infty$ de l'acide éthanoïque au bout d'un temps infini.

En déduire la constante de temps ou temps de demi-réaction $\tau_{1/2}$.

5) Calculer la vitesse moyenne de formation de l'acide éthanoïque entre les dates t_1 = 20 s et t_2 = 50 s.

6) Calculer la vitesse instantanée de formation de l'acide éthanoïque à la date t = 30 s. En déduire, à la même date, la vitesse de disparition $V(H_2O_2)_t$ de l'eau oxygénée.

EXERCICE 120 — Sujet Bac S2 2014 — 4 points — 40 min

Le butanoate de méthyle, $CH_3 – CH_2 – CH_2 – COO – CH_3$, est utilisé comme arôme dans l'industrie alimentaire et dans la parfumerie pour son odeur de pomme.

On se propose d'étudier une réaction de préparation du butanoate de méthyle et la cinétique de cette réaction.

1- Préparation du butanoate de méthyle

1.1- Recopier la formule, entourer puis nommer le groupe fonctionnel présent dans la molécule du butanoate de méthyle.

1.2- Le butanoate de méthyle est obtenu en faisant réagir deux composés organiques A et B.
Le réactif A est un acide carboxylique. Préciser la famille du réactif B.

1.3-. Ecrire les formules semi-développées puis donner les noms des réactifs A et B.

1.4- Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre les composes A et B.
Donner le nom de cette réaction ; préciser ses caractéristiques.

1.5- Calculer les quantités de matière minimales de A et B à utiliser pour obtenir 1 mol de butanoate de méthyle à partir d'un mélange équimolaire, le rendement de la réaction étant égal à 67 %.

2. Etude cinétique de la réaction chimique

Dans cette partie, l'équation-bilan de la réaction chimique est écrite sous la forme : $A + B \rightleftharpoons D + H_2O$ ou D est le butanoate de méthyle.

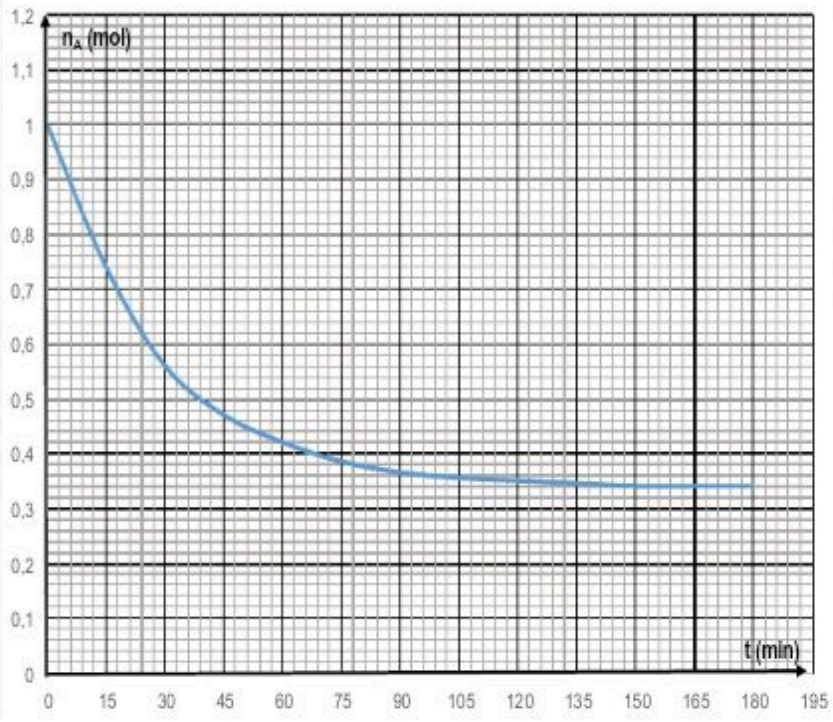
A la date $t_o = 0$, on réalise un mélange équimolaire des réactifs A et B : $n_{oA} = n_{oB} = 1$ mol.

Des mesures ont permis de déterminer les quantités de matière d'acide carboxylique présent dans le mélange réactionnel au cours de la synthèse et de tracer la courbe $n_A = f(t)$ (voir courbe ci-dessous).

Par exploitation de cette courbe :

2.1- Retrouver la date t_1 à laquelle la quantité d'acide carboxylique (n_A) présent dans le milieu, représente 42 % de la quantité initiale (n_{oA}) de A.
2.2- Déduire, à cette date t_1, la quantité de matière de butanoate de méthyle formé.
2.3- Calculer la vitesse moyenne de disparition de l'acide carboxylique entre le début de la réaction et la date t_1.
2.4- Déterminer la vitesse instantanée de disparition de l'acide carboxylique à la date t = 45 min.
2.5- Déterminer, sans faire de calcul, la vitesse moyenne de disparition de l'acide carboxylique A entre les dates $t_2 = 165$ min et $t_3 = 180$ min. Interpréter cette valeur.

NB : il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la feuille de copie ; toutefois on expliquera succinctement l'exploitation faite de cette courbe pour répondre aux questions.



AUTOPROTOLYSE DE L'EAU - pH D'UNE SOLUTION AQUEUSE ET INDICATEURS COLORES

EXERCICE 121 — 3 points — 30 min

Le sulfate de sodium du commerce est un solide ionique hydraté de formule $Na_2SO_4, 10H_2O$.

1- Quelle masse de ce composé faut-il placer dans une fiole jaugée de 250 mL pour que la solution aqueuse obtenue après la dilution ait une concentration C = 0,20 mol.L^{-1} ?

2- Quelles sont alors les concentrations des ions Na^+ et SO_4^{2-} qu'elle contient, sachant que la dissolution du sulfate de sodium s'accompagne d'une dispersion totale de ces ions ?

3- Quelle masse de chlorure de sodium pur faudrait-il peser pour préparer 250 mL d'une solution aqueuse de même concentration en ion Na^+ ?

4- On mélange un volume V de la solution de sulfate de sodium hydraté de formule $Na_2SO_4, 10H_2O$ de concentration C = 0,20 mol.L^{-1} et 200 mL d'une solution de nitrate de sodium de concentration C' = 0,10 mol.L^{-1} de sorte que la concentration en ions sodium soit égale à 0,16 mol.L^{-1}.

4.a- Calculer le volume de solution de sulfate de sodium hydraté utilisé.

4.b- Quelles sont, au terme du mélange, le concentrations des ions utilisés ?

EXERCICE 122 — 3 points — 30 min

Sur l'étiquette d'une bouteille commerciale d'ammoniac, on peut lire :

NH_3 { Masse molaire : 17 g/mol ; Masse volumique : 430 kg/m^3 ; Pourcentage massique : 33 %

1- Déterminer la concentration C_0 de la solution commerciale d'ammoniac.

2- Quel volume V faut-il prélever pour préparer 500 mL d'une solution S de concentration C = 0,10 mol.L^{-1} ?

3- Décrire le mode opératoire pour préparer les 500 mL de la solution S. (quelques schémas clairs et annotés sont suffisants).

4- La solution S a un pH = 11,1 à 25°C. Calculer les concentrations et les quantités de matière en ions hydronium H_3O^+ et en ions hydroxyde OH^- présents dans la solution S.

EXERCICE 123 — 3 points — 30 min

On dispose d'un flacon d'acide méthanoïque titrant 98 % en masse d'acide pur. La masse volumique de l'acide est ρ = 1,22 g.cm^{-3}. Avec une pipette, on prélève un volume V = 11,5 cm^3 de l'acide que l'on verse dans une fiole jaugée de 1 L. On verse ensuite de l'eau pure pour obtenir 1 L de solution que l'on note S_1.

1- Déterminer la concentration C_0 de la solution initiale d'acide méthanoïque.

2- Déterminer la masse m d'acide méthanoïque prélevée.

3- Déterminer la concentration C_1 de la solution S_1.

4- Quel volume d'eau pure faut-il verser sur 20 mL de la solution S_1 pour avoir une solution S_2 de concentration C_2 = 0,10 mol.L^{-1} ?

5- On dilue 10 fois la solution S_2 précédemment obtenue. On obtient la solution S_3. Calculer la concentration C_3 de la solution S_3 et le volume d'eau pure nécessaire à cette dilution.

EXERCICE 124 — 3 points — 30 min

Pour évaluer le pH d'une solution aqueuse (S), on effectue divers prélèvements à l'aide de béchers. On ajoute ensuite dans chacun des béchers un indicateur coloré. On obtient les résultats suivants :

Indicateur coloré	Hélianthine	Bleu de bromothymol	rouge de méthyle
couleur de la solution	orange	jaune	Orange

1- Evaluer le pH de la solution (S) en utilisant les résultats ci-dessus et le tableau suivant :

Indicateur	Teinte	Zone de virage	Teinte
Hélianthine	rouge	3,1 - 4,4	jaune
Bleu de bromothymol	jaune	6,0 – 7,6	bleu
Rouge de méthyle	rouge	4,2 – 6,2	jaune

2- L'utilisation de l'un des indicateurs colorés est superflue. Quel est cet indicateur ? Expliquer.

3- Après détermination du pH de la solution à l'aide d'un pH-mètre, on calcule la valeur de la concentration en ions hydroxyde. On trouve [OH^-] = 2.10^{-10} mol.L^{-1}.

Quelle est la valeur mesurée du pH de la solution (S). Cette valeur est-elle en accord avec le résultat obtenu à l'aide des indicateurs colorés ?

ACIDE FORT – BASE FORTE
REACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FORTE - DOSAGE

EXERCICE 125 — Sujet Bac S2 1996 — 4 points — 40 min

Masses molaires en g.mol^{-1} : Na : 23 ; O : 16 ; H : 1

Dans un laboratoire on dispose des produits suivants :
- Une solution S d'hydroxyde de sodium de masse volumique ρ = 1,2 kg. L^{-1} et pourcentage massique d'hydroxyde de sodium pur 16,7 %.
- Une solution d'acide sulfurique de concentration molaire volumique C_a.
- de l'eau distillée.

1- Montrer que la concentration molaire volumique, C_b de la solution S d'hydroxyde de sodium peut s'écrire :

$$C_b = \frac{167}{40}\rho \quad (\rho \text{ étant exprimée en kg. L}^{-1})$$

2- On prélève 10 mL de la solution S qu'on dilue pour obtenir une solution S' de concentration molaire volumique C'_b = 0,1 mol.L^{-1}. Déterminer le volume d'eau distillée nécessaire à la préparation de S'.

3- Afin de déterminer la concentration C_a de la solution d'acide sulfurique, on dose 10 mL de celle-ci par la solution diluée S' d'hydroxyde de sodium.

3.1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

A l'équivalence, le volume de la solution S' d'hydroxyde de sodium utilisé est de 20 mL.

3.2- Définir l'équivalence acido-basique et évaluer, justification à l'appui, le pH du mélange à l'équivalence.

3.3- Calculer la concentration C_a de la solution sulfurique.

3.4- Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes dans le mélange obtenu, à l'équivalence.

EXERCICE 126 — 4 points — 40 min

Dosage d'une solution d'acide chlorhydrique par la soude

Dans un bécher contenant un volume V_A = 100 mL d'acide chlorhydrique, on verse, à l'aide d'une burette, une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C_B = 0,1 mol.L^{-1}. Le tableau ci-dessous indique pour différentes valeurs du volume V_B en mL de la solution de base versée, les valeurs correspondantes du pH.

V_B (mL)	0	1,5	3	5	7	7,5	8	8,5	8,7	9	9,3	9,5	10	10,5	11	13
pH	2,1	2,2	2,3	2,4	2,7	2,8	3,0	3,4	3,7	7,0	10,0	10,4	10,8	11,0	11,2	11,4

1- Tracer la courbe pH = f (V_B) sur papier millimétré, en indiquant l'échelle.

2- Déterminer la concentration C_A, en mol.L^{-1}, de la solution d'acide chlorhydrique utilisée.

3- Ecrire l'équation-bilan de la réaction entre l'ion hydroxyde et l'acide chlorhydrique.

4- Parmi les trois indicateurs colorés cités ci-dessous quels sont ceux qui pourraient servir au dosage de l'acide ? Comment serait repéré le volume équivalent ?

Indicateurs	Valeurs du pH				
Hélianthine	rouge	3,1	orange	4,4	jaune
Bleu de bromothymol	jaune	6,0	vert	7,6	bleu
Jaune d'alizarine	jaune	10,1	violet	12,1	lilas

EXERCICE 127 — 4 points — 40 min

Analyse d'une solution d'acide chlorhydrique

On peut lire sur l'étiquette d'une bouteille d'acide chlorhydrique les données suivantes :
« masse volumique : 1 190 kg.m^{-3}; pourcentage en masse d'acide pur : 38,3 % ».

1- On extrait de cette bouteille un volume V = 4 mL de solution, qu'on complète à 500 mL avec de l'eau pure. Calculer la concentration C_A de la solution ainsi préparée.

ACIDE FORT – BASE FORTE
REACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FORTE - DOSAGE

2- Afin de vérifier ce titre, on dose par cet acide un volume V_B = 200 mL d'éthanolate de sodium de concentration $C_B = 3.10^{-3}$ mol.L^{-1}. Exceptionnellement, la solution à titrer est placée ici dans la burette. Pour chaque volume d'acide versé, on relève la valeur du pH et on obtient le tableau suivant :

V_A (mL)	0	1	2	3	4	4,5	5	5,2	5,4	5,6	5,8	6
pH	11,5	11,4	11,3	11,2	11,0	10,9	10,7	10,6	10,5	10,3	10,0	7

V_A (mL)	6,2	6,4	6,6	6,8	7	7,5	8	9	10	11	12	13
pH	4,0	3,7	3,5	3,4	3,3	3,1	3,0	2,8	2,7	2,6	2,5	2,4

2.1- Tracer la courbe pH = f (V_A) donnant les variations du pH du milieu en fonction du volume V_A d'acide chlorhydrique versé. Echelles : en abscisses 1 cm pour 1 mL ; en ordonnées 1 cm pour 1 unité de pH.
2.2- Déterminer le volume d'acide à l'équivalence ainsi que la concentration de la solution d'acide. Conclure.
3- On remplace l'acide chlorhydrique initial par un même volume d'acide nitrique, de même concentration. La courbe précédente est-elle modifiée ? Justifier la réponse.
4- Parmi les trois indicateurs colorés ci-dessous, quels sont ceux qui pourraient servir à un dosage colorimétrique. Comment repérerait-on l'équivalence ?

Indicateurs	Valeurs du pH				
Hélianthine	rouge	3,1	orange	4,4	jaune
Bleu de bromothymol	jaune	6,0	vert	7,6	bleu
Thymolphtaléine	incolore	9,4		10,6	bleu

EXERCICE 128 Sujet Bac S2 2012 4 points 40 min

Dans une fiole jaugée de 500 mL, on introduit un volume V_0 = 20 mL d'une solution S_0 d'un monoacide de concentration C_0 inconnue. On complète jusqu'au trait de jauge avec de l'eau distillée.
On dose la solution S ainsi obtenue à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium de concentration molaire C_B = 0,20 mol.L^{-1}. Le dosage suivi au pH-mètre a permis d'obtenir le tableau de valeurs suivant :

V_B (mL)	2,0	4,0	6,0	8,0	9,0	9,9	10,1	11,0	12,0	14,0	16,0
pH	2,2	2,6	2,8	3,1	3,4	4,4	9,6	10,6	10,9	11,2	11,4

1- Faire le schéma annoté du dispositif de dosage.
2- Tracer la courbe du pH du milieu en fonction du volume V_B d'hydroxyde de sodium versé (la courbe est à rendre avec la copie).
3- Déterminer graphiquement les coordonnées du point d'équivalence. L'acide dosé est-il un acide faible ? Justifier.
4- Déterminer la concentration C_0 de la solution S_0.
5- Au lieu de suivre le dosage au moyen d'un pH-mètre on utilise un indicateur coloré, l'hélianthine. Le début du virage de l'indicateur se produit pour un pH voisin de 3,3. Quelle erreur relative commet-on sur la concentration de S_0 si on arrête l'addition de la solution d'hydroxyde de sodium dès le début du virage de l'hélianthine ?
6- Si on avait dosé 50 mL de la solution S avec la solution de soude à 0,20 mol.L^{-1} quel serait le volume équivalent ? Commenter le résultat.

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

EXERCICE 129 *Calcul du pH d'un acide faible* — 3 points — 30 min

Donnée : pK_a (CH_3COO^-/ CH_3COOH) = 4,8

On considère une solution d'acide éthanoïque de concentration $C_A = 10^{-2}$ mol.L^{-1}.

1) Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.

2) Montrer que le pH de cette solution peut se mettre sous la forme : $pH = \frac{1}{2}(pK_a - \log C_A)$. Calculer sa valeur.

On admettra que la solution d'acide n'est ni trop diluée ni trop concentrée.

3) Calculer le coefficient d'ionisation α de l'acide éthanoïque dans cette solution.

EXERCICE 130 *Calcul du pH d'une base faible* — 3 points — 30 min

Donnée : $pK_a (NH_4^+/NH_3)$ = 9,2

On considère une solution d'ammoniac de concentration $C_B = 10^{-2}$ mol.L^{-1}.

1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.

2- Montrer que le pH de cette solution peut se mettre sous la forme : $pH = 7 + \frac{1}{2}(pK_a + \log C_B)$. Calculer sa valeur.

On admettra que la solution d'ammoniac n'est ni trop diluée ni trop concentrée.

3- Calculer le coefficient d'ionisation β de l'ammoniac dans cette solution.

EXERCICE 131 *Détermination expérimentale du pK_a d'un couple acido-basique* — 3 points — 30 min

On souhaite étudier le couple acido-basique ion éthylammonium/éthylamine ($C_2H_5NH_3^+$ / $C_2H_5NH_2$) noté ensuite BH^+/B.

1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'eau sur le chlorure d'éthylammonium.

2- On place dans un bécher un volume V_A = 50 mL d'une solution de chlorure d'éthylammonium de concentration $C_A = 4.10^{-2}$ mol.L^{-1}. On ajoute à l'aide d'une burette un volume V_B d'une solution aqueuse d'éthylamine de concentration $C_B = 10^{-1}$ mol.L^{-1}. On relève à chaque fois le pH.

V_B (mL)	5	10	15	20	25	30	35
pH	10,1	10,4	10,5	10,7	10,8	10,9	11,0

2.1- Tracer la courbe $pH = f\left(\log \frac{[B]}{[BH^+]}\right)$ et déterminer son équation.

2.2- En déduire la valeur du pK_a du couple BH^+/B.

EXERCICE 132 *Détermination expérimentale de la constante d'acidité* — 4 points — 40 min

On prélève un volume V_0 = 10 mL d'une solution d'acide éthanoïque de concentration $C_0 = 10^{-2}$ mol.L^{-1} ; on ajoute un volume variable V d'eau distillée.

1- Proposer un montage pour réaliser cette expérience.

2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction.

3- Soit C la nouvelle concentration de la solution. Etablir la relation entre C, C_0, V_0 et V.

4- On mesure le pH des solutions obtenues pour différentes valeurs de V. Compléter le tableau et tracer la courbe pH = f (-logC).

V(mL)	0	10	20	40	60	90
pH	3,37	3,52	3,61	3,72	3,80	3,87
C						
pC = -logC						

4.1- Déterminer l'équation de la courbe obtenue.

4.2- Mettre cette équation sous la forme : $pH = \frac{1}{2}$ (constante + pC).

En déduire la valeur de la constante d'acidité K_A de l'acide éthanoïque et son pK_a.

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

EXERCICE 133 *Etude du couple acide benzoïque/ion benzoate* 4 points 40 min

Couples acide/base :
- acide benzoïque/ion benzoate : $pK_a = 4,2$
- couples de l'eau : H_3O^+ / H_2O : $pK_a = 0$; H_2O/OH^- : $pK_a = 14$

1- On mesure le pH d'une solution S_1 d'acide benzoïque de concentration $C_A = 1,0.10^{-2}$ mol.L^{-1}. Le pH-mètre indique 3,1.
1.1- Pourquoi cette mesure permet-elle d'affirmer que l'acide benzoïque est un acide faible dans l'eau ? Justifier.
1.2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau.
Donner l'expression de la constante d'acidité K_a du couple considéré.
2- On mesure ensuite le pH d'une solution S_2 de benzoate de sodium de concentration $C_B = 1,0.10^{-2}$ mol.L^{-1}. On trouve pH = 8,1. Le benzoate de sodium (C_6H_5COONa) est un corps pur ionique dont les ions se dispersent totalement en solution.
2.1- Pourquoi la mesure du pH réalisée permet-elle d'affirmer que l'ion benzoate est une base faible dans l'eau ? Justifier.
2.2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'ion benzoate avec l'eau. Exprimer la constante de cette réaction et calculer sa valeur.
3- On ajoute à la solution S_1 quelques gouttes d'une solution de soude. Le pH prend alors la valeur 5,2.
3.1- Indiquer, sans calcul, en utilisant une échelle de pH, quelle est l'espèce du couple qui prédomine dans la solution obtenue.
3.2- Noter, sur une échelle des pK_a les différents couples acide/base qui interviennent dans la solution S_1 et dans la solution de soude.
3.3- Ecrire l'équation-bilan de la réaction acide-base qui se produit lors du mélange de la solution S_1 et de la solution de soude.
- Calculer la constante K_r de cette réaction.
- Dire si la réaction peut être considérée ou non comme totale.

4- On réalise une solution S en mélangeant 20 cm^3 de solution S_1 et 20 cm^3 de solution S_2.
A partir de la réaction se produisant lors du mélange, déduire, sans calcul, que la concentration l'acide benzoïque, dans la solution S, est égale à celle de sa base conjuguée. En déduire la valeur du pH de la solution S.

EXERCICE 134 Sujet Bac S2 2008 4 points 40 min

La fonction amine recouvre un ensemble très étendu de composés organiques azotés dont l'intérêt réside, entre autres, dans l'utilisation qu'on en fait dans l'industrie.
La méthylamine et l'éthylamine sont utilisées comme solvants et comme matières premières dans la synthèse de colorants et d'insecticides. Quant à la diéthylamine ou N - éthyléthanamine, de formule brute C4H11N, elle est utilisée comme inhibiteur de corrosion dans la fabrication de résines ainsi que dans le domaine pharmaceutique. On pourrait citer bien d'autres utilisations industrielles des amines.

1- Ecrire la formule semi développée de la diéthylamine. Préciser la classe de l'amine.
2- Ecrire l'équation bilan de la réaction de la diéthylamine avec l'eau.
Préciser les couples acide-base mis en jeu.
3- La solution obtenue est-elle acide, basique ou neutre ? Justifier la réponse. Proposer une expérience simple permettant de vérifier cela.
4- On dispose au laboratoire, d'une solution de diéthylamine peu diluée. La concentration molaire volumique de la solution est C_1.
4.1- Faire l'inventaire des espèces chimiques en solution.

4.2- Rappeler l'expression du produit ionique de l'eau K_e et donner sa valeur à 25°C.
4.3- Quelle relation existe-il entre le pH de la solution, le pKadu couple ion diéthylammonium / diéthylamine, la concentration en diéthylamine et la concentration en ion diéthylammonium dans la solution à l'équilibre ?

4.4- En usant des approximations qu'il est légitime de faire, montrer que le pH de la solution de diéthylamine peut se mettre sous la forme : $pH = \frac{1}{2}(pK_e + pK_a - pC_1)$; relation où $pC_1 = -\log C_1$
Calculer alors le pH d'une solution de diéthylamine à 10^{-1} mol.L^{-1} ; on prendra $pK_a = 10,5$.

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

EXERCICE 135 *Mélange de deux acides faibles* 4 points 40 min

On étudie le comportement de deux acides, l'acide éthanoïque CH_3COOH et l'acide méthanoïque HCOOH.
On donne : $pK_1 = pK_a$ pour le couple CH_3COOH/CH_3COO^- : $pK_1 = 4,8$;
$pK_2 = pK_a$ pour le couple $HCOOH/HCOO^-$: $pK_2 = 3,8$.
On mélange une solution aqueuse d'acide méthan6ique et une solution aqueuse d'acide éthanoïque.

1- Préciser, en justifiant, lequel des deux acides est le plus fort.

2- Montrer que, quels que soient les mélanges considérés, on a : $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = k\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$

k étant une constante que l'on déterminera. Montrer que la valeur de cette constante est en accord avec la réponse à la question précédente.

3- On mélange 0,10 mol d'acide méthanoïque et 0,30 mol d'acide éthanoïque ; on complète à 1,0 L avec de l'eau pure.

3.1- En écrivant les équations de conservation de la matière pour HCOOH, d'une part, et CH_3COOH, d'autre part, calculer la concentration molaire volumique de chacune des espèces, sauf de l'eau, présentes dans la solution.

3.2- En utilisant les résultats précédents, montrer que la solution est électriquement neutre.

EXERCICE 136 *pH d'un mélange de deux acides faibles* Sujet Bac S1 1997 4 points 40 min

Justification à posteriori d'approximations imposées pour la simplification des équations.

Solutions	Acides	Formules	Constantes d'acidité	pK	Concentrations
S_1	éthanoïque	CH_3COOH	$K_1 = 1,8.10^{-5}$	$pK_1 = 4,8$	$\overline{C_1}$
S_2	benzoïque	C_6H_5COOH	$K_2 = 6,3.10^{-5}$	$pK_2 = 4,2$	$\overline{C_2}$ } Dans le mélange $S_1 + S_2$

Remarques préliminaires : $\Delta pK < 3$, S_1 et S_2 sont des acides faibles de forces comparables.
Ainsi, les ions H_3O^+ en provenance de S_1 et S_2 seront en quantités comparables dans le mélange. Par ailleurs, on négligera la dissociation de l'eau ; ce qui permettra de négliger $[OH^-]$ devant les autres concentrations dans l'expression de l'électroneutralité.

$\frac{\overline{C_1}}{K_1} > 10^2$ et $\frac{\overline{C_2}}{K_2} > 10^2$, les acides sont faiblement dissociés et on fera les approximations suivantes :

$\overline{C_1} \approx [CH_3COOH]$ et $\overline{C_2} \approx [CH_3COO^-]$

$\overline{C_1} = 10^{-1}$ mol.L^{-1} et $\overline{C_2} = 2\,\overline{C_1}$ sont les concentrations molaires volumiques respectives dans le mélange de S_1 et S_2.

1- Tenant compte de ces remarques préliminaires, démontrer que : $[H_3O^+] = \sqrt{K_1\overline{C_1} + K_2\overline{C_2}}$

2- Déduire le pH du mélange. Le fait d'avoir négligé $[OH^-]$ devant les autres concentrations se justifie-t-il à posteriori ?

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

EXERCICE 137 *Etude d'une solution d'acide benzoïque* Sujet Bac S1 1988 4 points 40 min

On considère une solution aqueuse d'acide benzoïque C_6H_5COOH de concentration molaire volumique $C_A = 5{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1}. (On posera $pC_A = -\log C_A$ et $C_A = 10^{-pC_A}$). La constante d'acidité de cet acide est $K_a = 6{,}31.10^{-5}$.

1) Calculer le pK_a de cet acide ainsi que le pC_A.
2) En considérant que la quantité de matière d'ions OH^- présents est négligeable devant celle des ions H_3O^+ d'une part et puis d'autre part C_A très grande devant $[H_3O^+]$, Montrer que $[H_3O^+] = \sqrt{K_a C_A}$; en déduire l'expression du pH de la solution et le calculer.
3) Définir le degré d'ionisation d'un acide. Le calculer pour la solution benzoïque.
4) On considère, de façon plus générale, un acide de formule AH, de concentration molaire volumique C_A et de constante d'acidité K_a.
4.1- En posant $x = [H_3O^+]$, établir l'équation : $x^2 + K_a x - K_a C_A = 0$
4.2- Dans le cas où la concentration est très inférieure à K_a ($\frac{C_A}{K_a} << 1$), montrer que $[H_3O^+] = C_A$ et en déduire une expression simple du pH. Que vous suggère ce résultat ?
4.3- Dans le cas inverse ($\frac{C_A}{K_a} >> 1$), montrer que : $pH = \frac{1}{2}(pK_a + pC_A)$. Conclure.

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON – DOSAGE Doc D. NDONG

EXERCICE 138 Sujet Bac S2 1999 4 points 40 min

Les expériences sont réalisées à 25°C

On dispose d'une solution d'acide méthanoïque de concentration molaire volumique $C_A = 0{,}100$ mol.L^{-1} et de pH = 2,4.

1- Calculer les concentrations des espèces chimiques présentes en solution.

2- Cet acide est-il fort ou faible ? Justifier la réponse. Ecrire l'équation-bilan de la réaction de l'acide avec l'eau.
3- Donner la définition selon Bronstëd d'un acide.

4- Dans un bécher, on introduit un volume $V_A = 20$ mL de cette solution. On y ajoute un volume V_b d'une solution aqueuse d'hydroxyde de sodium de concentration molaire volumique $C_B = 0{,}250$ mol.L^{-1}.

- Ecrire l'équation-bilan de la réaction.
- Calculer le volume V_E d'hydroxyde de sodium qu'il faut verser pour obtenir l'équivalence acido-basique. Le pH de solution vaut alors 8,3. Justifier, simplement, le caractère basique de la solution.

5- A la demi-équivalence le pH vaut 3,8. Montrer, en utilisant les approximations habituelles que cette valeur du pH est égale à celle du pK_A du couple HCOOH/HCOO$^-$.

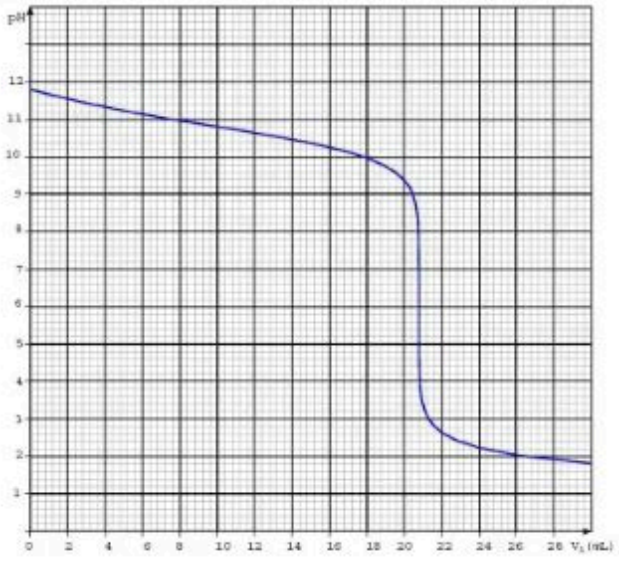
6- Quand V_B devient très grand, largement supérieur à V_E, quelle est, alors, la valeur limite du pH de la solution ?
7- En tenant compte des points remarquables rencontrés précédemment, tracer l'allure de la courbe de variation du pH en fonction du volume d'hydroxyde de sodium versé dans le bécher.

EXERCICE 139 Sujet Bac S2 2000 4 points 40 min

Un composé organique B a pour formule brute C_2H_7N.

1 - Donner les formules semi-développées possibles, les noms et classes de ces isomères.
2 - Une solution aqueuse (S) du composé B de concentration molaire volumique $C_B = 6{,}93.10^{-2}$ mol.L^{-1} a un pH égal à 11,8 à 25° C.
2.1- Le composé B est-il une base faible ou une base forte ? Pourquoi ?
2.2- Déterminer théoriquement la valeur du pK_A du couple acide-base relatif au composé B.
2.3- Pour vérifier la valeur de ce pK_A on procède au dosage d'un volume $V_B = 30$ mL de (S). Ce dosage est réalisé avec une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique $C_A = 0{,}10$ mol.L^{-1}.
La courbe de variation du pH du milieu réactionnel est représentée sur une feuille de papier millimétré ci-jointe.
2.3.a- Déterminer graphiquement le point d'équivalence et en déduire ses coordonnées.
2.3.a- En quoi la courbe pH = f(V_A) confirme-t-elle la force de la base B, explicitée à la question 2.1 ?
2.3.b- Déterminer graphiquement la valeur du pK_A du couple acide-base relatif au composé B et la comparer à celle déterminée théoriquement à la question 2.2.
2.4 - Lors du dosage de la solution (S), on peut repérer le point d'équivalence en utilisant un indicateur coloré.
Parmi les indicateurs colorés suivants, quel est le plus approprié pour repérer le point d'équivalence ? (Justification à l'appui).

Indicateur	Hélianthine	B.B.T	Phénolphtaléine
Zone de virage	3,1-4,4	6,0-7,6	8,2-10,0



REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON – DOSAGE

Doc D. NDONG

EXERCICE 140 Réaction acide-base — Sujet Bac S2 2001 — 4 points — 40 min

Données : Masses molaires en g.mol^{-1} : M(H) = 1 M(C) = 12 M(N) = 14.

On prépare une solution aqueuse d'une monoamine saturée B en versant une masse m = 5,9 g de cette amine dans de l'eau pure afin d'obtenir un volume V = 2 litres de solution.
On dose ensuite un volume V_B = 20 mL de cette solution (B) à l'aide d'une solution (A) d'acide sulfurique (diacide fort) de concentration $C_A = 5.10^{-2}$ mol.L^{-1}

Le pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange au cours de ce dosage.
1- Donner l'allure de la courbe pH = f(V_A) avec V_A le volume de la solution (A) versé.
2 - Cette courbe présente deux points remarquables :
- le point D de coordonnées V_D = 5 mL et pH_D = 9,8
- le point équivalent E de coordonnées : V_E = 10 mL ; pH_E = 5,7.

2.1 - Définir l'équivalence acido-basique. Déterminer la concentration molaire volumique C_B de la solution (B).
2.2 - Déterminer alors la formule brute de l'amine B.
3- On note BH^+ l'acide conjugué de l'amine B. En justifiant brièvement, donner la valeur du pK_A de ce couple acide/base. Expliquer la valeur du pH à l'équivalence (pH_E).

3.1- On donne le tableau suivant :

Amine	NH_3	$(CH_3)_2NH$	$(CH_3)_3N$	$(C_2H_5)_2NH$	$(C_2H_5)_3N$	$CH_3CH_2\ CH_2NH_2$
pK_A	9,2	10,8	9,8	11,1	10,6	10,6

En déduire la formule semi-développée de l'amine B et son nom.
3.2- On revient au dosage de la question 1. Calculer les concentrations molaires volumiques des différentes espèces chimiques présentes dans la solution lorsqu'on se trouve au point D(V_D = 5 mL).
Quelles sont les propriétés caractéristiques de cette solution ?
3.3- On donne la zone de virage du bleu de bromothymol (BBT) :



Le bleu de bromothymol aurait-il pu être utilisé lors du dosage pour repérer l'équivalence ? Justifier la réponse.

EXERCICE 141 Réaction acide-base — Sujet Bac S2 2002 — 4 points — 40 min

On dose un volume V_A = 10 cm^3 d'une solution d'acide méthanoïque, de concentration C_A en y versant progressivement une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C_B = 0,10 mol.L^{-1}.

1- Ecrire l'équation bilan de la réaction entre les deux solutions. Calculer la constante de réaction K_r. Conclure.
On donne : pK_A (HCO_2H/HCO_2^-) = 3,7
pK_A (H_3O^+/H_2O) = 0
pK_A (H_2O/OH^-) = 14

2- Le point d'équivalence a pu être déterminé expérimentalement, soit E(V_{BE} = 10 cm^3; pH_E = 8,2)
2.1- Déterminer la concentration C_A de la solution d'acide méthanoïque.
2.2- En justifiant, préciser si le mélange obtenu à l'équivalence, est acide, basique ou neutre.
3- On indique les zones de virage des indicateurs colorés suivants : hélianthine (3,1 ; 4,4) ; Bleu de bromothymol (6,0 ; 7,6) ; phénolphtaléine (8,1 ; 10,0).
3.1- Rappeler la signification de « zone de virage » d'un indicateur coloré.
3.2- Indiquer, en justifiant, l'indicateur coloré le plus approprié, pour repérer le point d'équivalence du dosage réalisé.
4- Evaluer les concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution initiale de l'acide méthanoïque de pH = 2,4.
5- Quelle valeur du pK_A du couple de l'acide méthanoïque en déduit-on ? Comparer la valeur calculée du pK_A à celle qui est donnée à la question 1.

6- Déterminer le pH et préciser la nature du mélange obtenu quand on a ajouté un volume $V_B = 5\ cm^3$ de la solution d'hydroxyde de sodium à la solution d'acide méthanoïque.
Rappeler les propriétés de ce mélange.
7- A partir de quelques points particuliers que l'on précisera ébaucher la courbe $pH = f(V_B)$

EXERCICE 142 Réaction acide-base Sujet Bac S2 2004 4 points 40 min

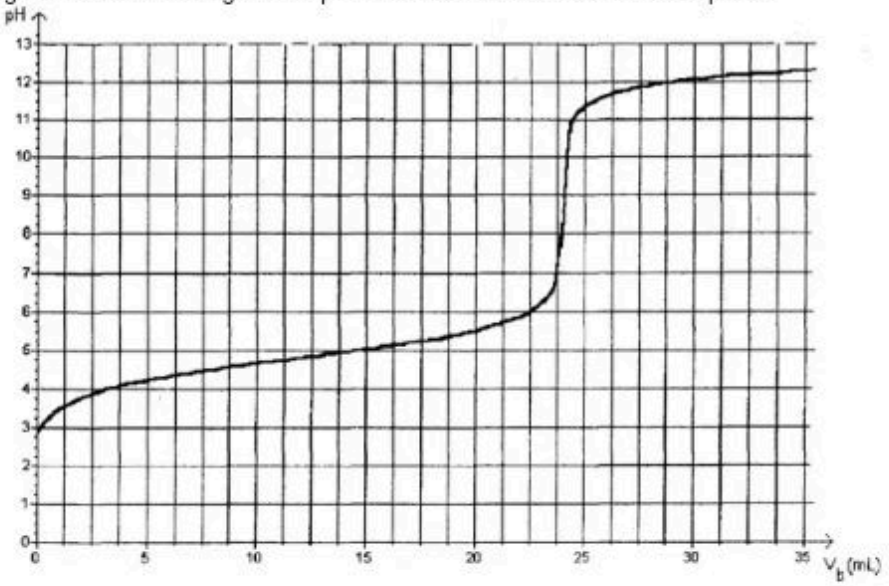
Le vinaigre est une solution d'acide éthanoïque dans l'eau. Son degré d'acidité représente le pourcentage massique d'acide contenu dans la solution. On lit sur l'étiquette du vinaigre étudié «Vinaigre de vin 7% ». On veut vérifier cette indication.

On donne :

- Masse volumique du vinaigre: $\rho = 1,02\ g.mL^{-1}$.
- $pK_A\ (CH_3COOH\ /\ CH_3COO^-) = 4,8$

Dans le but de réaliser le dosage du vinaigre on procède d'abord à une dilution au 1/10 du vinaigre étudié ; soit S_1 la solution obtenue. On prélève $V_1 = 20$ mL de la solution S_1 et on réalise le dosage pH-métrique avec une solution de soude de concentration molaire $C_1 = 0,10\ mol.L^{-1}$.

Les mesures ont permis de tracer la courbe de la figure donnée en annexe.
1- Faire un schéma annoté du montage utilisé pour réaliser ce dosage.
2- Ecrire l'équation-bilan du dosage.
3- Définir l'équivalence dans le cas de la réaction entre l'acide éthanoïque et la soude.
Déterminer graphiquement le point d'équivalence E en faisant figurer sur le graphe la méthode utilisée. Donner les coordonnées du point E.
4- Retrouver graphiquement la valeur du pK_A du couple acide éthanoïque / ion éthanoate.
5- Calculer la concentration C_1 de la solution S_1 puis la concentration du vinaigre.
6- Calculer le degré d'acidité du vinaigre. Comparer avec la valeur donnée sur l'étiquette.



EXERCICE 143 Sujet Bac S2 2006 4 points 40 min

On prépare 100 mL d'une solution d'acide chlorhydrique $0,05\ mol.L^{-1}$ par dilution d'un volume V_1 de solution chlorhydrique de concentration molaire $1\ mol.L^{-1}$.
1- Déterminer le volume V_1, et expliquer brièvement comment on réalise pratiquement cette opération.
2- La solution d'acide chlorhydrique $0,05\ mol.L^{-1}$ est ajoutée progressivement à 20 mL d'une solution aqueuse de monoéthylamine ($C_2H_5NH_2$) dans le but de doser celle-ci.
Un pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange au cours de cette manipulation. Les résultats obtenus sont consignés dans le tableau ci-après où V_A représente le volume d'acide versé.

VA (mL)	0	5	10	15	20	25	30	35	36	38	40	43	45	50
pH	11,8	11,4	11,1	10,9	10,7	10,5	10,2	9,8	9,7	9,3	6,1	2,7	2,4	2,1

2.1- Ecrire l'équation de la réaction de dosage.
2.2- Tracer la courbe pH = f(V_A). Echelles : en abscisses 1 cm pour 4 mL, en ordonnées 1 cm pour une unité de pH.
2.3- Déterminer les coordonnées du point équivalent par une méthode que l'on précisera.
2.4- En déduire :
2.4.a- La concentration molaire C_B de la solution de monoéthylamine.
2.4.b- Le pK_A du couple associé à la monoéthhylamine.
3- Calculer les concentrations molaires volumiques des espèces présentes dans le mélange lorsque le volume d'acide versé est de 30 mL. Retrouver la valeur du pK_A à l'aide des valeurs trouvées.
4- On désire préparer une solution tampon.
4.1- Qu'est-ce qu'une solution tampon ? Quelles sont ses propriétés caractéristiques ?
4.2- Préciser la manière d'obtenir 100 mL d'une solution tampon à partir de la solution de monoéthylamine précédente et de la solution d'acide chlorhydrique 0,05 mol.L^{-1}.

EXERCICE 144 Réaction acide-base — Sujet Bac S2 2009 — 3,75 points — 38 min

Sur l'étiquette d'un flacon contenant une solution S_0 d'une monoamine primaire d'un laboratoire, les indications relatives à la densité d et à la formule chimique sont illisibles. Seul le pourcentage en masse d'amine pure de la solution S_0 est lisible, soit P = 63%. Cette indication signifie qu'il y a 63 g d'amine pure dans100 g de la solution S_0.
Un groupe d'élèves, sous la supervision de leur professeur, entreprend de déterminer les informations illisibles sur l'étiquette de ce flacon. Ils font les trois expériences décrites ci-après :

Expérience 1 : avec une balance de précision, ils mesurent la masse m_0 d'un volume V_0 = 10 cm^3 de la solution S_0 et trouvent m_0 = 7,5 g.
Expérience 2 : Ils diluent un volume V_0 = 10 cm^3 de la solution S_0 dans une fiole jaugée de 1 L et obtiennent ainsi une solution S_1.
Expérience 3 : Ils dosent un volume V_1 =10 cm^3 de la solution S_1 par une solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire volumique C_A = 0,040 mol.L^{-1} en présence d'un indicateur coloré. Pour atteindre l'équivalence, ils ont versé un volume V_A = 20 cm^3 d'acide.
1- A partir des résultats de l'expérience 1, calculer la masse volumique ρ_0 de la solution S le résultat sera exprimé en g.cm^{-3} puis en g.L^{-1}. En déduire la valeur de la densité d.
2- On s'intéresse à l'expérience 3.
2.1- Faire un schéma légendé du dispositif de dosage.
2.2- En notant l'amine par la formule R — NH_2, écrire l'équation-bilan de la réaction chimique support du dosage.
2.3- Calculer la constante K de cette réaction. En déduire le caractère total ou partiel de la réaction.
2.4- Calculer la concentration C_1 de la solution S_1, puis, en déduire la concentration C_0 de la solution S_0.
3- Expliquer pourquoi les élèves ont eu besoin de réaliser l'expérience 2 au lieu de doser directement la solution S_0.
4- Montrer que la concentration C_0 de la solution S_0 est donnée par : $C_0 = \frac{63\rho_0}{100M}$ relation où M est la masse molaire de l'amine.
5- En déduire la masse molaire de l'amine en g.mol^{-1}.
6- Déterminer la formule brute, la formule semi-développée et le nom de la monoamine primaire sachant que sa molécule est telle que l'atome de carbone lié à l'atome d'azote est également lié à deux autres atomes de carbone.

Données :
Constante d'acidité: K_A (RNH_3^+/RNH_2) = 2,0.10^{-11} ; masse volumique de l'eau ρ_e = 1 g.cm^{-3} = 10^3 g.L^{-1}

EXERCICE 145 Réaction acide-base — Sujet Bac S2 2010 — 4 points — 40 min

Données : masses molaires en g.mol^{-1} : M_C = 12 ; M_H = 1 ; M_O = 16 ; M_{Na} = 23 ; M_N = 14

Un professeur de lycée cherche à faire identifier un acide carboxylique par un groupe d'élèves de son établissement. Pour cela il fait dissoudre 7,43 g de l'acide, noté AH, dans 1 L d'eau pure. De la solution ainsi préparée, les élèves prélèvent un volume V = 20 mL, qu'ils dosent avec une solution d'hydroxyde de sodium de concentration C_B = 0,1 mol.L^{-1}. En notant V_B le volume de la solution d'hydroxyde de sodium versé dans la solution d'acide, ils obtiennent le tableau de mesures suivant, dans les conditions standard :

V_B (mL)	0	1	2	3	6	10	12	15	17
pH	3,0	3,7	4,0	4,2	4,5	4,9	5,1	5,3	5,6

V_B (mL)	19	19,5	20	20,5	21	23	25	27	30
pH	6,2	6,5	8,7	11,0	11,3	11,8	12,0	12,1	12,2

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON – DOSAGE Doc D. NDONG

1- Faire le schéma annoté du dispositif expérimental permettant de réaliser le dosage de la solution d'acide.
2- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide AH et la solution d'hydroxyde de sodium.
3- Tracez la courbe pH = f(V_B) (à rendre avec la feuille de copie).
Echelles : en abscisses 1 cm pour 2 mL ; en ordonnées 1 cm pour 1 unité de pH.
4- Déterminer la concentration de la solution de l'acide carboxylique AH et le pK_A du couple AH/A^-.
5- En déduire la masse molaire et la formule brute de l'acide AH.
6- Le professeur donne aux élèves un extrait d'une liste d'acides avec les pK_A des couples correspondants.

Noms	pK_a du couple
Acide chloroéthanoïque	2,87
Acide benzoïque	4,20
Acide propanoïque	4,90
Acide méthanoïque	3,80

Identifier l'acide AH à partir des informations du tableau. Ce résultat est-il en accord avec la formule brute trouvée à la question 5 ?

EXERCICE 146 Sujet Bac S2 2011 4 points 40 min

On dissout une certaine masse d'un acide carboxylique noté AH dans de l'eau distillée pour obtenir une solution S_A de volume V_A = 50,0 mL que l'on dose à l'aide d'une solution d'hydroxyde de sodium à $4{,}17.10^{-2}$ mol.L^{-1}. Un pH-mètre permet de suivre l'évolution du pH du mélange en fonction du volume V_B de la solution d'hydroxyde de sodium versé dans la solution S_A. On obtient la courbe jointe en annexe à la page 4 (figure 1). La température est supposée constante et égale à 25°C.
1- Déterminer les coordonnées du point d'équivalence (Il n'est pas demandé de rendre la courbe avec la feuille de copie; on expliquera simplement la méthode utilisée).
2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction du dosage.
3- Déterminer la concentration molaire volumique de la solution S_A.
4- Pour déterminer le pK_A du couple AH/A deux élèves utilisent des méthodes différentes.
4.1- L'un des élèves étudie la composition de la solution obtenue à la demi-équivalence.
Il en déduit une relation simple entre le pH et le pK_A et détermine alors le pK_A par méthode graphique.
4.1.a- Etablir la relation entre le pK_A et le pH de la solution à la demi-équivalence.
4.1.b- Retrouver la valeur du pK_A trouvée par cet élève (la courbe n'est pas à rendre).
4.2- L'autre élève considère la solution obtenue à l'équivalence. Il explique le caractère basique de cette solution en considérant la réaction entre l'ion carboxylate et l'eau. Il montre alors, en négligeant la concentration de l'acide formé par ladite réaction devant celle de l'ion carboxylate, que la constante d'acidité peut s'exprimer par :

$K_A = \frac{[H_3O^+]^2.C_AV_A}{K_e.(V_A+V_{BE})}$, relation où V_{BE} représente le volume de la solution d'hydroxyde de sodium à l'équivalence et K_e le produit ionique de l'eau.

4.2.a- Ecrire l'équation de la réaction entre l'ion carboxylate et l'eau.
4.2.b- Retrouver l'expression de la constante d'acidité établie par l'élève. En déduire la valeur du pK_A que cet élève a pu trouver. Comparer avec la valeur trouvée en 4.1.b. Commenter.

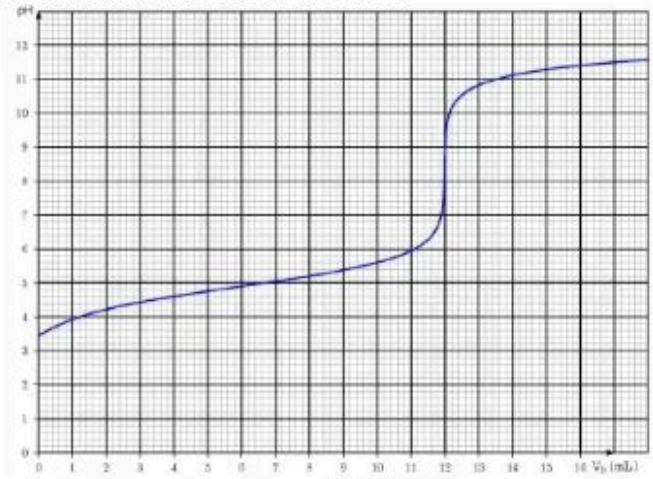


Figure 1

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON – DOSAGE

Doc D. NDONG

EXERCICE 147 Sujet Bac S2 2014 4 points 40 min

Toutes les données se trouvent en fin d'énoncé

L'acide lactique, de formule $CH_3 – CHOH – COOH$ est souvent désigné comme le principal responsable des crampes musculaires des sportifs lors de leurs sprints. On le retrouve dans le lait, le vin...

Dans le lait, les bactéries présentes provoquent, au cours du temps, la transformation d'une partie du lactose en acide lactique.
Dans le vin l'acide lactique se forme lors de la fermentation malolactique au cours de laquelle s'opère la décarboxylation de l'acide malique $HOOC – CH_2 – CHOH – COOH$.

1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de formation d'acide lactique dans le vin.
2- La présence d'acide lactique dans un lait est un indice de l'état de fraicheur de ce lait. Plus la concentration d'acide lactique est élevée, moins le lait est frais. Par convention, dans l'industrie agroalimentaire, l'acidité d'un lait s'exprime en degré Dornic (°D). Un lait bien conservé (lait frais) présente une acidité Dornic inférieure à 18°D, ce qui correspond à une concentration massique de 1,8 $g.L^{-1}$ d'acide lactique dans le lait.
Un laborantin du service d'hygiène se propose de déterminer l'état de fraicheur d'un lait retrouvé sur le marché. Il dose 20,0 mL du lait, additionnés de 100 mL d'eau distillée, par une solution d'hydroxyde de potassium ($K^+ + HO^-$) de concentration molaire volumique $C_b = 0,10$ $mol.L^{-1}$ en présence de phénolphtaléine.
Le virage de l'indicateur est obtenu après addition d'un volume $V_{bE} = 8,4$ mL de base.
2.1- Faire le schéma annoté du dispositif de dosage.
2.2- Ecrire l'équation-bilan de la réaction support de dosage du lait. Montrer, par un calcul, que cette réaction est totale.
2.3- Définir l'équivalence acido-basique puis en déduire la concentration massique C_m en acide lactique du lait étudié. Conclure sur l'état de fraicheur du lait dosé.
2.4- Etant donnée la transformation, au cours du temps, d'une partie du lactose en acide lactique, sur quel facteur cinétique peut-on agir et comment afin d'avoir un lait frais ?
2.5- En fait le lait étudié a un pH initial égal à 4,9. Dresser un diagramme de prédominance puis dire quelle est la forme acide ou basique du couple acide lactique / ion lactate qui prédomine dans ce lait.

Données : M (C) = 12,0 $g.mol^{-1}$; M(H) = 1,0 $g.mol^{-1}$; M (O) = 16,0 $g.mol^{-1}$.
pK_a (acide lactique/ion lactate) = 3,9 ; K_a (H_2O / HO^-) = 10^{-14} ; K_a (H_3O^+ / H_2O) = 1

ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

EXERCICE 148 — Sujet Bac S1 1996 — 3 points — 30 min

Synthèse sélective d'un dipeptide

La valine (val) est un acide α-aminé de formule $H_3C-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-COOH$

1- Montrer que la molécule est chirale. Donner la représentation de Fischer des deux énantiomères de la valine et les nommer.

2- En solution aqueuse la valine donne trois formes ionisées dont un ion dipolaire, appelé zwitterion.

2.1- Ecrire les équations de deux réactions du zwitterion sur l'eau en mettant en évidence les couples acido-basiques de pK_A 2,4 et 9,8.

2.2- Après avoir attribué à chacun des couples le pK_A qui lui correspond, justification à l'appui, indiquer sur une échelle des pH les domaines de prédominance de chaque forme ionisée.

3- On désire synthétiser le dipeptide $H_3C-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-CO-NH-\underset{\underset{COOH}{|}}{CH}-\underset{\underset{CH_3}{|}}{CH}-CH_3$ par condensation de la Valine avec un autre acide α-aminé.

3.1- Ecrire l'équation-bilan de la réaction de condensation.

3.2- Donner le nom systématique de l'autre acide α-aminé.

EXERCICE 149 — Sujet Bac S2 2002 — 4 points — 40 min

Synthèse sélective d'un dipeptide

1- La leucine est un composé organique de formule semi-développée : $(CH_3)_2CH-CH_2-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-COOH$

Préciser la nature de ce composé et donner son nom en nomenclature systématique.

2- La molécule de la leucine est-elle chirale ? Si oui, donner et nommer les représentations de Fischer de la leucine.

3- On fait réagir la leucine avec un acide α-aminé $R-\underset{\underset{NH_2}{|}}{CH}-COOH$.

On obtient un dipeptide dont la masse molaire est égale à 202 $g.mol^{-1}$.

3.1-Déterminer la formule semi développée et donner le nom systématique de cet acide α-aminé.

3.2- Préciser, en justifiant, le nombre de dipeptides que le mélange des acides, ci-dessus cités, permet d'obtenir (les formules ne sont pas demandées).

4- On veut synthétiser uniquement le dipeptide pour lequel la leucine est l'acide N-Terminal. Préciser les différentes étapes de cette synthèse et nommer le dipeptide obtenu.

On donne : H : g mol^{-1} ; C = 12g mol^{-1} ; N : 14g mol^{-1} ; O : 16 $g.mol^{-1}$.

EXERCICE 150 — acides α - aminés et dipeptides — Sujet Bac S2 2007 — 3,5 points — 35 min

Les protéines participent au fonctionnement des organismes vivants, de l'être humain en particulier, en intervenant dans un grand nombre de réactions biochimiques d'importance capitale. Ce sont des macromolécules de natures diverses ; et pourtant elles ne sont constituées qu'à partir d'une vingtaine de maillons élémentaires : les acides α - aminés. Le nombre et l'ordre dans lesquels ces maillons sont liés caractérisent ces protéines.

1- Dans ce qui suit on considère les acides α- aminés de formule brute $C_6H_{13}O_2N$.

L'un de ces acides α- aminés, l'acide 2-amino-3-méthylpentanoïque, usuellement appelé isoleucine, possède deux carbones asymétriques.

1.1- Ecrire la formule semi-développée de l'isoleucine et marquer d'une croix chaque carbone asymétrique.

ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

1.2- Ecrire les formules semi-développées et donner les noms de trois acides α-aminés isomères de l'isoleucine.
2- En solution aqueuse, l'isoleucine donne un ion dipolaire appelé zwittérion qui coexiste avec un cation et un anion en des proportions différentes selon le pH de la solution.
Ecrire les équations des deux réactions du zwittérion sur l'eau. Attribuer aux couples acide-base du zwittérion les valeurs de pK_A : $pK_1 = 2,2$ et $pK_2 = 9,6$. Quelle est l'espèce prépondérante dans le duodénum où le pH est voisin de 7,4 ?
3- On réalise une réaction de condensation entre l'isoleucine et la glycine de formule $H_2N - CH_2 - CO_2H$.
3.1- Montrer que cette réaction de condensation conduit à deux dipeptides isomères P_1 et P_2.
Donner leur formule semi-développée en mettant en évidence la liaison peptidique.
3.2- On désire synthétiser un des dipeptides P_1 ou P_2. Décrire le principe de la synthèse.

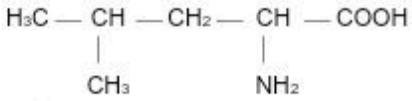
EXERCICE 151 Sujet Bac S2 2010 4 points 40 min

Cinétique de la réaction d'hydrolyse enzymatique des protéines

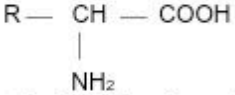
Les protéines sont les macromolécules communément appelées polypeptides qu'on peut obtenir par des réactions de condensation des acides α-animés. Elles jouent un rôle fondamental en biologie en assurant des fonctions diverses. Certaines d'entre elles ont une fonction hormonale, d'autres une fonction enzymatique c'est-à dire catalytique dans l'évolution de certaines synthèses biologiques.

Dans ce qui suit, on étudie un exemple de réaction de condensation d'acides α-aminés et la cinétique de la réaction d'hydrolyse de protéines catalysée par des enzymes.

1- La leucine est un acide α-aminé de formule semi-développée :



1.1- Donner, en nomenclature systématique, le nom de la leucine.
1.2- Cette molécule de la leucine est-elle chirale ? (Justifier la réponse).
1.3- Donner les représentations de Fischer des deux énantiomères de la leucine.
1.4- Ecrire la formule semi-développée de l'amphion correspondant à la molécule de la leucine.
2- On fait réagir la leucine avec un acide -aminé A de formule :



; où R est un radical alkyle ou un atome d'hydrogène.

Dans cette réaction la leucine est N-terminale (son groupement amine est bloqué). On obtient un dipeptideP dont la masse molaire est égale à 188 $g.moL^{-1}$.

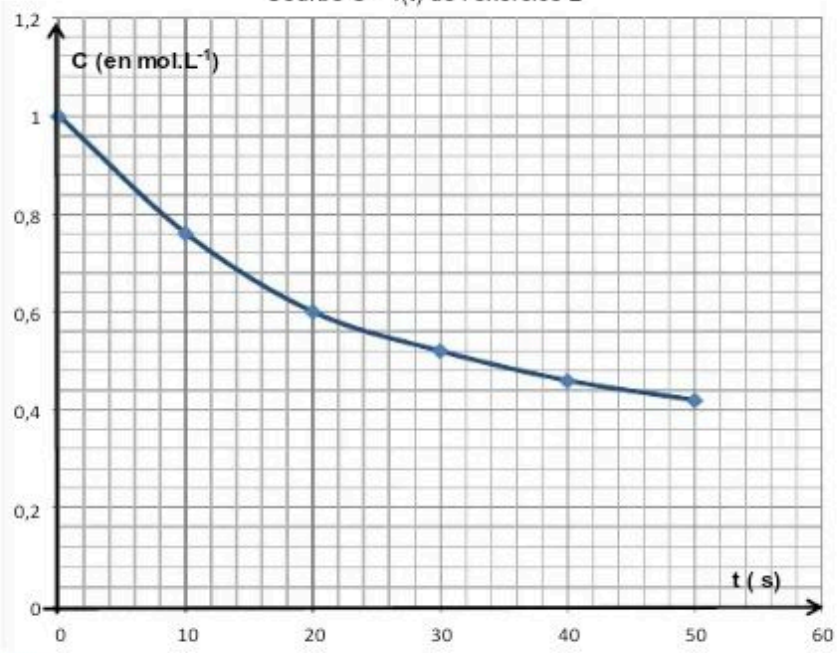
2.1- Ecrire, à l'aide des formules semi-développées ci-dessus, l'équation-bilan de la réaction de condensation qui se produit.
2.2- Déterminer R puis la formule semi-développée et le nom, en nomenclature officielle, de l'acide aminé A.
3- La réaction inverse de la réaction de condensation est appelée hydrolyse. Dans les organismes vivants, les polypeptides des protéines provenant de l'alimentation sont hydrolysés en présence de catalyseurs : les enzymes.
On suit la concentration molaire C d'une protéine dont l'hydrolyse commence à la date t = 0. La courbe ci-dessous représente les variations de la concentration C en fonction du temps t.

3.1- A quel instant la vitesse instantanée de disparition de la protéine est-elle maximale ?
3.2- Déterminer graphiquement la vitesse instantanée aux dates $t_0 = 0$ et $t_1 = 20$ s.
3.3- Déterminer graphiquement le temps de demi-réaction $t_{1/2}$.

NB : il n'est pas exigé de rendre la courbe avec la feuille de copie ; on explicitera simplement la méthode utilisée pour répondre à chaque question.

ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

Courbe C = f(t) de l'exercice 2



EXERCICE 152 Sujet Bac S2 2012 4 points 40 min

Propriétés chimiques des α-aminoacides

Les acides α-aminés jouent un rôle important dans la vie, en particulier en biochimie. Ce sont les éléments constitutifs des protéines.

1- L'acide α-aminé A, de formule semi-développée CH_3 — $CH(CH_3)$ — $CH(NH_2)$ — CO_2H fait partie des vingt principaux acides α-aminés des organismes vivants.

1.1- Donner, dans la nomenclature officielle, le nom de l'acide α-aminé A.

1.2- Donner la représentation de Fischer des deux énantiomères de cet acide α-aminé.

2- On réalise la réaction de condensation d'un acide α-aminé B de formule semi-développée R — $CH(NH_2)$ — CO_2H sur l'acide α-aminé A (R est un radical alkyle ou un atome d'hydrogène).

On ne tiendra pas compte, dans cette question, de l'isomérie optique et on ne considèrera que les réactions possibles entre A et B.

2.1- Combien de dipeptides peut-on alors obtenir ? Ecrire les équations des réactions mises en jeu.

2.2- Encadrer la liaison peptidique pour chaque dipeptide obtenu.

2.3- Sachant que chaque dipeptide a une masse molaire M = 174 $g.mol^{-1}$, déterminer la formule semi-développée et le nom de l'acide α-aminé B.

3- L'acide α-aminé B ressemble beaucoup, quand il est pur, à un corps à structure ionique. Il se présente en effet sous la forme d'un ion bipolaire (amphion ou zwitterion).

3.1- Ecrire la formule semi développée de cet ion bipolaire.

3.2- Justifier son caractère amphotère.

3.3- En déduire les couples acide/base qui lui sont associés.

4- Les pK_A de ces couples acide/base ont pour valeur pK_{A1} = 2,3 et pK_{A2} = 9,6.

4.1- Associer à chaque couple acide/base un pK_A.

4.2- Compléter le diagramme ci-dessous en y indiquant les espèces acido- basiques majoritaires de l'acide α-aminé B pour chaque domaine de pH.

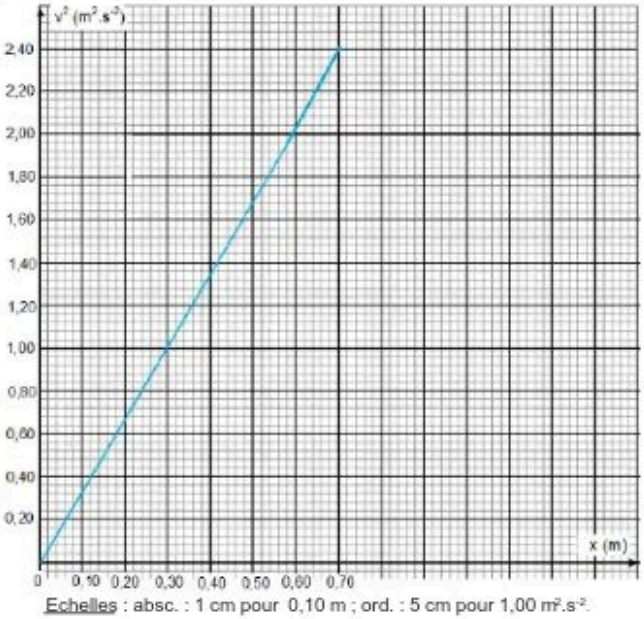


CORRIGES

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE Doc D. NDONG

EXERCICE 1 Sujet Bac S2 oct. 1986 4 points 40 min

1- Tracé du graphe $v^2 = f(x)$



Echelles : absc. : 1 cm pour 0,10 m ; ord. : 5 cm pour 1,00 m².s⁻².

2- Nature du mouvement

$v^2 = f(x)$ est une fonction linéaire. Donc $v^2 = kx$ avec $k = \frac{\Delta v^2}{\Delta x} = \frac{2,40 - 0}{0,70 - 0} = 3,43\ m^2.s^{-2}$

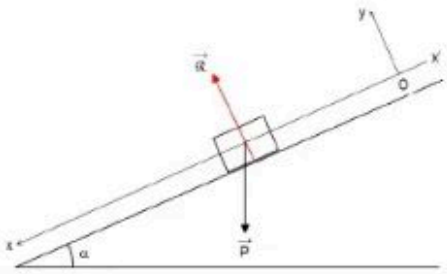
$\begin{cases} v^2 = kx \quad (1) \\ v^2 = 2a.x \ (2) \end{cases} \Rightarrow$ Le mouvement est rectiligne uniformément accéléré.

- Détermination graphique de l'accélération a du mouvement

Les équations (1) et (2) donnent : $2a = k \Rightarrow a = \frac{k}{2} = 1,71\ m.s^{-1}$ $\quad$ $a = 1,71\ m.s^{-1}$

3- Détermination par le calcul de la valeur de l'accélération

- Système étudié : le mobile
- Référentiel : le référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces extérieures appliquées à la bille et calcul des travaux :



- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et $W(\vec{P}) = mgh$ avec $h = x.\sin\alpha$

donc : $W(\vec{P}) = mgx\sin\alpha$

- la réaction $\vec{R}$ du plan et $W(\vec{R}) = 0$ car $\vec{R}$ est constamment perpendiculaire au plan (les frottements sont négligeables)

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au mobile entre les points O (position où l'abscisse $x = 0$ et $v_0 = 0$) et M (position où l'abscisse est x et vitesse v) : $\Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\vec{R})$

$\frac{1}{2}mv^2 - 0 = mgx\sin\alpha + 0 \Rightarrow v^2 = 2gx\sin\alpha$ soit $v^2 = 2(g\sin\alpha).x$

Comme $\begin{cases} v^2 = 2(g\sin\alpha).x \\ v^2 = 2a.x \end{cases}$ alors, on obtient, par identification : $a = g\sin\alpha$

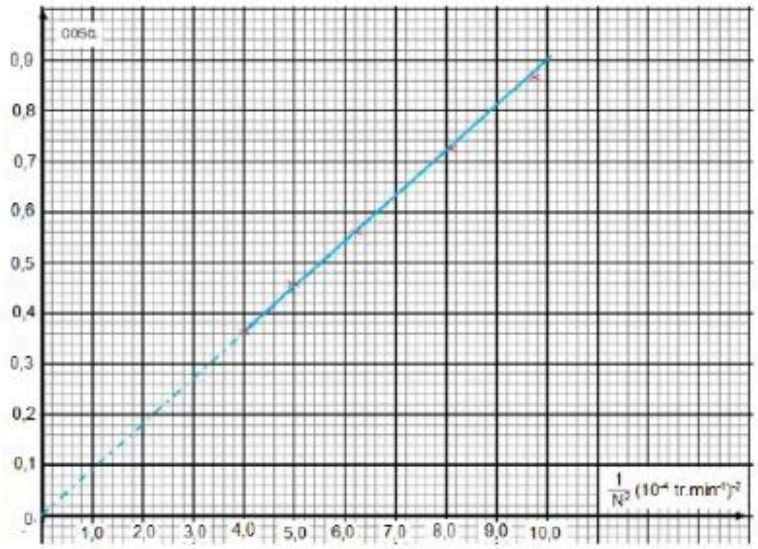
Numériquement, on obtient, avec $g = 10\ m.s^{-2}$ et $\alpha = 10°$: $a = 1,74\ m.s^{-2}$

Conclusion : La valeur théorique de l'accélération et la valeur obtenue par l'expérience sont proches : la théorie confirme l'expérience.

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

EXERCICE 2 — Sujet Bac S2 oct.1985 — 4 points — 50 min

1- Tracé du graphe $\cos\alpha = f(\frac{1}{N^2})$



Echelles : absc. : 1 cm pour 1,0 ; ord. : 1 cm pour 0,10

$\cos\alpha = f(\frac{1}{N^2})$ est une fonction linéaire. Donc $\cos\alpha = k.\frac{1}{N^2}$ avec $k = \frac{\Delta\cos\alpha}{\Delta(\frac{1}{N^2})} = \frac{0,874 - 0,358}{9,8.10^{-4} - 4,0.10^{-4}} = 889,7\ tr^{-2}.min^{-2}$

$k = \frac{889,7}{60^2} = 0,25\ tr^{-2}.s^{-2}$

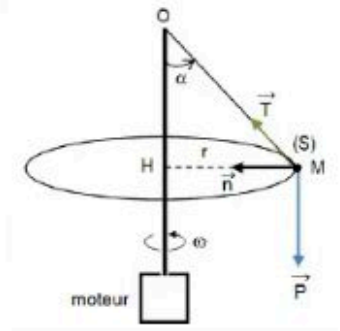
$\cos\alpha = 0,25x\frac{1}{N^2}$

2- Justification théorique du résultat

- Système étudié : le mobile
- Référentiel : le référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces extérieures appliquées au pendule :
-

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

- la tension $\vec{T}$ du fil



- Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$

Etudions le mouvement du centre d'inertie du pendule dans le repère de Frenet $(S, \vec{t}, \vec{n})$ lié au solide (S).

Suivant la normale $\vec{n}$: $T\sin\alpha = ma_n$ avec $a_n = \omega^2 r$ et $r = \ell\sin\alpha$ α

$T\sin\alpha = m\omega^2\ell\sin\alpha \Rightarrow T = m\omega^2\ell$ (1)

Suivant la verticale passant par $\vec{P}$, on a : $P - T\cos\alpha = 0 \Rightarrow T\cos\alpha = mg$ (2)

(1) dans (2) donne : $m\omega^2\ell\cos\alpha = mg$

Soit : $\cos\alpha = \frac{g}{\omega^2\ell}$

Comme $\omega = 2\pi N$, alors : $\cos\alpha = \frac{g}{4\pi^2\ell} x \frac{1}{N^2}$

Avec $g = 9{,}8\ m.s^{-2}$ et $\ell = 1\ m$, on trouve : $\cos\alpha = 0{,}25x\frac{1}{N^2}$

3- Valeur de l'accélération g de la pesanteur

$$\begin{cases} \cos\alpha = 0{,}25x\frac{1}{N^2} \quad (1) \\ \cos\alpha = \frac{g}{4\pi^2\ell} x \frac{1}{N^2} \quad (2) \end{cases} \Rightarrow g = 4\pi^2\ell x 0{,}25 = \pi^2\ell = 9{,}9\ m.s^{-2}$$

Conclusion : La valeur théorique de l'accélération de la pesanteur et la valeur obtenue par l'expérience sont pratiquement égales : la théorie confirme l'expérience.

EXERCICE 3 Sujet Bac S2 1991 4 points 40 min

1- Expression de la norme $\| \vec{V}_M \|$ de la vitesse du point matériel en M en fonction de θ, r et g

- Système étudié : le mobile
- Référentiel : le référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces extérieures appliquées au mobile et calcul des travaux :

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ et $W(\vec{P}) = mgh$ avec $h = r\cos\alpha$

donc : $W(\vec{P}) = mgr\cos\alpha$

- la réaction $\vec{\mathcal{R}}$ du plan et $W(\vec{\mathcal{R}}) = 0$ car $\vec{\mathcal{R}}$ est constamment perpendiculaire à la tangente à la trajectoire (les frottements sont négligeables).

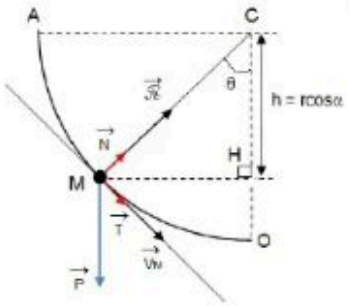
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au solide entre les points A et O :

$\frac{1}{2}mv_M^2 - 0 = W(\vec{P}) + W(\vec{\mathcal{R}})$ avec $W(\vec{P}) = mgh$ et $W(\vec{\mathcal{R}}) = 0$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mv_M^2 - 0 = mgh$ avec $h = CH = r\cos\theta$

$\Leftrightarrow v_M^2 = 2gr\cos\theta$

$\Leftrightarrow v_M = \sqrt{2gr\cos\theta}$



2- Expression de l'intensité de la réaction $\vec{R}$ que le rail exerce sur le point matériel en fonction de θ, g et m

- Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{\mathcal{R}} = m\vec{a}$

Etudions le mouvement du centre d'inertie du pendule dans le repère de Frenet $(M, \vec{T}, \vec{N})$ lié au mobile.

Suivant la normale $\vec{N}$: $-P\cos\alpha + \mathcal{R} = ma_n$ avec $a_n = \frac{v_M^2}{r} = 2g\cos\theta$

Donc : $-mg\cos\alpha + \mathcal{R} = 2mg\cos\theta$

$\Leftrightarrow \mathcal{R} = 3mg\cos\theta$

La réaction r est maximale quand $\cos\theta = 1$ soit quand $\theta = 0$ (le mobile se trouve alors au point O) : $\mathcal{R}_{max} = 3mg$

A.N. : $\mathcal{R}_{max} = 0{,}30\ N$

3- Détermination des caractéristiques de la vitesse au point O

Au point O, $\theta = 0$ donc : $v_0 = \sqrt{2gr}$

A.N. : $v_0 = \sqrt{2x10x1,0}$ $\quad v_0 = 4,47\ m.s^{-1}$

$\vec{V_0} = 4,47.\vec{i}$ ($\vec{V_0}$ est parallèle à l'axe Ox (voir figure))

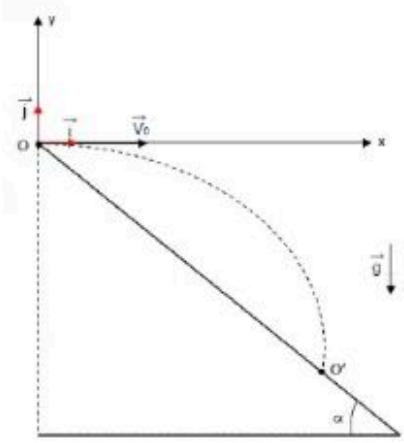
- Equation de la trajectoire du point matériel entre O et O'

Le mobile n'est soumis qu'à son poids entre O et O'.

- D'après le théorème du centre d'inertie : $\vec{P} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow \quad m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$$



Dans le repère (O, x, y)

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V_0 \\ V_y = -gt \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = V_0.t \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 \end{vmatrix}$$

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant t entre x et y :

$$x = V_0.t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$$

Donc : $\boxed{y = -\frac{g}{2V_0^2}x^2}$ La trajectoire est un arc de parabole.

4) Expression et valeur de la distance OO' en fonction de V_0 et g

Les coordonnées du point O' sont telles que $\left|\frac{y_{O'}}{x_{O'}}\right| = \tan 45° = 1$ avec $x_{O'} > 0$ et $y_{O'} < 0$.

On en tire : $|y_{O'}| = x_{O'} \Leftrightarrow -\frac{g}{2V_0^2}x_{O'}^2 = x_{O'}$

$$\Leftrightarrow x_{O'} = -\frac{2V_0^2}{g}$$

$$OO' = \|\overrightarrow{OO'}\| \text{ avec } \overrightarrow{OO'}\begin{vmatrix} x_{O'} - x_O = \frac{2V_0^2}{g} \\ y_{O'} - y_O = -\frac{2V_0^2}{g} \end{vmatrix} \text{ donc : } OO' = \frac{2\sqrt{2}\,V_0^2}{g}$$

A.N. : $OO' = \frac{2\sqrt{2}\ x2x10x1,0}{10}$ $\quad OO' = 5,7\ m$

5) Intensité f de la force de frottement entre les points A et O

Notons V_0^* la vitesse du mobile au point O lorsqu'il est soumis à des forces de frottement entre A et O.

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au mobile entre les points A et O :

$$\frac{1}{2}mV_0^{*2} - 0 = W(\vec{P})_{AO} + W(\vec{R})_{AO} + W(\vec{f})_{AO}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^{*2} = mgr + 0 - f.\overset{\frown}{AO} \text{ avec } \overset{\frown}{AO} = r\frac{\pi}{2}$$

$$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^{*2} = mgr - f.r\frac{\pi}{2}$$

$\Leftrightarrow \quad f = \frac{2m}{\pi}\left(g - \frac{V_O'^2}{2r}\right)$ avec $OO'_{exp} = \frac{2\sqrt{2}\,V_O'^2}{g}$ soit $V_O'^2 = \frac{g.OO'_{exp}}{2\sqrt{2}}$

$\Leftrightarrow \boxed{f = \frac{2mg}{\pi}\left(1 - \frac{\sqrt{2}\,OO'_{exp}}{8r}\right)}$

L'expérience donne $OO'_{exp} = 4,7$ mètres.

A.N. : Avec $OO'_{exp} = 4,7$ m, $r = 1,0$ m, $m = 10$g, on obtient : $f = 1,1.10^{-2}$ N

EXERCICE 4 — Sujet Bac S2 1993 — 4 points — 50 min

1- Calcul de la valeur de la tension U

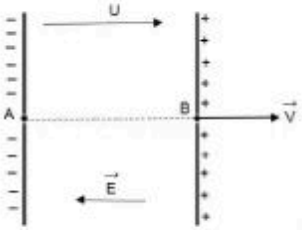
Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un électron entre les points A et B : $\vec{V}$

$E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{F_e})_{AB}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{2}mV^2 - 0 = eU$

$\Leftrightarrow U = \frac{mV^2}{2e}$

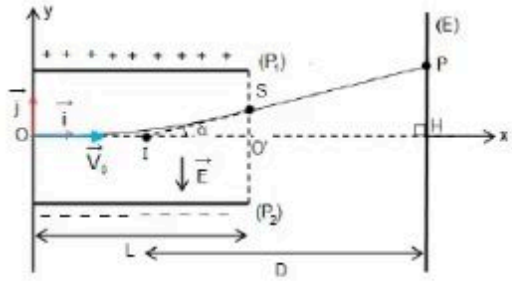
A.N.: $U = \frac{9,1.10^{-31}x(1600.10^3)^2}{2x1,6.10^{-19}}$ $\qquad U = 728$ V



2.1- Equation du mouvement d'un électron entre les armatures du condensateur

- Système étudié : l'électron
- Référentiel : le référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces extérieures appliquées à l'électron :

- la force électrique $\vec{F_e} = -e\vec{E}$



- Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \quad -e\vec{E} = m\vec{a} \quad \Rightarrow \quad \vec{a} = -\frac{e}{m}\vec{E}$

Suivant Ox : $a_x = 0$

Suivant Oy : $a_y = \frac{e.E}{m}$ avec $E = \frac{U_1}{d}$ donc : $a_y = \frac{e.U_1}{m.d}$

D'où : $\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{e.U_1}{m.d} \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = V \\ v_y = \frac{e.U_1}{m.d}.t \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{OM}\begin{vmatrix} x = V.t \\ y = \frac{1}{2}\frac{e.U_1}{m.d}.t^2 \end{vmatrix}$

2.2- Condition d'émergence du faisceau d'électrons

Il s'agit d'établir la relation entre V, U, m, L et d pour que le faisceau d'électrons ne rencontre pas l'une des armatures du condensateur.

Pour que le faisceau d'électrons sorte des armatures du condensateur, il faut que pour x = L, on ait : $y < \frac{d}{2}$

$x = L \Rightarrow V.t = L$ soit $t = \frac{L}{V}$

on en tire : $y = \frac{1}{2}\frac{eU_1}{md}\frac{L^2}{V^2} < \frac{d}{2} \Rightarrow U_1 < \frac{md^2V^2}{eL^2}$

2.3- Montrons que la déviation verticale du faisceau d'électrons sur l'écran est proportionnelle à la tension U_1

$\tan\alpha = \frac{V_{Sy}}{V_{Sx}} = \frac{Y}{D}$ où Y = HP

Au point S : x = L et $t = \frac{L}{V} \Rightarrow \vec{v_S} \begin{vmatrix} v_{Sx} = V \\ v_{Sy} = \frac{e.U_1.L}{m.d.V} \end{vmatrix}$

Donc : $\frac{\frac{e.U_1.L}{m.d.V}}{V} = \frac{Y}{D} \Rightarrow Y = \frac{e.L.D}{m.d.V^2} U_1 = k.U_1$

La déviation verticale du faisceau d'électrons sur l'écran est proportionnelle à la tension U_1.

2.4- Valeur de la distance D

La sensibilité verticale $s = \frac{U_1}{Y} = \frac{m.d.V^2}{e.L.D} \Rightarrow D = \frac{m.d.V^2}{e.L.s}$

A.N. : $D = \frac{9,1.10^{-31}x2.10^{-2}x(16000.10^3)^2}{1,6.10^{-19}x8.10^{-2}10}$ D = 36,4 cm

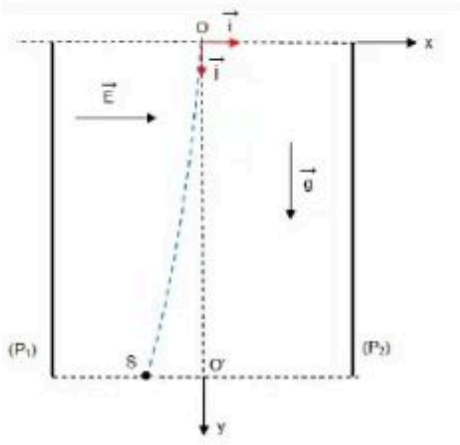
EXERCICE 5 — 4 points — 50 min

1- Signe de la charge portée par la sphère pour que celle-ci sorte des armatures au point S

Pour que la sphère sorte des armatures au point S, il faut que la charge portée par celle-ci soit négative puisque l'armature (P_1) est portée au potentiel positif.

2- Montrons que le mouvement de la sphère entre les armatures est uniformément accéléré

Le mouvement de la sphère entre les armatures est uniformément accéléré si $\vec{a} . \vec{v} > 0$



- Système étudié : la sphère
- Référentiel : le référentiel terrestre supposé galiléen
- Bilan des forces extérieures appliquées à la sphère :

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

- la force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E} = -|q|\frac{U}{d}\vec{i}$

- Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F_{ext}} = m\vec{a}$

$\Rightarrow \vec{P} + \vec{F_e} = m\vec{a}$

Suivant Ox : $0 - |q|\frac{U}{d} = ma_x \Rightarrow a_x = -\frac{|q|U}{md}$

Suivant Oy : $mg + 0 = ma_y \Rightarrow a_y = g$

D'où : $\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = -\frac{|q|U}{md} \\ a_y = g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v} \begin{vmatrix} v_x = -\frac{|q|U}{md}.t \\ v_y = g.t \end{vmatrix}$

Calculons $\vec{a} . \vec{v}$: $\vec{a} . \vec{v} = \left(-\frac{|q|U}{md}\right)^2 t + g^2 t = \left[\left(-\frac{|q|U}{md}\right)^2 + g^2\right].t$

$\vec{a} . \vec{v} > 0 \ \forall\ t > 0$: le mouvement de la sphère entre les armatures est uniformément accéléré.

- Calcul de la valeur de l'accélération a du mouvement de la sphère

$$a = \sqrt{\left(-\frac{|q|U}{md}\right)^2 + g^2}$$

A.N. : $a = \sqrt{\left(-\frac{1,33.10^{-6}x1000}{2.10^{-3}x0,1}\right)^2 + 10^2}$ $\quad a = 12,0\ m.s^{-2}$

3- Equation de la trajectoire de la sphère entre les armatures dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$

$$\vec{v}\left|\begin{array}{l} v_x = -\frac{|q|U}{md}.t \\ v_y = g.t \end{array}\right. \Rightarrow \vec{OM}\left|\begin{array}{l} x = -\frac{|q|U}{2md}.t^2 \\ y = \frac{1}{2}g.t^2 \end{array}\right.$$

On obtient l'équation de la trajectoire en éliminant t entre x et y :

$\frac{y}{x} = -\frac{mg.d}{|q|.U} \Rightarrow y = -\frac{mg.d}{|q|.U}x$: la trajectoire est une droite.

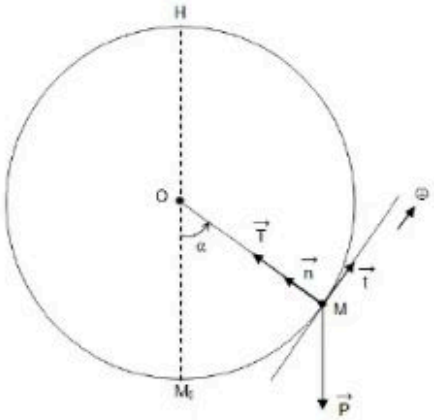
- Expression numérique de l'équation de la trajectoire de la sphère : $y = -1,5x$

4- Coordonnées, dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j})$ du point S de sortie de la sphère des armatures

Au point S : $y_S = 12\ cm = -1,5x_S \Rightarrow x_S = \frac{12}{-1,5} = -8\ cm$ donc : S(-8 cm ; 12 cm)

EXERCICE 6 — Sujet Bac S2 1998 — 4 points — 40 min

1- Montrons que $T = mg\cos\alpha + \frac{mv^2}{\ell}$



- Système étudié : le solide S
- Repère : le repère de Frenet $(M ; \vec{t} ; \vec{n})$ lié à S.
- Bilan des forces appliquées à S : - son poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
  - la tension $\vec{T}$ du fil
- Théorème du centre d'inertie appliqué à S :

$$\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \vec{P} + \vec{T} = m\vec{a}$$

suivant $\vec{n}$, on a : $-mg\cos\alpha + T = ma_n$ avec $a_n = \frac{v^2}{\ell} \Rightarrow \boxed{T = mg\cos\alpha + m\frac{v^2}{\ell}}$

2- Valeur minimale v_H de la vitesse du solide

Pour que le fil passe au point H tout en restant tendu, il faut que $T \geq 0$.

La vitesse en H est minimale si $T = 0$.

$v = v_H$ si $T = 0$ et comme en H on a $\alpha = \pi$, alors : $mg\cos\pi + m\frac{v_H^2}{\ell} = 0$

$\Leftrightarrow \boxed{v_H = \sqrt{g\ell}}$ $\quad$ A.N.: $\quad v_H = 2,2\ m.s^{-1}$

3- Valeur minimale v_o de la vitesse communiquée à S

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à S entre les points M_o et H :

$$\Delta E_c = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} mv_H^2 - \frac{1}{2} mv_o^2 = -mgh \text{ avec } h = 2\ell$$

$$\Leftrightarrow \quad v_H^2 - v_o^2 = -4g\ell$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{v_o = \sqrt{5g\ell}}$$

A.N. : $v_o = 5,0\ m.s^{-1}$

4- Valeur minimale v_E de la vitesse de S au point E

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à S entre les points M_O et E :

$$\Delta E_C = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

$$\Leftrightarrow \quad \Delta E_c = W(\vec{P}) + W(\vec{T})$$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2} mv_E^2 - \frac{1}{2} mv_o^2 = -mgh \text{ avec } h = \ell(1-\cos\beta)$$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{v_E = \sqrt{v_0^2 - 2g\ell(1-\cos\beta)}}$$

A.N. : $v_E = 4,5\ m.s^{-1}$

5- Equation du mouvement de S dans le repère $(\vec{E}_X, \vec{E}_Y)$

Dans le repère $(\vec{E}_X, \vec{E}_Y)$ le solide S n'est soumis qu'à son poids :

Le théorème du centre d'inertie appliqué à S permet d'écrire : $\vec{P} = m\vec{a}$

Soit $\vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a} = \begin{pmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{pmatrix} \Rightarrow \vec{v} = \begin{pmatrix} v_x = v_E\cos\beta \\ v_y = -gt + v_E\sin\beta \end{pmatrix}$$

$$\Rightarrow \quad \boxed{\overrightarrow{EM} = \begin{pmatrix} x = v_E t.\cos\beta \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_E t.\sin\beta \end{pmatrix}}$$

6- Equation de la trajectoire du solide S

Eliminons t entre x et y : $t = \dfrac{x}{v_E\cos\beta}$

En introduisant cette dernière expression dans y on obtient : $\boxed{y = -\dfrac{g}{2v_E^2\cos^2\beta}x^2 + x\tan\beta}$

La trajectoire est un arc de parabole.

EXERCICE 7 — Sujet Bac S2 1999 — 4 points — 40 min

1- Enoncé du théorème de l'énergie cinétique

La variation d'énergie cinétique d'un système entre l'état initial et l'état final est égale à la somme des travaux des forces extérieures qui lui sont appliquées.

$$E_{cf} - E_{ci} = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

- Détermination de v_0

$$E_{cf} - E_{ci} = W(\vec{P})$$

$$\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = W(\vec{P}) \text{ avec } W(\vec{P}) = -mg(h - OA) \text{ et } OA = 2 \text{ m}$$

Au sommet de la trajectoire V = 0

$$\text{donc } -\frac{1}{2}mv_0^2 = -mg(h - OA)$$

$$\boxed{v_0 = \sqrt{2g(h-2)}}$$

A.N. : $v_0 = \sqrt{2x9,8(12-2)}$ $\quad v_0 = 14,0 \text{ m.s}^{-1}$

2- Expression de l'équation de la trajectoire moyenne

La goutte est soumise à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

- D'après le théorème du centre d'inertie $\vec{P} = m\vec{a}$

$$\Rightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\Rightarrow \vec{a} = \vec{g}$$

Dans le repère (O, x, y) :

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = -g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\sin\alpha \\ v_y = -gt + v_0\cos\alpha \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{AM}\begin{vmatrix} x = v_0.t.\sin\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0.t.\cos\alpha + H \end{vmatrix} \quad \text{avec H = 2 m}$$

Eliminons t entre x et y

$$t = \frac{x}{v_0\sin\alpha} \Rightarrow y = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\sin^2\alpha} + x\cot an\alpha + 2$$

$$\boxed{y = -\frac{g}{2v_0^2\sin^2\alpha}x^2 + x\cot an\alpha + 2}$$ La trajectoire est un arc de parabole.

3- Valeur du diamètre minimum D_m du réservoir

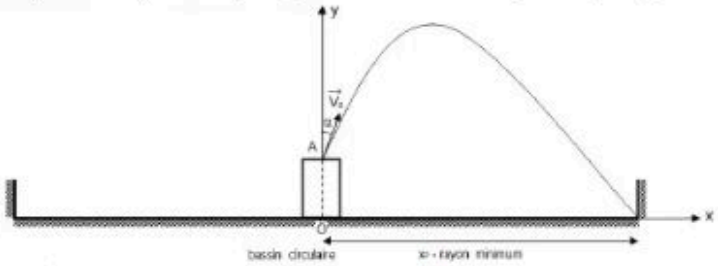
Le diamètre minimum D_m du réservoir doit correspond à la portée la plus grande ou encore l'angle α le plus grand.

Ici $|\alpha| = 60°$.

Au sol, y = 0

Soit $-\frac{9,81}{2x14^2x\sin^2 60°}x_p^2 + 0,577x_p + 2 = 0$

$$\Rightarrow -3,34.10^{-2}x_p^2 + 0,577x_p + 2 = 0$$



Les racines de cette équation sont : x = 20,2 m et x = - 2,96 m.

Pour $\alpha = 60°$, seule $x = 20,2$ m est satisfaisante. Donc : $D_m = 2x_p = 40,4$ m

4- Temps mis par une goutte d'eau pour atteindre le bassin

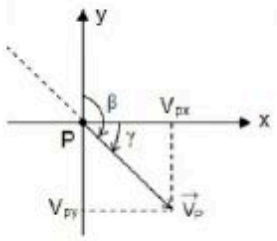
$x_p = v_0 t.\sin\alpha$ soit $\boxed{t = \frac{x_p}{v_0.\sin\alpha}}$

A.N. : $t = \frac{20,2}{14x\sin 60°}$ $t = 1,7$ s

- Caractéristiques de $\vec{v}$

$\vec{v_P} \begin{vmatrix} v_{Px} = 14x\sin 60° = 12,1 \\ v_{Py} = -9,81x1,7 + 14\cos 60° = -9,33 \end{vmatrix}$

$v_P = 15,3$ m.s^{-1}



$\tan|\gamma| = \frac{|v_{Py}|}{|v_{Px}|} = \frac{9,38}{12,1} = 0,775$

$\gamma = 37,8°$; $\beta = 90° + \gamma = 127,8°$

EXERCICE 8 Sujet Bac S2 2000 4 points 40 min

1.1- Représentation des forces et leurs valeurs

Le solide (S) est soumis à : - son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

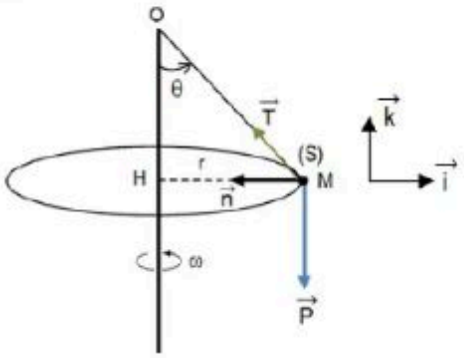
- la tension $\vec{T}$ du ressort

Théorème du centre d'inertie : $\vec{T} + \vec{P} = m\vec{a}$

Projection suivant la normale : $T\sin\theta + 0 = ma_N$ (1)

Projection suivant Oz : $T\cos\theta - mg = 0$ (2)

(2) donne $T = \frac{mg}{\cos\theta}$



A.N. : $P = 0,2x9,8 = 1,96$ N et $T = \frac{1,96}{\cos 30°} = 2,26$ N $P = 1,96$ N et $T = 2,26$ N

1.2- valeurs de ω et V

d'après (1) $ma_N = T\sin\theta$ avec $a_N = \omega^2 r$ et $r = MH = \ell\sin\theta$

Soit $m\omega^2\ell\sin\theta = T\sin\theta$ avec $T = k(\ell - \ell_0)$

$\Leftrightarrow$ $\boxed{\omega = \sqrt{\frac{T}{m(\frac{T}{k} + \ell_0)}}}$

A.N.: $\omega = 6,71$ rad.s^{-1}

La vitesse linéaire $v = r\omega = \ell\omega\sin\theta$ $\boxed{v = \ell\omega\sin\theta}$

A.N.: $V = 0{,}84\ m.s^{-1}$

2.1- Equation cartésienne de la trajectoire

Le solide (S), projeté à la vitesse $V_S = V$ n'est soumis qu'à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

- Théorème du centre d'inertie appliqué à (S) : $\vec{P} = m\vec{a}$

$$m\vec{g} = m\vec{a}$$

$$\vec{a} = \vec{g}$$

ou encore $\vec{a} \begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v} \begin{vmatrix} v_x = cte1 \\ a_z = -gt + cte2 \end{vmatrix}$

Les constantes cte1 et cte2 sont déterminées à partir des conditions initiales.

A $t = 0$ $\vec{v} = V_S.\vec{i} \Rightarrow cte1 = V_S$ et $cte2 = 0$. D'où : $\vec{v} \begin{vmatrix} v_x = V_S \\ v_z = -gt \end{vmatrix}$

On en déduit le vecteur position $\overrightarrow{OM}$.

$\overrightarrow{OM} \begin{vmatrix} X = V_S.t \\ Z = -\frac{1}{2}gt^2 + h \end{vmatrix}$ puisque à $t = 0$ $x = 0$ et $z = h$.

Pour avoir l'équation de la trajectoire on élimine t entre x et z.

$X = V_S.t \Rightarrow t = \frac{X}{V_S}$ $\boxed{Z = -\frac{1}{2}g\frac{X^2}{V_S^2} + h}$ (la trajectoire est un arc de parabole)

A.N. : $Z = -\frac{9{,}8}{2x0{,}84^2} + 3$ $\qquad Z = -6{,}94X^2 + 3$

2.2- Allure de la trajectoire

3.1- Vérifions si le solide S est recueilli par le réceptacle

Au sol : $Z = 0$ et $X \neq 0$

$Z = 0$ permet de calculer la portée du lancer.

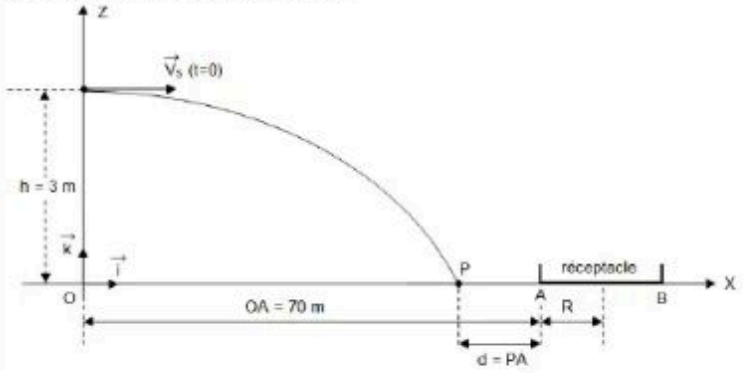
$-6{,}94X^2 + 3 = 0 \Rightarrow X = 65{,}7\ m$.

$X = 65{,}7$ m or le bord du réceptacle se trouve à 70 cm de l'origine O du repère. Le solide ne sera donc pas recueilli par le réceptacle.

3.2 - Distance entre le point de chute du solide S et le centre M du réceptacle

$d = PA = OA - OP = 70 - 65{,}7 = 4{,}3$ m.

Le solide S tombe à 4,3 m du bord du réceptacle.



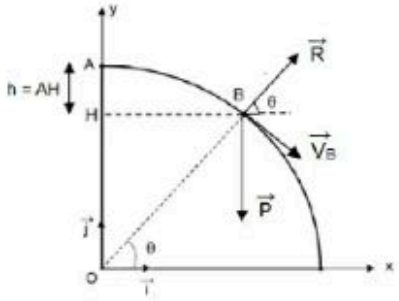
EXERCICE 9 *Glissement d'un solide ponctuel sur une calotte sphérique* 3 points 30 min

1- Inventaire des forces extérieures appliquées au solide S

Le solide S est soumis à :

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- la réaction $\vec{R}$ du plan

2- Détermination des travaux des forces appliquées au solide entre les points A et B où $\theta = 60°$



- Travail du poids : $W(\vec{P})_{AB} = mgh$ avec $h = r(1- \sin\theta)$

Donc : $W(\vec{P})_{AB} = mgr(1- \sin\theta)$

A.N.: $W(\vec{P})_{AB} = 0,5x10x20.10^{-2}\ (1- \sin60°) = 0,13\ J$

- Travail de la réaction : $W(\vec{R})_{AB} = 0$ puisque les frottements sont négligeables.

3- Détermination de la valeur V_B de la vitesse acquise au point B

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au solide entre les points A et B :

$E_{cB} - E_{cA} = W(\vec{P})_{AB} + W(\vec{R})_{AB}$

$\frac{1}{2}mV_B^2 - 0 = mgr(1- \sin\theta) \Rightarrow \boxed{V_B = \sqrt{2gr(1- \sin\theta)}}$

$\vec{V_B}$ est portée par la tangente en B à la calotte sphérique.

4- Détermination de la réaction R_N du support en fonction de θ

Théorème du centre d'inertie : $\vec{P} + \vec{R} = m\vec{a}$

Projection suivant la normale : $P\sin\theta - R = ma_N$ avec $a_N = \frac{V^2}{r} = 2g(1- \sin\theta)$

$\Rightarrow R = mg\sin\theta - 2mg(1- \sin\theta)$

$\Rightarrow R = mg(3\sin\theta - 2)$

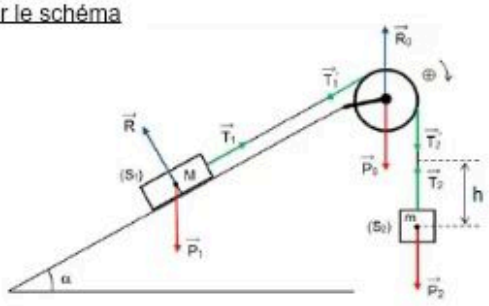
Le solide S n'est plus en contact avec la calotte sphérique lorsque R = 0

Soit : $mg(3\sin\theta - 2) = 0 \Rightarrow \sin\theta = \frac{2}{3} \Rightarrow \underline{\theta = 41,8°}$

EXERCICE 10 4 points 40 min

1- Montrons que le mouvement s'effectue dans le sens indiqué sur le schéma

Calculons les moments algébriques des poids $\vec{P_1}$ et $\vec{P_2}$ par rapport à l'axe Δ du treuil :



$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P_1}) = P_{1x}.r = -Mg\sin\alpha.r = -3x10x0,5xr = -15r$

$\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P_2}) = P_2.r = +mg.r = 2x10xr = +20r$

$|\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P_2})| > |\mathcal{M}_{\Delta}(\vec{P_1})| \Rightarrow$ Le mouvement s'effectue dans le sens indiqué.

Pub Téléchargez pour lire sans publicité

2- Expression de l'énergie cinétique du système {(S_1), (S_2),treuil, câble}

$E_c = \frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} J_\Delta \omega^2$ avec $\omega = \frac{V}{r}$ et $J_\Delta = \frac{1}{2} m_0 r^2$

Donc : $E_c = \frac{1}{2} MV^2 + \frac{1}{2} mV^2 + \frac{1}{2} J_\Delta \frac{V^2}{r^2}$

Soit : $E_c = \frac{1}{2}\left(M + m + \frac{J_\Delta}{r^2}\right)V^2$

$E_c = \frac{1}{2}(M + m + m_0)V^2$

3- Expression de la vitesse V en fonction de g, des différentes masses, de l'angle α et de h

- Enoncé du théorème de l'énergie cinétique : Dans un référentiel galiléen, la variation d'énergie cinétique d'un solide, entre un état initial et un état final, est égale à la somme algébrique des travaux effectués par toutes les forces extérieures appliquées au solide entre ces deux états :

$$E_{Cf} - E_{Ci} = \sum W(\vec{F}_{ext})$$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique au système {(S_1), (S_2),treuil, câble} pour une dénivellation h du solide (S_2) :

$\Delta E_C = W(\vec{P_1}) + W(\vec{P_2}) + W(\vec{R}) + W(\vec{P_0}) + W(\vec{R_0})$ avec $\Delta E_C = E_c - E_{c0} = E_c - 0 = E_c$

$W(\vec{P_1}) = -Mgh\sin\alpha$; $W(\vec{P_2}) = mgh$

$W(\vec{R}) = 0$ car les frottements sont négligeables.

$W(\vec{P_0}) = W(\vec{R_0}) = 0$ car $\vec{P_0}$ et $\vec{R_0}$ rencontrent l'axe de rotation.

Donc : $E_c = W(\vec{P_1}) + W(\vec{P_2})$

Soit : $\frac{1}{2}(M + m + m_0)V^2 = mgh - Mgh\sin\alpha$

$\Leftrightarrow \quad \frac{1}{2}(M + m + m_0)V^2 = gh(m - M\sin\alpha)$

$\Leftrightarrow \quad V^2 = 2\frac{(m - M\sin\alpha)g}{M + m + m_0}h$

- Expression de l'accélération a du système en fonction de g et des différentes masses

V^2 est de la forme : $V^2 = 2a.h$

Donc $a = \frac{(m - M\sin\alpha)g}{M + m + m_0}$

A.N.: $a = \frac{(2 - 3x0,5)x10}{3 + 2 + 1,25}$ $\qquad$ $a = 0,8\ m.s^{-2}$

EXERCICE 11 Sujet Bac S2 2002 4,5 points 45 min

1er cas : tir sans obstacle.

1.1- Montrons que la trajectoire du ballon est dans le plan vertical

Appliquons le théorème du centre d'inertie au ballon (système étudié) dans le référentiel de la Terre. Le mouvement du ballon est étudié dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

$\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m$ soit $\vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{vmatrix}\ddot{x}=0\\ \ddot{y}=-g\\ \ddot{z}=0\end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}\begin{vmatrix}\dot{x}=V_0\cos\alpha\\ \dot{y}=-gt+V_0\sin\alpha\\ \dot{z}=0\end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix}x=V_0t\cos\alpha\\ y=-\frac{1}{2}gt^2+V_0t\sin\alpha\\ z=0\end{vmatrix}$$

z est indépendante du temps (z = 0). Donc le mouvement du ballon s 'effectue dans le plan vertical (Ox, Oy).

1.2- Equation cartésienne de la trajectoire

Eliminons t entre x et y.

$x = V_0t\cos\alpha \Rightarrow t = \dfrac{x}{V_0\cos\alpha}$

d'où $\boxed{y = -\frac{1}{2}g\dfrac{x^2}{V_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha}$ La trajectoire est un arc de parabole.

1.3- Valeurs de v_0 pour lesquelles le but est réussi

Le but est réussi si le ballon passe entre les poteaux de hauteur h situés à la distance x = d du tireur placé au point O.
Lorsque x = d, on doit avoir $0 < y < h$.

Soit $0 < \dfrac{-gd^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + d.\tan\alpha < h$

$$\Leftrightarrow \boxed{\sqrt{\frac{gd}{\sin 2\alpha}} < V_0 < \frac{d}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{g}{2(d\tan\alpha - h)}}}$$

A.N. : $16{,}8\ m.s^{-1} < V_0 < 18{,}5\ m.s^{-1}$

Pour que le but soit réussi, il faut que la vitesse initiale du ballon soit comprise entre 16,8 m.s^{-1} et 18,5 m.s^{-1}.

- *La vitesse $V_0 = 16{,}8\ m.s^{-1}$ correspond au point d'impact du ballon sur la ligne de but.*
- *La vitesse $V_0 = 18{,}5\ m.s^{-1}$ correspond au but rasant la barre transversale !*

2ème cas : tir avec obstacle.

2.1- Montrons que le ballon passe au-dessus du mur

Pour que le ballon passe au-dessus du mur, il faut que :

Pour x = d', on ait $y > h'$ (hauteur du mur).

$y = \dfrac{-gd^2}{2V_0^2\cos^2\alpha} + d.\tan\alpha$

$y = \dfrac{-9{,}81\times 9{,}15^2}{2\times 17^2\cos^2 30^\circ} + 9{,}15\tan 30^\circ$

Le mur a une hauteur h' = 1,75 m qui est inférieure à 3,39 m, hauteur à laquelle le ballon passe au-dessus du mur.

y = 3,39 m > h' = 1,75 m : Le ballon passe donc au-dessus du mur.

2.2- Durée Δt du mouvement du ballon entre le point O et le but

Au moment où le ballon franchit le but, on a : $x = d \Leftrightarrow V_0 t\cos\alpha = d$

soit $t = \dfrac{d}{V_0\cos\alpha}$

$\Delta t = t - t_0$ où t est l'instant où le ballon franchit le but et $t_0 = 0$ l'instant de départ du ballon au point O.

Ainsi : $\boxed{\Delta t = \dfrac{d}{V_0\cos\alpha}}$

A.N. : $\Delta t = \dfrac{25,0 - 9,15}{17x\cos30°}$ $\Delta t = 1,7$ s

La durée Δt du mouvement du ballon entre le mur et le but est 1,7 seconde.

2.3 – Caractéristiques du vitesse à l'instant où le ballon franchit le but

$\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = V_0\cos\alpha \\ V_y = -gt + V_0\sin\alpha \\ V_z = 0 \end{vmatrix}$ soit $\vec{V}\begin{vmatrix} V_x = 17\cos30° = 14,7 \\ V_y = -9,81x1,7 + 17\sin30 = -8,18 \\ V_z = 0 \end{vmatrix}$

$\|\vec{V}\| = \sqrt{14,7^2 + (-8,18)^2}$ $\|\vec{V}\| = 16,8$ m.s^{-1}

A cette vitesse, le ballon tombe sur la ligne de but sous un angle de 30° avec l'horizontale.

EXERCICE 12 4 points 40 min

1- Détermination de l'angle θ que font les directions de $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ et de leurs normes $\|\vec{V_1}\|$ et $\|\vec{V_2}\|$

Le choc étudié est parfaitement élastique. Il y a donc conservation de la quantité de mouvement et de l'énergie cinétique.

Conservation de la quantité de mouvement : $\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après} \Leftrightarrow m_\alpha\vec{V} = m_\alpha\vec{V_1} + m_\alpha\vec{V_2}$

$\Leftrightarrow \vec{V} = \vec{V_1} + \vec{V_2}$ (1)

Conservation de l'énergie cinétique : $E_{cavant} = E_{caprès} \Leftrightarrow \frac{1}{2}m_\alpha V^2 = \frac{1}{2}m_\alpha V_1^2 + \frac{1}{2}m_\alpha V_2^2$

$\Leftrightarrow V^2 = V_1^2 + V_2^2$ (2)

Elevons (1) au carré : $V^2 = V_1^2 + 2\vec{V_1}.\vec{V_2} + V_2^2$

Or, d'après (2) : $V^2 = V_1^2 + V_2^2 \Rightarrow \vec{V_1}.\vec{V_2} = 0$

Donc : $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$ sont orthogonaux soit : $\theta = (\vec{V_1}, \vec{V_2}) = 90°$

- Normes de $\vec{V_1}$ et $\vec{V_2}$

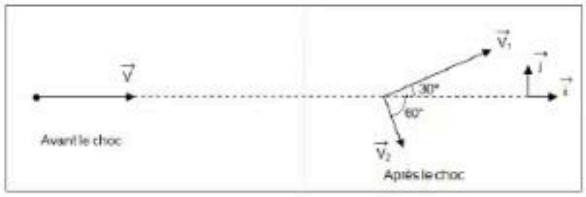
Suivant $\vec{i}$: $V = V_1\cos30° + V_2\cos60°$

Soit : $V = \dfrac{\sqrt{3}}{2}V_1 + \dfrac{1}{2}V_2$

Suivant $\vec{j}$: $0 = V_1\sin30° + V_2\sin60°$

Soit : $\dfrac{1}{2}V_1 + \dfrac{\sqrt{3}}{2}V_2 = 0 \Rightarrow V_1 = \sqrt{3}V_2$

On en déduit : $V_1 = \dfrac{\sqrt{3}}{2}V$ et $V_2 = \dfrac{1}{2}V$



A.N. : $V_1 = 8660,3$ km.s^{-1} et $V = 5000$ km.s^{-1}

2.1- Montrons que la masse de la particule α peut se mettre sous la forme : $m_\alpha = k.m_p$

Conservation de la quantité de mouvement : $\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après} \Leftrightarrow m_\alpha \vec{V} = m_\alpha \vec{V_1}' + m_p \vec{V_2}'$

$$\Leftrightarrow \vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} \quad (1)$$

En posant $\vec{p} = m_\alpha \vec{V}$, $\vec{p_1} = m_\alpha \vec{V_1}'$ et $\vec{p_2} = m_p \vec{V_2}'$

Conservation de l'énergie cinétique : $E_{cavant} = E_{caprés} \Leftrightarrow \frac{1}{2} m_\alpha V^2 = \frac{1}{2} m_\alpha V_1'^2 + \frac{1}{2} m_\alpha V_2'^2$

$$\Leftrightarrow \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m_\alpha} = \frac{\vec{p_1}^{\,2}}{2m_\alpha} + \frac{\vec{p_2}^{\,2}}{2m_P} \quad (2)$$

$$\begin{cases} \vec{p} = \vec{p_1} + \vec{p_2} & (1) \\ \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m_\alpha} = \frac{\vec{p_1}^{\,2}}{2m_\alpha} + \frac{\vec{p_2}^{\,2}}{2m_P} & (2) \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} \vec{p_1} = \vec{p} - \vec{p_2} & (1)' \\ \frac{\vec{p_1}^{\,2}}{2m_\alpha} = \frac{\vec{p}^{\,2}}{2m_\alpha} - \frac{\vec{p_2}^{\,2}}{2m_P} & (2)' \end{cases}$$

Elevons (1)' au carré : $\begin{cases} \vec{p_1}^{\,2} = \vec{p}^{\,2} + \vec{p_2}^{\,2} - 2\vec{p}.\vec{p_2} & (1)'' \\ \vec{p_1}^{\,2} = \vec{p}^{\,2} - \frac{m_\alpha}{m_p} \vec{p_2}^{\,2} & (2)'' \end{cases}$

(2)" – (1)" donne : $\vec{p_2}^{\,2}\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_p}\right) - 2\vec{p}.\vec{p_2} = 0$

$\Leftrightarrow \left(1 + \frac{m_\alpha}{m_p}\right) \vec{p_2} = 2\vec{p}$ avec $\vec{p}$ avec $\vec{p_2} = m_p \vec{V_2}'$ et $\vec{p} = m_\alpha \vec{V}$

$\Rightarrow m_\alpha = \frac{V_2'}{2V - V_2'} m_p = k.m_p$ en posant $k = \frac{V_2'}{2V - V_2'} = \frac{16000}{2x10000 - 16000} = 4$

Donc : $m_\alpha = 4m_p$

2.2- Valeur de m_α

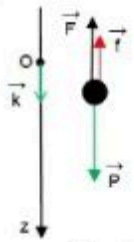
$m_\alpha = 4x1,67.10^{-27}$ $\quad$ $m_\alpha = 6,68.10^{-27}$ kg

EXERCICE 13 $\quad$ Sujet Bac S2 2005 $\quad$ 4,5 points $\quad$ 45 min

1- Schéma représentant les forces appliquées à la bille

Sur la bille B en mouvement s'exercent :

- son poids $\vec{P}$ ou force de pesanteur,
- la force de résistance du fluide $\vec{f}$
- la poussée d'Archimède $\vec{F}$ due au fluide



2- Montrons que l'équation différentielle du mouvement de la bille s'écrit : $\frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right)V = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)$

- Système étudié : la bille (B)
- Bilan des forces extérieures appliquées à la bille :

- son poids $\vec{P} = m\vec{g}$ ou force de pesanteur,
- la force de résistance du fluide $\vec{f}$

- la poussée d'Archimède $\vec{F}$ due au fluide

- Théorème du centre d'inertie appliqué à la bille : $\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$

Suivant Oz : $mg - 6\pi.\eta.r.V - \rho g V_{oi} = m\frac{dV}{dt}$ avec $V_{oi} = \frac{4}{3}\pi r^3$

$$\Leftrightarrow \frac{dV}{dt} + \frac{6\pi.\eta.r}{m}V = g\left(1 - \frac{\frac{4\pi r^3}{3}\rho}{m}\right) \quad \text{avec } m = \rho_{ver}\frac{4\pi r^3}{3}$$

$$\Leftrightarrow \frac{dV}{dt} + \frac{6\pi.\eta.r}{m}V = g\left(1 - \frac{\frac{4\pi r^3}{3}\rho}{\rho_{ver}\frac{4\pi r^3}{3}}\right)$$

$$\Leftrightarrow \frac{dV}{dt} + \left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right)V = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho ver}\right)$$ Ce qu'il fallait montrer.

3- Montrons l'existence d'une vitesse limite V_L

La bille atteint sa vitesse limite V_L lorsque $\frac{dV}{dt} = 0$

Dans ce cas : $\left(\frac{6\pi\eta r}{m}\right)V_L = g\left(1 - \frac{\rho}{\rho ver}\right)$

$$\Leftrightarrow V_L = \frac{mg}{6\pi\eta r}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right) \quad \text{comme } m = \rho_{ver}\frac{4\pi r^3}{3}$$

Alors : $V_L = \frac{\rho_{ver}\frac{4\pi r^3}{3}g}{6\pi\eta r}\left(1 - \frac{\rho}{\rho_{ver}}\right)$

Soit : $V_L = \frac{2r^2g}{9\ \eta}(\rho_{ver} - \rho)$

4.1- Détermination graphique de la valeur de la vitesse limite de la bille B

Graphiquement on obtient : $V_L = 37{,}5.10^{-3}\ m.s^{-1}$

- Rayon de la bille

$$V_L = \frac{2r^2g}{9\ \eta}(\rho_{ver} - \rho) \Rightarrow r = \sqrt{\frac{9\eta V_L}{2g(\rho_{ver} - \rho)}}$$

- Masse de la bille

$$m = \frac{4\pi r^3\rho_{ver}}{3}$$

4.2- Vitesse limite qu'atteindrait une bille en verre C de rayon 2r

$$V_L = \frac{2(2r)^2g}{9\ \eta}(\rho_{ver} - \rho)$$

$$\Leftrightarrow V_L = \frac{8r^2g}{9\eta}(\rho_{ver} - \rho)$$

4.3- Temps au bout duquel on peut estimer que la bille B a atteint sa vitesse limite

Graphiquement, la bille B a atteint sa vitesse limite à partir de 35 ms après la date du lâcher.

5- Loi de variation de la vitesse de la bille B lâchée sans vitesse initiale dans le vide

Dans le vide : $\vec{P} = m\vec{a}$

Soit : $m\vec{g} = m\vec{a}$

$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = \vec{g}$

$\Leftrightarrow \quad \frac{dV}{dt} = g \Rightarrow V = gt$ soit $V = 9{,}8t$

Pour l'ébaucher de la courbe traduisant la variation de cette vitesse en fonction du temps, voir figure 3.

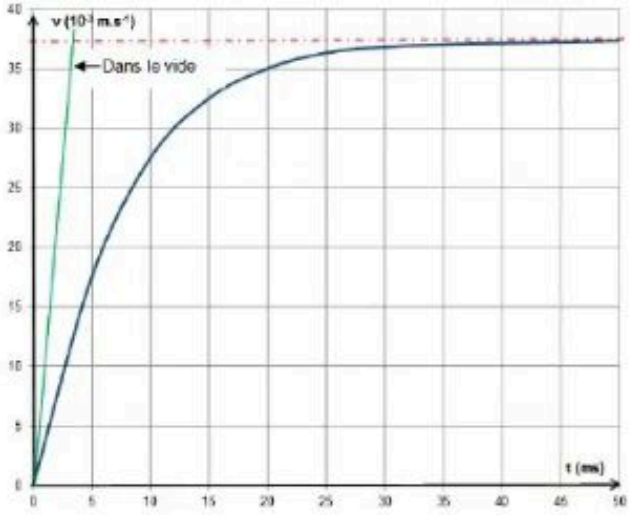


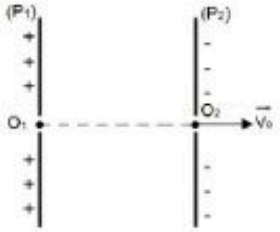
figure 3

EXERCICE 14 Sujet Bac S2 2006 4 points 40 min

1.1- Identification de la plaque qui doit être portée au potentiel le plus élevé

Comme les ions produits dans la chambre d'ionisation sont chargés positivement, ceux-ci ne sont accélérés que si la plaque (P_1) est portée au potentiel le plus élevé.

La plaque (P_1) est donc chargée positivement.



1.2- Expression de v_0 en fonction de la charge q, de la masse m d'un ion et de U_0

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un ion entre les points O_1 et O_2 :

$\Delta E_c = W(\vec{F_e})$ soit : $E_{cO2} - E_{cO1} = qU_0$ avec $q = 2e$ et $E_{cO1} = 0$ J (les ions sortent de la chambre d'ionisation en O_1 avec une vitesse négligeable.)

Donc : $E_{cO2} = 2eU_0$

Soit : $\frac{1}{2}mv_0^2 = 2eU_0 \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{4eU_0}{m}}$

1.3- Valeur de v_0 pour les ions $^{24}_{12}Mg^{2+}$ dans le cas où $U_0 = 4000$ V

Numériquement avec : $m = m(^{24}_{12}Mg^{2+}) = 24$ u ; $u = 1{,}67.10^{-27}$ Kg ; $e = 1{,}60.10^{-19}$ C et $U_0 = 4000$ V, on obtient :

$v_0 = \sqrt{\frac{4x1{,}60.10^{-19}x4000}{24x1{,}67.10^{-27}}}$ Soit $v_0 = 2{,}53.10^5$ m.s^{-1}

2.1- Caractéristiques de la force électrique à laquelle chaque ion est soumis

$\vec{F_e} = q\vec{E}$ avec $q = +2e$ et $E = \frac{U}{d}$

Donc : $\vec{F_e} = 2e\frac{U}{d}\vec{j}$ { direction : la verticale suivant Oy ; sens : orienté vers le haut suivant $\vec{j}$; norme : $\frac{2eU}{d}$

2.2- Nature de la trajectoire d'un ion à l'intérieur du condensateur lorsque U est constante

Système étudié : la bille (B)

- Bilan des forces extérieures appliquées à un ion : - la force électrique $\vec{F_e}$
- Théorème du centre d'inertie appliqué à la bille : $\vec{F_e} = m\vec{a}$

$$m\vec{a} = \frac{2eU}{d}\vec{j} \Rightarrow \vec{a} = \frac{2eU}{md}\vec{j}$$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_y = \frac{2eU}{md} \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = V_0 \\ v_y = \frac{2eU}{md}t \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{O_2M}\begin{vmatrix} x = V_0.t \\ y = \frac{eU}{md}t^2 \end{vmatrix}$$

Eliminons t entre x et y, il vient : $x = V_0.t \Rightarrow t = \frac{x}{V_0}$

Cette dernière expression dans y donne : $y = \frac{eU}{md}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2$

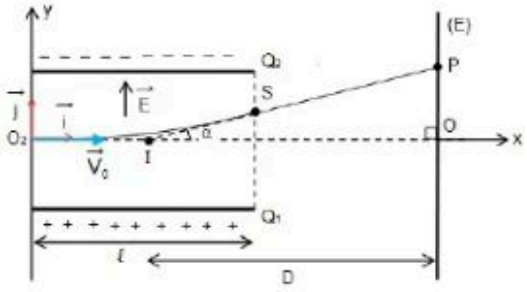
Soit : $y = \frac{eU}{mdV_0^2}x^2$ La trajectoire est un arc de parabole.

2.3- Expression de la distance z = OP en fonction de q, m, U, v_0, L, D

$$\tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=\ell} = \frac{\overline{OP}}{D}$$

$$\frac{dy}{dx} = \frac{2eU}{mdV_0^2}x \Rightarrow \tan\alpha = \left(\frac{dy}{dx}\right)_{x=\ell} = \frac{2eU.\ell}{mdV_0^2}$$

$$\frac{\overline{OP}}{D} = \frac{2eU.\ell}{mdV_0^2} \Rightarrow z = \overline{OP} = \frac{2eU.\ell.D}{mdV_0^2}$$



La distance OP dépend des caractéristiques des ions positifs utilisés puisqu'elle est fonction de sa charge q. Ici, q = +2e.

2.4- Calcul de la durée Δt de la traversée du condensateur dans le cas où ℓ = 10 cm

Pour $x = \ell$, on a : $t_S = \frac{\ell}{V_0} \Rightarrow \Delta t = t_S - 0 = \frac{\ell}{V_0}$ $\boxed{\Delta t = \frac{\ell}{V_0}}$

A.N. : $\Delta t = \frac{10.10^{-2}}{2,53.10^5}$ $\Delta t = 3,96.10^{-7}$ s

2.5- Montrons qu'avec un pinceau d'ions on obtient sur l'écran E un segment de droite verticale

$$z = \overline{OP} = \frac{2eU_{max}.\ell.D}{mdV_0^2}\sin\omega t \quad \text{avec } \omega = 2\pi f = 100\pi \text{ rad.s}^{-1}$$

$$z = \overline{OP} = \frac{2x1,60.10^{-19}x230x10.10^{-2}x40.10^{-2}}{24x1,67.10^{-27}x4.10^{-2}x(2,53.10^5)^2}\sin(100\pi t) \qquad z = \overline{OP} = 2,9.10^{-2}\sin(100\pi t) \quad \text{(en m)}$$

Lorsqu'on applique entre P et Q une tension sinusoïdale $u = U_{max}.\sin\omega t$, on obtient sur l'écran un segment de droite verticale de longueur 2x2,9 = 5,8 cm puisque le spot évolue entre - 2,9 cm et + 2,9 cm.

CINEMATIQUE-DYNAMIQUE

EXERCICE 15 | Sujet Bac S2 2009 | 4 points | 40 min

1.1- Equations paramétriques du mouvement du solide

Le système étudié est le solide.

Le référentiel d'étude est le référentiel terrestre supposé galiléen.

La force appliquée au solide est son poids $\vec{P} = m\vec{g}$

Le théorème du centre d'inertie s'écrit : $\vec{P} = m\vec{a}$

Le mouvement du solide est étudié dans le plan vertical défini par $(\vec{i}, \vec{k})$.

$\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$ soit : $\vec{a} = \vec{g}$

$$\vec{a}\begin{vmatrix} a_x = 0 \\ a_z = -g \end{vmatrix} \Rightarrow \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = cte_1 \\ v_z = -gt + cte_2 \end{vmatrix}$$

Condition initiale : A t = 0, $\vec{v}(t=0) = \vec{v_0}$ avec $\vec{v_0}\begin{vmatrix} v_{0x} = V_0\cos\alpha \\ v_{0y} = V_0\sin\alpha \end{vmatrix}$

$$\text{D'où : } \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = cte_1 = V_0\cos\alpha \\ v_z = -gt + cte_2 = V_0\sin\alpha \end{vmatrix} \Rightarrow cte_1 = V_0\cos\alpha \text{ et } cte_2 = V_0\sin\alpha$$

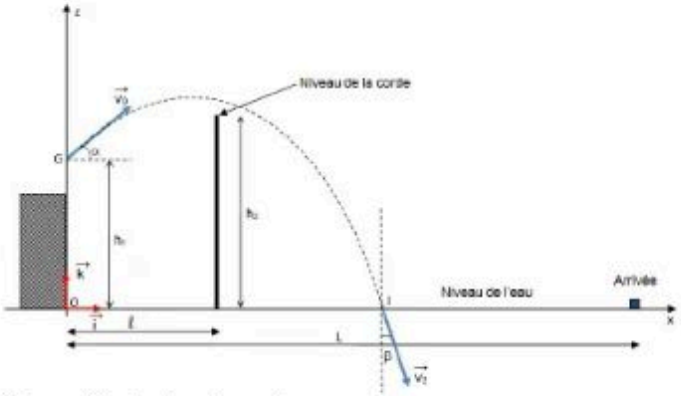
$$\text{On obtient donc : } \vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_z = -gt + V_0\sin\alpha \end{vmatrix} \Rightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0t\cos\alpha + cte_3 \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha + cte_4 \end{vmatrix}$$

A la date t = 0, le solide se trouve au point G(0, h_1)

$$\text{Ainsi : } \overrightarrow{OG}\begin{vmatrix} x_G = 0 + cte_3 = 0 \\ z_G = -0 + 0 + cte_4 = h_1 \end{vmatrix}$$

donc : $cte_3 = 0$ et $cte_4 = h_1$

$$\text{On obtient : } \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0t\cos\alpha \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha + h_1 \end{vmatrix}$$



Pour établir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide, on élimine t entre x et z.

$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = v_0t\cos\alpha \\ z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha + h_1 \end{vmatrix}$$

$x = v_0t\cos\alpha \Rightarrow t = \dfrac{x}{v_0\cos\alpha}$ (1)

(1) dans $z = -\frac{1}{2}gt^2 + v_0t\sin\alpha + h_1$

donne : $z = -\frac{1}{2}g\left(\dfrac{x}{v_0\cos\alpha}\right)^2 + v_0\dfrac{x}{v_0\cos\alpha}\sin\alpha + h_1$

Soit : $\boxed{z = -\frac{1}{2}g\dfrac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + h_1}$

Numériquement, avec $v_0 = 8$ m.s^{-1} et $\alpha = 45°$, nous obtenons : $z = -0{,}156x^2 + x + 1{,}5$ (en mètres)

1.2- Vérifions si le solide passera au-dessus de la corde

Au niveau de la corde, soit à la position d'abscisse $x = \ell = 1,6$ m, on a :

$z_\ell = -0,156 \times 1,6^2 + 1,6 + 1,5 = 2,7$ m

La corde se trouve à la hauteur $h_2 = 2$ m et et comme $z_\ell > h_2$ alors le ballon passe au-dessus de la corde.

1.3- Distance séparant le solide de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau

A la surface de l'eau : $z = 0 \Rightarrow -0,156x^2 + x + 1,5 = 0$

$\Delta = 1 + 4 \times 1,5 \times 0,156 = 1,94$

$$x = \frac{-1 \pm 1,94}{-2 \times 0,156} = 7,7 \text{ m}$$

La distance qui sépare le solide de la ligne d'arrivée lorsqu'il touche l'eau est : $L - x = 20 - 7,7 = 12,3$ m

1.4- Calcul de la vitesse v_2 et de l'angle β

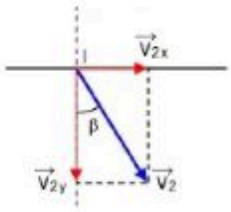
On applique le théorème de l'énergie cinétique au solide entre l'instant initial et l'instant où il touche l'eau :

$$\frac{1}{2}mv_2^2 - \frac{1}{2}mv_0^2 = mgh_1 \Rightarrow \boxed{v_2 = \sqrt{2gh_1 + v_0^2}}$$

Avec $h_1 = 1,5$ m et $v_0 = 8$ m.s^{-1} nous obtenons : $v_2 = 9,7$ m.s^{-1}

La vitesse $\vec{v_2}$ avec laquelle le solide touche l'eau est telle que $\vec{v_2}\begin{vmatrix} v_x = v_2\sin\beta \\ v_z = v_2\cos\beta \end{vmatrix}$

Or, à tout instant, le vecteur vitesse du solide est donné par : $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = v_0\cos\alpha \\ v_z = -gt + V_0\sin\alpha \end{vmatrix}$



donc $v_2\sin\beta = v_0\cos\alpha \Rightarrow \sin\beta = \frac{v_0\cos\alpha}{v_2}$

Numériquement, avec $v_0 = 8$ m.s^{-1} et $\alpha = 45°$ et $v_2 = 9,7$ m.s^{-1}, nous obtenons : $\sin\beta = 0,58$ et $\beta = 35,7°$

2- Valeur de la vitesse initiale pour $\alpha = 45°$

Si le solide touche l'eau en un point distant de 8 m de la ligne d'arrivée, son abscisse est

$x_3 = L - 8 = 20 - 8 = 12$ et en ce point $z = z_3 = 0$.

Or $z = -\frac{1}{2}g\frac{x^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x\tan\alpha + h_1$ quel que soit x entre G et le point où le solide touche l'eau.

$$-\frac{1}{2}g\frac{x_3^2}{v_0^2\cos^2\alpha} + x_3\tan\alpha + h_1 = 0 \Rightarrow \boxed{v_0 = \frac{1}{\cos\alpha}\sqrt{\frac{gx_3^2}{2(x_3\tan\alpha + h_1)}}}$$

Numériquement, avec $x_3 = 12$ m et $\alpha = 45°$, nous obtenons : $v_0 = 10,3$ m.s^{-1}

EXERCICE 16 Sujet Bac S2 2012 4 points 40 min

1- Exploitation de la figure 1

1.1.a- Détermination de la composante v_{0x} du vecteur-vitesse à l'instant $t = 0$ s

La composante de la vitesse suivant l'axe Ox est constante et égale à $v_{0x} = 10$ m.s^{-1}.

On obtient donc : $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = V_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{vmatrix}$ soit $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = 13{,}45\cos 42° \\ v_y = -9{,}8t + 13{,}45\sin 42° \end{vmatrix}$ ou encore $\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = 10 \\ v_y = -9{,}8t + 9 \end{vmatrix}$

Ces équations sont en accord avec les graphes des figures 1 et 2.

2.3- Equations horaires x(t) et y(t) du mouvement

$$\vec{v}\begin{vmatrix} v_x = V_0\cos\alpha \\ v_y = -gt + V_0\sin\alpha \end{vmatrix} \Leftrightarrow \overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = V_0t\cos\alpha + cte_3 \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t\sin\alpha + cte_4 \end{vmatrix}$$

Condition initiale : A t = 0, $\overrightarrow{OM}(t=0) = \overrightarrow{OA}\begin{vmatrix} x_A = 0 \\ y_A = h \end{vmatrix}$

D'où : $\overrightarrow{OM}(t=0)\begin{vmatrix} 0 = 0 + cte_3 \\ h = 0 + 0 + cte_4 \end{vmatrix} \Rightarrow cte_3 = 0$ et $cte_4 = h$

On obtient donc : $\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = V_0t\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t\sin\alpha + h \end{vmatrix}$ soit $\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = 10t \\ y = -4{,}9t^2 + 9t + 2{,}62 \end{vmatrix}$

-Equation de la trajectoire du boulet

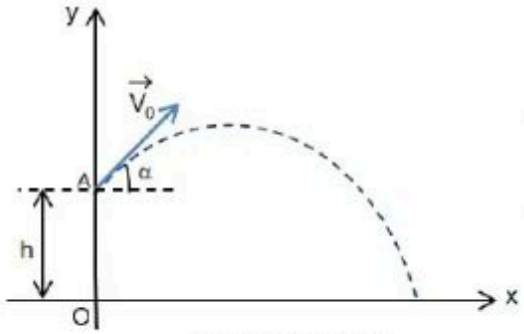
$$\overrightarrow{OM}\begin{vmatrix} x = V_0t\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0t\sin\alpha + h \end{vmatrix}$$

Eliminons t entre x et y :

$$t = \frac{x}{V_0\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha + h}$$

A.N. : $y = -0{,}049x^2 + 0{,}9x + 2{,}62$

La trajectoire est un arc de parabole.

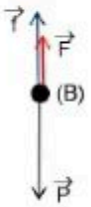


Allure de la trajectoire

EXERCICE 17 Sujet Bac S2 2013 4,5 points 45 min

1- Etude du mouvement de la bille dans l'air

1.1- Représentation des forces appliquées à la bille
(voir schéma ci-contre)



1.2- Calcul des intensités de chacune des forces qui s'exerce sur la bille

- Poids de la bille : $P = mg$ avec $m = \rho_{ac}.V_B$ donc $P = \rho_{ac}V_Bg = \rho_{ac}\frac{4\pi r^3}{3}g$

A.N. : $P = 7{,}8.10^3.\frac{4\pi(1{,}5.10^{-3})^3}{3}x10 = 1{,}10.10^{-3}$ N

- Poussée d'Archimède : $F = \rho_0V_Bg = \rho_0\frac{4\pi r^3}{3}g$

A.N. : $F = \frac{1{,}3x4\pi(1{,}5.10^{-3})^3}{3}x10 = 1{,}83.10^{-7}$ N

- Résistance du fluide : $f = 6\pi\eta_{air}.rv$

A.N. : $f = 6\pi x1{,}85.10^{-5}\ x1{,}5.10^{-5}x5 = 2{,}61.10^{-6}$ N

La poussée d'Archimède F = $1{,}83.10^{-7}$ N et la résistance du fluide f = $2{,}61.10^{-6}$ N sont négligeables devant le poids P de la bille. ($F \ll P$ et $f \ll P$)

1.3- Equations horaires x(t) et v(t) du mouvement de la bille dans l'air

En négligeant la poussée d'Archimède F et la résistance du fluide f devant le poids P, appliquons le théorème du centre d'inertie à la bille (B) :

$\vec{P} = m\vec{a} \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a}$ soit $\vec{a} = \vec{g} = \vec{cte}$: on a un mouvement rectiligne uniformément varié.

$a_x = g \Rightarrow V_x = gt + V_{0x}$

On en déduit : $x = \frac{1}{2}gt^2 + V_{0x}.t + x_0$

Conditions initiales : A t = 0, la bille est lâchée sans vitesse initiale ($V_x(t=0) = 0$) à partir d'un point O du fluide pris comme origine de l'axe (OX) (x(t=0) = 0) vertical et orienté vers le bas :

$V_x(t=0) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 + V_{0x} \Rightarrow V_{0x} = 0$
$x(t=0) = 0 \Leftrightarrow 0 = 0 + 0 + x_0 \Rightarrow x_0 = 0$

D'où les équations horaires : $\begin{cases} v(t) = gt \\ x(t) = \frac{1}{2}gt^2 \end{cases}$ soit : $\begin{cases} v(t) = 10t \\ x(t) = 5t^2 \end{cases}$

Le mouvement rectiligne de direction verticale et uniformément accéléré vers le bas.

1.4- Montrons que l'information donnée confirme l'approximation faite à la question 1.2.

Le mouvement étant rectiligne uniformément accéléré, on a :

$2a_x(x - 0) = v^2 - 0 \Rightarrow a_x = \frac{v^2}{2x}$ soit : $a_x = \frac{3{,}16^2}{2x0{,}5}$ $a_x = 9{,}986\ m.s^{-2} \approx 10\ m.s^{-2}$

$a_x \approx g \Rightarrow \vec{a} \approx \vec{g} \Rightarrow m\vec{a} \approx m\vec{g} \Rightarrow \vec{P} \approx m\vec{a} \Rightarrow \sum \vec{F}_{ext} \approx \vec{P}$

Toutes les forces ont été négligées devant le poids.

2- Etude du mouvement dans l'huile

2.1- Montrons que l'équation différentielle du mouvement peut se mettre sous la forme : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau}v = C$

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la bille (B) dans l'huile :

$\vec{P} + \vec{f} + \vec{F} = m\vec{a}$

Projetons suivant l'axe Ox : $P - f - F = ma_x$

Soit : $mg - 6\pi\eta_h.rv - \rho_h V_B g = m\frac{dv}{dt}$

$\Leftrightarrow \quad m\frac{dv}{dt} + 6\pi\eta_h.rv = mg - \rho_h V_B g$

$\Leftrightarrow \quad \rho_{ac}\frac{4\pi r^3}{3}\frac{dv}{dt} + 6\pi\eta_h.rv = \rho_{ac}\frac{4\pi r^3}{3}g - \rho_h\frac{4\pi r^3}{3}g$

$\Leftrightarrow \quad \rho_{ac}\frac{4\pi r^3}{3}\frac{dv}{dt} + 6\pi\eta_h.rv = (\rho_{ac} - \rho_h)\frac{4\pi r^3}{3}g$

$\Leftrightarrow \quad \frac{dv}{dt} + \frac{6\pi\eta_h.r}{\rho_{ac}\frac{4\pi r^3}{3}}v = \frac{(\rho_{ac} - \rho_h)\frac{4\pi r^3}{3}g}{\rho_{ac}\frac{4\pi r^3}{3}}$

$\Leftrightarrow \frac{dv}{dt} + \frac{9\eta_h}{2\rho_{ac}.r^2} v = \frac{(\rho_{ac} - \rho_h)g}{\rho_{ac}}$

$\Leftrightarrow \boxed{\frac{dv}{dt} + \frac{9\eta_h}{2\rho_{ac}.r^2} v = \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_{ac}}\right)g}$

2.2- Expressions des constantes C et τ

$$\begin{cases} \frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = C \\ \frac{dv}{dt} + \frac{9\eta_h}{2\rho_{ac}.r^2} v = \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_{ac}}\right)g \end{cases}$$

Par identification, on a : $\boxed{C = \left(1 - \frac{\rho_h}{\rho_{ac}}\right)g \quad \text{et} \quad \tau = \frac{2\rho_{ac}.r^2}{9\eta_h}}$

A.N. : $C = \left(1 - \frac{1,26.10^3}{7,8.10^3}\right)x10$ $\quad C = 8,4\ m.s^{-2}$ (la vérification est faite)

2.3.a- Nature du mouvement lorsque l'accélération s'annule

Equation différentielle du mouvement : $\frac{dv}{dt} + \frac{1}{\tau} v = C$

Lorsque $a = \frac{dv}{dt} = 0$ et $v = V_{lim}$: le mouvement devient rectiligne uniforme (la vitesse est constante et la trajectoire est rectiligne).

- Expression de la vitesse limite V_{lim}

Comme lorsque $a = \frac{dv}{dt} = 0$ on a $v = V_{lim}$,

Il vient : $\frac{1}{\tau} V_{lim} = C$ soit $\boxed{V_{lim} = C.\tau}$

2.3.b - Valeur de τ

$V_{lim} = C.\tau \Rightarrow \boxed{\tau = \frac{V_{lim}}{C}}$

A.N. : $\tau = \frac{4,2.10^{-2}}{8,4}$ $\quad \tau = 0,5.10^{-2}\ s$

2.4- Valeur de la viscosité η_h de l'huile-moteur

$\tau = \frac{2\rho_{ac}.r^2}{9\eta_h} \Rightarrow \boxed{\eta_h = \frac{2\rho_{ac}.r^2}{9\tau}}$

A.N. : $\eta_h = \frac{2x7,8.10^3 x(1,5.10^{-3})^2}{9x0,5.10^{-2}}$ $\quad \eta_h = 0,78\ S.I.$

EXERCICE 18 Sujet Bac S2 2014 4 points 4 min

1- Enoncé de la deuxième loi de Newton ou théorème du centre d'inertie

Enoncé du théorème : Dans un référentiel galiléen, la somme des forces extérieures appliquées à un système de masse m est égale au produit de sa masse par le vecteur accélération $\vec{a}_G$ de son centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

2- Caractéristiques du vecteur-accélération

On considère le projectile comme système et on rapporte le mouvement au référentiel terrestre supposé galiléen. L'action de l'air étant négligée, le projectile n'est soumis qu'à son poids.

Théorème du centre d'inertie : $\sum \vec{F}_{ext} = m\vec{a}_G$

$\Rightarrow \vec{P} = m\vec{a}_G \Leftrightarrow m\vec{g} = m\vec{a}_G$ soit $\vec{a}_G = \vec{g}$ d'où : $\begin{cases} \text{direction : verticale} \\ \text{sens : orienté vers le bas} \\ \text{norme : } a_G = g = 10\ m.s^{-2} \end{cases}$

3- Montrons que le mouvement du projectile est plan

$$\vec{a}_G \left| \begin{matrix} \ddot{x} = 0 \\ \ddot{y} = -g \\ \ddot{z} = 0 \end{matrix} \right. \Rightarrow \vec{v} \left| \begin{matrix} \dot{x} = V_0\cos\alpha \\ \dot{y} = -gt + V_0\sin\alpha \\ \dot{z} = 0 \end{matrix} \right. \Rightarrow \overrightarrow{OM} \left| \begin{matrix} x = V_0 t\cos\alpha \\ y = -\frac{1}{2}gt^2 + V_0 t\sin\alpha \\ z = 0 \end{matrix} \right.$$

x et y varient au cours du temps alors que z = 0 quelle que soit la date t : le mouvement du projectile est plan et s'effectue dans le plan (xOy).

4- Equation cartésienne de la trajectoire du projectile dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$

Eliminons t entre x et y :

Il vient : $t = \frac{x}{V_0\cos\alpha} \Rightarrow \boxed{y = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x^2 + x\tan\alpha}$ La trajectoire est un arc de parabole.

5- Vérifions si le projectile atteindra l'oiseau perché

Ordonnée du projectile pour $x_0 = 800$ m : $y_0 = -\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_0^2 + x_0.\tan\alpha$

$y_0 = -\frac{10}{2x100^2x\cos^2 30^\circ}x800^2 + 800x\tan 30^\circ = 35{,}2$ m

$y_0 = 35{,}2$ m est supérieure à la hauteur H = 20 m; le projectile passe au-dessus de l'oiseau ; l'oiseau ne sera pas atteint par ce projectile.

6.1- Expression de la portée du tir en fonction de g, v_0 et α

Soit P le point d'impact au sol : $y_P = 0$

$-\frac{g}{2V_0^2\cos^2\alpha}x_{S(2;P)} + x_P.\tan\alpha = 0 \Rightarrow x_P = \frac{V_0^2\sin(2\alpha)}{g}$

6.2- En déduire la valeur de la portée maximale

x_P est maximale si $\sin(2\alpha) = 1 \Rightarrow x_{Pmax} = \frac{V_0^2}{g}$

$x_{Pmax} = \frac{100^2}{10} = 1000$ m donc $D = x_{Pmax} = 1$ km

6.3- Calcul du rayon du champ de tir

R = 1,1D = 1,1 km

GRAVITATION UNIVERSELLE

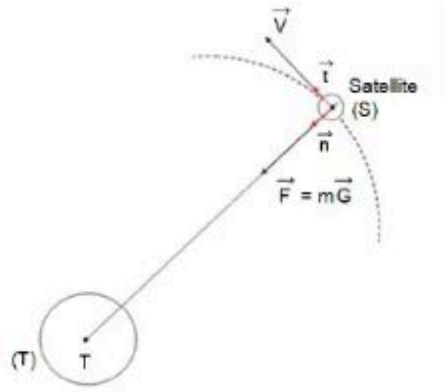
EXERCICE 19 — Sujet Bac S2 1996 — 4 points — 40 min

1- Montrons que le mouvement de rotation du satellite est uniforme

Etudions le mouvement du centre d'inertie du satellite dans le repère de Frenet $(S, \vec{t}, \vec{n})$ lié au satellite.

Le théorème du centre d'inertie appliqué au satellite permet d'écrire : $\vec{F} = m\vec{a}$ avec $\vec{F} = m\vec{G}$ où $\vec{G}$ est le champ de gravitation de la Terre.

$$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \vec{G}$$



Dans le repère de Frenet $(S, \vec{t}, \vec{n})$ lié au satellite, on a :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_t = 0 \\ F_n = \frac{Km.M}{r^2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix} ; \quad \vec{G} = \begin{pmatrix} G_t = 0 \\ G_n = G \end{pmatrix}$$

On en déduit : $\vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{dV}{dt} = 0 \\ \frac{V^2}{r} = G \end{pmatrix}$ avec $r = R + h$

Soit : $\vec{a} \begin{cases} \frac{dV}{dt} = 0 \quad (1) \\ \frac{V^2}{r} = G \quad (2) \end{cases}$

De (1), $\frac{dv}{dt} = 0$, on en déduit V = constante : le mouvement du satellite est uniforme.

2- Expression et valeur de la vitesse du satellite dans le référentiel géocentrique

Dans la question 1- on a montré que $\frac{V^2}{r} = G$ avec $G = G_0\frac{R^2}{r_1^2}$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{V = R\sqrt{\frac{G_0}{r_1}}}$$

3- Expression et valeur de la période T_1 du mouvement du satellite

$T_1 = \frac{2\pi r_1}{V}$ avec $V = R\sqrt{\frac{G_0}{r_1}}$

donc $T_1 = \frac{2\pi r_1}{R\sqrt{\frac{G_0}{r_1}}}$ soit $\boxed{T_1 = \frac{2\pi r_1}{R}\sqrt{\frac{r_1}{G_0}}}$

Numériquement, avec r_1 = 20 000 km, R = 6370 km et K = 6,67. 10^{-11} N.kg^{-2}.m^2, on obtient : $T_1 = 28\,182$ s

Soit : T_1 = 7 h 49 min 42s

4- Valeur r de l'orbite du satellite pour qu'il soit géostationnaire

Un satellite géostationnaire est un satellite dont la trajectoire est dans le plan équatorial de la Terre et dont la période de rotation et le sens sont les mêmes que ceux de la Terre.

$T_0 = \frac{2\pi r}{R}\sqrt{\frac{r}{G_0}} \Rightarrow T_0^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{R^2 G_0}$

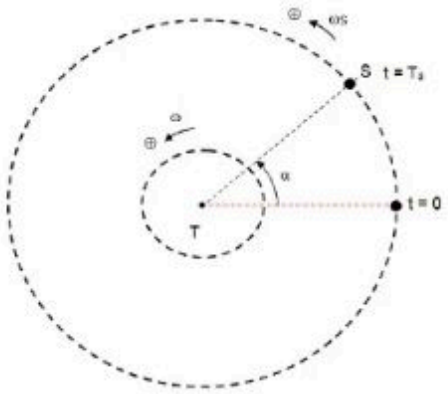
$\Rightarrow r = \sqrt[3]{\frac{R^2 G_0 . T_0^2}{4\pi^2}}$

Numériquement, avec R = 6370 km, G_0 = 9,8 et T_0 = 86 164 s, on obtient : $r = 4{,}21.10^7$ m soit 42.131 km

5- Période de révolution T_a du satellite pour un observateur terrestre

A la date t, les abscisses angulaires du satellite (S) et de la Terre sont :

- Satellite (S) : $\alpha_S = \omega_S.t \quad (\omega_S > \omega_T)$
- Terre (T) : $\alpha_T = \omega_T.t \quad (1)$



- A la date t = 0, l'observateur terrestre et le satellite ont la même abscisse angulaire : $\theta_S = \theta_T = 0$.
- A la date $t = T_a$, l'observateur terrestre voit le satellite " sous la même abscisse angulaire " : $\theta_S = \theta_T + 2\pi$ (2). (le satellite a effectué par rapport à la Terre un tour complet plus une fraction de tour).

Donc : $\alpha_S - \alpha_T = 2\pi \Leftrightarrow \omega_S.T_a - \omega_T.T_a = 2\pi$

$$\Leftrightarrow (\omega_S - \omega_T)T_a = 2\pi$$

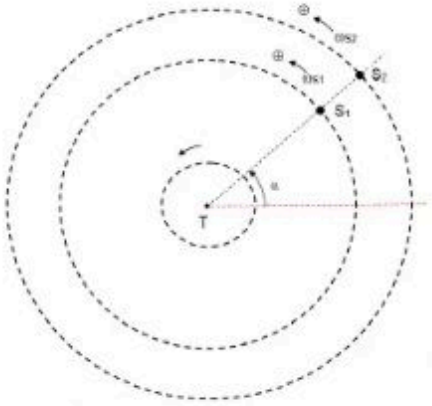
$$\Leftrightarrow T_a = \frac{2\pi}{\omega_S - \omega_T} \text{ avec } \omega_S = \frac{2\pi}{T_1} \text{ et } \omega_T = \frac{2\pi}{T_0}$$

Donc : $\boxed{T_a = \frac{T_0.T_1}{T_0 - T_1}}$

Numériquement, avec $T_0 = 86\,164$ s et $T_1 = 28\,182$ s, on obtient : $T_a = 41880$ s soit 11h 38 min

6- Calcul de la période θ des rapprochements

La distance entre les deux satellites est minimale lorsque ceux-ci sont sur la même direction que le centre de la Terre.



Satellite S_1 : $T_1 = 28\,182$ s ; $r_1 = 20\,000$ km $= 2{,}00.10^7$ m
Satellite S_2 : T_2 ; $r_2 = 18\,000$ km $= 1{,}80.10^7$ m

puisque $T_2 = \frac{2\pi r_2}{R}\sqrt{\frac{r_2}{G_0}} = 24\,062$ s

$T_2 < T_1 \Rightarrow \omega_2 > \omega_1$: le satellite S_2 va plus vite que le satellite S_1 (S_2 met moins de temps que S_1 pour effectuer un tour complet).
A la date t, les abscisses angulaires des satellites S_1 et S_2 sont respectivement :

- Satellite (S_1) : $\alpha_{S1} = \omega_{S1}.t$
- Satellite (S_2) : $\alpha_{S2} = \omega_{S2}.t$

Quand $t = \theta$, $\alpha_{S1} = \alpha_{S2}$ et $\alpha_{S2} = \alpha_{S1} + 2\pi$

$\Leftrightarrow \omega_{S2}.\theta = \omega_{S1}.\theta + 2\pi$

$\Leftrightarrow (\omega_{S2} - \omega_{S1}).\theta = 2\pi$

$$\Leftrightarrow \theta = \frac{2\pi}{\omega_{S2} - \omega_{S1}} \text{ avec } \omega_{S1} = \frac{2\pi}{T_1} \text{ et } \omega_{S2} = \frac{2\pi}{T_2}$$

Donc : $\boxed{\theta = \frac{T_1.T_2}{T_1 - T_2}}$

Numériquement, avec $T_1 = 28\,182$ s et $T_2 = 24\,062$ s, on obtient : $\theta = 164\,591$ s soit 1j 21h 47 min 7s

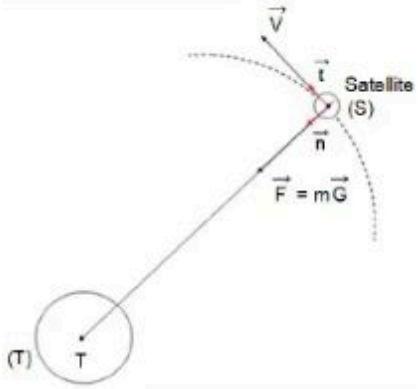
GRAVITATION UNIVERSELLE

EXERCICE 20 Sujet Bac S2 1998 4 points 40min

1- Caractéristiques de la force de gravitation exercée par la planète P sur le satellite S

$\vec{F}$ est dirigée vers le centre de la planète P.

$$\| \vec{F} \| = K\frac{M.m}{r^2}$$



2- Expression du vecteur champ de gravitation $\vec{G}$

$\vec{G} = \frac{\vec{F}}{m} = K\frac{M}{r^2}\vec{u}$ ($\vec{u}$ vecteur unitaire porté par $\vec{G}$)

3- Nature du mouvement du satellite S

Étudions le mouvement du satellite dans le repère de Frenet (S, $\vec{T}$,$\vec{N}$) lié à S.
Le théorème du centre d'inertie appliqué à S permet d'écrire :

$$\vec{F} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m}$$

Dans le repère de Frenet (S, $\vec{T}$,$\vec{N}$) lié à S, on a :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_T = 0 \\ F_N = \frac{KM.m}{r^2} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_T = \frac{dv}{dt} \\ a_N = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix}$$

On en déduit : $\frac{dV}{dt} = 0$ soit V = constante : le mouvement est uniforme.

et $\frac{V^2}{r} = K\frac{M}{r^2}$ soit $r = K\frac{M}{V^2}$ = constante : le mouvement est circulaire.

Conclusion : le mouvement du satellite S est circulaire et uniforme.

3.4- Expression de la vitesse V du satellite

Dans la question 3- on a montré que $\frac{V^2}{r} = K\frac{M}{r^2}$

$$\Leftrightarrow \quad \boxed{V = \sqrt{\frac{KM}{r}}}$$

- Expression de la période de révolution T du satellite

$T = \frac{2\pi r}{V}$ avec $V = \sqrt{\frac{KM}{r}}$

donc $T = \dfrac{2\pi r}{\sqrt{\dfrac{KM}{r}}}$ soit $\boxed{T = 2\pi r\sqrt{\dfrac{r}{KM}}}$

-Montrons que $\dfrac{r^3}{T^2}$ = constante

A partir de la relation précédente, on tire :

$T^2 = \dfrac{4\pi^2 r^3}{KM}$ soit $\boxed{\dfrac{r^3}{T^2} = \dfrac{KM}{4\pi^2} = cte}$

3.5- Détermination de la masse M de la planète P

$$\boxed{M = \frac{4\pi^2}{K}\cdot\frac{r^3}{T^2}}$$

A.N. : $M = 5{,}71.10^{26}$ kg

3.6- Valeur du rayon r' de l'orbite du satellite S'

Comme S et S' sont des satellites de la planète P alors :

$$\frac{r^3}{T^2} = \frac{r'^3}{T'^2} = cte \Rightarrow \boxed{r' = r\sqrt[3]{\frac{T'^2}{T^2}}}$$

A.N.: r' = 527 583 km

EXERCICE 21 Sujet Bac S2 2001 4,5 points 45 min

1 - Montrons que le mouvement du satellite est uniforme

Etudions le mouvement du centre d'inertie du satellite dans le repère de Frenet $(S, \vec{t}, \vec{n})$ lié au satellite.

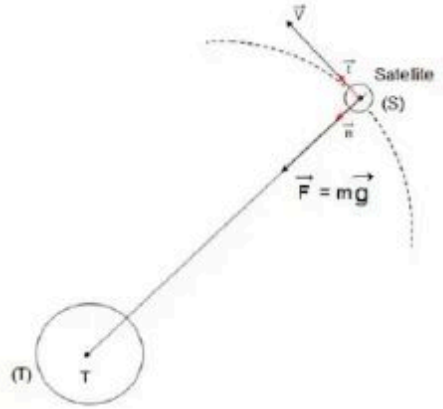
Le théorème du centre d'inertie appliqué au satellite permet d'écrire : $\vec{F} = m\vec{a}$ avec $\vec{F} = m\vec{g}$ où $\vec{g}$ est le champ de gravitation de la Terre.

$$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \vec{g}$$

Dans le repère de Frenet $(S, \vec{t}, \vec{n})$ lié au satellite, on a :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_t = 0 \\ F_n = G\dfrac{m.M}{r^2} \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \vec{a} = \begin{pmatrix} a_t = \dfrac{dV}{dt} \\ a_n = \dfrac{V^2}{r} \end{pmatrix} ; \quad \vec{g} = \begin{pmatrix} g_t = 0 \\ g_n = g \end{pmatrix}$$

On en déduit : $\vec{a} = \begin{pmatrix} \dfrac{dV}{dt} = 0 \\ \dfrac{V^2}{r} = g \end{pmatrix}$ avec r = R + h



Soit : $\vec{a}\begin{cases} \dfrac{dV}{dt} = 0 & (1) \\ \dfrac{V^2}{r} = g & (2) \end{cases}$

De (1), $\frac{dv}{dt} = 0$, on en déduit V = constante : le mouvement du satellite est uniforme.

2 - Expression du champ de gravitation g de la Terre à l'altitude h en fonction de g_0, R et h

$\frac{\vec{F}}{m} = \vec{g}$ avec $\vec{F} = \frac{KmM}{r^2}\vec{n} \Rightarrow \frac{KM}{r^2} = g$ avec r = R + h

Au sol : r = R et g = g_0 donc : $g_0 = \frac{KM}{R^2}$

$\frac{g}{g_0} = \frac{R^2}{r^2} \Rightarrow g = g_0\frac{R^2}{r^2}$ ou encore : $\boxed{g = g_0\frac{R^2}{(R+h)^2}}$

3.1- Expressions de la période du satellite et de son énergie cinétique en fonction de g_0, R, h et m

La période T du mouvement du satellite correspond à la durée mise par le satellite pour effectuer un tour à la vitesse V.

Donc : $2\pi(R+h) = V.T \Rightarrow T = \frac{2\pi(R+h)}{V}$ avec $\frac{V^2}{r} = g \Rightarrow V = \sqrt{rg} = \sqrt{\frac{g_0R^2}{R+h}}$

Soit : $T = 2\pi(R+h)\sqrt{\frac{R+h}{g_0R^2}}$

Ou encore : $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0R^2}}}$

- Energie cinétique du satellite en fonction de g_0, R, h et m

$E_c = \frac{1}{2}mV^2$ avec $V = R\sqrt{\frac{g_0}{R+h}}$

Donc : $\boxed{E_c = \frac{1}{2}\frac{mg_0R^2}{R+h}}$

3.2 - Calculer de l'énergie cinétique du satellite

Application numérique : g_0 = 9,81 N/kg, R = 6400 km, h = 400 km, m = 1020 kg

$E_c = \frac{1}{2}\frac{1020x9,81x(6400.10^3)^2}{6400.10^3 + 400.10^3}$ $\qquad E_c = 3,01.10^{10}$ J

3.3 - Définition d'un satellite géostationnaire et son lieu d'évolution

Un satellite est dit géostationnaire s'il évolue sur une orbite circulaire, dans le plan équatorial, à une altitude de 36000 km. Un tel satellite tourne dans le même sens et à la même vitesse angulaire de rotation que la Terre autour de l'axe des pôles. La période de rotation d'un satellite géostationnaire est donc égale à la période de rotation de la Terre autour de l'axe Sud-Nord, soit : T = 86164 s (jour sidéral)

- Détermination de la valeur de h pour un satellite géostationnaire

A partir de l'expression de la période déterminée à la question 5.3.1- , on peut déterminer h :

$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{g_0R^2}} \Rightarrow T^2 = \frac{4\pi^2(R+h)^3}{g_0R^2}$

$\boxed{h = \sqrt[3]{\frac{R^2g_0T^2}{4\pi^2}} - R}$

Numériquement : avec T ≈ 24 h = 86164 s ; g_0 = 9,81 N/kg, R = 6400 km = 6400.10^3 m

$h = \sqrt[3]{\frac{(6400.10^3)^2 x 9,81 x 86164^2}{4\pi^2}} - 6400.10^3$ $\quad$ $h = 35877.10^3$ m = 35877 km

Les satellites géostationnaires sont placés sur une orbite à une altitude d'environ 36000 km.

4.1 – Détermination de la période de révolution de la Lune

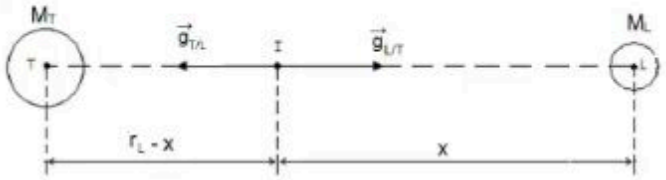
A partir de l'expression de la période déterminée à la question 5.3.1- , on a :

$$T_L = \sqrt{\frac{4\pi^2 r_L^3}{g_0 R^2}}$$

$T_L = \sqrt{\frac{4\pi^2 x (385000.10^3)^3}{9,81 x (6400.10^3)^2}}$ $\quad$ $T_L = 2,368.10^6$ s = 27,5 j

Ce résultat est conforme à la durée du mois lunaire qui est d'environ 28 jours.

4.2- Détermination de la masse de la Lune



Au point d'équigravitation, le champ $\vec{g}_{T/L}$ que la Terre exerce sur la Lune et le champ $\vec{g}_{L/T}$ que la Lune exerce sur la Terre sont directement opposés (même norme, même direction et sens opposés).

$$\vec{g}_{T/L} + \vec{g}_{L/T} = \vec{0}$$

Soit $g_{T/L} = g_{L/T} \Leftrightarrow K\frac{M_T}{(r_L - x)^2} = K\frac{M_L}{x^2}$

$$\Leftrightarrow M_L = \frac{M_T x^2}{(r_L - x)^2} \quad \text{avec } M_T = \frac{g_0 R^2}{G}$$

$$\Leftrightarrow \boxed{M_L = \frac{g_0}{G}\left(\frac{R.x}{r_L - x}\right)^2}$$

Numériquement : $M_L = \frac{9,81 x (6400.10^3 x 38287.10^3)^2}{6,67.10^{-11} x (385000.10^3 - 38287.10^3)^2}$ $\quad$ $M_L = 7,35.10^{22}$ kg

EXERCICE 22 $\quad$ Corrigé Bac S2 2008 $\quad$ 4 points $\quad$ 40 min

1.1- Définition d'un référentiel géocentrique et « Uranocentrique »

Un référentiel géocentrique a pour origine le centre de la terre et comprend trois axes orientés vers trois étoiles lointaines. Par analogie le référentiel « Uranocentrique » a pour origine le centre d'Uranus et comprend trois axes orientés vers trois étoiles lointaines.

1.2- Montrons que le mouvement du satellite est uniforme
- système étudié : le satellite
- référentiel : le référentiel uranocentrique considéré galiléen
- bilan des forces appliquées au satellite : la force gravitationnelle par uranus $\vec{F} = m\vec{G}$

Le théorème du centre d'inertie appliquée au satellite permet d'écrire : $\vec{F} = m\vec{a}$

GRAVITATION UNIVERSELLE

Soit : $m\vec{a} = m\vec{G}$ ou encore : $\vec{a} = \vec{G}$ avec $\vec{a} = \begin{pmatrix} a_T = \frac{dv}{dt} \\ a_N = \frac{v^2}{r} \end{pmatrix}$ et $\vec{G} = \begin{pmatrix} G_T = 0 \\ G_N = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix}$

Soit $\vec{a} \begin{pmatrix} a_T = \frac{dv}{dt} = 0 \ (1) \\ a_N = \frac{v^2}{r} = G \ (2) \end{pmatrix}$

On en déduit : $\frac{dv}{dt} = 0$ ce qui implique que la vitesse v est constante : le mouvement du satellite est donc uniforme.

1.3- Expressions de la vitesse V du centre d'inertie du satellite en fonction de r et de sa période T de révolution

La période T est la durée d'un tour du satellite, à la vitesse V, autour d'Uranus est définie par : $T = \frac{2\pi r}{V}$

On en déduit la vitesse : $V = \frac{2\pi r}{T}$

1.4- Application numérique pour le satellite Umbriel

$V = \frac{2\pi r}{T}$

D'où, avec r = 266,0.106 m et T = 4,14 ans, nous calculons : $V = \frac{2\pi x 266,0.10^6}{4,14x86400}$ $V = 4,7.10^2 \ m.s^{-1}$

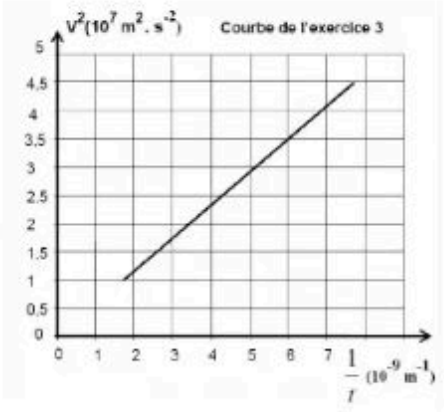
2.1- Méthode graphique

2.1.a- Expression de la vitesse V en fonction de K, M et r

De (2) $\frac{V^2}{r} = G$, on en tire : $V = \sqrt{rG}$ avec $G = \frac{F}{m} = \frac{KM}{r^2}$

Donc : $V = \sqrt{\frac{KM}{r}}$

2.1.b- Détermination de la masse d'Uranus



$V^2 = \frac{KM}{r} = C\frac{1}{r}$ en posant C = KM

Graphiquement : $C = \frac{\Delta V^2}{\Delta\left(\frac{1}{r}\right)} = \frac{4,5.10^7 - 1,0.10^7}{7,8.10^{-9} - 1,8.10^{-9}} = 5,8.10^{15}$

$C = KM \Rightarrow M = \frac{C}{K} = \frac{5,8.10^{15}}{6,67.10^{-11}} = 8,7.10^{25}$ kg

$M = 8,7.10^{25}$ kg

2.2- Utilisation de la troisième loi de Kepler

2.2.a- Etablissement de la 3ème loi de Kepler : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM}$

$T = \frac{2\pi r}{V}$ avec $V = \sqrt{\frac{KM}{r}}$

Donc : $T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{KM}}$

Elevons au carré : $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{KM}$

Soit : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM}$ = Cte (3ème loi de Kepler)

2.2.b- Montrons que le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante

Complétons le tableau après avoir calculé le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ pour les différents satellites d'Uranus.

Satellite	Rayon de l'orbite r (10^6 m)	Période de révolution T (jour)	Rapport $\frac{T^2}{r^3}$
MIRANDA	129,8	1,4	$6,7.10^{-15}$
ARIEL	191,2	2,52	$6,8.10^{-15}$
UMBRIEL	266,0	4,14	$6,8.10^{-15}$
TITANIA	435,8	8,71	$6,8.10^{-15}$
OBERON	582,6	13,50	$6,9.10^{-15}$

Le rapport $\frac{T^2}{r^3}$ est une constante de valeur moyenne $6,8.10^{-15}$.

2.2.c- Masse M d'Uranus

De la relation : $\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM} = 6,8.10^{-15}$, on déduit la valeur de la masse M d'Uranus.

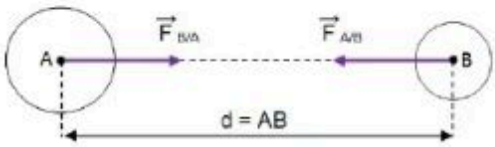
$M = \frac{4\pi^2}{6,8.10^{-15} \times 6,67.10^{-11}}$ $\quad M = 8,8.10^{25}$kg

Ce résultat est en accord avec celui de la question 2.1.b-.

EXERCICE 23 Sujet Bac S2 2010 3,5 points 35 min

1- Expression de l'intensité des forces d'interaction gravitationnelle s'exerçant entre les corps A et B

Deux corps ponctuels A et B, de masses respectives m et m', séparés par une distance d, s'attirent selon la loi de la gravitation universelle : $F_{A/B} = F_{B/A} = F = G\frac{mxm'}{d^2}$



2- Détermination de la valeur de la masse M_S du Soleil

L'expression de l'intensité de la force d'interaction gravitationnelle s'exerçant entre le Soleil et la Terre est :
$F = G\frac{M_S x M}{d^2}$ où M_S est la masse du Soleil

On en déduit $\boxed{M_S = \frac{F.d^2}{GM}}$

Numériquement, avec $F = 3,5.10^{22}$ N, $d = 1,5.10^8$ km $= 1,5.10^{11}$ m, $G = 6,6710^{-11}$ S.I et $M = 6.10^{24}$ kg, nous calculons :

$M_S = \frac{3,5.10^{22} x (1,5.10^{11})^2}{6,6710^{-11} x 6.10^{24}}$ $\quad M_S = 2,0.10^{30}$ kg

3.1- Choix du référentiel d'étude du mouvement du satellite

Le référentiel géocentrique est le référentiel d'étude du mouvement de ce satellite.

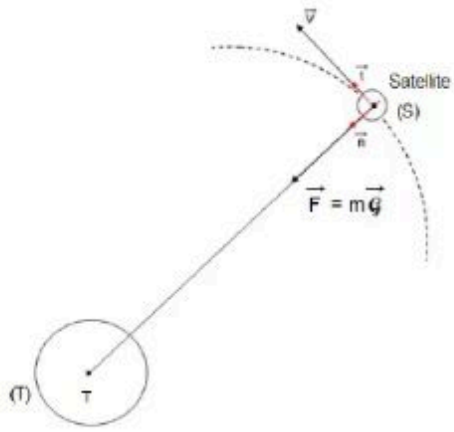
3.2- Expression de la vitesse linéaire V de ce satellite et sa valeur

On se place dans le référentiel géocentrique assimilé à un référentiel galiléen.
Dans ce référentiel, le satellite a une orbite circulaire dont le centre est confondu avec le centre de la Terre : le satellite est donc soumis à une force centripète.

Etudions le mouvement du centre d'inertie du satellite dans le repère de Frenet (S, $\vec{t}$, $\vec{n}$) lié au satellite.
Le théorème du centre d'inertie appliqué au satellite permet d'écrire :

$\vec{F} = m\vec{a}$ avec $\vec{F} = m\vec{G}$ où $\vec{G}$ est le champ de gravitation de la Terre

$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \vec{G}$



Dans le repère de Frenet (S, $\vec{t}$, $\vec{n}$) lié au satellite, on a :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_t = 0 \\ F_n = K\frac{m.M}{r^2} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix} ; \vec{G} = \begin{pmatrix} G_t = 0 \\ G_n = G \end{pmatrix}$$

On en déduit : $\vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{dV}{dt} = 0 \\ K\frac{M}{r^2} = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix}$

Soit : $\vec{a} \left| \begin{array}{ll} \frac{dV}{dt} = 0 & (1) \\ \frac{KM}{r^2} = \frac{V^2}{r} & (2) \end{array} \right.$ avec $r = R + h_1$

De (2), on a : $\frac{V^2}{r} = \frac{KM}{r^2} \Rightarrow \boxed{V = \sqrt{\frac{KM}{R+h_1}}}$

Soit avec $K = 6{,}67.10^{-11}$ S.I, $M = 6.10^{24}$ kg, $R = 6400$ km et $h_1 = 400$ km, nous obtenons :

$V = \sqrt{\frac{6{,}67.10^{-11}x6.10^{24}}{(6400+400).10^3}}$ $\qquad$ $V = 7{,}67.10^3\ m.s^{-1}$

3.3- Période T et vitesse angulaire ω du satellite

La période T du mouvement du satellite correspond à la durée mise par le satellite pour effectuer un tour à la vitesse V.

Donc : $2\pi(R+h_1) = V.T \Rightarrow T = \frac{2\pi(R+h_1)}{V}$ avec $V = \sqrt{\frac{KM}{R+h_1}}$

Soit : $T = 2\pi(R+h_1)\sqrt{\frac{R+h_1}{KM}}$

Ou : $\boxed{T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h_1)^3}{KM}}}$

La vitesse angulaire du satellite est donnée par : $\omega = \frac{2\pi}{T}$ ou $\omega = \frac{V}{R+h_1}$

$\boxed{\omega = \sqrt{\frac{KM}{(R+h_1)^3}}}$

Soit avec $K = 6{,}67.10^{-11}$ S.I, $M = 6.10^{24}$ kg, $R = 6400$ km et $h_1 = 400$ km, nous obtenons :

$T = 2\pi\sqrt{\frac{(6400.10^3+400.10^3)^3}{6{,}67.10^{-11}x6.10^{24}}}$ $\qquad$ $T = 5569{,}35$ s et $\omega = 1{,}13.10^{-3}\ rad.s^{-1}$

3.4- Justification de la valeur T = 86400 s de la période du mouvement d'un satellite géostationnaire

Un satellite géostationnaire est fixe par rapport à un point de la Terre. Sa période est égale à la période du mouvement de rotation de la Terre qui est 24 h = 24x3600 = 86400 s.

3.5- Altitude h d'un satellite géostationnaire

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{(R+h)^3}{GM}} \Rightarrow (R+h)^3 = \frac{T^2GM}{4\pi^2}$$

Soit : $\boxed{h = \sqrt[3]{\frac{T^2GM}{4\pi^2}} - R}$

$$h = \sqrt[3]{\frac{86400^2 \times 6{,}67.10^{-11} \times 6.10^{24}}{4\pi^2}} - 6400.10^3 \qquad h = 358{,}97.10^5 \text{ m} \approx 3600 \text{ km}$$

EXERCICE 24 — 4,5 points — 45 min

1- Expression de l'énergie cinétique E_c du satellite en fonction de M_T, m, r et la constante K

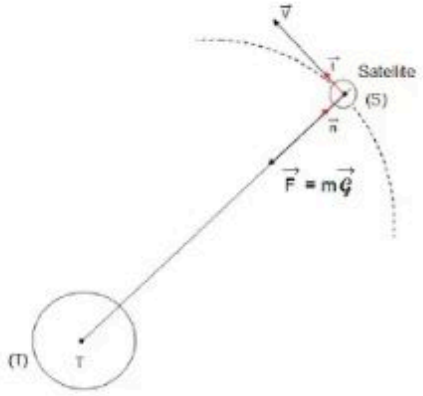
L'énergie cinétique est donnée par l'expression : $E_c = \frac{1}{2}mV^2$

Calculons V^2, pour cela, on se place dans le référentiel géocentrique assimilé à un référentiel galiléen.
Dans ce référentiel, le satellite a une orbite circulaire dont le centre est confondu avec le centre de la Terre : le satellite est donc soumis à une force centripète.

Etudions le mouvement du centre d'inertie du satellite dans le repère de Frenet $(S, \vec{t}, \vec{n})$ lié au satellite.
Le théorème du centre d'inertie appliqué au satellite permet d'écrire :

$$\vec{F} = m\vec{a} \quad \text{avec } \vec{F} = m\vec{G} \text{ où } \vec{G} \text{ est le champ de gravitation de la Terre}$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{m} = \vec{G}$$



Dans le repère de Frenet $(S, \vec{t}, \vec{n})$ lié au satellite, on a :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_t = 0 \\ F_n = K\frac{m.M}{r^2} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix} ; \vec{G} = \begin{pmatrix} G_t = 0 \\ G_n = G \end{pmatrix}$$

On en déduit : $\vec{a} = \begin{pmatrix} \frac{dV}{dt} = 0 \\ K\frac{M}{r^2} = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix}$

Soit : $\vec{a} \begin{cases} \frac{dV}{dt} = 0 & (1) \\ \frac{KM}{r^2} = \frac{V^2}{r} & (2) \end{cases}$

De (2), on a : $\frac{V^2}{r} = \frac{KM}{r^2} \Rightarrow V^2 = \frac{KM}{r}$

Donc : $E_c = \frac{1}{2}m\frac{KM}{r}$

Soit : $\boxed{E_c = \frac{1}{2}\frac{Km.M}{r}}$

2- Variation de l'énergie potentielle de la pesanteur E_p

$$E_P = -K\frac{M.m}{r}$$

Quand $r \to \infty$, $E_P \to 0$: Le système évolue spontanément vers une diminution de son énergie potentielle. La force de gravitation étant attractive, l'énergie potentielle de gravitation diminue lorsque r décroît, d'où le signe moins (-) devant l'expression de E_p.

GRAVITATION UNIVERSELLE

- Expression de l'énergie potentielle E_p en fonction de m, g_0, R et r

$E_P = -K\frac{M.m}{r}$

Avec $\frac{KM}{r^2} = G$. Or, pour r = R, on a $G = g_0 \Rightarrow \frac{KM}{R^2} = g_0 \Rightarrow KM = g_0R^2$

Donc : $E_P = -mg_0\frac{R^2}{r}$

3- Expression de l'énergie mécanique E du système {satellite + Terre} sur l'orbite de rayon r

$E = E_c + E_p$

$\Leftrightarrow E = \frac{1}{2}mV^2 - mg_0\frac{R^2}{r} = \frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r} - mg_0\frac{R^2}{r} = -\frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r}$

$E = -\frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r}$

- Expression et valeur de la vitesse V_0 en fonction des données

Le système {satellite + Terre} étant isolé et la force gravitationnelle étant une force conservative, l'énergie mécanique se conserve : $E = E_0$ (E_0 étant l'énergie mécanique au sol avec r = R)

$E_0 = E \Leftrightarrow \frac{1}{2}mV_0^2 - mg_0R = -\frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r} \Rightarrow V_0 = \sqrt{g_0R\left(2 - \frac{R}{r}\right)}$

Vitesse minimale V_0 faut-il communiquer au satellite pour qu'il devienne une sonde interplanétaire correspond à $r = \infty$.

Quand $r \to \infty$, on obtient $\boxed{V_0 = \sqrt{2g_0R}}$

Numériquement, avec $g_0 = 9{,}8\ m.s^{-1}$ et R = 6370 km, on obtient : $V_0 = 11{,}2.10^3\ m.s^{-1}$ soit $11{,}2\ km.s^{-1}$
Avec cette vitesse (de lancement vers l'Est en un point de l'équateur), le projectile échappe à l'attraction terrestre et va à l'infini (cas d'un vol spatial) : cette vitesse s'appelle vitesse de libération du projectile.

4.1- Justification du signe de la variation d'énergie mécanique ΔE du système {satellite + Terre}

Dans la haute atmosphère, le satellite subit l'action des forces de frottement pendant son déplacement.

Donc : $\Delta E = W(\vec{f})$ où $W(\vec{f})$ est le travail des forces de frottement ; $W(\vec{f}) < 0$.

$\Delta E < 0$: l'énergie mécanique décroit.

4.2- Comparons r_1 et r_2 puis V_1 et V_2

$\Delta E < 0 \Rightarrow E_2 - E_1 < 0$

$\Leftrightarrow E_2 < E_1$

$\Leftrightarrow -\frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r_2} < -\frac{1}{2}mg_0\frac{R^2}{r_1}$

$\Leftrightarrow \frac{1}{r_2} > \frac{1}{r_1} \Rightarrow r_1 > r_2$: les frottements font perdre de l'altitude au satellite.

On sait que : $V^2 = \frac{KM}{r} \Rightarrow r = \frac{KM}{V^2}$

Et comme : $r_1 > r_2$ alors : $\frac{KM}{V_1^2} > \frac{KM}{V_2^2} \Rightarrow V_2 > V_1$: Malgré les frottements, la vitesse du satellite augmente.

Cette conclusion apparemment paradoxale vient du fait que l'énergie potentielle du satellite décroit plus vite que son énergie totale.

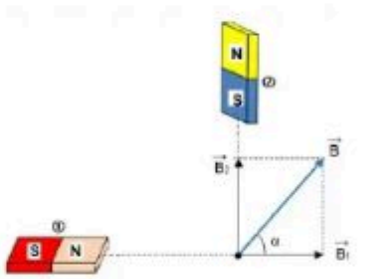
GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

EXERCICE 25 — 4 points — 40 min

1- Composition de champs magnétiques

1.1- Détermination des pôles des deux aimants

Dans un aimant droit les lignes de champ "sortent" par le pôle nord et rentrent par le pôle sud le vecteur champ magnétique ayant la même direction que la ligne de champ : $\vec{B}_1$ sort donc d'un pôle nord et $\vec{B}_2$ rentre dans un pôle sud.

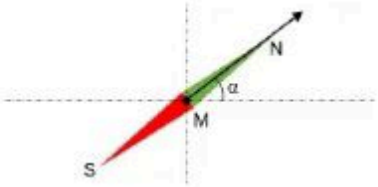


1.2- Construction graphique du champ résultant $\vec{B}$ en M (voir figure)

1.3- Calcul de $\|\vec{B}\|$ et $\alpha = (\vec{B}_1, \vec{B})$.

$\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$

$\|\vec{B}\| = \sqrt{\vec{B}_1^2 + \vec{B}_2^2}$



$\|\vec{B}\| = \sqrt{(3.10^{-3})^2 + (4.10^{-3})^2}$ $\|\vec{B}\| = 5.10^{-3}$ T

La mesure de l'angle $\alpha = (\vec{B}_1, \vec{B})$ est donnée par : $\tan\alpha = \frac{B_2}{B_1} = \frac{4.10^{-3}}{3.10^{-3}} = 1,33$ soit $\alpha = 53,1°$.

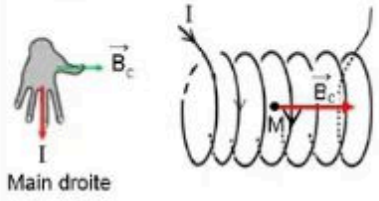
1.4- Position prise par une aiguille aimantée placée au point M

L'aiguille aimantée prend une position parallèle à $\vec{B}$, dirigé du pôle sud vers le pôle nord de l'aiguille. La mesure de l'angle de déviation par rapport à l'axe horizontal est donnée par : $\tan\alpha = \frac{B_2}{B_1} = \frac{4.10^{-3}}{3.10^{-3}} = 1,33$ soit $\alpha = 53,1°$.

2- Champ magnétique créé par un solénoïde

2.1- Caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}_c$ qui règne au centre M du solénoïde

On représente le vecteur champ magnétique au point M en appliquant la règle de la main droite. (voir figure)



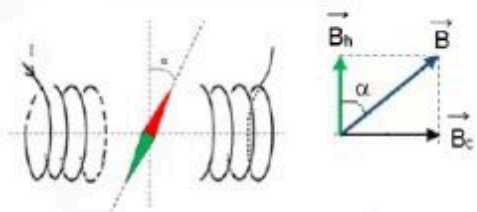
$B_c = \mu_0 \frac{N}{L} . I$

A.N. : $B_c = \frac{4\pi.10^{-7}x1000x2,0}{50.10^{-2}} = 5,0.10^{-3}$ T $B_c = 5,0.10^{-3}$ T

2.2- Détermination de l'angle de rotation de l'aiguille aimantée

Le champ magnétique $\vec{B}_c$ créé par le courant à travers le solénoïde est ici perpendiculaire à la composante magnétique du champ magnétique terrestre $\vec{B}_h$: la résultante $\vec{B} = \vec{B}_c + \vec{B}_h$

Au départ, l'aiguille est parallèle à $\vec{B}_h$; lorsque le courant passe, l'aiguille est parallèle à $\vec{B}$: l'aiguille tourne d'un angle $\alpha = (\vec{B}_h, \vec{B})$



$\tan\alpha = \frac{B_c}{B_h} = \frac{5,0.10^{-3}}{2.10^{-5}} = 251,3 \Rightarrow \alpha = 89,7°$

L'aiguille aimantée tourne pratiquement de 90° quand on rétablit le courant dans le solénoïde (B_h est négligeable devant B_c).

GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

3- **Champ magnétique créé par une bobine** plate (spire)



3.1- Identification de la face de la bobine et le sens du champ magnétique $\vec{B_C}$

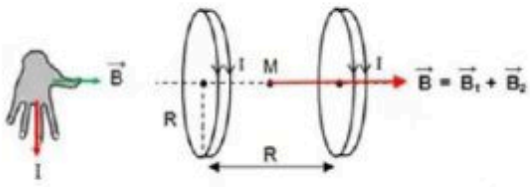
Compte tenu de du sens du courant, la face de la bobine est une face sud.

3.2- Intensité du champ magnétique B_C créé au centre C de la bobine

Le champ magnétique B_C créé au centre C de la bobine par le courant I est donné par : $B_c = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$

A.N. : $B_c = \frac{4\pi.10^{-7}x3,0}{2\pi x20.10^{-2}} = 3,0.10^{-6}$ T $\qquad$ $B_c = 3,0.10^{-6}$ T

4- **Intensité du champ magnétique dans les bobines de Helmholtz**



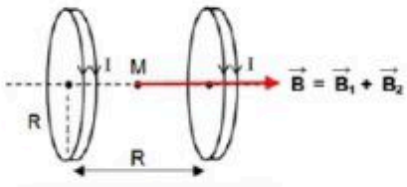
4.1- Représentation du vecteur champ magnétique au centre des bobines de Helmholtz (voir figure.)

On utilise la règle de la main droite.

La valeur de d = R (rayon des bobines) correspond à l'utilisation optimale des bobines de Helmholtz.

4.2- On rappelle que le champ magnétique créé au centre M par chacune des deux bobines de Helmholtz correspondant à une utilisation optimale de celles-ci est donné par : $B_1 = B_2 = \frac{4}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 NI}{R}$

4.2.1- Intensité B du champ magnétique résultant au point M



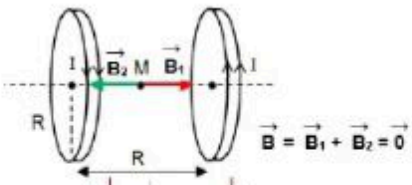
$B = B_1 + B_2 = \frac{8}{5\sqrt{5}} \frac{\mu_0 NI}{R} = 0,72\mu_0 \frac{NI}{R}$

A.N. : $B = \frac{8x4\pi.10^{-7}x100x2}{5\sqrt{5x10.10^{-2}}} = 1,8.10^{-3}$ T $\qquad$ $B = 1,8.10^{-3}$ T

4.2.2- Valeur de $\vec{B}$ si les bobines sont parcourues par des courants de sens contraires

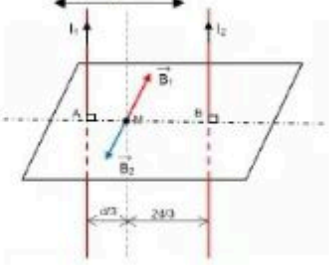
Lorsque les bobines sont parcourues par des courants de sens contraires, les champs créés par chacune d'elles sont directement opposés au point M.

Leur résultante en B est donc nulle : $\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = \vec{0}$



5- **Champs magnétiques créés par des courants rectilignes**

Calcul de l'intensité du champ magnétique $\vec{B}$ créé au point M par I_1 et I_2



On applique la règle du bonhomme d'Ampère :

$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2}$ avec $B_1 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d_1}$ et $B_2 = \frac{\mu_0 I}{2\pi d_2}$ avec $d_1 = \frac{d}{3}$ et $d_2 = \frac{2d}{3}$

$B = B_1 - B_2 = \frac{3\mu_0 I}{4\pi d}$ $\qquad$ $B = 1,5.10^{-5}$ T

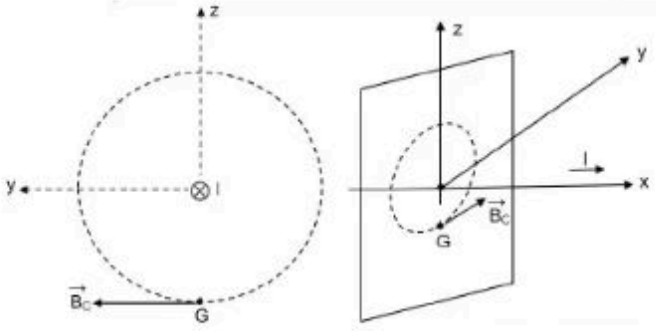
EXERCICE 26 — 2,5 points — 25 min

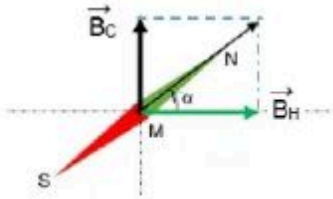
Intensité du champ magnétique B_c créé au point G

L'intensité B_c du champ magnétique créé par un fil rectiligne infini, traversé par un courant i, à une distance d du fil est : $B_C = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$

$B_C = \frac{4\pi.10^{-7}x6,0}{2\pi x5,0.10^{-2}}$ $\qquad$ $B = 2,4.10^{-5}$ T

GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS





Vue de dessus

$\vec{B}_C$ est donc dirigé dans le sens de Oy, $\vec{B}_C$ est orthogonal à l'axe Ox.

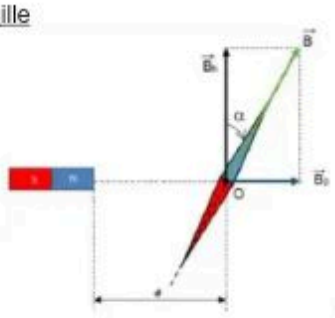
La mesure de l'angle α de déviation est donnée par : $\tan\alpha = \frac{B_C}{B_H}$ avec $B_C = \frac{\mu_0 I}{2\pi d}$

$\Rightarrow B_H = \frac{\mu_0 I}{2\pi d.\tan\alpha}$

$B_H = \frac{4\pi.10^{-7}x6,0}{2\pi x5,0.10^{-2}x\tan 50°}$ $\qquad$ $B_H = 2.10^{-5}$ T

EXERCICE 27 *Champ magnétique créé par un aimant* 2,5 points 25 min

1- Représentation du vecteur champ magnétique $\vec{B}_0$ au centre O de l'aiguille (voir figure)



2 - Nouvelle position de l'aiguille

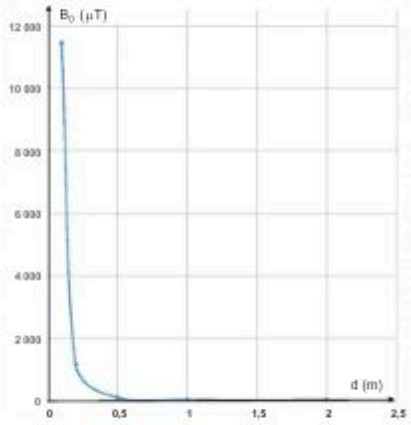
L'aiguille aimantée s'oriente suivant la direction du champ magnétique résultant $\vec{B}$ au point O.

3- Calcul de l'intensité B_0 du champ magnétique créé par l'aimant

B_0 est donnée par la relation : $B_0 = B_h.\tan\alpha$

Les valeurs correspondantes de d, de α et B_0 sont rassemblées dans le tableau ci-dessous :

d (m)	0,1	0,2	0,5	1	2
α (°)	89,9	89	76	26,5	7
B_0 (μT)	11 460	1 146	80,2	10,0	2,5



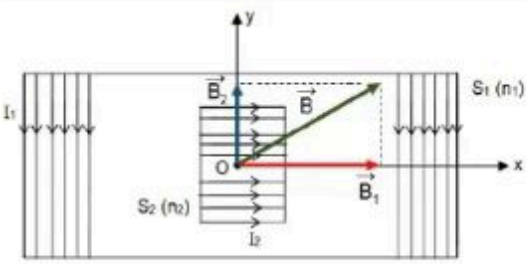
4- Tracé de la courbe $B_0 = f(d)$

La décroissance n'est pas linéaire.
A plus de 2 m de l'aimant, l'influence du champ magnétique terrestre est prépondérante.

EXERCICE 28 *Composition de champs* 2,5 points 25 min

1- Détermination du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ au point O

En appliquant la règle de la main droite ou toute autre règle, on représente les champs magnétiques $\vec{B}_1$ et $\vec{B}_2$ respectivement créés par les courants I_1 et I_2 dans les solénoïdes S_1 et S_2 et leur résultante $\vec{B} = \vec{B}_1 + \vec{B}_2$.



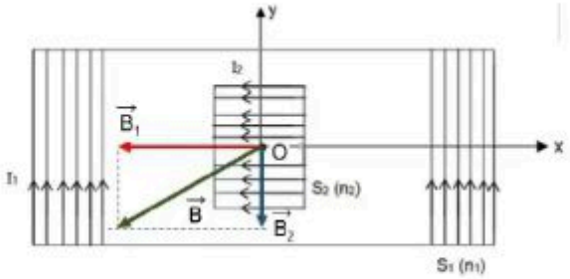
GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

$B_1 = \mu_0.n_1.I_1$ et $B_2 = \mu_0.\frac{N_2}{L}.I_2$ avec $N_2 = 200$ spires et $L = 5$ cm $= 5.10^{-2}$ m

$B_1 = 4\pi.10^{-7}x1000x2 = 2,5.10^{-3}$ T $\qquad B_2 = \frac{4\pi.10^{-7}x200}{5.10^{-2}} = 5,0.10^{-3}$ T

$B = \sqrt{(2,5.10^{-3})^2 + (5,0.10^{-3})^2} = 5,6.10^{-3}$ T $\qquad$ $B = 5,6.10^{-3}$ T

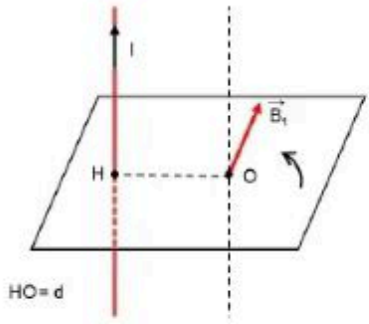
2- Si on inverse le sens de chacun des deux courants le champ magnétique résultant change de sens en conservant la même intensité.



EXERCICE 29 *Champ magnétique créé par un courant rectiligne* 2,5 points 25 min

1- Sens de déviation de l'aiguille lorsqu'un courant ascendant parcourt le fil

(voir schéma)



2- Calcul de l'intensité du champ magnétique $\vec{B_1}$, (créé par le courant I_1)

$\tan\alpha' = \frac{B_1}{B_h} \Rightarrow B_1 = B_h.\tan\alpha$ (1)

A.N. : $B_1 = 2.10^{-5}x\tan1° = 3,5.10^{-7}$ T $\qquad$ $B_1 = 3,5.10^{-7}$ T

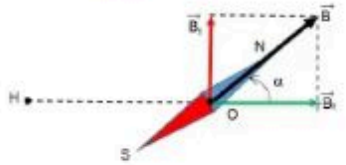
3- Valeur de l'intensité de courant I_2 pour avoir une déviation de $\alpha' = 45°$

$\tan\alpha' = \frac{B_2}{B_h} \Rightarrow B_2 = B_h.\tan\alpha'$ (2)

$\frac{(2)}{(1)}$ donne : $\frac{B_2}{B_1} = \frac{\tan\alpha'}{\tan\alpha}$ avec $B_1 = \frac{\mu_0 I_1}{2\pi d}$ et $B_2 = \frac{\mu_0 I_2}{2\pi d}$

Donc : $\frac{I_2}{I_1} = \frac{\tan\alpha'}{\tan\alpha} \Rightarrow I_2 = I_1 x \frac{\tan\alpha'}{\tan\alpha}$

Numériquement, on obtient : $I_2 = \frac{0,3x\tan45°}{\tan1°} = 17$ A $\qquad$ $I_2 = 17$ A



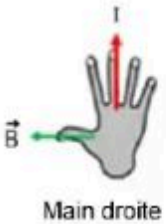
Vue de dessus

EXERCICE 30 Sujet Bac S2 1998 4 points 40 min

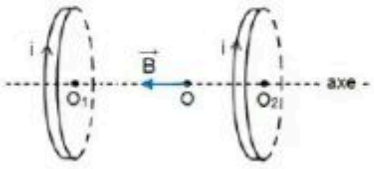
1.1- Représentation du champ magnétique résultant $\vec{B}$

Les champs magnétiques $\vec{B_1}$ et $\vec{B_2}$ respectivement créés au point O par les bobines b_1 et b_2 ont le même module et le même sens.

$\vec{B} = \vec{B_1} + \vec{B_2} = 2\vec{B_1} = 2\vec{B_2}$



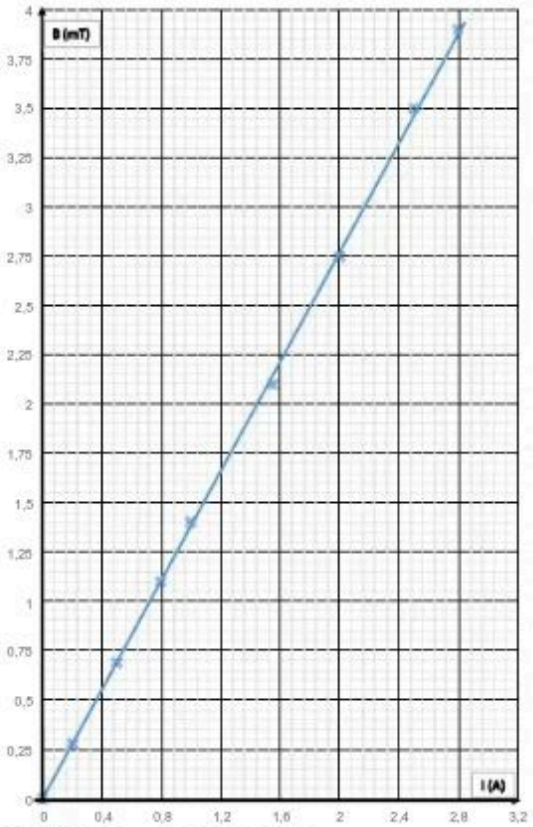
Main droite



GENERALITES SUR LES CHAMPS MAGNETIQUES
CHAMPS MAGNETIQUES DES COURANTS

1.2- Tracé de la courbe B = f(i)

(voir papier millimétré)



- Relation entre B et i

B = f(i) est une fonction linéaire. B peut donc se mettre sous la forme B = ki

avec $k = \frac{\Delta B}{\Delta i} = 1{,}39.10^{-3}$ S.I.

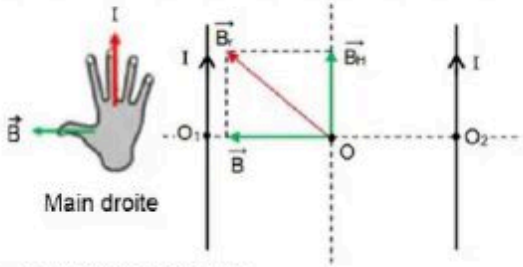
$$\boxed{B = 1{,}39.10^{-3}\, i}$$

2 - Valeur de la perméabilité magnétique du vide μ_0

$$\begin{cases} B = 1{,}39.10^{-3}\, i \quad (1) \\ B = 0{,}72\ \mu_0 \frac{N}{R} i \quad (2) \end{cases}$$

Par identification, on trouve $\mu_0 = 1{,}25.10^{-6}$ S.I.

3.1 - Schéma indiquant les vecteurs champs magnétiques en O, l'angle α et le sens de i



3.2 - Valeur de l'angle de rotation α de l'aiguille aimantée

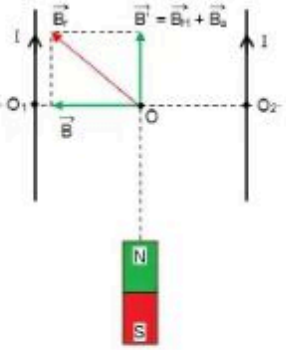
$$\boxed{\tan\alpha = \frac{B}{B_H}}$$

A.N. : tan α = 3,48. Ce qui donne : $\alpha = 74°$

4- Caractéristiques du champ magnétique $\vec{B_a}$ créé par l'aimant

$$\vec{B'} = \vec{B_a} + \vec{B_H}$$

$\Leftrightarrow$ $B' = B_a + B_H$ car $\vec{B_a}$ et $\vec{B_H}$ ont direction et même sens.
$\Leftrightarrow$ $B_a = B' - B_H$



Or $\tan\alpha' = \frac{B}{B'} = 1$ puisque $\alpha' = 45°$ donc B' = B

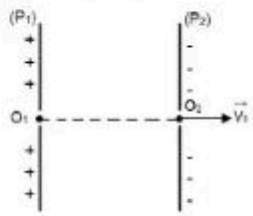
ce qui donne : $\boxed{B_a = B - B_H}$

A.N.: $B_a = 6{,}95.10^{-5} - 2{,}00.10^{-5}$ $\quad B_a \approx 5{,}00.10^{-5}$ T

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

EXERCICE 31 — Sujet Bac S2 2001 — 4 points — 40 min

1.1- Identification de la plaque qui doit être portée au potentiel le plus élevé



Comme les ions produits dans la chambre d'ionisation sont chargés positivement, ceux-ci ne sont accélérés que si la plaque (P_1) est portée au potentiel le plus élevé.

La plaque (P_1) est donc chargée positivement.

1.2 - Montrons que l'énergie cinétique est la même pour les deux types d'ions arrivant en O_2

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un ion entre les points O_1 et O_2 :

$\Delta E_c = W(\vec{F_e})$ soit : $E_{cO2} - E_{cO1} = qU_0$ avec $q = e$ et $E_{cO1} = 0$ J (On suppose que les ions sortent de la chambre d'ionisation en O_1 avec une vitesse nulle.)

Donc : $E_{cO2} = eU_0$: l'énergie cinétique est la même pour les deux types d'ions arrivant en O_2.

Cependant, comme les masses des deux ions sont différentes, alors leurs vitesses en O_2 sont différentes.

$\frac{1}{2}m_1V_1^2 = eU_0 \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}}$ donc : $V_1 \neq V_2$

1.3- Calcul de la vitesse V_1 des ions $^{238}U^+$ lorsqu'ils sont en O_2

$V_1 = \sqrt{\frac{2eU_0}{m_1}}$

Numériquement avec 1 u = $1{,}66.10^{-27}$ kg, e = $1{,}6.10^{-19}$ C, U_0 = 4 kV et m_1 = 238u, on obtient :

$V_1 = \sqrt{\frac{2x1{,}6.10^{-19}x4.10^3}{238x1{,}66.10^{-27}}}$ $\qquad V_1 = 5{,}69.10^4$ m.s^{-1}

1.4- Exprimons en fonction de A et de V_1 la vitesse V_2 des ions $^AU^+$ en O_2

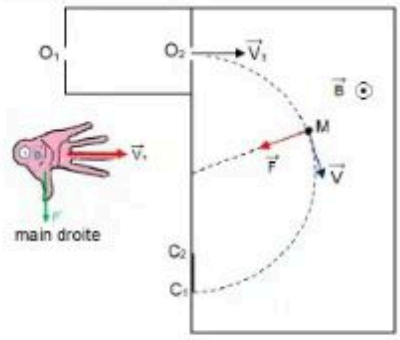
L'énergie cinétique est la même pour les deux types d'ions arrivant en O_2.

Donc : $\frac{1}{2}m_1V_1^2 = \frac{1}{2}m_2V_2^2 \Rightarrow V_2 = V_1\sqrt{\frac{m_1}{m_2}}$ avec $m_1 = 238u$ et $m_2 = A.u$

On obtient : $\boxed{V_2 = V_1\sqrt{\frac{238}{A}}}$ (vitesse des ions $^AU^+$ en O_2)

2.1 - Sens du vecteur $\vec{B}$ pour que les ions $^{238}U^+$ parviennent en C_1, et les ions $^AU^+$ en C_2

On applique la règle de la main droite. Le sens du champ magnétique $\vec{B}$ est indiqué sur la figure.



2.2 - Montrons que les trajectoires des ions sont planes

On néglige le poids des ions devant la force de Lorentz.

On peut donc considérer que l'ion n'est soumis qu'à la force magnétique $\vec{F} = e\vec{V} \wedge \vec{B}$

Le théorème du centre d'inertie appliqué à l'ion s'écrit :

$\vec{F} = m\vec{a} \Leftrightarrow e\vec{V} \wedge \vec{B} = m\vec{a}$

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

Soit : $\vec{a} = \frac{e}{m}\vec{V} \wedge \vec{B}$ (1)

Posons $\vec{B} = B\vec{k}$

Multiplions chaque membre scalairement par $\vec{k}$.

Il vient : $\vec{a}.\vec{k} = \frac{e}{m}(\vec{V} \wedge \vec{B}).\vec{k} = 0$ car $\vec{B} = B\vec{k}$

Donc : $a_z = 0 \Rightarrow V_z = 0 \Rightarrow z = 0$: la coordonnée z est toujours nulle. Le mouvement de l'ion a lieu dans le plan z = 0, c'est-à-dire dans le plan xOy orthogonal à $\vec{B}$. Les trajectoires des ions sont donc planes.

2.3 – Calcul du rayon de courbure R_1 de la trajectoire des ions $^{238}U^+$

Dans le repère de Frenet (M, $\vec{t}$, $\vec{n}$) lié à l'ion $^{238}U^+$, on a : $\vec{a} = \frac{dV}{dt}\vec{t} + \frac{V^2}{R_1}\vec{n}$

Or, la puissance de la force magnétique $\vec{F}$ est telle que : $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{V} = 0$ car $\vec{F} \perp \vec{V}$ (puisque $\vec{F} = e\vec{V} \wedge \vec{B}$)

Donc le travail de la force magnétique $\vec{F}$ est constamment nul : $W(\vec{F}) = 0$.
Ainsi, en appliquant le théorème de l'énergie cinétique à un ion dans la chambre de séparation, on a :

$\Delta E_c = W(\vec{F}) = 0 \Rightarrow V = V_1 = Cte$: Le mouvement des ions $^{238}U^+$ dans la chambre de séparation (dans le champ $\vec{B}$) est uniforme.

Conséquence : $\frac{dV}{dt} = 0$ et $\vec{a} = \frac{V_1^2}{R_1}\vec{n}$ (2) : l'accélération est centripète.

D'après (1) et (2), on déduit : $\frac{e}{m_1}V_1B = \frac{V_1^2}{R_1} \Rightarrow \boxed{R_1 = \frac{m_1V_1}{eB}}$

Soit avec $m_1 = 238u$, $V_1 = 5{,}69.10^4$ m.s^{-1}, 1 u = 1,66.10^{-27} kg, e = 1,6.10^{-19} C, B = 0,1 T, nous obtenons :

$$R_1 = \frac{238x1{,}66.10^{-27}x5{,}69.10^4}{1{,}6.10^{-19}x0{,}1} \qquad R_1 = 1{,}41 \text{ m}$$

- Expression du rayon de courbure R_2 de la trajectoire des ions $^AU^+$ en fonction de R_1 et de A

Comme $R_1 = \frac{m_1V_1}{eB}$ et $R_2 = \frac{m_2V_2}{eB}$ où $m_1 = 238u$ et $m_2 = Au$

Alors : $\frac{R_2}{R_1} = \frac{m_2V_2}{m_1V_1}$ avec $V_2 = V_1\sqrt{\frac{238}{A}}$

Donc : $\frac{R_2}{R_1} = \frac{A}{238}\frac{V_1\sqrt{\frac{238}{A}}}{V_1} = \frac{A}{238}\sqrt{\frac{238}{A}} = \sqrt{\frac{A}{238}}$

Soit : $R_2 = R_1\sqrt{\frac{A}{238}}$ (rayon de courbure de la trajectoire des ions $^AU^+$)

- Valeurs de A et de la vitesse V_2 des ions $^AU^+$

D'après la figure, on a : $R_1 > R_2$; donc : $C_1C_2 = 2(R_1 - R_2) > 0$

Soit C_1 le point d'impact des ions $^{238}U^+$: $O_2C_1 = 2R_1$
et C_2 le point d'impact des ions $^AU^+$: $O_2C_2 = 2R_2$
$\Rightarrow C_1C_2 = 2(R_1 - R_2)$ avec $R_2 = R_1\sqrt{\frac{A}{238}}$

Donc : $C_1C_2 = 2R_1\left(1 - \sqrt{\frac{A}{238}}\right) \Rightarrow \sqrt{\frac{A}{238}} = 1 - \frac{C_1C_1}{2R_1}$

Soit : $\boxed{A = 238\left(1 - \frac{C_1C_1}{2R_1}\right)^2}$

Avec $C_1C_2 = 1{,}77$ cm et $R_1 = 1{,}41$ m, on obtient : $A = 238\left(1 - \frac{1{,}77.10^{-3}}{2x1{,}41}\right)^2$ $\quad \underline{A = 235}$

Or, $V_2 = V_1\sqrt{\frac{238}{A}}$ avec $V_1 = 5{,}69.10^4$ m.s^{-1}

On en déduit : $V_2 = 5{,}7.10^4\sqrt{\frac{238}{235}}$ $\quad \underline{V_2 = 5{,}73.10^4 m.s^{-1}}$

3.3 – Calcul de la masse de l'isotope recueilli en 24 h

Notons n_1 le nombre d'ions $^{238}U^+$ recueillis sur la plaque en 24 h et n_2 le nombre d'ions $^{235}U^+$ recueillis sur la plaque dans le même temps.
La quantité d'électricité reçue sur la plaque en 24 h vaut : $Q = ne = (n_1 + n_2)e = I.t$ où n_1 et n_2 sont tels que

$\frac{n_2}{n_1 + n_2} = 0{,}7\% \Rightarrow n_1 = 141{,}9n_2$

D'où : $Q = (n_1 + n_2)e = 142{,}9n_2e = I.t \Rightarrow n_2 = \frac{I.t}{142{,}9e} = \frac{10.10^{-6}x24x3600}{142{,}9x1{,}6.10^{-19}} = 3{,}78.10^{16}$ ions $^{235}U^+$.

La masse de l'isotope $^{235}U^+$ recueilli en 24 h vaut donc : $m(^{235}U^+) = n_2.m_2$ avec $m_2 = 235u$

$m(^{235}U^+) = 3{,}78.10^{16}x235x1{,}66.10^{-27} = 14{,}7.10^{-9}$ kg

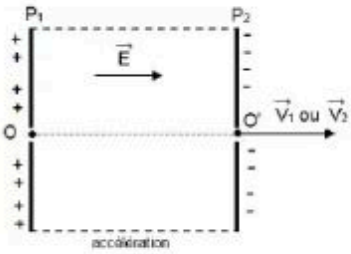
La masse de l'isotope $^{235}U^+$ d'uranium recueillie en 24 h est de $14{,}7.10^{-6}$ g ou 14,7 µg.

EXERCICE 32 — 4 points — 40 min

1.1- Nature du mouvement des ions Li^+ entre les plaques P_1 et P_2

Comme les ions produits dans la chambre d'ionisation sont chargés positivement, ceux-ci ne sont accélérés que si la plaque (P_1) est portée au potentiel le plus élevé.

La plaque (P_1) est donc chargée positivement. Pour des ions, le poids est négligeable devant la force électrique (due à un champ $\vec{E}$).



Entre les plaques P_1 et P_2, les ions lithium sont soumis à la force électrique $\vec{F_e} = q\vec{E}$
Par application du théorème du centre d'inertie à un ion entre les plaques P_1 et P_2, on écrit :

$\vec{F_e} = m\vec{a} \Rightarrow \vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$

$a = \frac{qE}{m}$; $V = \frac{qE}{m}.t$; $x = \frac{1qE}{2m}.t^2$

Le mouvement des ions lithium est donc rectiligne uniformément varié entre les deux plaques.

1.2- Etablissons la relation : $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique entre les plaques P_1 et P_2 : $\frac{1}{2}m_iV_i^2 - \frac{1}{2}m_iV_0^2 = qU$ avec $q = e$

$\frac{1}{2}m_iV_i^2 = eU$ puisque la vitesse des ions lithium en O est négligeable devant V_1 et V_2.

Donc : $V_i = \sqrt{\frac{2eU}{m_i}}$

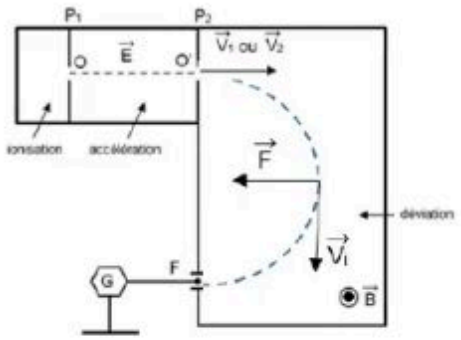
- Pour l'ion $^6Li^+$: $V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}}$ (1)

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

- Pour l'ion $^7Li^+$: $V_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$ (2)

$\frac{(1)}{(2)}$ donne : $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \times \sqrt{\frac{m_2}{2eU}} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$

Soit : $\frac{V_1}{V_2} = \sqrt{\frac{m_2}{m_1}}$ ce qu'on demande d'établir.



2.1- Sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$.

Dans un champ magnétique $\vec{B}$, un ion lithium, une particule de charge q = e et de vitesse $\vec{V_i}$, est soumise à la force de Lorentz $\vec{F} = e\vec{V_i} \wedge \vec{B}$

Pour qu'un ion soit dévié vers le fil F, il faut qu'à l'entrée en O' dans la chambre de déviation, la force soit dirigée de O' vers le fil F.

Pour que le trièdre $(e\vec{V_i}, \vec{B}, \vec{F})$ soit direct, il faut que $\vec{B}$ soit rentrant (voir figure).

2.2- Montrons que le mouvement d'un ion Li^+ est plan

La vitesse initiale $\vec{V_i} = V_i.\vec{i}$,

L'accélération $\vec{a} = \frac{q\vec{E}}{m}$ reste orthogonale à $\vec{B}$ donc $\vec{a}$ se trouve dans le plan horizontal (xOy), plan du schéma.

L'accélération $\vec{a}$ et la vitesse initiale $\vec{V_i}$ n'ayant pas de composante verticale (suivant $\vec{B}$), le mouvement des ions s'effectue dans le plan horizontal (xOy) : **le mouvement d'un ion Li^+ dans la chambre de déviation est donc plan**.

2.3- Montrons que la valeur de la vitesse est constante

La seule force agissante $\vec{F} = e\vec{V_i} \wedge \vec{B}$ étant orthogonal au vecteur vitesse $\vec{V_i}$, donc au déplacement, son travail est nul. Par application du théorème de l'énergie cinétique entre deux instants t_1 et t_2, on écrit :

$$\frac{1}{2} m_i V^2 - \frac{1}{2} m_i V_i^2 = W(\vec{F}) = 0 \Rightarrow V = V_i = cte$$

La vitesse des ions lithium est constante entre la sortie O' et le fil F.

2.4- Montrons que la trajectoire d'un ion est circulaire et donnons l'expression de son rayon R

Le théorème du centre d'inertie appliqué à un ion lithium s'écrit :
$\vec{F} = m_i.\vec{a}$ avec $\vec{a} = \vec{a_N}$ car $\vec{a}$ est toujours portée par la normale ($a_T = \frac{dV}{dt} = 0$ puisque V = cte).

Donc : $F = eV_iB = m_i.a_N$ avec $a_N = \frac{V_i^2}{R_i}$ où R_i est le rayon de courbure de la trajectoire d'un ion lithium.

$\frac{m_i V_i^2}{R} = eV_iB \Rightarrow R_i = \frac{m_i V_i}{eB}$

Le rayon de courbure de la trajectoire est constant : la trajectoire est circulaire.

3.1- Calcul des distances x_1 et x_2

Pour qu'un ion soit reçu par un fil F_i, il faut que la distance $O'F_i$ soit égale à $2R_i$.

Soit : $x_i = 2R_i = \frac{2m_iV_i}{eB}$ avec $V_i = \sqrt{\frac{2eU}{m_i}}$

Donc : $x_i = \frac{2m_i}{eB}\sqrt{\frac{2eU}{m_i}} = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2m_iU}{e}}$

- Pour l'ion $^6Li^+$: $x_1 = O'F_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{e}}$
- Pour l'ion $^7Li^+$: $x_2 = O'F_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{e}}$

Comme $m_1 < m_2$ alors $x_1 < x_2$ et $F_1F_2 = x_2 - x_1$

La distance F_1F_2 entre les deux types d'ions à leur arrivée sur le fil vaut :

$$F_1F_2 = x_2 - x_1 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2m_2U}{e}} - \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2m_1U}{e}}$$

$$\boxed{F_1F_2 = \frac{2}{B}\sqrt{\frac{2U}{e}}\left[\sqrt{m_2} - \sqrt{m_1}\right]}$$

3.2- Composition isotopique du lithium

Pendant la durée Δt, le fil F_1 reçoit n_1 ions $^6Li^+$ de masse m_1 (avec $n_1e = Q_1 = I_1\Delta t$ soit $n_1 = \frac{I_1\Delta t}{e}$).

Pendant la même durée, le deuxième fil F_2 reçoit $n_2 = \frac{I_2\Delta t}{e}$ ions $^7Li^+$ de masse m_2.

Sur l'ensemble des ions reçus pendant la durée Δt, il y a un pourcentage ρ_1 d'ions $^6Li^+$ de masse m_1 :

$$\rho_1 = \frac{n_1}{n_1 + n_2}x100 = \frac{I_1}{I_1 + I_2}x100$$

$$\rho_1 = \frac{14,8}{14,8 + 185,2}x100 = 7,4\ \%$$

La composition isotopique du lithium est donc :

- 7,4 % d'ions $^6Li^+$
- 92,6 % d'ions $^7Li^+$

EXERCICE 33 — Sujet Bac S2 2004 — 4 points — 40 min

1- Montrons que le mouvement de la particule est à vitesse constante dans $\vec{B}$

Le système est la particule considérée comme ponctuelle, de masse m et de charge électrique q. Le mouvement est étudié dans le référentiel du laboratoire, considéré comme galiléen.

La seule force agissant sur la particule est la force de Lorentz due au champ magnétique uniforme, soit : $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$

La force de Lorentz a toujours une puissance nulle : $\mathcal{P} = \vec{F}.\vec{v} = 0$ puisque $\vec{F} \perp \vec{v}$

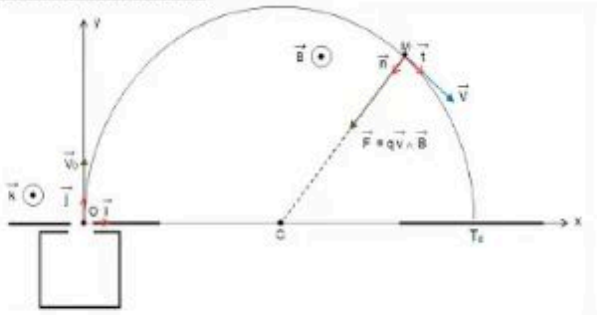
La particule étant soumise à la seule force de Lorentz, la puissance qu'elle reçoit est donc nulle et son énergie cinétique E_c est constante, car : $\mathcal{P} = \frac{dE_c}{dt} = 0 \Rightarrow E_c = cte$ et $\Delta E_c = 0$

Soit : $\frac{1}{2}mV^2 - \frac{1}{2}mV_0^2 = 0 \Rightarrow V = V_0 = Cte$

Dans un champ magnétique $\vec{B}$ indépendant du temps, la valeur de la vitesse d'une particule chargée soumise à la seule force de Lorentz reste constante : le mouvement de la particule est uniforme.

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

2- Montrons que la trajectoire est circulaire et située dans un plan à préciser



Pour décrire le mouvement de la particule dans le référentiel du laboratoire, supposé galiléen, choisissons un repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ tel que $\vec{B} = B.\vec{k}$ et $\vec{V_0} = V_0\vec{j}$; la particule pénètre dans le champ en O à la date t = 0.
Le théorème du centre d'inertie donne :

$\vec{F} = m\vec{a}$ avec $\vec{F} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$

Donc : $m\vec{a} = q\vec{v}\wedge\vec{B}$

Soit : $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v}\wedge\vec{B}$

Multiplions chaque membre scalairement par $\vec{k}$ il vient :

$\vec{a}.\vec{k} = \frac{q}{m}(\vec{v}\wedge\vec{B}).\vec{k} = 0$ car $\vec{B}$ est colinéaire à $\vec{k}$; donc : $a_z = \ddot{z} = \vec{a}.\vec{k} = 0$

Par intégration : $v_z = \dot{z} = 0$ et z = 0, car à t = 0, $v_{oz} = 0$ car la particule est au point O.
La coordonnée z étant toujours nulle, le mouvement de la particule a lieu dans le plan z = 0, c'est-à-dire le plan xOy orthogonal à $\vec{B}$: La trajectoire de la particule est plane et s'effectue dans le plan xOy à la cote z = 0.

- Expression littérale du rayon R de la trajectoire

La particule a une trajectoire curviligne plane. Utilisons la base de projection de Frenet $(\vec{t}, \vec{n})$ pour exprimer les composantes de l'accélération $\vec{a}$; il vient : $\vec{a} = \vec{a_t} + \vec{a_n} = \frac{dV}{dt}\vec{t} + \frac{V^2}{R}\vec{n}$

Soit : $\vec{a} = \frac{dv}{dt}\vec{t} + \frac{v^2}{R}\vec{n}$ (1) où R est le rayon de courbure de la trajectoire au point considéré.

De plus : $\vec{a} = \frac{q}{m}\vec{v}\wedge\vec{B} = \frac{|q|}{m}v_0 B\vec{n}$ (2) puisque $v = v_0 = Cte$, le mouvement étant uniforme.

Comparons (1) et (2). Nous obtenons : $\frac{v_0^2}{R} = \frac{|q|}{m}v_0 B$

Soit : $R = \frac{mv_0}{|q|B} = cte$

Le rayon de courbure R de la trajectoire est donc constant : la trajectoire est circulaire.

3.1-Expression de la distance $d_0 = OT_0$ en fonction de q, m, v_0 et B

La distance $\boxed{d_0 = OT_0 = 2R = \frac{2mv_0}{|q|B}}$

3.2-Expression de la distance $D = TT_0$ en fonction de d_0, v_0 et Δv

Notons R' le rayon de courbure des particules qui arrivent en O avec la vitesse $v = v_0 + \Delta v$.

$R' = \frac{m(v_0 + \Delta v)}{|q|B}$ et $OT = 2R' = \frac{2m(v_0 + \Delta v)}{|q|B}$

$D = TT_0 = OT - OT_0$

Donc : $\boxed{D = TT_0 = \frac{2m\Delta v}{|q|B}}$

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

3.3-Expression littérale des rayons R_1 et R_2 des trajectoires correspondant aux vitesses limites

$$R_1 = \frac{m(v_0 - \Delta v)}{|q|B} \text{ et } R_2 = \frac{m(v_0 + \Delta v)}{|q|B}$$

- Expression littéralement de la distance entre les deux traces T_1 et T_2

$T_1T_2 = 2(R_2 - R_1)$

$$T_1T_2 = 2\left(\frac{m(v_0 + \Delta v)}{|q|B} - \frac{m(v_0 - \Delta v)}{|q|B}\right)$$

$$T_1T_2 = \frac{4m\Delta v}{|q|B}$$

A.N. : $\Delta v = 5.10^3$; $T_1T_2 = \frac{4x232x1,66.10^{-27}x5.10^3}{3,2.10^{-19}x0,20} = 0,12$ m = 12 cm $\quad$ $T_1T_2 = 0,12$ m = 12 cm

3.4- Caractéristiques du champ électrique $\vec{E}$

Si l'action simultanée du champ magnétique uniforme $\vec{B}$ et du champ électrique uniforme $\vec{E}$ permet aux particules sortant de O d'être recueillies en N est sur la même verticale que O, alors, la somme des forces à laquelle la particule est soumise est nulle :

$q\vec{v_0} \wedge \vec{B} + q\vec{E} = \vec{0} \Rightarrow \vec{E} = -\vec{v_0} \wedge \vec{B} = -v_0B(\vec{j} \wedge \vec{k}) = -v_0B\vec{i}$

$$\vec{E} = -v_0B\vec{i}$$

$E = v_0B = 10^5x0,20 = 2,0.10^4$ V.m^{-1} $\quad$ $E = v_0B = 2,0.10^4$ V.m^{-1}

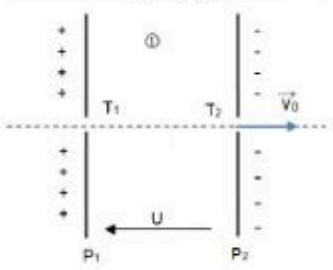
Le champ électrique $\vec{E}$ est orienté suivant l'axe Ox en sens inverse du vecteur unitaire $\vec{i}$.
Sa norme est : $E = 2,0.10^4$ V.m^{-1}

Les particules qui arrivent en O avec la vitesse $v_0 + \Delta v$ sont déviées vers la plaque (P) tandis que les particules qui arrivent en O avec la vitesse $v_0 - \Delta v$ (vitesse inférieure à v_0) sont déviées vers la gauche où il n'y a pas de plaque.
Le dispositif ne convient que pour les particules chargées positivement qui elles, sont déviées vers la plaque (P) alors que les particules chargées négativement sont déviées vers la droite, là où il n'y a pas de plaque.

EXERCICE 34 $\quad$ Sujet Bac S2 2009 $\quad$ 4 points $\quad$ 40 min

1- Montrons que le rapport $\frac{q}{m}$ (charge massique) pour un ion Na^+ est donné par l'expression : $\frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2U}$

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à un ion entre T_1 et T_2 :



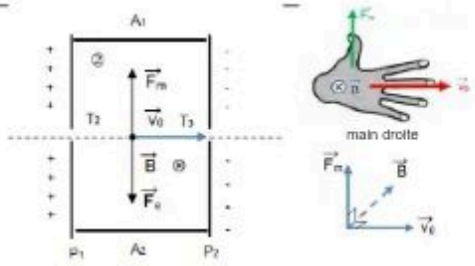
$\frac{1}{2}mv_0^2 - 0 = qU$ puisque $qU = W(\vec{F_e})$

Donc : $\frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2U}$

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

2.1- Représentation de la force électrique $\vec{F_e}$ qui s'exerce sur un ion dans la zone 2

$\vec{F_e} = q\vec{E}$ avec $q > 0 \Rightarrow \vec{F_e}$ et $\vec{E}$ ont la même direction et le même sens.

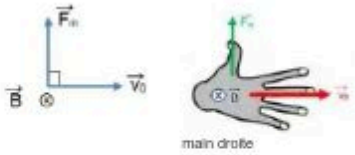


2.2- Représentation de la force magnétique $\vec{F_m}$ qui s'applique à l'ion Na^+ pour qu'il suive une trajectoire rectiligne

Pour que l'ion Na^+ suive une trajectoire rectiligne jusqu'au trou T_3, il faut que : $\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F_m} = -\vec{F_e}$ ce qui implique que $\vec{F_m}$ et $\vec{F_e}$ ont la même direction, la même intensité et des sens contraires.

2.3- Sens du vecteur champ magnétique $\vec{B}$ dans la zone 2

$\vec{F_m} = q\vec{v} \wedge \vec{B} \Rightarrow \vec{B}$ est rentrant.



2.4- Expression du rapport en fonction de U, E et B

$\vec{F_e} + \vec{F_m} = \vec{0} \Rightarrow \vec{F_m} = -\vec{F_e}$ soit $F_m = F_e$ ou encore $qv_0B = qE \Rightarrow v_0 = \frac{E}{B}$

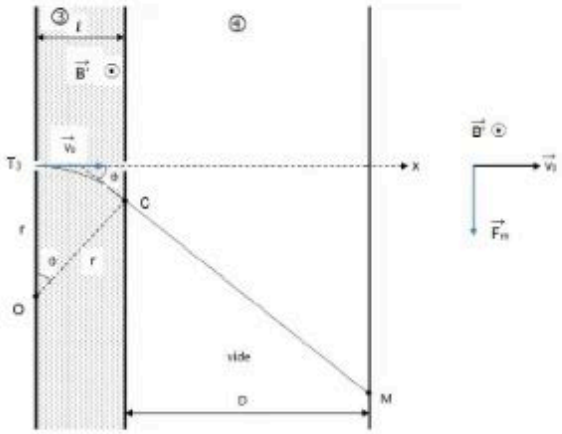
Et comme $\frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2U}$

Alors : $\boxed{\frac{q}{m} = \frac{E^2}{2UB^2}}$

Numériquement, avec $E = 9.10^3$ V.m^{-1}, $U = 3{,}9.10^3$ V et $B = 5.10^{-2}$ T, nous calculons : $\frac{q}{m} = 4{,}15.10^6$ C.kg^{-1}

3.1- Représentation de la trajectoire d'un ion de T_3 à l'écran

- Dans la zone 3, l'ion est soumis à un champ magnétique uniforme $\vec{B'}$ donc sa trajectoire est circulaire.
- Dans la zone 4 l'ion n'est soumis à aucune force donc sa trajectoire est rectiligne.
- La direction de la trajectoire dans la zone 4 est celle du vecteur vitesse de l'ion à la sortie de la zone 3



3.2- Expression de la déflexion Y = IM en fonction de q, m, V_0, B', ℓ et D puis en fonction de q, m, U, B', ℓ et D

Le point M est le point d'impact des ions Na^+ sur l'écran, I est le point d'intersection de l'axe (x'x) avec l'écran.
$\ell \ll D$, l'angle θ peut être considéré comme un petit angle. Ainsi : $\theta \approx \sin\theta \approx \tan\theta$

Avec $\tan\theta = \frac{IM}{D}$ et $\ell = r\theta \Rightarrow \theta = \frac{\ell}{r}$

Donc : $\frac{IM}{D} = \frac{\ell}{r} \Rightarrow IM = \frac{D.\ell}{r}$ avec $r = \frac{mv_0}{qB'}$

On obtient : $\boxed{IM = \frac{qB'D\ell}{mv_0}}$

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

A la question 1-, on avait : $\frac{q}{m} = \frac{v_0^2}{2U} \Rightarrow v_0 = \sqrt{\frac{2qU}{m}}$

On en déduit : $Y = IM = \frac{qB'D\ell}{m}\sqrt{\frac{m}{2qU}}$

Et $IM^2 = \frac{q^2B'^2D^2\ell^2}{m^2} x \frac{m}{2qU} = \frac{q}{m} x \frac{B'^2D^2\ell^2}{2U} \Rightarrow \boxed{\frac{q}{m} = 2U\left(\frac{IM}{B'D\ell}\right)^2}$

Les valeurs de U, ℓ, D et B' étant données, cette expression permet la détermination expérimentale de la charge massique $\frac{q}{m}$ après la mesure de la déflexion magnétique Y = IM.

EXERCICE 35 Sujet Bac S2 2011 4 points 40 min

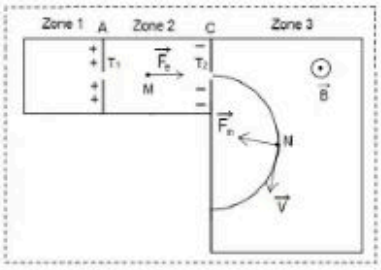
1.1- Représentation de la force électrique sur un ion

La force électrique a pour expression : $\vec{F_e} = q\vec{E}$

La tension U établie entre les plaques A et C est positive :

$U = V_A - V_C > 0 \Rightarrow V_A > V_C$. La plaque A est potentiel positif et la plaque C au potentiel négatif.

Le champ électrique $\vec{E}$ est orienté dans le sens des potentiels décroissants donc de A vers C.



La force électrique $\vec{F_e}$ a les caractéristiques suivantes :

- direction : celle $\vec{E}$ et perpendiculaire à la plaque A
- sens : celui de $\vec{E}$ (de A vers C) car $q > 0$
- norme : $F_e = qE$

1.2- Montrons que tous les ions potassium ont la même énergie cinétique au niveau de la plaque en T_2

Appliquons le théorème de l'énergie cinétique à ion entre les trous T_1 et T_2 :

$\Delta Ec = W(\vec{F_e}) \Leftrightarrow E_{CT2} - E_{CT1} = q(V_A - V_B) = qU$

La vitesse initiale des ions étant négligeable, $E_{CT1} = 0$

Donc : $\boxed{E_{CT2} = qU}$

Au niveau de la plaque C, enT_2, tous les ions potassium quel que soit le type ont la même énergie cinétique.

1.3- Montrons alors qu'en T_2, la vitesse de chaque ion $^{39}K^+$ a pour expression : $V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}$

$E_{CT2} = qU$ avec $q = e$

$\frac{1}{2}m_1V_1^2 = qU \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2qU}{m_1}}$ avec $m_1 = 39m_0$

donc : $\boxed{V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}}$

- Expression de la vitesse V_2 des isotopes x en T_2

De la même manière : $\boxed{V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}} = \sqrt{\frac{2eU}{xm_0}}}$

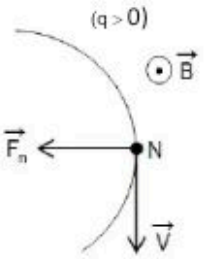
MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

2.1- Représentation de la force magnétique et de la vitesse d'un ion potassium au point N

Le vecteur vitesse d'un ion est tangent à la trajectoire au point N et a le sens du mouvement.

La force magnétique $\vec{F_m} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$

Le trièdre $(q\vec{V}, \vec{B}, \vec{F_m})$ étant direct, la force magnétique $\vec{F_m}$ est perpendiculaire à $\vec{V}$ et $\vec{B}$; la force magnétique $\vec{F_m}$ est centripète car le mouvement est circulaire et uniforme.



2.2- Complétons la figure en représentant le sens du champ magnétique régnant dans la zone 3

Le trièdre $(q\vec{V}, \vec{B}, \vec{F_m})$ étant direct, on en déduit le sens de $\vec{B}$ par application de la règle de la main droite ou de autre règle équivalente. Le vecteur $\vec{B}$ est sortant (voir figure).

3-Montrons que le rayon de la trajectoire des ions $^{39}K^+$ a pour expression : $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{78m_0U}{e}}$

Chaque ion $^{39}K^+$ dans le troisième compartiment (zone 3) est soumis à l'action de la force magnétique $\vec{F_m} = q\vec{V} \wedge \vec{B}$.

Comme chaque type d'isotope effectue un mouvement circulaire uniforme, on a :

$$F_m = ma_n \text{ soit } qV_1.B = m\frac{V_1^2}{R_1} \Rightarrow R_1 = \frac{1}{B}\frac{m_1V_1}{q} = \frac{39m_0V_1}{Be} \text{ avec } V_1 = \sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}$$

Il vient : $R_1 = \frac{39m_0}{Be}\sqrt{\frac{2eU}{39m_0}}$

Soit : $R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2x39m_0U}{e}}$

Ou encore : $\boxed{R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{78m_0U}{e}}}$

- Expression du rayon R_2 de la trajectoire des isotopes $^xK^+$

En tenant compte de l'expression de V_2établie à la question 3.1.3-, on a :

$$R_2 = \frac{1}{B}\frac{m_2V_2}{q} = \frac{xm_0V_2}{Be} \text{ avec } V_2 = \sqrt{\frac{2qU}{m_2}} = \sqrt{\frac{2eU}{xm_0}}$$

On en tire : $\boxed{R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2xm_0U}{e}}}$

4- Déterminons, par calcul, la valeur du rayon R_1 de la trajectoire des ions $^{39}K^+$

A.N. : $R_1 = \frac{1}{100.10^{-3}}\sqrt{\frac{78x1,67.10^{-27}x1,0.10^3}{1,6.10^{-19}}}$ $\quad R_1 = 28,5.10^{-2}\,m$ ou $R_1 = 28,5\,cm$

5.1- Point d'impact de chaque type d'isotope

Le point d'impact I_1 étant plus lumineux, Il correspond à l'isotope le plus abondant $^{39}K^+$.
Le point d'impact I_2 correspond donc à l'isotope $^xK^+$.

5.2- Montrons que le rapport des rayons des trajectoires est donné par : $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}}$

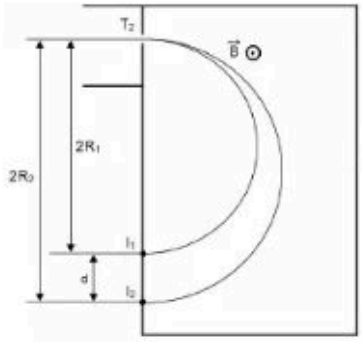
Faisons le rapport membre à membre des rayons des trajectoires :

$R_1 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2x39m_0U}{e}}$ et $R_2 = \frac{1}{B}\sqrt{\frac{2xm_0U}{e}}$

$$\frac{R_1}{R_2} = \frac{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2x39m_0U}{e}}}{\frac{1}{B}\sqrt{\frac{2xm_0U}{e}}}$$

Soit : $\frac{R_1}{R_2} = \sqrt{\frac{39}{x}}$ ce qu'il fallait montrer.

5.3- Valeur du nombre de masse x de l'isotope ${}^{x}K^{+}$



La distance entre les points d'impact est telle que : $d = 2|R_2 - R_1|$

Les ions ${}^{x}K^{+}$ étant plus lourds que les ions ${}^{39}K^{+}$, $d = 2(R_2 - R_1)$

or : $R_2 = R_1\sqrt{\frac{x}{39}}$

donc : $d = 2R_1\left(\sqrt{\frac{x}{39}} - 1\right)$

On en déduit : $\sqrt{\frac{x}{39}} - 1 = \frac{d}{2R_1}$ soit $\boxed{x = 39\left(1 + \frac{d}{2R_1}\right)^2}$

A.N. : $x = 39\left(1 + \frac{2,5}{2x28,5}\right)^2$

x = 41 : L'ion ${}^{x}K^{+}$ est ${}^{41}K^{+}$.

EXERCICE 36 *Le cyclotron* 4 points 40 min

1-Montrons que le mouvement d'un proton dans un « dee » est circulaire uniforme

Dans un « dee », le proton de vitesse V_0 et de charge q = e est soumis à une force électromagnétique :
$\vec{F} = e\vec{V_0} \wedge \vec{B}$.

Cette force est perpendiculaire à la vitesse $\vec{V}$, sa projection sur la tangente à la trajectoire est donc nulle.

D'après la relation fondamentale de la dynamique : $\vec{F} = m\vec{a}$

En projetant cette égalité sur l'axe tangent à la trajectoire on obtient $F_T = 0 = ma_T$, d'où $a_T = 0$.
L'accélération tangentielle est nulle, d'où $\frac{dv}{dt} = 0 \Rightarrow v = Cte = v_0$: le mouvement d'un proton dans un « dee » est circulaire uniforme.

Le module de la vitesse de la particule reste constant pendant toute la traversée du « dee ».
La composante normale de la force est $F_n = ev_0B$.

D'après la relation fondamentale de la dynamique $F_n = ma_n$.
L'accélération normale a pour expression : $a_n = \frac{v_0^2}{R}$ d'où $a_n = \frac{F_0}{m}$

$\frac{v_0^2}{R} = \frac{ev_0B}{m} \Rightarrow R = \frac{mv_0}{eB} = cte$

Le rayon de courbure de la trajectoire est constant : la trajectoire est circulaire.

Conclusion : le mouvement d'un proton dans un « dee » est circulaire uniforme.

MOUVEMENT D'UNE PARTICULE CHARGEE DANS UN CHAMP MAGNETIQUE UNIFORME

2- Expression de la durée θ d'un demi-tour

Le proton parcourt la distance $L = \pi R$ (demi-cercle) pendant la durée $\theta = \frac{\pi R}{V_0}$ avec $R = \frac{mV_0}{eB}$

D'où : $\boxed{\theta = \frac{\pi m}{eB}}$

Cette relation est indépendante de R et V_0.

3- Relation entre la période T de la tension alternative u et le temps θ

A chaque fois qu'un proton traverse l'espace entre les deux "dees", son vecteur vitesse change de sens.

Il est donc indispensable que $\vec{E}$ change aussi de sens, sinon les protons ne seraient pas accélérés, mais freinés. Il faut donc que la tension change de sens : cette tension est alternative.
La distance qui sépare les deux "dees", étant très faible, et les protons allant très vite, la durée de passage entre les deux "dees" est négligeable : le changement de sens de U doit intervenir à chaque demi-tour des protons, c'est-à-dire à chaque date $t = \theta$.

On en déduit que la période T de U est $T = 2\theta$ soit $T = \frac{2\pi m}{eB}$

Sa fréquence $\boxed{f = \frac{1}{T} = \frac{eB}{2\pi m}}$

N.B : Cette fréquence est appelée « fréquence cyclotron » ; elle ne dépend que de la particule (par e et m) et de la machine (par B).

4- Energie cinétique du proton en fonction de f, m, R

$E_c = \frac{1}{2} mV^2$ avec $V = \omega.R = 2\pi f.R$

$E_c = \frac{1}{2} m(2\pi f.R)^2 = 2m(f.R\pi)^2$ $\qquad \boxed{E_c = 2m(f.R\pi)^2}$

A.N. : Numériquement, avec f = 12 MHz et R = 15 cm, on trouve $E_C = 1{,}06.10^{13}$ J

5.1- Vitesse avec quelle le proton pénètre-t-il dans un des "dees" après la 1ère, la 2è, la nième accélération

A chaque demi-tour, l'énergie du proton augmente de la quantité $E_{C2} - E_{C1} = eU$.
Pour que la force accélératrice soit maximale lorsque le proton traverse l'espace entre les deux "dees" , il faut que U soit maximale : on a donc plutôt $E_{C2} - E_{C1} = eU_m$.

Au départ (à t = 0) le proton est quasi immobile.

- après la 1ère accélération : $\frac{1}{2} mV_1^2 = eU_m \Rightarrow V_1 = \sqrt{\frac{2eU_m}{m}}$

- après la 2è accélération : $\frac{1}{2} mV_2^2 = 2eU_m \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2x2eU_m}{m}} = \sqrt{2}\, V_1$

- après la 3è accélération : $\frac{1}{2} mV_2^2 = 3eU_m \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2x3eU_m}{m}} = \sqrt{3}\, V_1$

- après la nè accélération : $\frac{1}{2} mV_2^2 = neU_m \Rightarrow V_2 = \sqrt{\frac{2xneU_m}{m}} = \sqrt{n}\, V_1$

5.2- Nombre de demi-cercles décrits après la 1ère accélération, pour que l'énergie cinétique $E_c = 1{,}0.10^{-13}$ J

Après la nième accélération l'énergie cinétique est $E_C = neU_m \Rightarrow n = \frac{E_C}{eU_m}$

La n^{ième} accélération intervient au tour $\boxed{(n-1) = \frac{E_C}{eU_m} - 1}$

A.N. : Numériquement, avec $U_m = 35\,000$ V, $E_c = 1{,}0.10^{-13}$ J et $e = 1{,}6.10^{-19}$ C, on trouve : (n - 1) = 17 demi-tours.

LOI DE LAPLACE

EXERCICE 37 *Rails de Laplace* 2,5 points 25 min

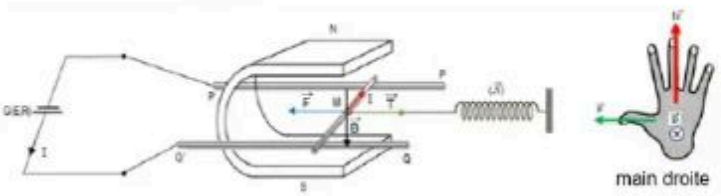
1- Calcul de l'intensité I du courant qui traverse la tige

D'après la loi d'Ohm : $E = R.I \Rightarrow I = \frac{E}{R}$ Soit $I = 20$ A

2- Calcul de la variation de longueur $\Delta\ell$ du ressort

La tige est soumise :

- à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$;
- aux réactions $\vec{R}_1$ et $\vec{R}_2$ des rails ;
- à la force de Laplace $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$
- à la tension $\vec{T}$ du ressort



Condition d'équilibre : $\vec{P} + \vec{R}_1 + \vec{R}_2 + \vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$

Suivant l'axe du ressort, on a : $\vec{F} + \vec{T} = \vec{0}$ soit $T = F \Leftrightarrow k\Delta\ell = BI\ell \Rightarrow \Delta\ell = \frac{BI\ell}{k}$

Numériquement, avec $B = 9{,}2.10^{-2}$ T, I = 20 A, $\ell = 8$ cm et $k = 6{,}4$ N.m^{-1}, on obtient : $\Delta\ell = 2{,}3.10^{-2}$ cm = 2,3 cm

EXERCICE 38 *Le conducteur-pendule* 2,5 points 25 min

1- Détermination du sens de rotation de la tige

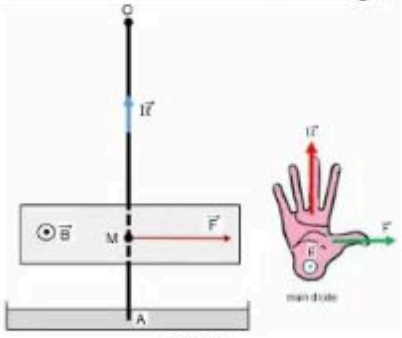


figure 1

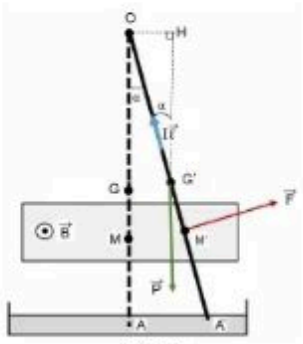


figure 2

La force de Laplace s'exerce sur la tige dans le sens indiqué sur la figure 1 conformément à la règle de la main droite. La tige se déplace donc de la gauche vers la droite.

2- Détermination de l'angle α de déviation de la tige

A la position d'équilibre OA', les forces à considérer sont (voir figure 2) :

- la force de Laplace appliquée au point M' tel que $OM' = \frac{1}{3}L$: $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$
- le poids $\vec{P} = m\vec{g}$ appliqué en G'.

La condition d'équilibre est donnée par le théorème des moments : $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) = 0$

Soit : FxOM' = PxOH

$I\ell B x \frac{L}{3} = mg x \frac{L}{2} \sin\alpha \Rightarrow \sin\alpha = \frac{2B.I.\ell}{3mg}$

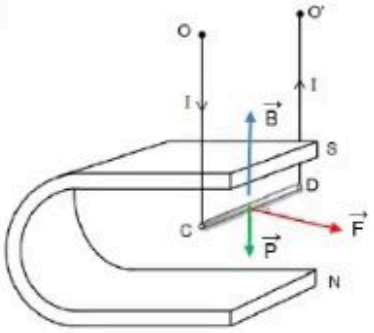
Numériquement, avec m = 20 g, L = 30 cm, $B = 8{,}5.10^{-2}$ T et $\ell = 8$ cm, on obtient : $\sin\alpha = 0{,}17$ soit $\alpha = 9{,}8°$

LOI DE LAPLACE

EXERCICE 39 *Barre métallique parcourue par un courant* 3 points 30 min

1- Caractéristiques de la force qui s'exerce sur la tige

La force électromagnétique $\vec{F}$ qui s'exerce sur la tige est dans le plan horizontal et est orthogonale à la tige CD. Cette force ne s'applique que sur la largeur de l'entrefer soit L = 3 cm.



$\vec{F} = I\vec{L} \wedge \vec{B}$

Soit F = BIL

Numériquement, avec B = $1{,}0.10^{-2}$ T, L = 3 cm et I = 15 A, on

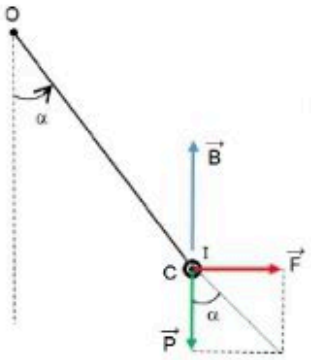
obtient : $F = 4{,}5.10^{-3}$ N

2- Montrons que le cadre s'écarte de sa position d'équilibre initiale

Pour que le cadre s'écarte de sa position d'équilibre, il faut que :

$\tan\alpha = \frac{F}{P} \neq 0$

Soit F ≠ 0. Ce qui est le cas.



3- Déterminons l'angle α

$\tan\alpha = \frac{F}{P} = \frac{F}{mg}$

$\tan\alpha = \frac{4{,}5.10^{-3}}{10.10^{-3}\times 10} = 0{,}045 \Rightarrow \alpha = 2{,}6°$

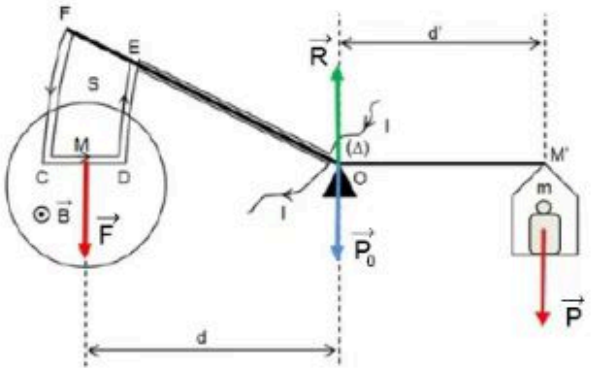
Le cadre s'écarte de sa position d'équilibre d'un angle de 2,6°.

EXERCICE 40 *Balance de Cotton* 3 points 30 min

1- Précisons sur la figure les forces agissant sur la balance ainsi que le sens du courant

Le système {fléau, plateau, masse marquée} est soumis :

- A la force électromagnétique qui s'applique sur CD : $\vec{F} = I\vec{\ell} \wedge \vec{B}$ avec ℓ = CD ;
- Au poids de la charge placée sur le plateau : $\vec{P} = m\vec{g}$;
- Au poids $\vec{P}_0$ de la balance appliqué au centre d'inertie O du système ;
- A la réaction $\vec{R}$ du couteau appliquée en O.



2- Etablissons la condition d'équilibre de la balance

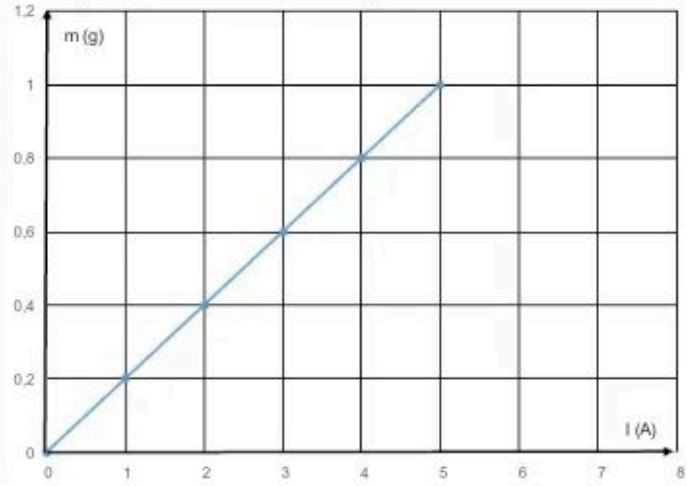
Pour que la balance soit en équilibre autour de l'axe Δ passant par O, il faut que la somme des moments algébriques par rapport à l'axe Δ des forces extérieures appliquées à la balance soit nulle :

$\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{P}_0) + \mathcal{M}_\Delta(\vec{R}) = 0$

$\Leftrightarrow$ $+Fxd - Pxd' + 0 + 0 = 0$

Soit : $B.I\ell.d - mgd' = 0$

3- Tracé de la représentation graphique de la fonction m = f(I)



m = f(I) est une fonction linéaire. On peut donc l'écrire sous la forme m = k.I avec $k = \frac{\Delta m}{\Delta I} = \frac{1.10^{-3} - 0}{5 - 0} = 2.10^{-4}$ S.I.

$m = 2.10^{-4}.I$

- Détermination de la valeur de $\vec{B}$

or, $B.\ell.d - mgd' = 0 \Rightarrow m = \frac{B.I\ell.d}{gd'} = \frac{B.\ell.d}{gd'}xI = k.I$ avec $k = \frac{B.\ell.d}{gd'}$ et comme d = d'

Alors $k = \frac{B.\ell}{g} \Rightarrow B = \frac{k.g}{\ell}$

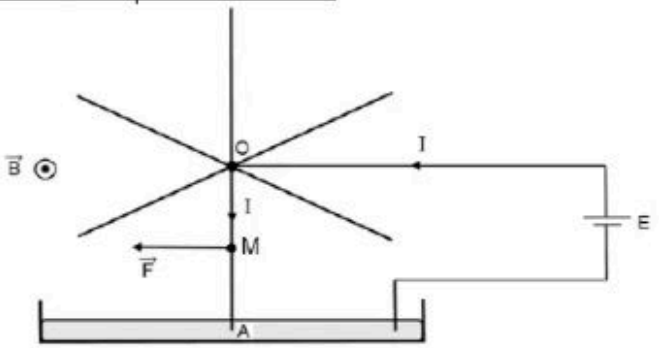
$B = \frac{2.10^{-4}x10}{5.10^{-2}} = 4,0.10^{-2}$ T $\qquad$ $B = 4,0.10^{-2}$ T = 40 mT

Remarque : la balance de Cotton était utilisée en son temps pour mesurer l'intensité des champs magnétiques. On dispose aujourd'hui d'appareils plus perfectionnés tel que le teslamètre à effet Hall…

EXERCICE 41 *La roue de Barlow* 3 points 30 min

1- Expliquons pourquoi on observe un mouvement de rotation et précisons son sens

La tige OA est soumise à la force de Laplace. **Cette force s'applique au milieu de la tige OA**. Sous l'action de cette force, la tige effectue un mouvement de rotation dans le sens indiqué sur la figure (on applique la règle de la main droite). Lorsque la tige sort du bac à mercure, une autre tige la remplace. Cette tige subit également l'action de la force de Laplace et se met aussi en rotation. Ainsi de suite.



2- Calcul de la puissance développée par la force électromagnétique

La puissance développée par la force électromagnétique est donnée par : $\mathcal{P}_m = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\omega$

Où $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = F.OM = BI\ell x\frac{\ell}{2} = \frac{1}{2}BI\ell^2$ et $\omega = 2\pi N$ avec N = 90 tr.min^{-1} = 1,5 tr.s^{-1} ou 1,5 Hz donc $\omega = 3\pi$ rad.s^{-1}

$\mathcal{P}_m = \frac{1}{2}BI\ell^2.\omega$

Numériquement, avec B = 2.10^{-2} T ; ℓ =10 cm ; I = 6 A et $\omega = 3\pi$ rad.s^{-1}, on obtient : $\mathcal{P}_m = 5,65.10^{-3}$ W

3- Calcul du travail effectué par la force électromagnétique après 15 tours

Le travail de la force $\vec{F}$ est donné par : $W(\vec{F}) = \mathcal{P}_m.\Delta t$ (Δt étant le temps mis par la tige pour effectuer 15 tours).
N = 1,5 tr.s^{-1} siginifie qu'en 1 seconde la tige effectue 1,5 tour ; la tige met 10 s pour effectuer 15 tours : $\Delta t = 10$ s

$W(\vec{F}) = 5,65.10^{-2}$ J

Autre méthode : $W(\vec{F}) = \mathcal{P}_m.\Delta t = \frac{1}{2} B\ell^2.\omega\Delta t$ avec $\mathcal{M}_\Delta(\vec{F}) = \frac{1}{2} B\ell^2$ et $\theta = \omega\Delta t = 2\pi n$ (angle décrit après n = 15 tours)

Donc : $W(\vec{F}) = \mathcal{M}_\Delta(\vec{F}).\theta$

$W(\vec{F}) = \frac{1}{2} x 2.10^{-2} x 6 x (0,1)^2 x 30\pi = 5,65.10^{-2}$ J

INDUCTION MAGNETIQUE - ETUDE D'UN DIPOLE (R, L)

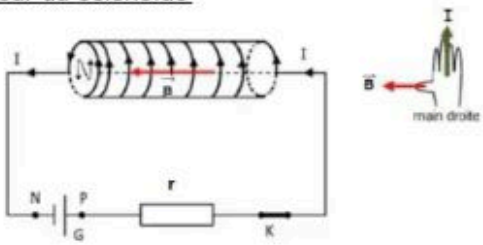
EXERCICE 42 Sujet Bac S2 2004 4 points 40 min

1.1- Caractéristiques du vecteur champ magnétique à l'intérieur du solénoïde

$B = \mu_0 n I$ avec $n = \frac{N}{L}$ et $I = \frac{E_0}{r}$

Donc : $B = \mu_0 \frac{N}{L} \frac{E_0}{r}$

A.N. : $B = 4\pi 10^{-7} \frac{2000 \times 24}{60.10^{-2} \times 2}$ $B = 5{,}03.10^{-2}$ T



Pour déterminer le sens du champ magnétique, on utilise la règle de la main droite : Si la main droite empoigne le solénoïde dans le sens du courant, le pouce, écarté des autres doigts, indique le Nord du solénoïde donc le sens du champ magnétique $\vec{B}$. (voir figure)

1.2- Flux d'induction magnétique à travers la bobine

$\Phi = n\vec{B}.\vec{s} = nB.s$

A.N. : $\Phi = 50 \times 5{,}03.10^{-2} \times 5.10^{-4}$ $\Phi = 1{,}26.10^{-3}$ Wb

2.1- Puisque l'intensité du courant varie avec le temps, le flux du champ magnétique varie aussi ; ce qui entraîne l'apparition d'une f.e.m. d'auto-induction aux bornes de la bobine.

- f.e.m. d'induction

$e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = nB.s$ et $B = \mu_0 \frac{N}{L} i(t)$

soit : $\Phi = n\mu_0 s \frac{N}{L}.i(t)$ $n\mu_0 \frac{N}{L} s = 50 \times 4\pi.10^{-7} \times 5.10^{-4} \times \frac{2000}{60.10^{-2}} = 1{,}05.10^{-4}$ SI

donc : $e = -1{,}05.10^{-4} \frac{di}{dt}$

$$i(t) = \begin{cases} at + b \text{ si } 0 \le t \le 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \\ ct + d \text{ si } 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \le t \le 1{,}5.10^{-3} \text{ s} \end{cases}$$

Les calculs donnent :

$$i(t) = \begin{cases} 8.10^3 t & \text{si } 0 \le t \le 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \\ -4.10^3 t + 6 & \text{si } 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \le t \le 1{,}5.10^{-3} \text{ s} \end{cases}$$

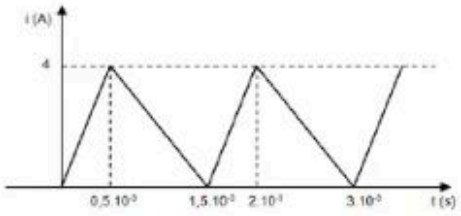
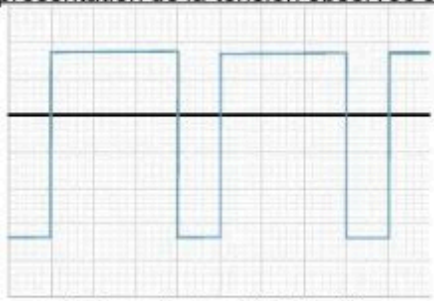


Figure 3

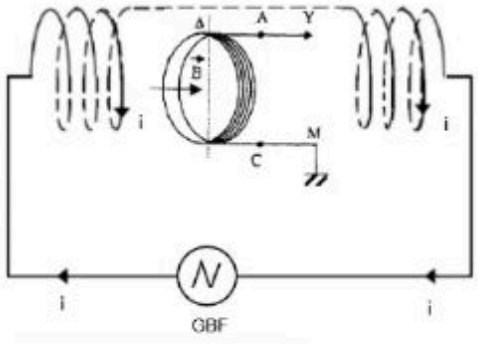
$$e = -1{,}05.10^{-4} \frac{di}{dt} = -1{,}05.10^{-4} \begin{cases} 8.10^3 & \text{si } 0 \le t \le 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \\ -4.10^3 & \text{si } 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \le t \le 1{,}5.10^{-3} \text{ s} \end{cases}$$

$$e = \begin{cases} -0{,}84 & \text{si } 0 \le t \le 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \\ 0{,}42 & \text{si } 0{,}5.10^{-3} \text{ s} \le t \le 1{,}5.10^{-3} \text{ s} \end{cases} \text{ (en V)}$$

2.2- Représentation de la tension observée sur l'écran de l'oscillographe (voir figure ci-après)



Balayage horizontal : 0,5 ms/div
Sensibilité verticale : 0,25 V/div



3.1- Justification qualitative de l'existence d'une tension entre A et C lors de la rotation de la bobine
Puisque la bobine est en rotation, le flux du champ magnétique varie ; ce qui entraîne l'apparition d'une f.e.m. d'auto-induction aux bornes de la bobine.

3.2- Montrons que la bobine est siège d'une f.é.m. induite donnée par l'expression : $e = K\sin(\omega t + \theta_0)$

- Expression de K en fonction de ω , n', s' et B

$e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = n'B.s'\cos\theta$ et $\theta = \omega t + \theta_0$

$e = -\frac{d\Phi}{dt} = \omega n'B.s'\sin(\omega t + \theta_0)$

A t = 0, e = 0 donc : $\theta_0 = 0$.

$e(t) = \omega n'B.s'\sin(\omega t) = K\sin(\omega t)$ en posant $K = \omega n'B.s'$

3.3- Expression de la tension u_{AC}

$u_{AC} = -e = -K\sin(\omega t)$ avec $K = U_{ACmax} = 3$ V et $\omega = \frac{2\pi}{T}$

$u_{AC} = -e = -K\sin(\frac{2\pi}{T}t)$

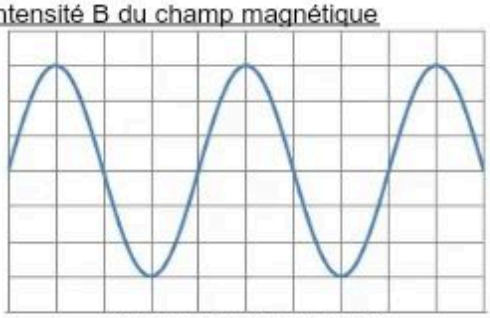
3.4- Détermination dela vitesse angulaire ω de la bobine et l'intensité B du champ magnétique
A partir de l'oscillogramme, on a :

$T = 4x10$ ms $= 40$ ms $= 40.10^{-3}$ s et $U_{ACmax} = 3X1 = 3$ V

Or : $\omega = \frac{2\pi}{T}$

Donc : $\omega = \frac{2\pi}{40.10^{-3}} = 50\pi$ rad.s^{-1} = 157,1 rad.s^{-1}

On a aussi : $U_{ACmax} = K = \omega n'B.s'$



Balayage horizontal : 10 ms/div
Sensibilité verticale : 1 V/div
Figure 5

Ce qui permet d'avoir l'intensité B du champ magnétique : $B = \frac{K}{\omega n's'}$

A.N. : $B = \frac{3}{50\pi x500x100.10^{-4}}$ $B = 3,82.10^{-3}$ T

INDUCTION MAGNETIQUE - ETUDE D'UN DIPOLE (R, L)

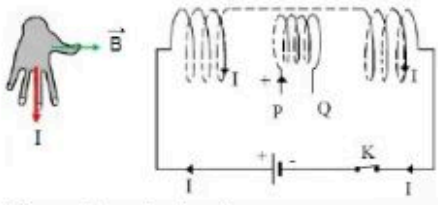
EXERCICE 43 Sujet Bac S2 2007 3,5 points 35 min

1- Caractéristiques du champ magnétique $\vec{B}$ créé à l'intérieur du solénoïde

$B = \mu_0 n_1 . I$ avec $n_1 = \frac{N_1}{\ell_1}$

Donc : $B = \mu_0 \frac{N_1}{\ell_1} . I$

A.N.: $B = 4\pi.10^{-7} \times \frac{100}{0,5} \times 4 = 1,01.10^{-2}$ T $\quad B = 10,1.10^{-3}$ T



2.1- Justification du passage d'un courant induit dans la bobine PQ pendant l'ouverture du circuit

Quand on ouvre l'interrupteur K, les bornes P et Q de la bobine reliées, un courant induit parcourt la bobine (PQ) de P à Q en créant, par ses effets un champ magnétique qui tend à s'opposer à l'annulation du champ $\vec{B}$ qui lui a donné naissance.

2.2- Calcul de la quantité d'électricité induite qui traverse la bobine PQ

$e = R_2 i = -\frac{d\Phi}{dt} \Rightarrow i = -\frac{1}{R_2}\frac{d\Phi}{dt}$

$\Leftrightarrow \frac{dq}{dt} = -\frac{1}{R_2}\frac{d\Phi}{dt}$

$\Leftrightarrow dq = -\frac{1}{R_2} d\Phi$

$\Leftrightarrow [q] = -\frac{1}{R_2} d\Phi$

$Q = q_2 - q_1 = \frac{1}{R_2} \Delta\Phi$ avec $\Delta\Phi = \Phi_2 - \Phi_1$ où $\Phi_2 = 0$ et $\Phi_1 = N_2 B S_2 = N_2 \mu_0 \frac{N_1 . I}{\ell_1} \frac{d_2^2 \pi}{4}$

$\Rightarrow \boxed{Q = \frac{1}{R_2} \frac{\mu_0 N_1 N_2 d_2^2 \pi . I}{4\ell_1}}$

3.1- Montrons que l'expression de la f.e.m. d'induction qui apparaît dans la bobine est : $e = -\frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi d_2^2}{4\ell_1}\frac{di}{dt}$

$e = -\frac{d\Phi}{dt}$ avec $\Phi = N_2 B S_2 = N_2 \frac{\mu_0 N_2 i}{\ell_1} \frac{d_2^2 \pi}{4} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi d_2^2}{4\ell_1} i$

Donc : $e = -\frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi d_2^2}{4\ell_1}\frac{di}{dt}$ ce qu'il fallait montrer.

3.2- Représentation de la courbe observée sur l'écran de l'oscilloscope

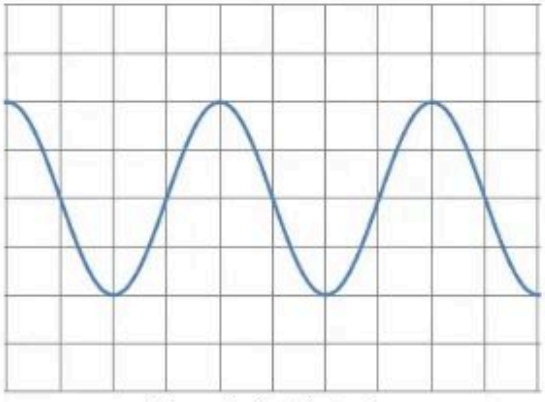
$u_{PQ} = -e$ avec $e = -\frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi d_2^2}{4\ell_1}\frac{di}{dt}$

Soit : $u_{PQ} = \frac{\mu_0 N_1 N_2 \pi d_2^2}{4\ell_1} \times \mathbf{5} \times 100\pi\cos(100\pi t)$

$u_{PQ} = \frac{4\pi.10^{-7} \times 1000 \times 50\pi (5.10^{-2})^2}{4 \times 0,5} \times 5 \times 100\pi\cos(100\pi t)$

$\boxed{u_{PQ} = 0,4\cos(100\pi t)}$

$\omega = 100\pi$ rad.s^{-1} $\Rightarrow T = \frac{2\pi}{\omega} = 20.10^{-3}$s = 20 ms



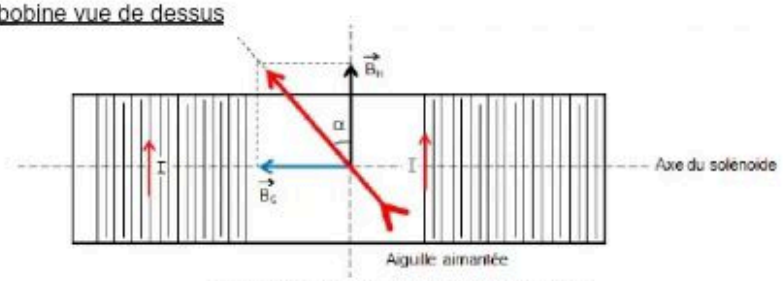
Balayage horizontal : 5 ms/cm
Sensibilité verticale : 0,2 V/cm

INDUCTION MAGNETIQUE - ETUDE D'UN DIPOLE (R, L)

$\begin{cases} 1\text{ cm} \leftrightarrow 5\text{ ms} \\ 1\text{ cm} \leftrightarrow 0{,}2\text{ V} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} T = 20\text{ ms} \leftrightarrow 4\text{ cm} \\ U_m = 0{,}4\text{ V} \leftrightarrow 2\text{ cm} \end{cases}$

EXERCICE 44 — Sujet Bac S2 2012 — 4 points — 40 min

1.1- Schéma de la bobine vue de dessus



(On utilise la règle de la main droite)

1.2- Expression de $\tan\alpha$ en fonction de B_H, N, l, ℓ et μ_0

$\tan\alpha = \frac{B_C}{B_H}$ avec $B_c = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$

D'où : $\tan\alpha = \frac{\mu_0 N I}{B_H . \ell}$

2.1- Détermination de la relation entre tan α et I à partir de la courbe

$\tan\alpha = a.I$ avec $a = \frac{\Delta\tan\alpha}{\Delta I} = \frac{60 - 0}{0{,}4 - 0} = 150$ S.I.

donc : $\tan\alpha = 150.I$

2.2- Valeur de N

$\begin{cases} \tan\alpha = 150.I \\ \tan\alpha = \frac{\mu_0 N}{B_H . \ell} I \end{cases} \Rightarrow \frac{\mu_0 N}{B_H . \ell} = 150$

On en tire : $N = \frac{150.B_H.\ell}{\mu_0}$

A.N. : $N = \frac{150 \times 2.10^{-5} \times 0{,}5}{4\pi.10^{-7}}$ $\qquad N_0 = 1194$ spires

2.3- Détermination de l'inductance L du solénoïde

Le flux du champ magnétique B_C créé par le courant I à travers le solénoïde est donné par la relation :
$\Phi = N_0.B_c.S = L.I$ avec $B_c = \mu_0 \frac{N}{\ell} I$ et $S = \pi R^2$ (surface d'une spire circulaire)

$\Rightarrow N_0 . \mu_0 \frac{N_0}{\ell} I . \pi R^2 = L.I$

$\Leftrightarrow \boxed{L = \mu_0 . \frac{N_0^2}{\ell} . \pi R^2}$

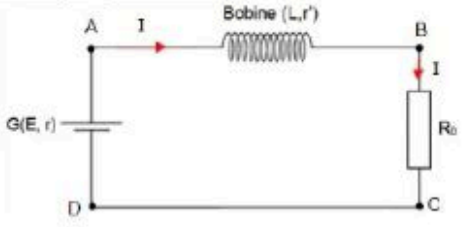
A.N. : $L = \frac{4\pi.10^{-7}x1195^2x\pi x(5.10^{-2})^2}{0,5}$ $\quad L = 28,2.10^{-3}\ H = 28,2\ mH$

3.1- Détermination de l'intensité I_0 du courant dans le circuit en régime permanent

En régime permanent : $i = I_0 = cte$

Appliquons la loi de Pouillet au circuit pour déterminer I_0 :

$$I_0 = \frac{E}{R_0 + r + r'}$$



A.N. : $I_0 = \frac{12}{10 + 5 + 5}$ $\quad I_0 = 0,6\ A$

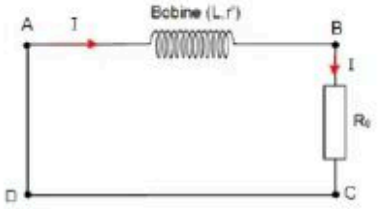
3.2.a- Equation différentielle à laquelle obéit i(t) (interrupteur en position 2)

Appliquons la loi des tensions dans le circuit :

$u_{AD} = u_{AB} + u_{BC} + u_{CD}$

$0 = (r'i - e) + R_0 i + 0$ avec $e = -L\frac{di}{dt}$

Donc : $r'i + L\frac{di}{dt} + R_0 i = 0$



$\Leftrightarrow$ $\boxed{\frac{di}{dt} + \left(\frac{R_0 + r'}{L}\right)i = 0}$ (Equation différentielle du circuit de décharge)

3.2.b- Vérifions que $i = A.e^{-t/\tau}$ est solution de l'équation différentielle

$$\frac{di}{dt} + \left(\frac{R_0 + r'}{L}\right)i = 0 \Leftrightarrow -\frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \left(\frac{R_0 + r'}{L}\right)A.e^{-t/\tau} = 0$$

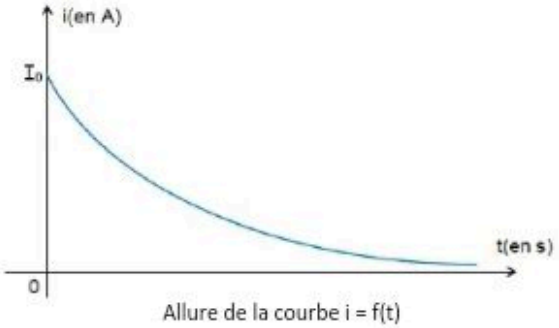
$$\Leftrightarrow \left(\frac{R_0 + r'}{L}\right) - \frac{1}{\tau} = 0$$

On en tire : $\tau = \frac{L}{R_0 + r'}$

A la date t = 0, lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2, $i = I_0$.

Donc : $i(t=0) = I_0 \Leftrightarrow A = I_0$

$\boxed{A = I_0 \text{ et } \tau = \frac{L}{R_0 + r'}}$ $\quad A = I_0$ et $\tau = \frac{L}{R_0 + r'}$



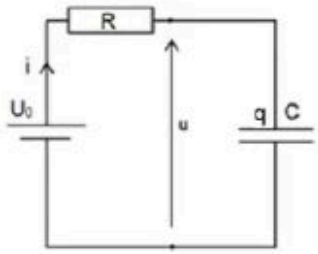
Allure de la courbe i = f(t)

ETUDE DU DIPOLE (R, C)

EXERCICE 45 Sujet Bac S2 2003 4 points 40 min

1.1- Loi des tensions dans le circuit de charge

On bascule l'interrupteur en position 1.



$$\begin{cases} u = \frac{q}{C} & (1) \\ u = U_0 - Ri & (2) \\ i = \frac{dq}{dt} & (3) \end{cases}$$

Condition initiale : à t = 0, le condensateur n'est pas chargé ($q_0 = 0$)

(1) et (2) donnent : $U_0 - Ri = \frac{q}{C}$ (4)

- Equation différentielle liant q et $\dot{q}$

(3) dans (4) donne : $U_0 - R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$

Soit : $R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = U_0 \Leftrightarrow \boxed{\dot{q} + \frac{1}{RC}q = \frac{U_0}{R}}$ (Equation différentielle du circuit de charge)

1.2-Vérifions que q(t) est de la forme : $q(t) = A\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$

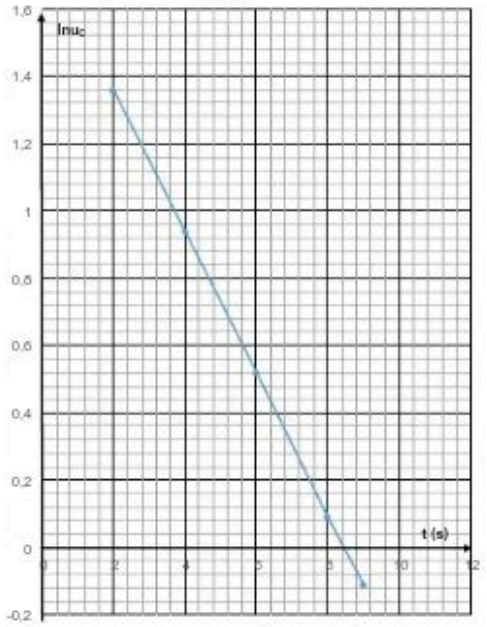
$q(t) = A\left[1 - \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)\right]$ doit vérifier l'équation différentielle du circuit.

$$\dot{q} + \frac{1}{RC}q = \frac{U_0}{R} \Leftrightarrow \frac{A}{\tau}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) + \frac{A}{RC} + \frac{A}{RC}\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right) = \frac{U_0}{R}$$

$$\begin{cases} \frac{A}{\tau} = \frac{A}{RC} \\ \frac{A}{RC} = \frac{U_0}{R} \end{cases} \Rightarrow \quad \tau = RC \text{ et } A = CU_0$$

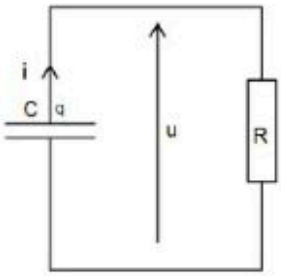
2.1- Tracé de la courbe représentant $\ln(u_C)$ en fonction du temps

t(s)	2	4	6	8	9
u_C (V)	3,90	2,56	1,72	1,10	0,90
$\ln u_C$	1,36	0,94	0,54	0,09	-0,11



2.2- Etablissons l'équation qui donne $u_C(t)$ en fonction de R, C, U_0 et t

On bascule l'interrupteur en position 2 (décharge).



$$\begin{cases} u = \frac{q}{C} & (1) \\ u = Ri & (2) \\ i = -\frac{dq}{dt} & (3) \end{cases}$$

Condition initiale : à t = 0, le condensateur porte la charge $Q_0 = CU_0$

Pub Téléchargez pour lire sans publicité

(1) et (2) donnent : $Ri = \frac{q}{C}$ (4)

- Equation différentielle liant q et $\dot{q}$

(3) dans (4) donne : $-R\frac{dq}{dt} = \frac{q}{C}$

Soit : $R\frac{dq}{dt} + \frac{q}{C} = 0 \Leftrightarrow \boxed{\dot{q} + \frac{1}{RC}q = 0}$ (Equation différentielle du circuit de décharge)

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $q(t) = A\exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$

A t = 0, le condensateur porte la charge $Q_0 = CU_0$

Donc : $q(t = 0) = CU_0 \Leftrightarrow A = CU_0$

D'où : $q(t) = CU_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ et $u_C(t) = \frac{q(t)}{C} = U_0 \exp\left(-\frac{t}{\tau}\right)$ avec $\tau = RC$

5.2.3- Expression du coefficient directeur de la droite obtenue

$\ln u_C(t) = -\frac{t}{RC} + \ln U_0$

Le coefficient directeur de la droite obtenue est : $-\frac{1}{RC} = \frac{\Delta \ln u_C}{\Delta t} = \frac{-0,11-1,36}{9-2} = -0,2\ s^{-1}$

5.2.4- Valeurs de τ et de la capacité C du condensateur

$\boxed{\tau = RC \text{ et } C = \frac{\tau}{R}}$

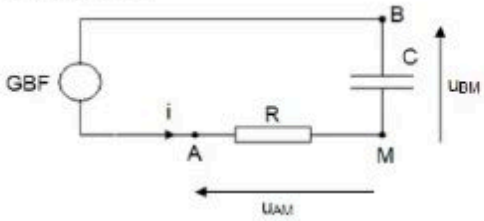
A.N. : $\tau = 5\ s$ et $C = 5.10^{-6}\ F = 5\ \mu F$

EXERCICE 46 Sujet Bac S2 2005 4 points 40 min

1.1- Courbes représentant les tensions aux bornes de la résistance et du condensateur

- Sur la voie A de l'oscilloscope, on visualise la tension u_{AM} aux bornes de la résistance.

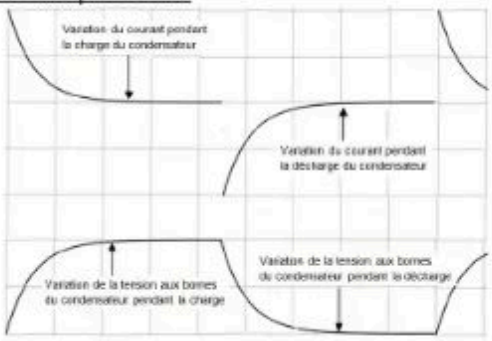
- Sur la voie B de l'oscilloscope, on visualise la tension u_{BM} aux bornes du condensateur.



1.2- Courbe permettant de connaître les variations de l'intensité i du courant en fonction du temps

Sur la voie A de l'oscilloscope, on visualise à $\frac{1}{R}$ près les variations de l'intensité du courant i(t) du courant qui traverse la résistance.

1.3- Identification des deux parties de chaque courbe



ETUDE DU DIPOLE (R, C)

2.1- Détermination de la fréquence f du générateur

La période de la fréquence du générateur vaut : T = 9x0,5 = 4,5 ms = $4,5.10^{-3}$ s

La fréquence f du générateur vaut : $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{4,5.10^{-3}} = 222,2$ Hz

2.2- Détermination de la tension maximale U_{BMmax} aux bornes du condensateur

U_{BMmax}= 2x2 = 4 V

2.3- Détermination de la tension maximale U_{AMmax} aux bornes du conducteur ohmique

U_{AMmax}= 2x2 = 4 V

2.4- Détermination de la valeur maximale I_{max} de l'intensité du courant de charge

U_{AMmax}= 4 V

$I_{max} = \frac{U_{AMmax}}{R}$

$I_{max} = \frac{4}{200} = 2.10^{-2}$ A = 20 mA

3- Vérifions comment les grandeurs f et I_{max} sont modifiées si on augmente la valeur de la résistance R

Pour les mêmes réglages du GBF et de l'oscilloscope, la fréquence f n'est pas modifiée puisqu'elle ne dépend que du générateur. La fréquence reste fixée à 222,2 Hz.

Par contre, l'intensité maximale I_{max} est modifiée car elle dépend de la résistance ($I_{max} = \frac{U}{R}$) ; I_{max} diminue lorsqu'on augmente la valeur de la résistance puisque U = cte. En effet, la tension délivrée par le GBF prend alternativement les valeurs constantes 4 V et 0 V.

EXERCICE 47 Sujet Bac S2 2013 4 points 40 min

1- Etude de la charge du condensateur

1.1- Expression de la charge q en fonction du temps t

Le courant instantané i(t) est défini par : $i = \frac{dq}{dt}$

On en tire $q = \int i dt$

Or i = I = Cte

Donc : q = I.t + k (k est une constante)

A t = 0, le condensateur n'est pas encore charge : $q(t=0) = 0 \Rightarrow 0 = 0 + k \Rightarrow k = 0$

D'où : $\boxed{q = I.t}$

1.2.a- Capacité C du condensateur

La charge q du condensateur et la tension U_{AB} à ses bornes sont liées par la relation : $q = C.U_{AB}$

On en tire : $C = \frac{\Delta q}{\Delta U_{AB}}$ A.N. : $C = \frac{800.10^{-6}}{3,6}$ $C = 222.10^{-6}$ F soit C = 222 µF

1.2.b- Date à laquelle $U_{AB} = 1,8$ V

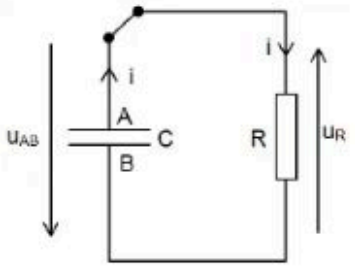
Pour $U_{AB} = 1,8$ V, on a $q = 400.10^{-6}$ C

$I.t = q \Rightarrow t = \frac{q}{I}$ A.N. : $t = \frac{400.10^{-6}}{17.10^{-6}}$ $t = 23,5$ s

2- Etude de la décharge du condensateur

2.1- Montrons que l'équation différentielle est de la forme : $\frac{1}{\beta}\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$

On bascule l'interrupteur en position 2 (décharge).



$$\begin{cases} u_{AB} = \frac{q}{C} & (1) \\ u_R = Ri & (2) \\ i = -\frac{dq}{dt} & (3) \end{cases}$$

Condition initiale : à t = 0, le condensateur porte la charge $Q_0 = CU_0$
(1) et (2) donnent : $u_{AB} = u_R$ soit $u_{AB} = Ri$ (4)
Or, d'après (1) : $q = Cu_{AB}$ (1)'
Donc : $i = -\frac{dq}{dt} = -C\frac{du_{AB}}{dt}$ (3)'

(3)' dans (4) donne : $u_{AB} = -RC\frac{du_{AB}}{dt}$

soit : $RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0$ (Equation différentielle du circuit de décharge)

$$\begin{cases} RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0 \\ \\ \frac{1}{\beta}\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = 0 \end{cases}$$ Par identification : $\beta = \frac{1}{RC}$

2.2- Nom de la constante $\beta = \frac{1}{RC}$ et sa signification physique

La constante $\beta = \frac{1}{RC}$ est appelée constante de temps. Elle caractérise la durée de la charge et de la décharge du condensateur.

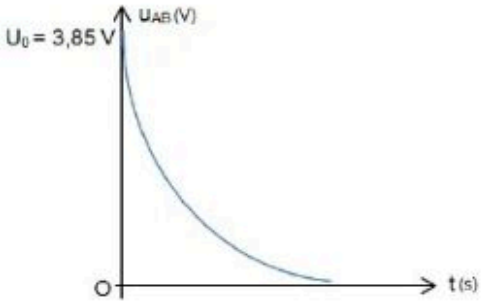
2.3.a- Valeur de la constante α

$u_{AB} = \alpha.e^{-\beta t}$

A t = 0, $u_{AB} = 3,85$ V $\Leftrightarrow 3,85 = \alpha.e^0 = \alpha$

$\Rightarrow \alpha = 3,85$ V. Soit $\alpha = U_0$ (tension entre les armatures du condensateur à la date t = 0.)

- Ebauche de la courbe traduisant la variation de la tension $u_{AB}(t)$ en fonction du temps (voir courbe ci-contre)



2.3.b- Expression et valeur de l'énergie électrique E_0 emmagasinée par le condensateur, à la date t = 0

Par définition : $E_0 = \frac{1}{2}CU_0^2$

A.N. : $E_0 = \frac{1}{2}X222.10^{-6}X\ 3,85^2$ $E_0 = 1,65.10^{-3}$ J

2.3.c- Puissance moyenne du « flash »

$$\mathcal{P}_m = \frac{E_0}{\Delta t}$$

Pub Téléchargez pour lire sans publicité

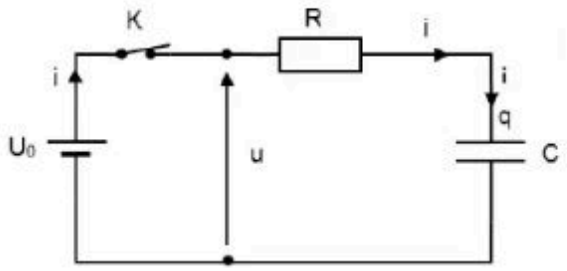
ETUDE DU DIPOLE (R, C)

A.N. $\mathcal{P}_m = \frac{1,65.10^{-3}}{0,1.10^{-3}}$ $\mathcal{P}_m = 16,5$ W

EXERCICE 48 4 points 40 min

1- Charge du condensateur

1.1- Loi des tensions dans le circuit de charge



On bascule l'interrupteur en position 1.

$$\begin{cases} u = U_0 & (1) \\ u = Ri + \frac{q}{C} & (2) \\ i = \frac{dq}{dt} & (3) \end{cases}$$

Condition initiale : à t = 0, le condensateur n'est pas chargé ($q_0 = 0$)

(1) et (2) donnent : $Ri + \frac{q}{C} = U_0$ (4)

D'après (3) : $i = \frac{dq}{dt}$ avec $u_C = \frac{q}{C} \Rightarrow q = C.u_C$ on en tire $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

Donc (4) devient : $RC\frac{du_C}{dt} + u_C = U_0 \Leftrightarrow$ $\boxed{\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{U_0}{RC}}$

1.2- Vérifions que $u_C(t)$ est de la forme : $u_C(t) = A\left[1 - \exp(-\frac{t}{\tau})\right]$

$$\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{RC}u_C = \frac{U_0}{RC} \Leftrightarrow \frac{A}{\tau}e^{-t/\tau} + \frac{A}{RC}\left[1 - e^{-t/\tau}\right]$$

$$\Leftrightarrow A\left[\frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC}\right]e^{-t/\tau} + \frac{A}{RC} = \frac{U_0}{RC}$$

Cette équation est vérifiée que si :

$$\left.\begin{array}{l} \frac{1}{\tau} - \frac{1}{RC} = 0 \Rightarrow \tau = RC \\ \frac{A}{RC} = \frac{U_0}{RC} \Rightarrow A = U_0 \end{array}\right\}$$ Soit : $\tau = RC$ et $A = U_0$

1.3- Montrons que la constante τ a la dimension d'un temps

$[\tau] = [R]x[C]$

$U = RI \Rightarrow R = \frac{U}{I}$ soit $[R] = \frac{[U]}{[I]}$

$q = CU \Rightarrow C = \frac{q}{U} = \frac{I.t}{U}$ soit $[C] = \frac{[I].[t]}{[U]}$

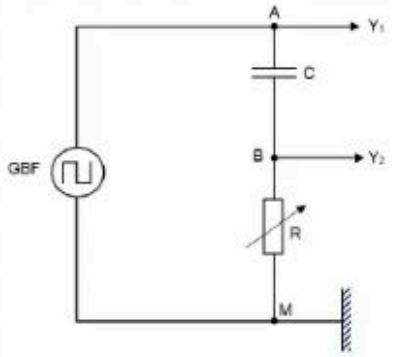
$[\tau] = [R]x[C] = \frac{[U]}{[I]}x\frac{[I].[t]}{[U]} = [t]$

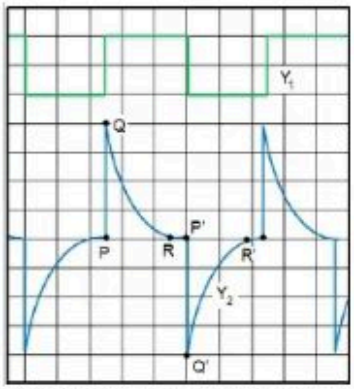
Donc τ a la dimension d'un temps.

ETUDE DU DIPOLE (R, C)

EXERCICE 49 — 4 points — 40 min

1- Reproduisons le schéma en indiquant les branchements des fils de masse et des entrées Y_1 et Y_2





- Sensibilités verticales : - voie Y_1 : 1,0 V.div^{-1} ; - voie Y_2 : 0,5 V.div^{-1}
- durée de balayage : 2 µs.div^{-1}

2- Identification des courbes et interprétation du phénomène observé dans les zones PQR et P'Q'R'

- Sur la voie Y_1 de l'oscilloscope on visualise la tension fournie par le GBF ;
- Sur la voie Y_2 de l'oscilloscope on visualise la tension aux bornes de la résistance ; cette tension permet de connaître à $\frac{1}{R}$ près l'intensité du courant qui traverse le circuit. ($u_R = Ri$)

- La zone PQR correspond à la phase transitoire de l'installation du courant ;

- La zone P'Q'R' correspond à la phase transitoire de l'annulation du courant.

3- Déterminons grâce à l'oscillogramme

- la fréquence de la tension délivrée par le GBF : T = 5x2 = 10 µs = 10.10^{-6} s

Or, $f = \frac{1}{T} \Rightarrow$ $f = 10^5$ Hz

- la tension maximale U_m aux bornes du condensateur : U_m = 2x1,0 = 2,0 V
- la valeur maximale I_0 du courant qui traverse le circuit : $I_0 = \frac{U_0}{R}$

Or, la tension maximale aux bornes de la résistance : U_0 = 4x0,5 = 2,0 V

Donc : I_0 = 0,2 A = 200 mA

4.1- Calcul du temps t_1 nécessaire pour annuler u(t) pour R = 10 Ω

A la date t_1, on a : $u(t_1) = \frac{U_0}{40} \Leftrightarrow U_0.e^{-t_1/RC} = \frac{U_0}{40}$

Soit $t_1 = RC\ln 40$

$t_1 = 10x100.10^{-9}x\ln 40 = 3,7.10^{-6}$ s $\qquad$ $t_1 = 3,7.10^{-6}$ s

Le temps de décharge donnée par la courbe vaut t = 2x2 = 4 µs alors que le calcul donne t_1 = 3,7 µs.

4.2- Calcul du temps t_1 nécessaire pour annuler u(t) pour R = 3,3 kΩ

$t_2 = 3,3.10^3x100.10^{-9}x\ln 40 = 1,2.10^{-3}$ s $\qquad$ $t_2 = 1,2.10^{-3}$ s = 1,2 ms

Avec R' > R : le temps de décharge est plus long ($t_2 > t_1$).

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

EXERCICE 50 — Sujet Bac S2 2010 — 5 points — 50 min

1- Equation différentielle vérifiée par la tension $u_{AB}(t)$ au cours de la charge du condensateur

$U_0 = u_{AB} + u_R$

Avec $u_R = Ri$ et $i = \frac{dq}{dt}$ d'après l'orientation choisie. $i = C\frac{du_{AB}}{dt}$ puisque $q = Cu_{AB} \Rightarrow u_R = RC\frac{du_{AB}}{dt}$

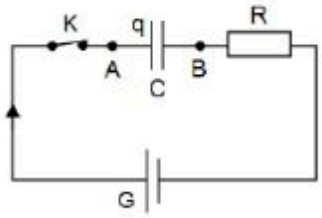


Figure 1

Donc l'équation différentielle vérifiée par la tension u_{AB} est :

$$RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = U_0$$

2- Vérifions que $u_{AB}(t) = U_0(1- e^{-t/\tau})$ est solution de l'équation différentielle précédemment établie

Vérifions que l'expression $u_{AB}(t) = U_0(1- e^{-t/\tau})$ est solution de l'équation différentielle $RC\frac{du_{AB}}{dt} + u_{AB} = U_0$:

$$RC\frac{d}{dt}\left(U_0(1- e^{-t/\tau})\right) + U_0(1- e^{-t/\tau}) = U_0$$

$$\Leftrightarrow RC\frac{e^{-t/\tau}}{\tau} + 1- e^{-t/\tau} = 1 \Rightarrow \left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) e^{-t/\tau} = 0$$

Cette dernière relation est vérifiée pour $\tau = RC$

Numériquement, avec R = 10 kΩ et C = 1 μF, nous calculons : $\tau = 10.10^3 \times 10^{-6} = 10^{-2}$ s $\tau = 10^{-2}$ s = 10 ms

3.1- Le graphe qui a l'allure d'une courbe exponentielle est en accord avec l'expression de u_{AB} donnée en 2-

Aussi, avec l'expression $u_{AB}(t) = U_0(1- e^{-t/\tau})$, on a :

A t = 0 on a $u_{AB} = U_0(1-1) = 0$

et lorsque $t \to +\infty$ alors $u_{AB} \to U_0 = 5$ V

Ce qui se vérifie sur la courbe.

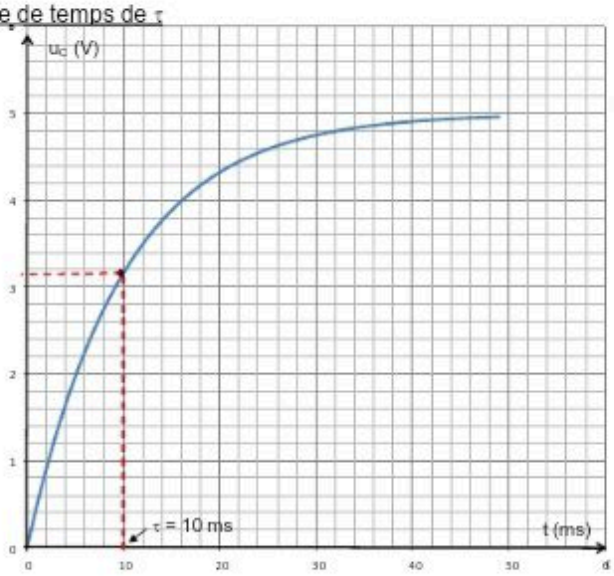
3.2- Détermination expérimentale de la valeur de la constante de temps de τ

τ est la date à laquelle $u_{AB} = 0{,}63U_0 = 3{,}15$ V
A partir du graphe, on cherche l'abscisse du point de la courbe dont l'ordonnée est égale à 3,15 V.

Autre méthode : On peut déterminer τ en traçant la tangente à la courbe à l'origine. τ est l'abscisse du point d'intersection de cette tangente avec la droite d'équation $U_{AB} = U_0$

On remarque que les deux valeurs de τ sont égales.
On peut déterminer τ par le calcul ou par la méthode graphique.

On trouve $\tau = 10.10^{-3}$s $= 10^{-2}$ s



OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

4- Expression de l'intensité instantanée du courant électrique i(t) en fonction de $\frac{du_{AB}}{dt}$ et du temps

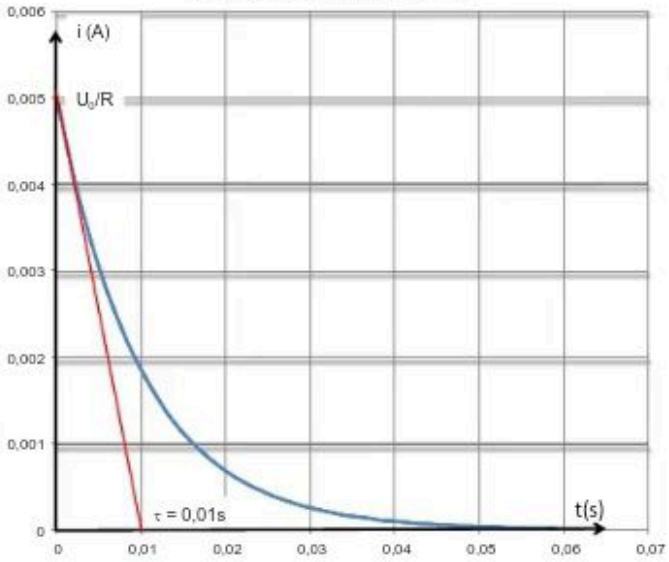
$i = \frac{dq}{dt}$ avec $q = Cu_{AB} \Rightarrow i = C\frac{du_{AB}}{dt}$

or, $u_{AB}(t) = U_0(1 - e^{-t/\tau})$

donc : $i = C\frac{U_0}{\tau} e^{-t/\tau}$ et comme $\tau = RC$

alors : $i = \frac{U_0}{R} e^{-t/\tau}$

Allure de la courbe i(t) = f(t)



5.1- Equation différentielle traduisant les variations de la charge q(t) du condensateur

- Aux bornes du condensateur : $u_{AB} = \frac{q}{C}$
- Aux bornes de la bobine : $u_{BA} = -e = L\frac{di}{dt}$

$u_{AB} = -u_{BA} \Leftrightarrow \frac{q}{C} = -L\frac{di}{dt} \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$ avec $i = \frac{dq}{dt}$ donc $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$

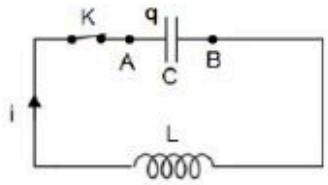


Figure 2

L'équation $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$ devient $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$ ou encore $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$

5.2- Expression littérale puis numérique de la charge du condensateur en fonction du temps

La solution de cette équation différentielle est de la forme : $q = Q_m\cos(\omega_0 t + \varphi)$

Ce qui implique que $i = \frac{dq}{dt} = -\omega_0 Q_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$ où $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$

Q_m et ω_0 sont déterminés par les conditions initiales :

à t = 0 on a $q = CU_0$ et $i = 0 \Rightarrow \begin{cases} Q_m\cos\varphi = CU_0 \\ -\omega_0 Q_m \sin\varphi = 0 \end{cases}$

$-\omega_0 Q_m \sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$

La valeur de φ compatible avec l'expression $q = Q_m\cos\varphi = CU_0$ est $\varphi = 0 \Rightarrow Q_m = CU_0$

En définitive $q = CU_0\cos(\omega_0 t)$

Application numérique : $CU_0 = 5.10^{-6}$ C et $\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \sqrt{\frac{1}{10.10^{-3}x10^{-6}}} = 10^4$ rad.s^{-1}

D'où $q = 5.10^{-6}\cos(10000t)$

La période des oscillations électriques du circuit est donnée par : $T = \frac{2\pi}{\omega_0}$

$T = \frac{2\pi}{10^4} = 6,28.10^{-4}$s $\underline{T = 6,28.10^{-4}\ s}$

EXERCICE 51 4 points 40 min

1- Quand l'interrupteur K est mis en position 1, la tension u_c aux bornes du condensateur est égale à la tension $u = E - R_0 i$ aux bornes du générateur et de la résistance R_0 :
$E - R_0 i = u_c$.

- En fin de charge, le courant qui circule dans le circuit a une intensité nulle, par suite $u_c = E = 10$ V.
- Comme $u_{AB} > 0$, $V_A > V_B$: l'armature A est chargée positivement, B négativement. La valeur absolue de ces charges est : $Q_0 = CE$ $\underline{Q_0 = 5.10^{-6}\ C}$

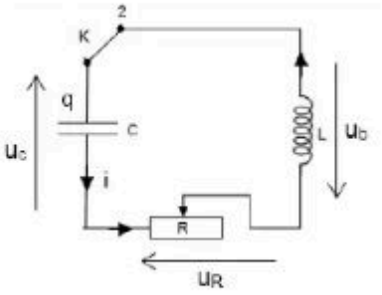
L'énergie $\mathcal{E}_e$ électriques acquises par le condensateur en fin de charge est donnée par la relation : $\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}\frac{Q_0^2}{C}$

$\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}x0,5.10^{-6}x10^2 = 2,5.10^{-5}$ J $\underline{\mathcal{E}_e = 2,5.10^{-5}\ J}$

2.1- Explication du phénomène physique qui a lieu

Durant la charge, le condensateur emmagasine de l'énergie électrostatique. A la fin de cette opération, il possède l'énergie électrostatique $\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}CE^2$.

Lorsqu'on bascule l'interrupteur en position 2, le condensateur se décharge et perd son énergie initiale. Un courant d'intensité croissante traverse le circuit et la force électromotrice (f.é.m.) qui prend naissance dans la bobine s'oppose à cette croissance de l'intensité du courant ; la bobine accumule de l'énergie.
Quand la charge du condensateur s'annule, la f.é.m. d'auto-induction de la bobine s'oppose à l'annulation de l'intensité : un courant induit circule dans le sens du courant de décharge. La bobine restitue alors au reste du circuit l'énergie emmagasinée. Le condensateur se recharge en accumulant à nouveau de l'énergie. En fin de charge, la nature des charges portées par chaque armature est inversée. La décharge recommence et ainsi de suite jusqu'à ce que toute l'énergie se soit dissipée en chaleur par effet Joule.



- Etablissement de l'équation d'évolution de la charge q du condensateur
- tension instantanée aux bornes du condensateur : $u_c = \frac{q}{C}$
- tension instantanée aux bornes de la bobine et de la résistance : $u_b = -e$ avec $e = -L\frac{di}{dt}$

Donc : $u_b = L\frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt}$ (compte tenu de l'orientation choisie pour l'intensité instantanée i)

Loi de Pouillet dans le circuit : $u_b + u_c + Ri = 0 \Leftrightarrow L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

Donc : $L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) + \frac{q}{C} + R\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$

Soit : $L\frac{d^2q}{dt^2} + R\left(\frac{dq}{dt}\right) + \frac{q}{C} = 0$ en posant $\dot{q} = \frac{dq}{dt}$ et $\ddot{q} = \frac{d^2q}{dt^2}$

On obtient : $\boxed{L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0}$

2.2- Montrons que dans le cas où R = 0 la solution de l'équation différentielle est de la forme : $q = A\cos(\omega t + \varphi)$.

Pour R = 0, on a : $L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

La solution de l'équation différentielle est de la forme : $q = A\cos(\omega t + \varphi)$

$\dot{q} = -A\omega\sin(\omega t + \varphi)$ et $\ddot{q} = -A\omega^2\cos(\omega t + \varphi)$

$\Rightarrow -LA\omega^2\cos(\omega t + \varphi) + \frac{A}{C}\cos(\omega t + \varphi) = 0 \Leftrightarrow -L\omega^2 + \frac{1}{C} = 0 \Rightarrow \omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

A t = 0, uc = E et i = 0

D'où $\begin{cases} \frac{q(t=0)}{C} = E \Leftrightarrow \frac{A\cos\varphi}{C} = E \quad (1) \\ -A\omega\sin\varphi = 0 \qquad\qquad (2) \end{cases}$

La condition (2) est satisfaite si $\varphi = 0$

En reportant dans (1) on trouve $A = CE$

D'où : $q(t) = CE.\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$

2.3- Répartition de l'énergie dans le circuit à la date t = 2,2 ms

A la date t = 2,2 ms : $q(t) = CE.\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$ donc : $q(t = 2,2\text{ ms}) = 5.10^{-6}.\cos(9,84) = -4,58.10^{-6}$ C

Et $i(t) = -\frac{CE}{L}\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$ donc : $i(t = 2,2\text{ ms}) = 5.10^{-5}.\cos(9,84) = -4,58.10^{-5}$ A

Dans le circuit l'énergie apparait sous trois formes :

- Energie électrique emmagasinée dans le condensateur : $\mathcal{E}_e = \frac{1}{2}\frac{q^2}{C} = \frac{1}{2}CE^2.\cos^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$ $\mathcal{E}_e = 2,10.10^{-5}$ J

- Energie magnétique emmagasinée dans la bobine : $\mathcal{E}_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t\right)$ $\mathcal{E}_m = 1,05.10^{-10}$ J

- Energie dissipée par effet Joule dans la résistance : $\mathcal{E}_J = Ri^2t$ $\mathcal{E}_J = 4,61.10^{-9}$ J

3- Calcul de la résistance critique R_c du dipôle RLC

Le facteur de qualité est défini par : $Q = \frac{L\omega}{R}$

Pour Q = 0,5 : le régime est dit critique et $R = R_c$

$Q = 0,5 = \frac{L\omega}{R_c} \Rightarrow R_c = 2L\omega$ avec $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

Donc : $R_c = 2L\frac{1}{\sqrt{LC}} = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$ $R_c = 894\ \Omega$

Pour $R = R_c = 894\ \Omega$, on est à la limite entre les deux régime, périodique amorti et apériodique. Le circuit n'oscille plus, la décroissance de la tension u_c aux bornes du condensateur est plus rapide (décroissance exponentielle).

- Valeurs de R pour lesquelles le régime est périodique amorti et celles pour lesquelles le régime est apériodique

- Q > 0,5 : le régime est périodique amorti, ou oscillant ($R < R_c = 894\ \Omega$)
- Q < 0,5 : le régime est sous-critique ou apériodique ($R > R_c = 894\ \Omega$)

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

EXERCICE 52 — Sujet Bac S2 2008 — 4 points — 40 min

1- Valeurs des grandeurs électriques suivantes quand l''opération de charge étant terminée

- tension aux bornes du condensateur : $U_{C0} = E = 6$ V
- charge du condensateur : $Q_0 = CU_{C0} = 6.10^{-5}$ C
- intensité du courant circulant dans le conducteur ohmique : $I_0 = 0$
- tension aux bornes du conducteur ohmique : $U_R = 0$

2.1- Nature du phénomène qui se produit dans le circuit

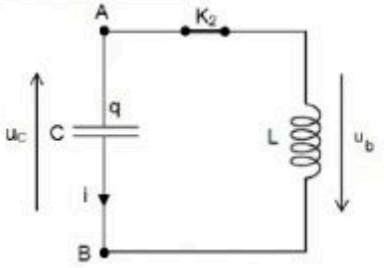
Lorsqu'on ouvre l'interrupteur K_1 et on ferme l'interrupteur K_2, le condensateur subit une décharge oscillante : la bobine ayant une résistance nulle, le circuit est siège d'oscillations électriques libres non amorties.

2.2- Expressions de la tension instantanée aux bornes du condensateur et aux bornes de la bobine

- tension instantanée aux bornes du condensateur : $u_c = \frac{q}{C}$
- tension instantanée aux bornes de la bobine : $u_b = -e$ avec $e = -L\frac{di}{dt}$

Donc : $u_b = L\frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt}$ (compte tenu de l'orientation choisie pour l'intensit instantanée i)

Donc : $u_b = L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = L\frac{d^2q}{dt^2} = L\ddot{q}$ en posant $\ddot{q} = \frac{d^2q}{dt^2}$



2.3- Expression de l'équation différentielle du circuit vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur

Loi de Pouillet dans le circuit : $u_b + u_c = 0 \Leftrightarrow L\ddot{q} + \frac{q}{C} = 0$

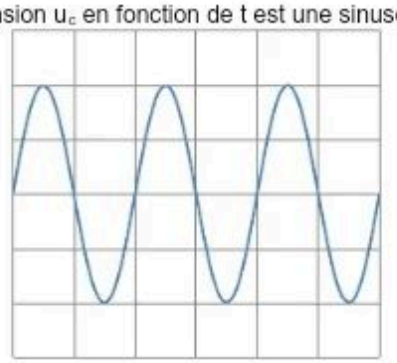
Comme $q = Cu_C$ alors : $u_b = LC\frac{d^2u_c}{dt^2} = L\ddot{q} = LC\frac{d^2u_c}{dt^2}$

L'équation différentielle devient : $LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_C = 0$

2.4- Solution littérale de l'équation différentielle du circuit

La solution de l'équation différentielle du circuit est de la forme : $u_c = U_{cmax}\cos(\omega t + \varphi)$

La courbe donnant les variations de la tension u_c en fonction de t est une sinusoïde.



2.5- Calcul de la période propre T_0 des oscillations

L'équation différentielle du circuit $LC\frac{d^2u_c}{dt^2} + u_C = 0$ peut se mettre sous la forme suivante :

$\frac{d^2u_c}{dt^2} + \omega_0^2 u_C = 0$ où $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$ ($\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}}$ est la pulsation propre du circuit)

$\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\omega_0} = 2\pi\sqrt{LC}$ $\quad$ $\boxed{T_0 = 2\pi\sqrt{LC}}$

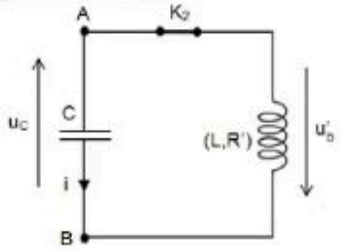
A.N. : $T_0 = 6,28.10^{-3}$ s

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

3.1- Equation différentielle relative à la charge q du condensateur à une date quelconque t

- tension instantanée aux bornes du condensateur : $u_c = \frac{q}{C}$
- tension instantanée aux bornes de la bobine : $u_b' = R'i - e = R'i + L\frac{di}{dt}$

puisque $e = -L\frac{di}{dt}$ avec $i = \frac{dq}{dt}$ (compte tenu de l'orientation choisie pour l'intensité instantanée i)



$u_c + u_b' = 0 \Leftrightarrow \frac{q}{C} + R'\frac{dq}{dt} + L\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = 0$ où $\frac{d}{dt}\left(\frac{dq}{dt}\right) = \frac{d^2q}{dt^2} = \ddot{q}$

d'où : $L\ddot{q} + R\dot{q} + \frac{q}{C} = 0$

comme $q = Cu_C$, on a : $i = \dot{q} = C\frac{du_C}{dt}$ et $\ddot{q} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$

On obtient donc : $LC\frac{d^2u_C}{dt^2} + R'C\frac{du_C}{dt} + u_c = 0$

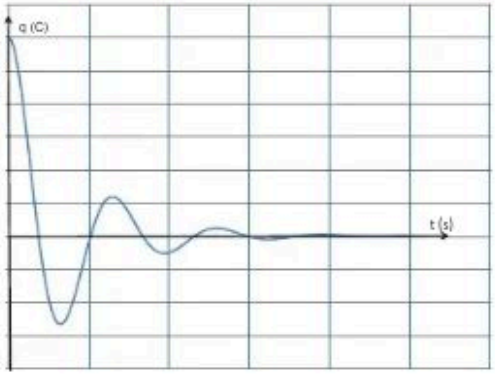
3.2- L'énergie totale du circuit diminue par dissipation par effet joule à cause de la résistance R' de la bobine.

3.3- Calcul de la pseudo-période T_1

On a : $T_1 = \frac{2\pi}{\omega_1}$

Le calcul donne : $T_1 = 6{,}4.10^{-3}$ s. donc $T_1 \approx T_0$

3.4- Allure de la courbe q = f(t) dans un intervalle de temps $\Delta t = 3T_1$



L'amplitude de la sinusoïde décroît du fait de l'amortissement.

EXERCICE 53 Sujet Bac S2 1999 4 points 40 min

4.1.1- Impédance Z_1 du montage

$$Z_1 = \sqrt{(R+R_b)^2 + (2\pi f_1 L - \frac{1}{2\pi f_1 . C})^2}$$

A.N.: $Z_1 = 923\ \Omega$

4.1.2- Valeur de I_1

$$I_1 = \frac{U}{Z_1}$$

A.N.: $I_1 = \frac{10{,}0}{923}$ $I_1 = 10{,}8$ mA

4.1.3- Puissance P_1 consommée par le montage

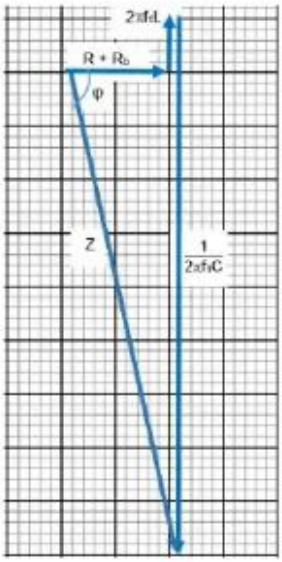
$$P_1 = (R + R_b).I_1^2$$

A.N.: $P_1 = 0,023$ W

4.1.4- Phase φ_1 de la tension u(t) par rapport à i(t)

$$\tan\varphi_1 = \frac{2\pi f_1 L - \frac{1}{2\pi f_1 .C}}{R + R_b}$$

A.N.: $\tan\varphi_1 = -4,5$ $\varphi_1 = -77,5°$ ou $\varphi_1 = -1,35$ rad



$\varphi_1 < 0$: i(t) est en avance sur u(t).

4.2- Tracé du diagramme de Fresnel

$$\left.\begin{array}{l} 2\pi f_1 L = 99,9\ \Omega \\ \frac{1}{2\pi f_1 .C} = 1000,97\ \Omega \end{array}\right\} \Rightarrow \left|2\pi f_1 L - \frac{1}{2\pi f_1 .C}\right| = 901,1\ \Omega$$

$R + R_b = 200\ \Omega$

1 cm ↔ 100 Ω

$2\pi f_1 L \leftrightarrow 1$ cm

$\frac{1}{2\pi f_1 .C} \leftrightarrow 10$ cm

$R + R_b \leftrightarrow 2$ cm

4.3- Valeur de la fréquence f_0

f_0 est telle que $Z = R + R_b$

$$f_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{L\,C}}$$

A.N. : $f_0 = 1007$ Hz

- Nouvelle valeur de l'impédance : $Z_0 = R + R_b = 200\ \Omega$
- Nouvelle valeur de l'intensité du courant : $I = I_0 = \frac{U}{Z_0} = 5.10^{-2}$ A
- Nouvelle valeur de la puissance consommée : $P_0 = (R+R_b)I_0^2 = 0,5$ W
- Nouvelle valeur de la phase de u(t) par rapport à i(t) : $\varphi_0 = 0$.

Le phénomène qui se produit est la résonance d'intensité.

(la tension u(t) et l'intensité i(t) sont en phase)

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

EXERCICE 54 — Sujet Bac S2 2000 — 4 points — 40 min

1.1- Période T, pulsation ω et fréquence N de la tension

$T = 2{,}5.10^{-3} \times 8 = 20.10^{-3}$ s = 20 ms

$\omega = \frac{2\pi}{T} = \frac{2\pi}{20.10^{-3}} = 100\,\pi = 314$ rad.s^{-1}.

$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{20.10^{-3}} = 50$ Hz.

T = 20 ms ; ω = 314 rad.s^{-1} ; N = 50 Hz.

1.2- Valeurs de I_{max} et U_{max}

$U_{max} = 1 \times 4 = 4$ V

$I_{max} = \frac{U_{Rmax}}{R} = \frac{1 \times 2}{20} = 0{,}10$ A

A.N. : U_{max} = 4 V ; I_{max} = 0,1 A

1.3- Différence de phase entre u (t) et i (t)

$\varphi = 2\pi \frac{\ell}{L} = 2\pi \times \frac{1}{8} = \frac{\pi}{4} = 0{,}785$ rad ($\varphi > 0$).

u (t) est en avance sur i (t)

1.4- Valeurs de L , r et de l'impédance Z

$Z = \frac{U_{max}}{I_{max}} = \frac{4}{0{,}10} = 40\ \Omega$.

$\cos\varphi = \frac{R + r}{Z} \Rightarrow r = Z\cos\varphi - R = 8{,}3\ \Omega$.

$\tan\varphi = \frac{L\,\omega}{R + r} = 1$ puisque $\varphi = \frac{\pi}{4} \Rightarrow L = \frac{R + r}{\omega} = 9.10^{-2}$ H = 90 mH.

Z = 40 Ω ; r = 8,3 Ω ; L = 90 mH.

2.1- Etat de fonctionnement du nouveau circuit

La phase entre l'intensité et la tension est nulle : le nouveau circuit est à la résonance d'intensité.

2.2- Impédance Z' du nouveau circuit

$Z' = \frac{U'_{max}}{I'_{max}} = \frac{U'_{max}}{U'_{Rmax}} R$

AN: $Z' = \frac{4}{2{,}8} \times 20 = 28{,}5\ \Omega$.

L'état de fonctionnement de ce circuit n'est pas compatible avec la valeur de Z, car Z est différent de Z'.

2.3- Retrouvons la valeur de la résistance r de la bobine.

A la résonance $Z' = R + r \Rightarrow r = Z' - R$

A.N. : $r = 28,5 - 20 = 8,5\ \Omega$. $r = 8,5\ \Omega$.

On retrouve pratiquement la même valeur.

EXERCICE 55 Sujet Bac S2 2002 4,5 points 45 min

1 – Equation différentielle du circuit

$u = u_R + u_L + u_C$

$u = Ri + ri + L\frac{di}{dt} + \frac{q}{C}$ avec $i = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$ et $\omega = 2\pi f$ et $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int i dt$

- Expression de I

$u = (R + r)I\sqrt{2} - 2\pi fLI\sqrt{2}\sin(2\pi ft) + \frac{I\sqrt{2}}{C}\int \cos(2\pi ft)\, dt$

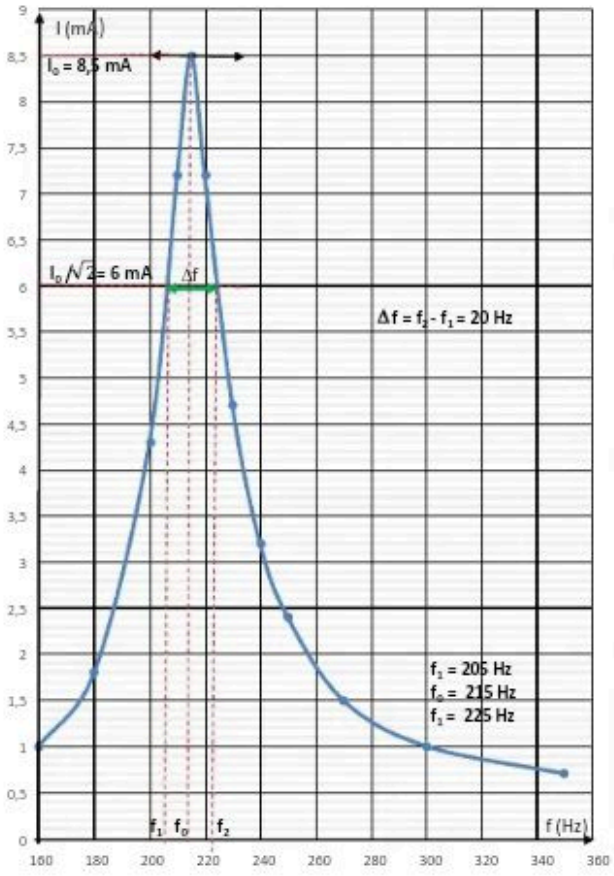
$u = (R + r)I\sqrt{2} + 2\pi fLI\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \frac{\pi}{2}) + \frac{I\sqrt{2}}{C}\cos(2\pi ft - \frac{\pi}{2})$ avec $u = U\sqrt{2}\cos(2\pi ft + \frac{\pi}{2})$

A partir de la construction de Fresnel, on a :

$U^2 = (R + r)^2 I^2 + I^2\left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2 = I^2\left((R + r)^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2\right)$

$I = \frac{U}{\sqrt{(R + r)^2 + \left(2\pi fL - \frac{1}{2\pi fC}\right)^2}}$

2 –Tracé de la courbe I = g(f) (voir papier millimétré)



3- Fréquence de résonance f_o et l'intensité I_o correspondante

I_o = 8,5 mA et f_o = 215 Hz (valeurs lues sur la courbe)

- Valeur de R

A la résonance, l'impédance Z du circuit est égale à R + r.
L'intensité efficace maximale I_o est liée à la tension U par : $U = Z.I_o = (R + r)I_o$

$U = (R + r)I_o \Rightarrow R = \frac{U}{I_o} - r$

On trouve $R = 100\ \Omega$

4 – Expressions du facteur de qualité Q

A la résonance $f = f_o$, $U_C = U_L$ et $I = I_o = \frac{U}{R + r}$

$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{U_L}{U}$

$U_C = \frac{I_0}{2\pi f_0 C}$ et $U_L = 2\pi f_0 L I_0$

$\frac{I_0}{2\pi f_0 C} = 2\pi f_0 L I_0$

$U_C = \frac{I_0}{2\pi f_0 C} = \frac{U}{2\pi f_0 (R + r) C}$

$U_L = 2\pi f_0 L I_0 = 2\pi f_0 L \frac{U}{R + r}$

$$Q = \frac{U_C}{U} = \frac{U}{2\pi f_0 (R + r) C} \quad ; \quad Q = \frac{U_L}{U} = 2\pi f_0 L \frac{U}{R + r}$$

Le facteur de qualité est aussi appelé facteur de surtension. En effet, ce facteur représente la surtension aux bornes du condensateur (ou de la bobine) à la résonance.

- Valeurs f_1 et f_2 des fréquences qui limitent la bande passante

L'intensité qui passe dans le circuit pour les fréquences f_1 et f_2 limites de la bande passante est donnée par :

$I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{8,5}{\sqrt{2}} = 6,0$ mA

En traçant sur la figure la droite d'ordonnée I = 6,0 mA, on obtient les fréquences f_1 et f_2.

$f_1 = 205$ Hz et $f_2 = 225$ Hz

La largeur de la bande passante est donnée par : $\Delta f = f_2 - f_1 = 20$ Hz

5 –Valeurs de L et C

$Q = \frac{f_0}{\Delta f}$

Or $\Delta\omega = 2\pi\Delta f = \frac{R + r}{L}$

$\Delta f = \frac{R + r}{2\pi L}$ et $\omega_0 = 2\pi f_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{2\pi f_0 L}{R + r} \Rightarrow L = \frac{(R + r)Q}{2\pi f_0}$

$Q = \frac{1}{2\pi f_0 (R + r) C} \Rightarrow C = \frac{1}{2\pi f_0 (R + r) Q}$

$$L = \frac{(R + r)Q}{2\pi f_0} \quad ; \quad C = \frac{1}{2\pi f_0 (R + r) Q}$$

A.N.: $Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{215}{20} = 10,75$; L = 0,94 H = 940 mH ; $C = 5,85.10^{-7}$ F $\approx$ 585 nF

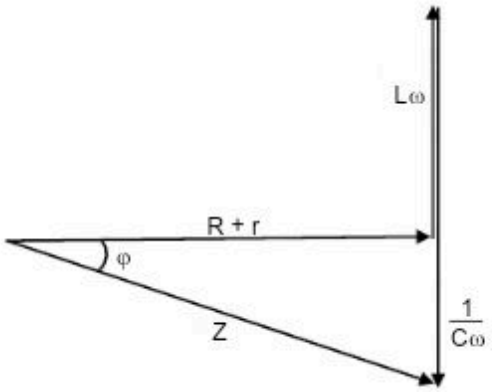
EXERCICE 56 Sujet Bac S2 2006 4 points 40 min

1.1- Fréquence de la tension sinusoïdale

La fréquence est donnée par $f = \frac{1}{T}$ avec $T = 1x5.10^{-2} = 50.10^{-2}$ ms soit $T = 50.10^{-5}$ s

$R + r = R_T \Rightarrow r = R_T - R = 12{,}1\ \Omega$ $\quad$ $\underline{r = 12{,}1\ \Omega}$

$$\tan|\varphi| = \frac{\frac{1}{C\omega} - L\omega}{R + r} \Rightarrow \frac{1}{C\omega} - L\omega = (R + r)\tan|\varphi|$$



$1 - LC\omega^2 = C\omega(R + r)\tan|\varphi|$

$1 - LC\omega^2 = C\omega(R + r)\tan|\varphi|$ (1)

A la résonance : $LC\omega_0^2 = 1 \Rightarrow LC = \frac{1}{\omega_0^2}$ (2)

(2) dans (1) donne :

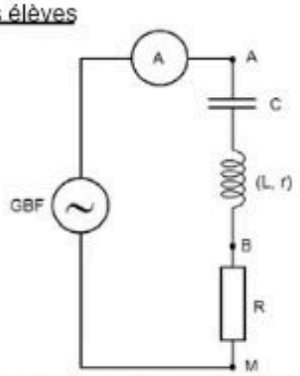
$$1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2 = C\omega(R + r)\tan|\varphi| \Rightarrow C = \frac{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_0}\right)^2}{\omega(R + r)\tan|\varphi|}$$

Numériquement, avec $\omega = 4000\pi$ rad.s^{-1} ; $\omega_0 = 4300\pi$ rad.s^{-1} ; $\varphi = \frac{2\pi}{5}$ et $R + r = 112{,}1\ \Omega$,
on obtient : $\underline{C = 31{,}1.10^{-9}\ F = 31{,}1\ nF}$

(2) $LC = \frac{1}{\omega_0^2} \Rightarrow L = \frac{1}{C\omega_0^2}$ $\quad$ $\underline{L = 0{,}176\ H = 176\ mH}$

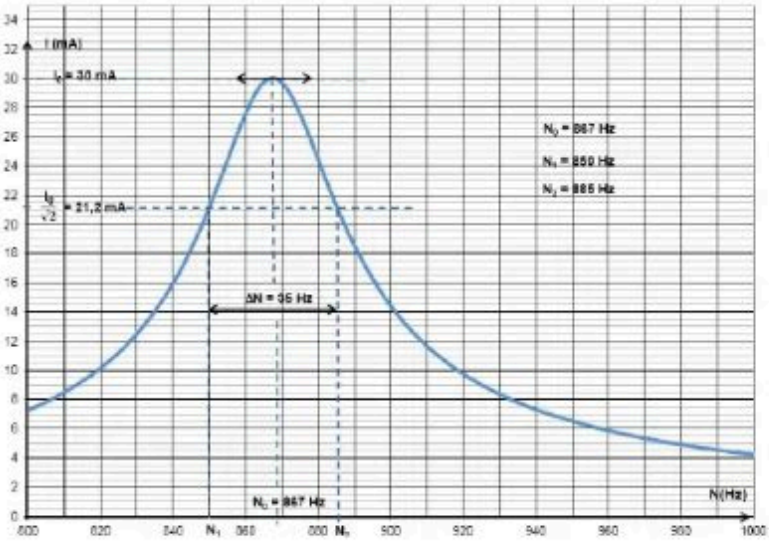
EXERCICE 57 $\quad$ Sujet Bac S2 2011 $\quad$ 4,5 points $\quad$ 45 min

1- Schéma du circuit électrique réalisé par les élèves



2.1- Tracé de la courbe I = f(N)

Echelle : 1 cm ↔10 Hz ; 1 cm ↔ 2,0 mA



2.2- Détermination graphique de la valeur N_o et valeur maximale I_0

A la fréquence de résonance N_o, l'intensité du courant dans le circuit est maximale.
Le maximum de la courbe correspond aux valeurs : N = N_o = 867 Hz et I = I_o = 30 mA
La valeur N = N_0 = 867 Hz est la fréquence de résonance.

2.3- Expression de l'intensité efficace maximale I_o

A la résonance : $\boxed{I_0 = \frac{U}{R + r}}$

- Valeur de la résistance r de la bobine

De la relation : $I_0 = \frac{U}{R + r}$, on tire : $\boxed{r = \frac{U}{I_0} - R}$

A.N. : $r = \frac{3}{30.10^{-3}} - 80$ $\qquad$ $r = 20\ \Omega$

3.1- Détermination graphique de la largeur de la bande passante du circuit

La bande passante (à 3 dB) d'un circuit RLC série est l'intervalle de fréquences pour lesquelles : $I \geq \frac{I_0}{\sqrt{2}}$

Les limites N_1 et N_2 de la bande passante sont données par : $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{30}{\sqrt{2}} = 21{,}2$ mA.

Nous déterminons graphiquement : N_1 = 850 Hz et N_2 = 885 Hz

- La bande passante correspond à l'intervalle de fréquences : [850 Hz ; 885 Hz]
- La largeur de la bande passante est : $\Delta N = N_2 - N_1 = 35$ Hz

3.2- Inductance L de la bobine

Le facteur de qualité d'un circuit RLC série est défini par : $Q = \frac{N_0}{\Delta N} = \frac{2\pi N_0 L}{R + r}$

Cette dernière relation conduit à : $\boxed{L = \frac{R + r}{2\pi\Delta N}}$

A.N. : $L = \frac{80 + 20}{2\pi x35}$ $\qquad$ $L = 0{,}45$ H

3.3- Valeur de la capacité C du condensateur

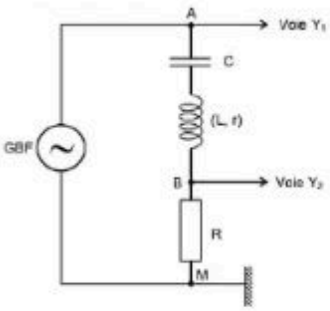
A la résonance d'intensité : $LC\omega_0^2 = 1$ avec $\omega_0 = 2\pi N_0$

donc : $LC(2\pi N_0)^2 = 4\pi^2 LCN_0^2 = 1 \Rightarrow \boxed{C = \frac{1}{4\pi^2 N_0^2 L}}$

A.N. : $C = \frac{1}{4\pi^2 x867^2 x0{,}45}$ $\qquad$ $C = 74{,}1.10^{-9}$ F = 74,1 nF

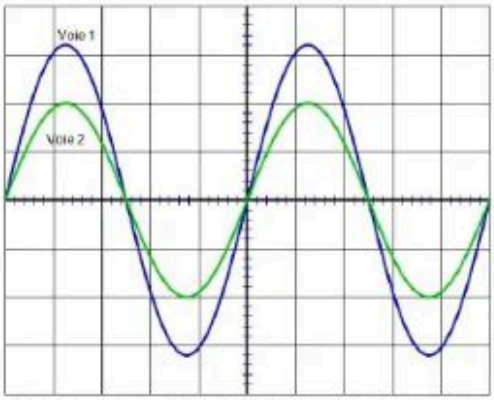
4.1- Schéma du circuit indiquant les branchements de l'oscillographe

- Sur la voie Y_1 : on observe la tension u_{AM} = u(t) délivrée par le GBF.
- Sur la voie Y_2 : on observe la tension u_{BM} = R.i(t) aux bornes de la résistance.



OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

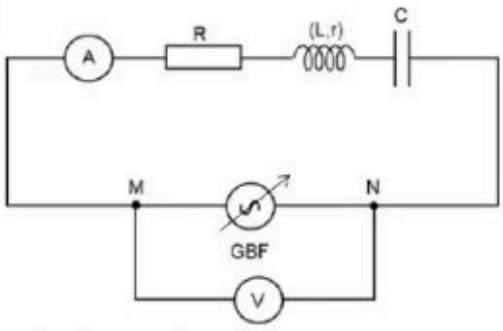
4.2- Représentation qualitative des courbes observées sur l'écran de l'oscillographe



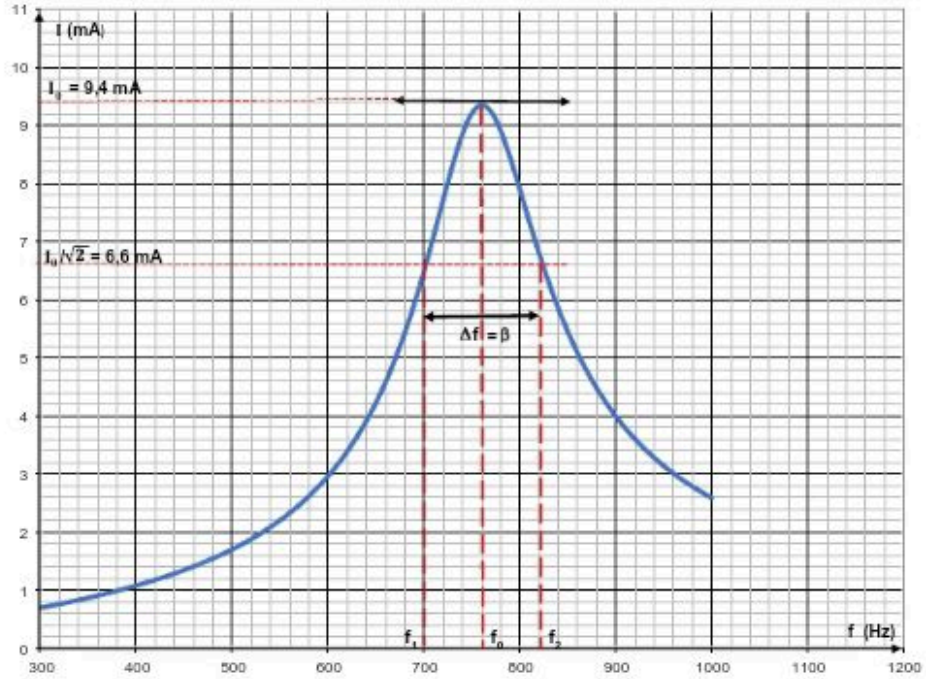
La tension u(t) délivrée par le GBF et la tension u_{BM} = R.i(t) aux bornes de la résistance sont en phase.

EXERCICE 58 Sujet Bac S2 2014 4 points 40 min

1- Schéma du circuit



2.1- Tracé la courbe de l'intensité efficace I en fonction de la fréquence f : I = g (f)



2.2- Graphiquement f_0 est obtenue pour I maximale ($I_0 \approx 9,4$ mA) : $f_0 \approx 755$ Hz

2.3- Calcul de l'impédance Z du circuit pour f = f_0 et de la résistance r de la bobine

On est à la résonance d'intensité, donc Z = R_{totale} et $Z = \frac{U}{I_0}$

Numériquement, avec U = 1,0 V et I_0 = 9,4 mA, on obtient : Z = 107 Ω

On en déduit r : $R_{totale} = R + r \Rightarrow r = R_{totale} - R$

Numériquement, avec R_{totale} = 107 Ω et R = 80 Ω, on trouve : r = 27 Ω

2.4- Détermination de la largeur de la bande passante β du circuit

La largeur de la bande passante : c'est l'intervalle de fréquence pour lequel $I = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = \frac{9,4}{\sqrt{2}} = 6,6$ mA

Graphiquement on obtient : $\Delta f = \beta = 120$ Hz

2.5- Calcul de l'impédance du circuit aux extrémités de la bande passante

Soient Z_1 et Z_2 les impédances du circuit aux extrémités de la bande passante.

$Z_1 = \frac{U}{I_1}$ et $Z_2 = \frac{U}{I_2}$ or $I_1 = I_2 = \frac{I_0}{\sqrt{2}} = 6,6$ mA donc $Z_1 = Z_2 = \frac{1,0}{6,6.10^{-3}} = 150\ \Omega$

3- Détermination de la valeur de l'inductance L de la bobine et celle de la capacité C du condensateur

$\beta = \frac{R + r}{2\pi.L} \Rightarrow L = \frac{R + r}{2\pi.\beta}$

Numériquement, avec R + r = 107 Ω et β = 120 Hz, on obtient : L = 0,142 H = 142 mH

D'après la relation de Thomson : $LC\omega_0^2 = 1 \Leftrightarrow LCx4\pi^2f_0^2 = 1 \Rightarrow C = \frac{1}{4\pi^2.L.f_0^2}$

Numériquement, avec L = 0,142 H et f_0 = 755 Hz, on obtient : $C = 313,10^{-9}$ F = 313 nF

EXERCICE 59 Sujet Bac S2 1992 4 points 40 min

1- Calcul des impédances Z_{BC} et Z_{AC} de la bobine et de la portion de circuit AC

$Z_{BC} = \frac{U_{BC}}{I}$ et $Z_{AC} = \frac{U_{AC}}{I}$ avec $I = \frac{U_{AB}}{R}$

Donc : $Z_{BC} = \frac{U_{BC}}{U_{AB}}xR$ et $Z_{AC} = \frac{U_{AC}}{U_{AB}}xR$

Numériquement, avec $U_{AB} = U_1$ = 9,5 V ; $U_{BC} = U_2$ = 5 V ; U_{AC} = U = 13,6 V ; R = 20 Ω, on obtient :

Z_{BC} = 10,5 Ω et Z_{AC} = 28,6 Ω

2- Caractéristiques (L, r) de la bobine

$Z_{BC} = \sqrt{L^2\omega^2 + r^2}$ et $Z_{AC} = \sqrt{L^2\omega^2 + (R + r)^2}$

$$\begin{cases} L^2\omega^2 + r^2 = Z_{BC}^2 \\ L^2\omega^2 + (R + r)^2 = Z_{AC}^2 \end{cases} \Rightarrow (R + r)^2 - r^2 = Z_{AC}^2 - Z_{BC}^2 \Rightarrow r = \frac{Z_{AC}^2 - Z_{BC}^2 - R^2}{2R}$$

$L^2\omega^2 + r^2 = Z_{BC}^2 \Rightarrow L\omega = \sqrt{Z_{BC}^2 - r^2}$

Numériquement, avec Z_{BC} = 10,5 Ω, Z_{AC} = 28,5 Ω et R = 20 Ω, on obtient : r = 7,7 Ω

On en déduit $L\omega = 7{,}2\ \Omega$ et $L = \frac{7{,}1}{100\pi} = 0{,}023$ H soit $\underline{L = 23\ mH}$

Les caractéristiques de la bobine sont : $\underline{L = 23\ mH \text{ et } r = 7{,}7\ \Omega}$

- $\underline{\text{Détermination du déphasage } \varphi \text{ entre le courant et la tension aux bornes de AC}}$

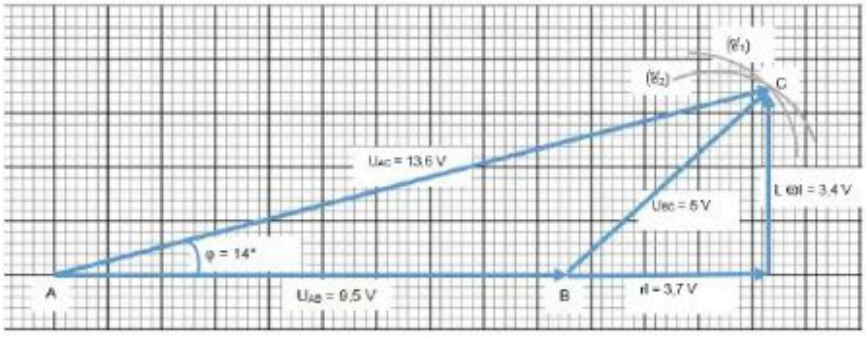
$\tan\varphi = \frac{L\omega}{Z_{AC}} = \frac{7{,}1}{28{,}6} = 0{,}25 \Rightarrow \underline{\varphi = 14{,}3°}$

ou bien en utilisant les propriétés du triangle dans le triangle ABC : $\cos\varphi = \frac{U_{AC}^2 + U_{AB}^2 - U_{BC}^2}{2U_{AB}.U_{AC}} = 0{,}968 \Rightarrow \underline{\varphi = 14{,}5°}$

3- $\underline{\text{Construction du diagramme de Fresnel des tensions et valeur du déphasage}}$

$U_{AB} = U_1 = 9{,}5$ V $\leftrightarrow 9{,}5$ cm ; $U_{BC} = U_2 = 5$ V $\leftrightarrow 5$ cm; $U_{AC} = U = 13{,}6$ V $\leftrightarrow 13{,}6$ cm

(On trace à l'aide d'une règle et d'un compas)



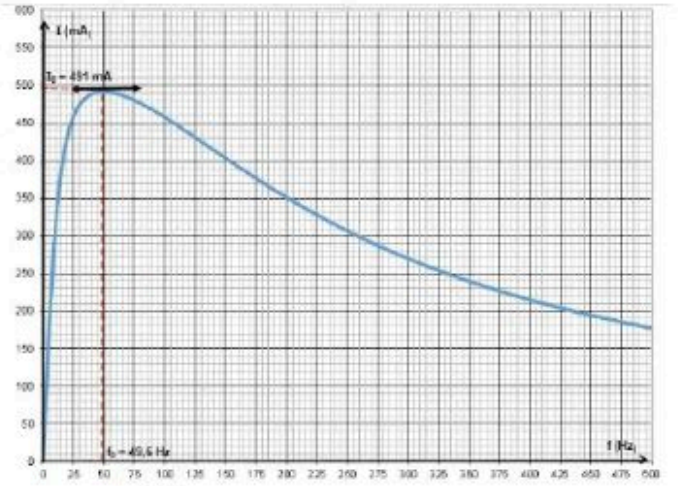
A l'aide du rapporteur, on trouve $\varphi = 14°$.

- $\underline{\text{Nature du dipôle X à insérer et ses caractéristiques}}$

Pour que la résonance soit réalisée, il faut insérer un condensateur dans le circuit. La valeur de la capacité du condensateur doit être telle que : $\frac{1}{C\omega} = L\omega \Rightarrow C = \frac{1}{L\omega^2}$

Numériquement, avec L = 0,023 H et $\omega = 100\pi$ rad.s^{-1}, on obtient : $C = 448.10^{-6}$ F = 448 μF

4- $\underline{\text{Allure de la courbe de résonance et coordonnées du maximum } I_0 \text{ de l'intensité efficace du courant}}$



A la résonance, $I = I_0 = \frac{U}{R + r}$ soit $I_0 = \frac{13{,}6}{20 + 7{,}7} = 0{,}491$ A = 491 mA $\underline{I_0 = 491\ mA \text{ et } f_0 = 49{,}6\ Hz}$

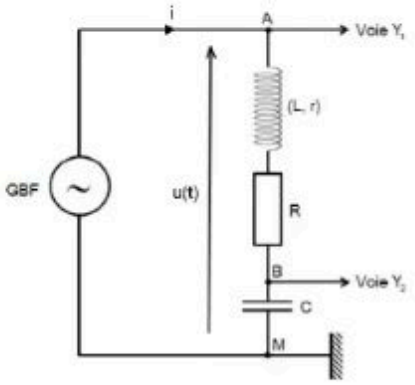
OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

EXERCICE 60 — 4 points — 40 min

1- Expression de u(t) en fonction de i, $\frac{di}{dt}$ et $\int idt$

$u(t) = (ri + L\frac{di}{dt}) + Ri + \frac{q}{C}$ avec $i = \frac{dq}{dt} \Rightarrow q = \int idt$

$u(t) = (R + r)i + L\frac{di}{dt} + \frac{1}{C}\int idt$



- Montrer que u (t) peut se mettre sous la forme : $u(t) = \alpha\cos(\omega t) + \beta\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \gamma\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

$i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t) \Rightarrow \frac{di}{dt} = -I\sqrt{2}\omega\sin(\omega t) = I\sqrt{2}\omega\cos(\omega t + \frac{\pi}{2})$ et $\int idt = \frac{I\sqrt{2}}{\omega}\sin(\omega t) = \frac{I\sqrt{2}}{\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

donc : $u(t) = (R + r)I\sqrt{2}.\cos(\omega t) + L\omega I\sqrt{2}\cos(\omega t + \frac{\pi}{2}) + \frac{I\sqrt{2}}{C\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

où α, β et γ sont : $\begin{cases} \alpha = (R + r)I\sqrt{2} \\ \beta = L\omega I\sqrt{2} \\ \gamma = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega} \end{cases}$

2- Expressions des valeurs efficaces I de l'intensité du courant et U_C de la tension aux bornes du condensateur

$$I = \frac{U}{Z} = \frac{U}{\sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

$U_C = Z_C.I = \frac{I\sqrt{2}}{C\omega}$

$$\tan\varphi = \frac{L\omega - \frac{1}{C\omega}}{\sqrt{(R + r)^2 + \left(L\omega - \frac{1}{C\omega}\right)^2}}$$

3.1 - Expression littérale puis numérique de u_C en fonction du temps

$u_C(t) = \frac{I\sqrt{2}}{C_0\omega}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ or $U_2 = \frac{I}{C_0\omega}$

d'où : $u_C(t) = U_2\sqrt{2}\cos(100\pi t - \frac{\pi}{2}) = U_{2m}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$ avec $U_{2m} = 3{,}2x20 = 64$ V et $\omega = 100\pi$ rad.s^{-1}

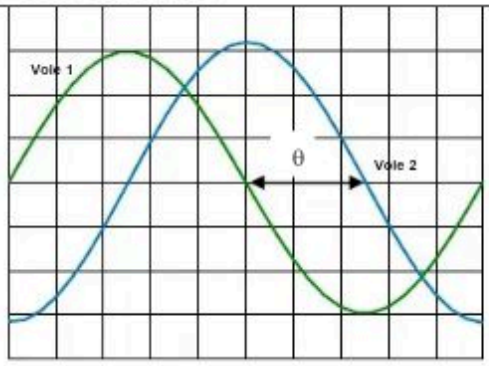
$u_C(t) = 64\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

OSCILLATIONS ELECTRIQUES LIBRES
OSCILLATIONS ELECTRIQUES FORCEES

3.2 – Détermination de la phase Φ entre u(t) et $u_C(t)$

Le décalage horaire de la tension u(t) par rapport à $u_2(t) = u_C(t)$ est $\frac{T}{4}$;

la tension u(t) est en avance de phase $\Phi = \frac{2\pi}{T} \times \frac{T}{4} = \frac{\pi}{2}$ sur $u_2(t)$.



D'autre part $u(t) = U_m\cos(\omega t + \varphi)$; $u_C(t) = U_{cm}\cos(\omega t - \frac{\pi}{2})$

La phase entre u(t) et $u_C(t)$ étant de $\frac{\pi}{2}$, on a $\varphi - (-\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{2} \Rightarrow \varphi = 0$ et donc : $u(t) = U_m\cos(\omega t)$

Et comme $i(t) = I\sqrt{2}\cos(\omega t)$, on en déduit que la tension et l'intensité sont en phase : on est à la résonance d'intensité.

3.3 – Détermination de la valeur de l'inductance L

On est à la résonance d'intensité : $LC_0\omega^2 = 1 \Rightarrow L = \frac{1}{C_0\omega^2}$

Numériquement, avec $C_0 = 10{,}1\ \mu F$ et $\omega = 100\pi$ rad.s^{-1}, on obtient : L = 1,0 H

3.4- Calcul de la valeur maximale I_0 de l'intensité efficace du courant

$U_{Cm} = \frac{I_0\sqrt{2}}{C_0\omega} \Rightarrow I_0 = \frac{U_{Cm}}{\sqrt{2}} C_0\omega$

Numériquement, avec $U_{Cm} = 64$ V ; $C_0 = 10{,}1\ \mu F$ et $\omega = 100\pi$ rad.s^{-1}, on obtient : $I_0 = 0{,}144$ A = 144 mA

- Valeur de la résistance totale R_T du circuit

$R_T = R + r$

$I_0 = \frac{U}{R_T} \Rightarrow R_T = \frac{U}{I_0}$ avec $U = \frac{U_m}{\sqrt{2}} = \frac{3x5}{\sqrt{2}} = \frac{15}{\sqrt{2}} = 10{,}6$ V

$R_T = 73{,}9\ \Omega$

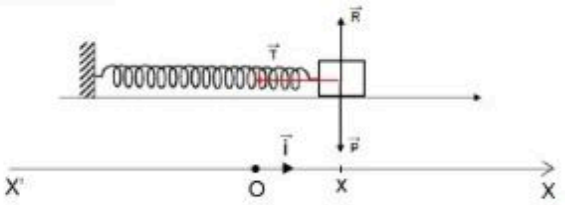
OSCILLATIONS MECANIQUES LIBRES

EXERCICE 61 *Oscillateur mécanique horizontal* 4 points 40 min

1- Schéma Indiquant les forces appliquées au solide S

Le solide S est soumis :

- à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- à la réaction $\vec{R}$ du plan
- à la tension $\vec{T}$ du ressort



2- Equation différentielle du mouvement du solide S

Appliquons le théorème du centre d'inertie au solide S : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant Ox : $-T = m\ddot{x}$ avec $T = kx$

Donc : $-kx = m\ddot{x} \Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0 \quad \text{avec } \omega_0^2 = \frac{k}{m}$$

- Calcul de la pulsation propre ω_0 et de la période propre T_0 de l'oscillateur

La pulsation propre des oscillations est donnée par : $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

Donc : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}}$ et $\omega_0 = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$

Numériquement, avec m = 100 g ; k = 40 $N.m^{-1}$, on obtient : $\omega_0 = 20$ rad $.s^{-1}$ et $T_0 = 0{,}31$ s

3- Forme générale de l'équation horaire du mouvement de S

L'équation horaire du mouvement de S est de la forme : $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$
Où A est l'amplitude du mouvement, ω_0 sa pulsation propre et φ la phase à l'origine des dates.

4- Equation horaire du mouvement de S

L'équation horaire du mouvement est de la forme : $x(t) = A\cos(\omega_0 t + \varphi)$

On détermine A et φ à partir des conditions initiales.

A t = 0, $x = X_0$ et $v = \dot{x} = 0$ (la vitesse initiale est nulle)
$x(t = 0) = X_0 \Leftrightarrow A\cos\varphi = X_0$

$v(t = 0) = \dot{x}(t = 0) = 0$ avec $\dot{x}(t) = -A\omega_0\sin(\omega_0 t + \varphi)$

$\dot{x}(t = 0) = 0 \Leftrightarrow -A\omega_0\sin\varphi = 0 \Rightarrow \sin\varphi = 0 \Rightarrow \varphi = 0$ donc $A = X_0$

D'où : $x(t) = X_0\cos(\omega_0 t)$ ou $x(t) = X_0\cos\left(\sqrt{\frac{k}{m}}.t\right)$

5- Expressions de l'énergie cinétique et de l'énergie potentielle élastique de l'oscillateur

- Energie cinétique de l'oscillateur : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ avec $v = \dot{x}(t) = -X_0\omega_0\sin(\omega_0 t)$ on obtient $E_c = \frac{1}{2}mX_0^2.\omega_0^2.\sin^2(\omega_0 t)$

Comme $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ alors $E_c = \frac{1}{2} kX_0^2 \sin^2(\omega_0 t)$

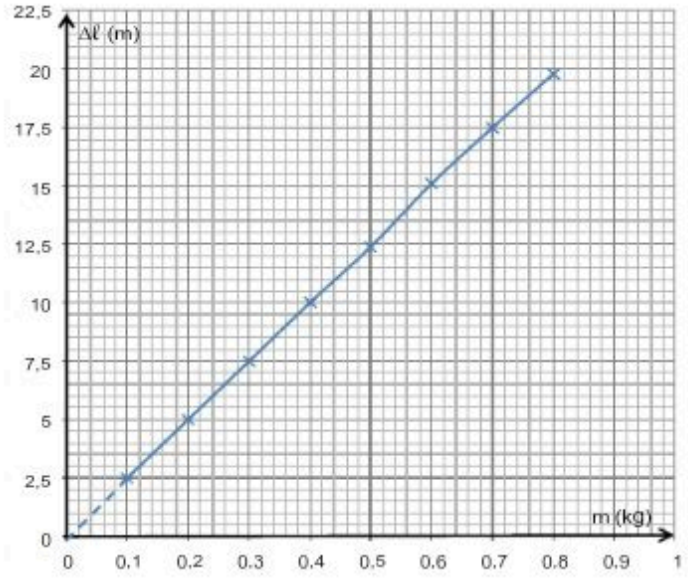
- Energie potentielle élastique de l'oscillateur : $E_p = \frac{1}{2} kx^2 = \frac{1}{2} kX_0^2 \cos^2(\omega_0 t)$
- Energie mécanique de l'oscillateur : $E_m = E_c + E_p$

$E_m = \frac{1}{2} kX_0^2 \sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2} kX_0^2 \cos^2(\omega_0 t) = \frac{1}{2} kX_0^2$

L'énergie mécanique est constante.

EXERCICE 62 Sujet Bac S2 2007 4,5 points 45 min

1.1- Tracé du graphe de l'allongement $\Delta\ell$ en fonction de la masse m



$\Delta\ell = f(m)$ est une fonction linéaire de la masse m.$\Delta\ell$ peut donc se mettre sous la forme $\Delta\ell = a.m$

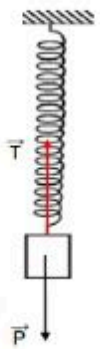
avec $a = \frac{\Delta(\Delta\ell)}{\Delta m} = \frac{19,8.10^{-2} - 2,5.10^{-2}}{0,8 - 0,1} = 0,25\ m.kg^{-1}$

$\Delta\ell = 0,25.m$

1.2- Représentation des forces qui s'exercent sur la masse m et expression de k

La masse m est soumise :

- à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- et la tension $\vec{T}$ du ressort



Condition d'équilibre : $\vec{P} + \vec{T} = \vec{0}$

$\Leftrightarrow mg - k\Delta\ell = 0$

$\Leftrightarrow k = \frac{mg}{\Delta\ell}$

1.3- Valeur de la constante de raideur k

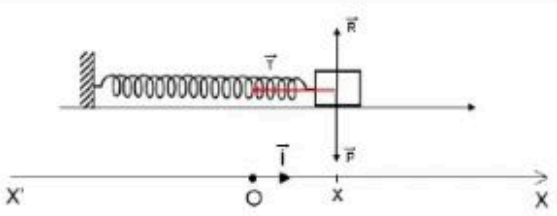
$$\begin{cases} \Delta\ell = a.m \\ \Delta\ell = \frac{g}{k}.m \end{cases} \Rightarrow a = \frac{g}{k} \quad \text{soit : } k = \frac{9,81}{0,25} = 39,2 \text{ N.m}^{-1}$$

$k = 39,2$ N.m^{-1}

2.1- Inventaire et représentation des forces qui s'exercent sur la masse M

La masse M est soumise :

- à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- à la réaction $\vec{R}$ du plan
- à la tension $\vec{T}$ du ressort



2.2- Equation différentielle du mouvement

Appliquons le théorème du centre d'inertie à la masse M : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} = m\vec{a}$

Suivant OX : $-T = M\ddot{x}$ avec $T = kx$

Donc : $-kx = M\ddot{x} \Leftrightarrow M\ddot{x} + kx = 0$

$$\Leftrightarrow \ddot{x} + \frac{k}{M}x = 0 \quad \text{avec } \omega_0^2 = \frac{k}{M}$$

- Expression de la période T_0 des oscillations

La pulsation propre des oscillations est donnée par : $\omega_0^2 = \frac{k}{M}$

Donc : $\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{M}} = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$

2.3- Calcul de T_0

La mesure de 10 oscillations donne 10,6 s ; donc $10.T_0 = 10,6$ s $\Rightarrow$ $T_0 = 1,06$ s

2.4- Expression de la nouvelle période T en fonction de K, m_1 et M

Par analogie à la relation $T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}}$ obtenue à la question 3.2.2-, on obtient : $T = 2\pi\sqrt{\frac{M + m_1}{k}}$

La durée de 10 oscillations donne 10,7 s ; donc $10.T = 10,7$ s $\Rightarrow$ $T = 1,07$ s

2.5- Expression de k en fonction de T_0, T et m_1

L'expression de k en fonction de T_0, T et m_1 s'obtient en éliminant M entre les expressions de T_0 et T :

$$T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{M}{k}} \Rightarrow M = \frac{T_0^2}{4\pi^2}k \quad (1)$$

$$T = 2\pi\sqrt{\frac{M + m_1}{k}} \Rightarrow M = \frac{T^2}{4\pi^2}k - m_1 \quad (2)$$

(1) et (2) donnent : $\frac{T^2}{4\pi^2}k - m_1 = \frac{T_0^2}{4\pi^2}k \Rightarrow \boxed{k = \frac{4\pi^2.m_1}{T^2 - T_0^2}}$

A.N. : $k = \frac{4\pi^2 x 20.10^{-3}}{1,07^2 - 1,06^2} = 37,1\ N.m^{-1}$ $\quad$ $k = 37,1\ N.m^{-1}$

2.6- Calcul de la constante de raideur k

La valeur de la constante de raideur k obtenue par la méthode statique et celle obtenue par la méthode dynamique (39,2 $N.m^{-1}$ et 37,1 $N.m^{-1}$) sont légèrement différentes. Cela s'explique par le fait que les mesures effectuées par la méthode statique (surtout la mesure de l'allongement $\Delta\ell$) n'est pas très précise. De plus, les frottements peuvent ne pas être aussi négligeables.

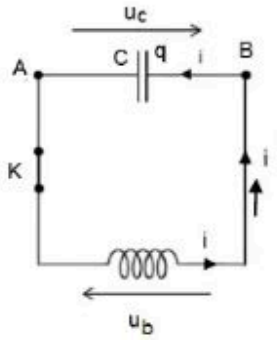
EXERCICE 63 *Analogie entre les grandeurs mécaniques et électriques* 4 points 40 min

1- Equation différentielle liant la charge q à sa dérivée seconde par rapport au temps

- Aux bornes du condensateur : $u_{AB} = \frac{q}{C}$

- Aux bornes de la bobine : $u_b = -e = L\frac{di}{dt}$

$u_c + u_b = 0 \Leftrightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0 \Rightarrow \frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$ avec $i = \frac{dq}{dt}$ donc $\frac{di}{dt} = \frac{d^2q}{dt^2}$



L'équation $\frac{q}{C} + L\frac{di}{dt} = 0$ devient $L\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{C} = 0$ ou encore $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{q}{LC} = 0$

En posant $\omega_0^2 = \frac{1}{LC}$, l'équation différentielle devient : $\frac{d^2q}{dt^2} + \omega_0^2 q = 0$ Soit : $\ddot{q} + \omega_0^2 q = 0$

2- Période propre T_0 du circuit

$\omega_0 = \sqrt{\frac{1}{LC}} = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{LC}}$

Numériquement, avec L = 50 mH et C = 5 μF, on obtient : $T_0 = 1,26.10^{-4}$ s

3.1- Expressions des énergies cinétique E_c, potentielle E_p et mécanique E du système {ressort + solide}

- Energie cinétique de l'oscillateur : $E_c = \frac{1}{2}mv^2$ avec $v = \dot{x}(t) = -X_0\omega_0\sin(\omega_0 t+\varphi)$ on obtient $E_c = \frac{1}{2}mX_0^2\omega_0^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$

Comme $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$ alors $E_c = \frac{1}{2}kX_0^2\sin^2(\omega_0 t+\varphi)$

- Energie potentielle élastique de l'oscillateur : $E_p = \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kX_0^2\cos^2(\omega_0 t+\varphi)$

- Energie mécanique de l'oscillateur : $E_m = E_c + E_p$

$E_m = \frac{1}{2}kX_0^2\sin^2(\omega_0 t) + \frac{1}{2}kX_0^2\cos^2(\omega_0 t) = \frac{1}{2}kX_0^2$

L'énergie mécanique est constante : Il y a conservation d'énergie du système parce que les frottements ont été négligés.

3.2- Etablissons l'équation différentielle du système en utilisant la méthode énergétique

$E = E_c + E_p$

$E = \frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2 = cte$

Donc $\frac{dE}{dt} = \frac{d}{dt}\left(\frac{1}{2}m\dot{x}^2 + \frac{1}{2}kx^2\right) = 0 \Leftrightarrow m\ddot{x} + kx = 0$ ou encore $\ddot{x} + \frac{k}{m}x = 0$ avec $\omega_0^2 = \frac{k}{m}$

3.3- Expression littérale de la période propre T_0 des oscillations du pendule

$$\omega_0 = \sqrt{\frac{k}{m}} = \frac{2\pi}{T_0} \Rightarrow T_0 = 2\pi\sqrt{\frac{m}{k}}$$

Numériquement, avec k = 25 N.m^{-1}, on obtient : T_0 = 0,4 s

3.4- Analogie entre les grandeurs mécaniques et électriques

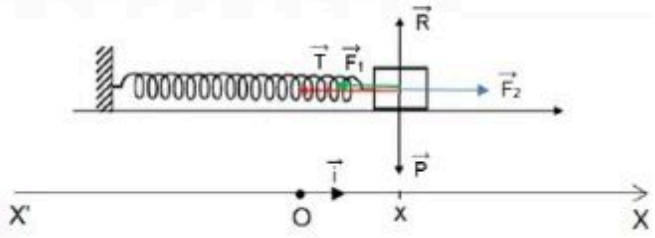
Grandeurs mécaniques	Grandeurs électriques
Elongation : x	Charge électrique : q
Constante de raideur : k	Inverse de la capacité : $\frac{1}{C}$
Vitesse : $v = \dot{x}$	Intensité de courant : $i = \dot{q}$
Masse : m	Inductance : L

EXERCICE 64 CGS 1991 4 points 40 min

1- Equation différentielle du mouvement vérifiée par x

Le solide S est soumis :

- à son poids $\vec{P} = m\vec{g}$
- à la réaction $\vec{R}$ du plan
- à la tension $\vec{T}$ du ressort
- à la force de frottement $\vec{F_1} = -\lambda\vec{v}$
- à l'action sinusoïdale $\vec{F_2} = F_0\cos(\omega t)\vec{u}$



2- Equation différentielle du mouvement du solide S

Appliquons le théorème du centre d'inertie au solide S : $\vec{P} + \vec{R} + \vec{T} + \vec{F_1} + \vec{F_2} = m\vec{a}$

Suivant Ox : $-T - F_1 + T_2 = m\ddot{x}$ avec $T = kx$, $F_1 = \lambda v$ et $F_2 = F_0\cos(\omega t)$

Donc : $-kx - \lambda v + F_0\cos(\omega t) = m\ddot{x} \Leftrightarrow m\ddot{x} + \lambda\dot{x} + kx = F_0\cos(\omega t)$

2- Etablissons, en utilisant la construction de Fresnel, la relation : $A = \frac{F_0}{\sqrt{\lambda^2\omega^2 + (k - m\omega^2)^2}}$

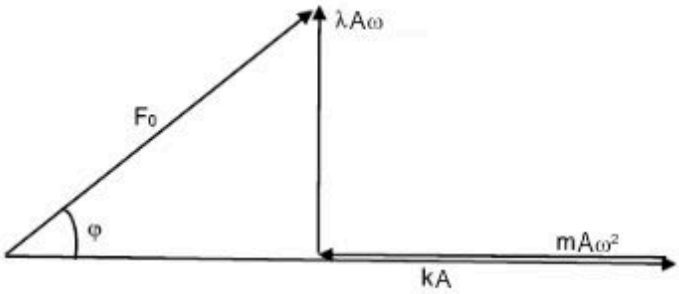
En admettant que x est de la forme : $x = A\cos(\omega t - \varphi)$, on représentera les vecteurs de Fresnel pour $\omega t - \varphi = 0$.

- pour $kx = kA\cos(\omega t - \varphi)$, le vecteur : $\vec{V_1}$ | norme : kA ; $(Ox, \vec{V_1}) = 0$

- pour $\lambda\dot{x} = -\lambda A\omega\sin(\omega t - \varphi) = \lambda A\omega\cos(\omega t - \varphi + \frac{\pi}{2})$, le vecteur : $\vec{V_2}$ | norme : $\lambda A\omega$; $(Ox, \vec{V_2}) = \frac{\pi}{2}$

- pour $m\ddot{x} = -mA\omega^2.\sin(\omega t - \varphi) = mA\omega^2.\cos(\omega t - \varphi + \pi)$, le vecteur : $\vec{V_3}$ | norme : $mA\omega^2$. ; $(Ox, \vec{V_3}) = \pi$

- pour $F_2 = F_0\cos(\omega t)$, le vecteur : $\vec{V}$ | norme : F_0 ; $(Ox, \vec{V_3}) = \varphi$



$$F_0^2 = (kA - mA\omega^2)^2 + \lambda^2A^2\omega^2$$

$$F_0^2 = A^2\left[(k - m\omega^2)^2 + \lambda^2A^2\omega^2\right] \Rightarrow A = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega^2)^2 + \lambda^2\omega^2}}$$

On en déduire $\tan\varphi = \frac{\lambda\omega}{k - m\omega^2}$

EXERCICE 65 *Oscillations d'une molécule diatomique* CGS 4 points 40 min

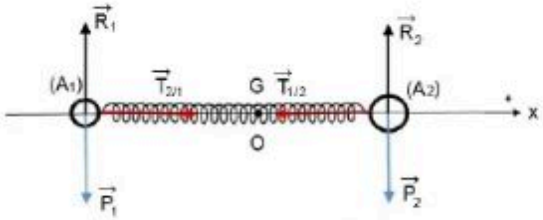
1- Etablissement de l'équation différentielle vérifiée par x

A la date t, l'allongement du ressort est donné par $(x_2 - x_1 - \ell_0)$.

Soient $\vec{T}_{2/1}$ et $\vec{T}_{1/2}$ les tensions qui s'exercent sur A_1 et A_2.

On a : $\vec{T}_{2/1} + \vec{T}_{1/2} = \vec{0}$

Soit : $\vec{T}_{2/1} = -\vec{T}_{1/2} = k(x_2 - x_1 - \ell_0)\vec{i}$ (1)



Appliquons le théorème du centre d'inertie au solide A_1 puis au solide A_2

Pour A_1, on a : $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 + \vec{T}_{2/1} = m_1\vec{a}_1$ Comme $\vec{P}_1 + \vec{R}_1 = \vec{0}$ alors $\vec{T}_{2/1} = m_1\vec{a}_1 \Rightarrow k(x_2 - x_1 - \ell_0)\vec{i} = m_1\vec{a}_1$ ou encore $k(x - \ell_0)\vec{i} = m_1\vec{a}_1 = m_1\frac{d^2x_1}{dt^2}\vec{i}$

$\Rightarrow m_1\frac{d^2x_1}{dt^2} = k(x - \ell_0) \Rightarrow \frac{d^2x_1}{dt^2} = \frac{k}{m_1}(x - \ell_0)$ (2)

De la même façon : $\frac{d^2x_2}{dt^2} = -\frac{k}{m_2}(x - \ell_0)$ (3)

(2) et (3) permettent d'écrire : $\frac{d^2x_2}{dt^2} - \frac{d^2x_1}{dt^2} = -\frac{k}{m_2}(x - \ell_0) - \frac{k}{m_1}(x - \ell_0)$

$$\Leftrightarrow \quad \frac{d^2x_2}{dt^2} - \frac{d^2x_1}{dt^2} = -k(x - \ell_0)\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right)$$

Comme $\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{d^2(x - \ell_0)}{dt^2}$, alors : $\frac{d^2(x - \ell_0)}{dt^2} + k(x - \ell_0)\left(\frac{1}{m_1} + \frac{1}{m_2}\right) = 0$

Soit : $\frac{d^2(x-\ell_0)}{dt^2} + k\left(\frac{m_1+m_2}{m_1.m_2}\right)(x-\ell_0) = 0$ posons $X = x - \ell_0$

L'équation devient : $\frac{d^2X}{dt^2} + k\left(\frac{m_1+m_2}{m_1.m_2}\right)X = 0 \quad (4)$

C'est une équation différentielle du second ordre à coefficients constants caractéristique d'un mouvement oscillatoire sinusoïdal.

2- Expression de la période T des oscillations

De l'équation (4), on tire la pulsation $\omega = \sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1.m_2}}$

D'où la période $T = \frac{2\pi}{\omega} = 2\pi\sqrt{\frac{m_1.m_2}{k(m_1+m_2)}}$

3.1- Fréquence propre des vibrations de la molécule de monoxyde de carbone CO

$\lambda = \frac{c}{\nu} \Rightarrow \nu = \frac{c}{\lambda}$

Numériquement, avec $\lambda = 4{,}60\ \mu m$ on obtient : $\nu = \frac{3.10^8}{4{,}60.10^{-6}} = 6{,}52.10^{13}$ Hz $\qquad \nu = 6{,}52.10^{13}$ Hz

3.2- Constante de raideur k associée à la liaison carbone-oxygène de la molécule de monoxyde de carbone CO

$\omega = 2\pi\nu = \sqrt{\frac{k(m_1+m_2)}{m_1.m_2}} \Rightarrow 4\pi^2\nu^2 = \frac{k(m_1+m_2)}{m_1.m_2}$

$\Leftrightarrow \quad k = \frac{4\pi^2\nu^2 m_1.m_2}{m_1+m_2} = \frac{4\pi^2\nu^2 m_O.m_C}{m_O+m_C}$

Avec $m_O = \frac{M_O}{N_A}$ et $m_C = \frac{M_C}{N_A} \Rightarrow \quad k = \frac{4\pi^2\nu^2 M_O.M_C}{M_O+M_C}$

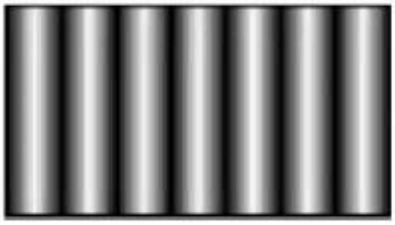
Numériquement, avec $\nu = 6{,}52.10^{13}$ Hz, $M_O = 16$ g.mol^{-1} et $M_C = 12$ g.mol^{-1} on obtient : $k = 1910$ N.m^{-1}

INTERFERENCES LUMINEUSES

EXERCICE 66 Sujet Bac S2 2007 4 points 40 min

1.1- Description qualitative de l'aspect de l'écran

On observe sur l'écran (figure ci-contre) une tache striée de fines bandes noires rectilignes, parallèles, équidistantes et de direction perpendiculaire à celle de la droite joignant les sources secondaires F_1 et F_2.



L'ensemble des franges alternativement claires et sombres constitue des franges d'interférence. La distance i entre les milieux de deux franges brillantes consécutives est la même qu'entre deux franges sombres consécutives : cette distance est appelée interfrange.

1.2- Pourquoi utilise-t-on une fente source avant les fentes F_1 et F_2

En optique, deux sources lumineuses identiques et indépendantes ne sont jamais cohérentes. Pour observer des franges d'interférence, il faut utiliser sources secondaires créées à partir d'une source unique et de petite dimension. Ces sources secondaires ainsi obtenues, émettent alors de façon synchrone, des radiations de même longueur d'onde.

1.3- Etablissons la différence de marche δ pour un point M de l'axe Ox d'abscisse x

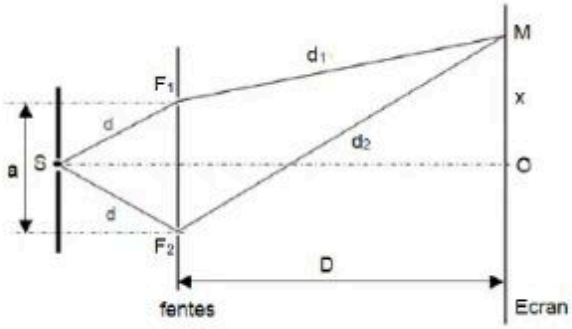
La différence de marche a pour expression :

$\delta = F_2M - F_1M$

Avec $F_2M^2 = D^2 + \left(x + \frac{a}{2}\right)^2$ et $F_1M^2 = D^2 + \left(x - \frac{a}{2}\right)^2$

$F_2M^2 - F_1M^2 = \left(x + \frac{a}{2}\right)^2 - \left(x - \frac{a}{2}^2\right)$

$F_2M^2 - F_1M^2 = 2ax$



$(F_2M - F_1M)(F_2M + F_1M) = 2ax$ où $F_2M + F_1M \approx 2D$ et $F_2M - F_1M = \delta$

Donc : $2D.\delta = 2ax \Rightarrow$ $\boxed{\delta = \frac{ax}{D}}$

1.4- Expression de l'abscisse x d'un point de l'écran appartenant à une frange sombre

$\delta = \frac{ax}{D} = (2k + 1)\frac{\lambda}{2} \Rightarrow$ $\boxed{x = (2k + 1)\frac{\lambda D}{2a}}$

- Expression de l'interfrange i

L'interfrange est la distance séparant deux franges consécutives de même nature (claires ou sombres) :

$i = x_{k+1} - x_k$ avec $\begin{cases} x_k = (2k + 1)\frac{\lambda D}{2a} \\ x_{k+1} = (2k + 3)\frac{\lambda D}{2a} \end{cases}$ $\Rightarrow i = (2k + 3)\frac{\lambda D}{2a} - (2k + 1)\frac{\lambda D}{2a} = \frac{\lambda D}{a}$ $\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$

1.5- Longueur d'onde de la lumière utilisée

$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow$ $\boxed{\lambda = \frac{i.a}{D}}$

A.N. : $\lambda = \frac{2,74 \times 200.10^{-6}}{1}$ $\lambda = 548.10^{-9}$ m = 548 nm

INTERFERENCES LUMINEUSES

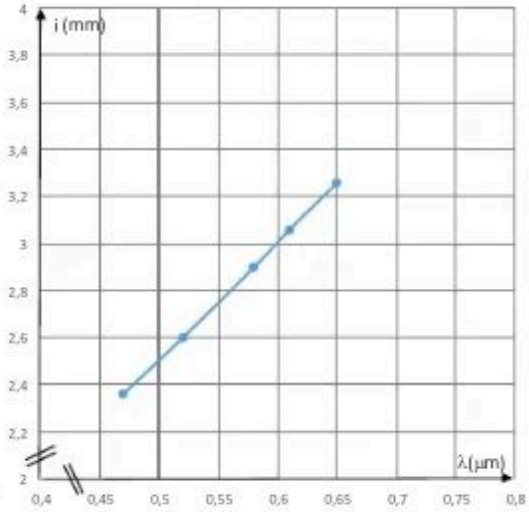
2.1- Pourquoi on mesure la distance correspondant à 7 interfranges plutôt que celle de l'interfrange i

La distance d'une interfrange n'étant pas aisée à mesurer, il plus commode de mesurer la distance correspondant à un plus grand nombre d'interfranges et d'en déduire la distance d'une interfrange.

2.2- Complétons le tableau puis traçons la courbe représentative de la fonction $i = f(\lambda)$

λ (μm)	0,470	0,520	0,580	0,610	0,650
7 i (mm)	16,5	18,2	20,3	21,4	22,8
i (mm)	2,36	2,60	2,90	3,06	3,26

Echelle : 1 cm pour 0,05 μm en abscisses ;
1 cm pour 0,2 mm en ordonnées



$i = b.\lambda$

avec $b = \frac{\Delta i}{\Delta \lambda} = \frac{3.26.10^{-3} - 2,36.10^{-3}}{0,650.10^{-6} - 0,470.10^{-6}} = 5.10^{-3}$ S.I.

D'où : $i = 5.10^{3}.\lambda$

2.3- Vérifions si l'expression de l'interfrange établie à la question 1.4 est en accord avec la courbe obtenue

$\begin{cases} i = \frac{D}{a}.\lambda \\ i = b.\lambda \end{cases} \Rightarrow$ i = f(λ) est une fonction linéaire : l'expression de l'interfrange établie à la question 1.4 est en accord avec la courbe obtenue. (avec $b = \frac{D}{a} = 5.10^{3}$ S.I.)

2.4.a- Détermination graphique de l'interfrange i_1 pour $\lambda_1 = 0,600$ μm

Pour $\lambda_1 = 0,600$ μm, on a : $i_1 = 5.10^{3}.\lambda_1$

$i_1 = 5.10^{3} \times 0,600.10^{-6} = 3.10^{-3}$ m $\qquad$ $i_1 = 3.10^{-3}$ m = 3,0 mm

2.4.b- Détermination graphique de la longueur λ_2 d'onde donnant l'interfrange $i_2 = 2,5$ mm

$I_2 = 5.10^{3}.\lambda_2 \Rightarrow \lambda_2 = \frac{i_2}{5.10^{3}}$

$\lambda_2 = \frac{2,5.10^{-3}}{5.10^{3}} = 0,5.10^{-6}$ m $\qquad$ $\lambda_2 = 0,5.10^{-6}$ m = 0,5 μm = 500 nm

3.1- Description sommaire de l'aspect de l'écran



Avec une source de lumière blanche, les franges d'interférences ne sont visibles qu'au voisinage immédiat de la frange centrale.
On observe sur l'écran une frange centrale blanche (qui est la superposition de toutes les couleurs).
De part et d'autre de la frange centrale blanche, on observe alternativement des franges brillantes irisées (colorées) et des franges sombres non noires.
Plus loin, l'écran devient uniformément blanchâtre.

Ce résultat s'interprète en considérant que chaque radiation de longueur d'onde λ donne un système de franges avec une interfrange différente. Toutes les radiations sont incohérentes et leurs éclairements se superposent sur l'écran d'observation. La figure d'interférence observée est donc l'addition des figures d'interférence de toutes les radiations.

3.2- Calcul du nombre de radiations manquantes et leurs longueurs d'ondes correspondantes

Les radiations éteintes correspondent aux raies sombres : $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$ avec $\delta = \frac{ax}{D}$

On en déduit : $(2k+1)\frac{\lambda}{2} = \frac{ax}{D} \Rightarrow \lambda = \frac{ax}{(k+\frac{1}{2})D}$

Les limites du spectre visible sont 0,4 μm et 0,8 μm

Soit : $0{,}4\ \mu m \leq \lambda \leq 0{,}8\ \mu m$

Ou encore : $0{,}4\ \mu m \leq \frac{ax}{(k+\frac{1}{2})D} \leq 0{,}8\ \mu m$

Ce qui donne : $2{,}5 \leq k \leq 5{,}5$

Il manque 3 radiations : les radiations d'ordre k = 3, 4 et 5.

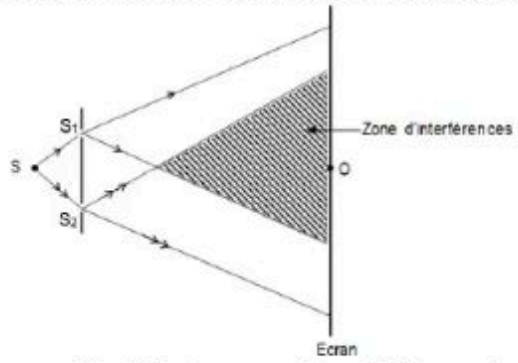
Les longueurs d'ondes correspondant à ces radiations sont données par : $\lambda = \frac{ax}{(k+\frac{1}{2})D} = \frac{2{,}4.10^{-6}}{(k+0{,}5)}$

- Pour k = 3 : $\lambda = \frac{2{,}4.10^{-6}}{(3+0{,}5)} = 0{,}7\ \mu m$ ou λ = 686 nm (radiation de couleur rouge)
- Pour k = 4 : $\lambda = \frac{2{,}4.10^{-6}}{(4+0{,}5)} = 0{,}5\ \mu m$ ou λ = 533 nm (radiation de couleur verte)
- Pour k = 5 : $\lambda = \frac{2{,}4.10^{-6}}{(5+0{,}5)} = 0{,}4\ \mu m$ ou λ = 436 nm (radiation de couleur bleue)

On observe dans le spectroscope un spectre cannelé où les cannelures (bandes noires dans le spectre) correspondent aux radiations éteintes.

EXERCICE 67 — Sujet Bac S2 2009 — 4 points — 40 min

1.1- Schéma légendé de l'expérience permettant de visualiser des franges d'interférences



$S_1S_2 = a$

1.2.a- Condition que doit vérifier δ pour que le point M apparaisse brillant

La condition que doit vérifier δ pour que le point M apparaisse brillant est : $\delta = k\lambda$

Condition que doit vérifier δ pour que le point M apparaisse sombre (obscur)

La condition que doit vérifier δ pour que le point M apparaisse sombre (obscur) est : $\delta = (2k+1)\frac{\lambda}{2}$

INTERFERENCES LUMINEUSES

1.2.b- Définition de l'interfrange i et montrons qu'elle s'exprime par la relation $i = \frac{\lambda D}{a}$.

L'interfrange est la distance qui sépare les milieux de 2 franges consécutives de même nature.

Elle s'exprime par la relation : $i = x_{k+1} - x_k$

Pour une frange brillante, par exemple : $\delta = k\lambda = \frac{ax_k}{D} \Rightarrow x_k = \frac{kD\lambda}{a}$

Pour la frange brillante consécutive : $x_{k+1} = (k+1)\lambda = \frac{ax_{k+1}}{D} \Rightarrow x_{k+1} = \frac{(k+1)D\lambda}{a}$

Alors : $i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)D\lambda}{a} - \frac{kD\lambda}{a} = \frac{D\lambda}{a}$ $\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$

1.3.a- On a préféré mesurer 6 interfranges au lieu d'une interfrange pour minimiser l'incertitude sur la mesure.

1.3.b- Calcul de la longueur d'onde λ du laser He-Ne de ce laboratoire

L'interfrange est la distance qui sépare les milieux de 2 franges consécutives de même nature.
$i = \frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \lambda = \frac{ia}{D}$

Or, la distance correspondant à 6 interfranges est d = 28,5 mm : donc $d = 6.i \Rightarrow i = \frac{d}{6}$

Ainsi : $\boxed{\lambda = \frac{ad}{6D}}$

D'où, avec a = 0,20 mm = $0,20.10^{-3}$ m ; d = 28,5 mm = $28,5.10^{-3}$ m et D = 1,50 m, nous calculons :

$\lambda = \frac{0,20.10^{-3}x28,5.10^{-3}}{6x1,50}$ $\lambda = 633.10^{-9}$ m = 633 nm

2.1- Déterminons la longueur d'onde seuil λ_o de la cathode

Le travail d'extraction du métal constituant la cathode de la cellule est donné par : $W_s = \frac{hc}{\lambda_o}$

On en déduit : $\boxed{\lambda_o = \frac{hc}{W_s}}$

Numériquement, avec h = $6,62.10^{-34}$ J.s ; c = $3,00.10^{8}$ m.s^{-1} ; W_s = 1,8 eV et 1 eV = $1,6.10^{-19}$ J, nous

calculons : $\lambda_o = \frac{6,62.10^{-34}x3,00.10^{8}}{1,8x1,6.10^{-19}}$ $\lambda_o = 689.10^{-9}$ m = 689 nm

$\lambda < \lambda_o$: Il y a une extraction d'électrons de la cellule photoélectrique.

2.2- Détermination de l'énergie cinétique maximale de sortie d'un électron

L'énergie du photon incident est donnée par : $W = W_o + E_{cmax} \Rightarrow E_{cmax} = W - W_o$ avec $W = \frac{hc}{\lambda}$ et $W_s = \frac{hc}{\lambda_o}$

Donc : $E_{cmax} = \frac{hc}{\lambda} - \frac{hc}{\lambda_o}$

Soit : $\boxed{E_{cmax} = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_o}\right)}$

D'où, avec h = $6,62.10^{-34}$ J.s ; c = $3,00.10^{8}$ m.s^{-1}, $\lambda_o = 689.10^{-9}$ m et $\lambda = 633.10^{-9}$ m, nous calculons :

$E_{cmax} = 6{,}62.10^{-34} \times 3{,}00.10^{8} \times \left(\frac{1}{689.10^{-9}} - \frac{1}{633.10^{-9}}\right)$ $\quad E_{cmax} = 2{,}55.10^{-20}\ J = 0{,}16\ eV$

La vitesse maximale des électrons éjectés de la cathode est telle que : $E_{cmax} = \frac{1}{2}mv_{max}^2$

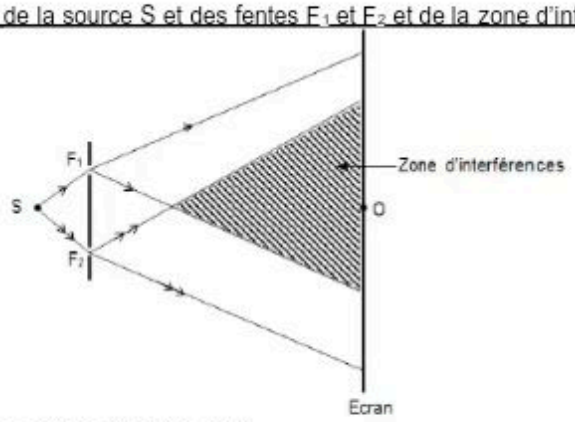
Donc : $\boxed{v_{max} = \sqrt{\frac{2E_{cmax}}{m}}}$

Numériquement, avec $E_{cmax} = 2{,}55.10^{-20}$ J ; $m_e = 9{,}1.10^{-31}$ kg, nous calculons :

$v_{max} = \sqrt{\frac{2 \times 2{,}55.10^{-20}}{9{,}1.10^{-31}}}$ $\quad v_{max} = 2{,}37.10^{5}\ m.s^{-1}$

EXERCICE 68 Sujet Bac S2 2011 3,5 points 35 min

1- Schéma des faisceaux issus de la source S et des fentes F_1 et F_2 et de la zone d'interférences



Le faisceau lumineux issu de S est diffracté par F_1 et F_2.

2- Représentation et explication sommaire des observations

On observe une alternance de franges brillantes et de franges obscures due à des interférences lumineuses résultant de la superposition des ondes lumineuses issues des sources synchrones et cohérentes F_1 et F_2. Par interférences constructives on obtient des franges brillantes ; par interférences destructives, on obtient des franges obscures.

3.1- Expression de l'interfrange en fonction de a entre les fentes, λ et D

$$\boxed{i = \frac{\lambda D}{a}}$$

3.2- Valeur de la distance a entre les fentes

Sur l'écran d'observation, 20 interfranges consécutifs couvrent une bande de largeur L = 4,21 mm.

Donc : $L = 20i$ avec $i = \frac{\lambda D}{a}$

Il vient : $L = 20\frac{\lambda D}{a} \Rightarrow \boxed{a = \frac{20\lambda D}{L}}$

A.N. : $a = \frac{20 \times 589.10^{-9} \times 1{,}0}{4{,}21.10^{-3}}$ $\quad a = 2{,}8.10^{-3}\ m = 2{,}8\ mm$

4.1- Expression de la position d'une frange brillante

La position d'une frange brillante par rapport au point O sur l'écran est donnée par la relation :

$\boxed{x_k = \frac{k\lambda D}{a}}$ où k est un entier naturel ($k \in N$).

4.2- Montrons que les franges centrales des systèmes d'interférence coïncident

L'ordre d'interférence des franges centrales des deux systèmes d'interférence est égal à k = 0.
Ce qui donne $x_k = 0$ quelle que soit la longueur d'onde λ utilisée : les franges centrales des systèmes d'interférence coïncident.

4.3- Valeur de la longueur d'onde λ_2

- La frange brillante d'ordre 10 du système d'interférence correspondant à $\lambda_1 = 610$ nm se trouve à la position : $x_{10} = 10i_1$;
- La frange brillante d'ordre 11 du système d'interférence correspondant à λ_2 se trouve à la position : $x_{11} = 11i_2$

Au point où ces deux franges brillantes coïncident on a : $x_{10} = x_{11} \Leftrightarrow 10i_1 = 11i_2$

Soit : $10\frac{\lambda_1 D}{a} = 11\frac{\lambda_2 D}{a}$

On obtient : $\boxed{\lambda_2 = \frac{10\lambda_1}{11}}$

A.N. : $\lambda_2 = \frac{10 \times 610}{11}$ $\lambda_2 = 554,5$ nm

EFFET PHOTO-ELECTRIQUE : MISE EN EVIDENCE ET INTERPRETATION

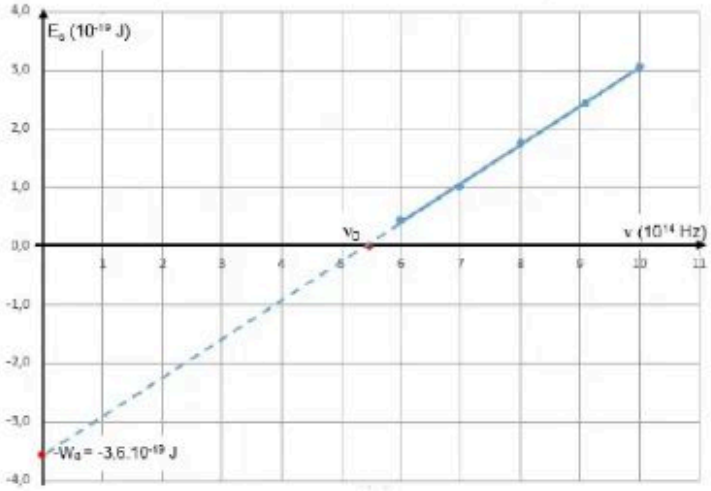
EXERCICE 69 — 3 points — 30 min

1.1- Tracé du graphe $E_c = f(\nu)$

La fréquence de la radiation est donnée par $\nu = \frac{c}{\lambda}$ où $c = 3.10^8$ m/s est la vitesse de la lumière dans le vide.

E_c (10^{-19} J)	0,45	1,00	1,77	2,43	3,06
λ (10^{-6} m)	0,500	0,430	0,375	0,330	0,300
ν (10^{14} Hz)	6,00	6,98	8,00	9,09	10,00

Echelle : 1 cm ↔ $1,00.10^{14}$ Hz en abscisse et 1 cm ↔ $1,0.10^{-19}$ J en ordonnée



1.2- Détermination graphique de la fréquence seuil ν_0, du travail d'extraction W_0 et la constante de Planck h

Le graphe obtenu est une droite qui ne passe pas par l'origine du repère. L'énergie cinétique de l'électron émis est donnée par la relation : $E_c = h\nu - W_0$

- L'énergie cinétique est nulle pour $h\nu = W_0$ soit $\nu = \nu_0 = 5,4.10^{14}$ Hz — $\nu_0 = 5,4.10^{14}$ Hz

- On obtient, par extrapolation : $-W_0 = -3,6.10^{-19}$ J

Soit $W_0 = 3,6.10^{-19}$ J or 1 eV = $1,6.10^{-19}$ J $\Rightarrow W_0 = \frac{3,6.10^{-19}}{1,6.10^{-19}} = 2,25$ eV — $W_0 = 3,6.10^{-19}$ J = 2,25 eV

- La droite donnée par $E_c = f(\nu)$ a pour pente $h = \frac{\Delta E}{\Delta \nu} = \frac{(3,06 - 0,45).10^{-19}}{(10 - 6).10^{14}} = 6,53.10^{-34}$ J.s — $h = 6,53.10^{-34}$ J.s

1.3- Nature du métal constituant la cathode de la cellule photoélectrique

Calculons la longueur d'onde seuil λ_0 définie par : $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0}$

$\lambda_0 = \frac{3.10^8}{5,5.10^{14}} = 0,55.10^{-6}$ m = 550 nm

Le métal constituant la cathode de la cellule photoélectrique est le potassium (K).

2.1- Vérifions que l'émission photoélectrique n'est possible qu'avec une seule des deux radiations

L'émission photoélectrique n'a lieu que pour une fréquence ν de la radiation émise supérieure ou égale à la fréquence seuil ν_0 caractéristique du métal constituant la cathode de la cellule photoélectrique :

$$\nu > \nu_0 \text{ ou encore } \lambda < \lambda_0$$

$\lambda_1 = 495$ nm ; $\lambda_0 = 550$ nm ; $\lambda_2 = 720$ nm : la longueur d'onde qui convient est $\lambda_1 = 495$ nm puisque $\lambda_1 \leq \lambda_0 = 550$ nm.

2.2- Energie cinétique maximale E_{cmax} d'un électron expulsé de la cathode

EFFET PHOTO-ELECTRIQUE : MISE EN EVIDENCE ET INTERPRETATION

Il y a émission d'électrons lorsque la fréquence ν de la radiation émise est supérieure à la fréquence seuil ν_0 de la cellule photoélectrique : $\nu > \nu_0$ ou encore $\lambda < \lambda_0$

- Energie cinétique maximale E_{cmax} des électrons émis

$E_{photon} = W_0 + E_{cmax} \Rightarrow E_{cmax} = E_{photon} - W_0$ avec $E_{photon} = \frac{hc}{\lambda_1}$ et $W_0 = h\nu_0$

$$\boxed{E_{cmax} = \frac{hc}{\lambda_1} - W_0}$$

A.N. $E_{cmax} = \frac{6,62.10^{-34}x3.10^{8}}{495.10^{-9}} - 3,6.10^{-19}$ $\qquad$ $E_{cmax} = 0,41.10^{-19}$ J = 0,26 eV

- Vitesse maximale V_{max} d'un électron émis

$E_{cmax} = \frac{1}{2} m_e V_{max}^2 \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2E_{cmax}}{m_e}}$

Numériquement, avec $E_{cmax} = 0,41.10^{-19}$ J et $m_e = 9,1.10^{-31}$ kg, on obtient : $V_{max} = 3,01.10^{5}$ m.s^{-1}

EXERCICE 70 $\qquad$ Sujet Bac S2 2013 $\qquad$ 3,5 points 35 min

1- Explication de la formation des franges brillantes et des franges obscures sur l'écran

Les radiations lumineuses issues de F_1 et F_2 se superposent en tout point de la zone commune des faisceaux venant de ces sources.
Si les deux radiations issues de F_1 et F_2 arrivent en phase en un point de l'écran, on obtient une interférence constructive et la frange sera brillante. Par contre si les deux radiations issues de F_1 et F_2 arrivent en opposition de phase en un point de l'écran, on obtient une interférence destructive et la frange sera obscure.

2.1- Condition vérifiée par la différence de marche δ pour une frange brillante

La condition pour qu'en un point P de l'écran on observe une frange brillante est que la différence de marche δ soit un nombre entier de longueur d'onde : $\delta = k\lambda$

2.2- Montrons que l'interfrange $i = \frac{\lambda D}{a}$

L'interfrange i est la distance entre deux franges consécutives de même nature.

Raisonnons avec deux franges consécutives brillantes (d'ordre k et k+1) représentées par leurs positions respectives : $x_k = \frac{k\lambda D}{a}$ et $x_{k+1} = \frac{(k+1)\lambda D}{a}$

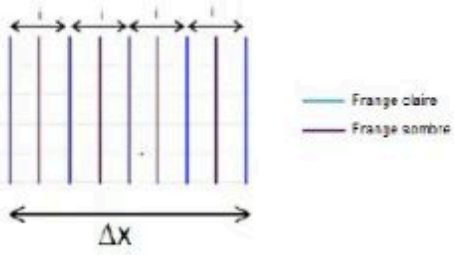
On a : $i = x_{k+1} - x_k = \frac{(k+1)\lambda D}{a} - \frac{k\lambda D}{a} = \frac{\lambda D}{a}$

3.1- Relation entre Δx, D, a et λ_1

$\Delta x = 4i$ avec $i = \frac{\lambda_1 D}{a}$

$\Delta x = 4\frac{\lambda_1 D}{a} \Rightarrow \boxed{a = 4\frac{\lambda_1 D}{\Delta x}}$

A.N. $a = 4x\frac{633.10^{-9}x3}{25.10^{-3}}$ $\qquad$ $a = 303,84.10^{-6}$ m ≈ 304 µm



3.2- Relation donnant λ_d en fonction de λ_1, Δx et $\Delta x'$

EFFET PHOTO-ELECTRIQUE : MISE EN EVIDENCE ET INTERPRETATION

Pour le laser He-Ne de longueur d'onde $\lambda_1 = 633$ nm : $\Delta x = 4\frac{\lambda_1 D}{a}$

Pour la diode laser de longueur d'onde λ_d : $\Delta x' = 4\frac{\lambda_d D}{a}$

$\Delta x = 4\frac{\lambda_1 D}{a}$ et $\Delta x' = 4\frac{\lambda_d D}{a}$

Faisons le rapport membre à membre des deux relations : $\frac{\Delta x'}{\Delta x} = \frac{\lambda_d}{\lambda_1} \Rightarrow \boxed{\lambda_d = \lambda_1 \frac{\Delta x'}{\Delta x}}$

A.N. $\lambda_d = 633 x \frac{27}{25}$ $\quad\quad$ $\lambda_d = 683{,}6$ mm

5.4- Effet photoélectrique

4.1- Il y a émission d'électrons lorsque la fréquence ν de la radiation émise est supérieure à la fréquence seuil ν_0 de la cellule photoélectrique : $\nu > \nu_0$ ou encore $\lambda < \lambda_0$

Calculons λ_0 : $\lambda_0 = \frac{c}{\nu_0} = \frac{3.10^8}{4{,}5.10^{14}} = 667.10^{-9}$ m = 667 nm

- longueur d'onde du laser He-Ne : $\lambda_1 = 633$ nm $< \lambda_0 = 667$ nm
- longueur d'onde de la diode laser : $\lambda_d = 683{,}6$ mm $> \lambda_0 = 667$ nm

$\lambda_1 < \lambda_0$: il y a effet photoélectrique avec le laser He-Ne de longueur d'onde $\lambda_1 = 633$ nm

- Energie cinétique maximale E_{cmax} des électrons émis

$E_{photon} = W_0 + E_{cmax} \Rightarrow E_{cmax} = E_{photon} - W_0$ avec $E_{photon} = \frac{hc}{\lambda_1}$ et $W_0 = h\nu_0$

$$\boxed{E_{cmax} = \frac{hc}{\lambda_1} - h\nu_0}$$

A.N. $E_{cmax} = \frac{6{,}62.10^{-34} X 3.10^8}{633.10^{-9}} - 6{,}62.10^{-34} X 4{,}5.10^{14}$ $\quad\quad$ $E_{cmax} = 1{,}58.10^{-18}$ J = 9,875 eV

4.2- Caractère de la lumière mis en évidence par cette expérience

Cette expérience met en évidence le caractère corpusculaire de la lumière.

Une application de cet aspect : Production de courant électrique à partir du rayonnement solaire (énergie solaire).

EXERCICE 71 — Sujet Bac S2 2003 — 4 points — 40 min

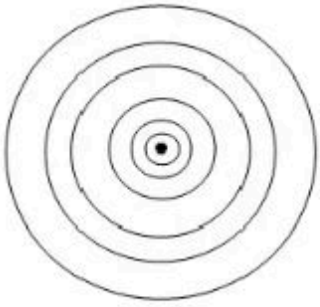
1.1- Phénomène se produit à la traversée de la lumière en S_1 : Diffraction

Plus l'ouverture est petite, plus le phénomène de diffraction est marqué.
Le phénomène de diffraction met en défaut le principe de propagation rectiligne de la lumière dans un milieu homogène. Le concept de rayon lumineux apparaît comme une approximation consistant à négliger le phénomène de diffraction.

Remarque : la diffraction d'une onde par une ouverture se manifeste lorsque les dimensions de celle-ci sont de l'ordre de la longueur d'onde.

1.2- Aspect de l'écran

Comme l'ouverture est un trou, on observe la figure ci-contre.



EFFET PHOTO-ELECTRIQUE : MISE EN EVIDENCE ET INTERPRETATION

2.1- Décrire ce qu'on observe sur l'écran dans la zone hachurée

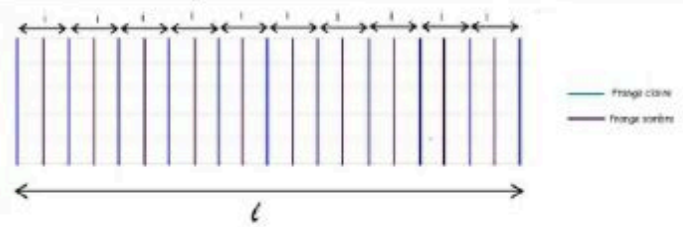
Phénomène physique mis en évidence par cette expérience : Interférences lumineuses
Il y a interférences en tout point d'un milieu où se superposent deux ondes de même nature et de même fréquence.
Les interférences s'observent avec deux sources lumineuses cohérentes c'est-à-dire de même fréquence et possédant une différence de phase constante (voire nulle si les deux sources sont en phase).

2.2- A partir de cette expérience, justifions la nature ondulatoire de la lumière
Pour expliquer les résultats de l'expérience, il faut considérer le caractère ondulatoire de la lumière. De façon générale, la lumière peut être considérée comme une onde électromagnétique. En particulier, la lumière émise par le laser peut-être décrite comme une onde électromagnétique sinusoïdale de fréquence donnée.

En un point M d'une frange brillante se superposent les ondes lumineuses issues des fentes S_1 et S_2, arrivant en phase : les interférences sont constructives.

En un point M d'une frange sombre se superposent les ondes lumineuses issues des fentes S_1 et S_2, arrivant en opposition de phase : les interférences sont destructives.

2.3- Longueur d'onde λ de la lumière émise par la source S



$\ell = 10i = 5{,}85$ mm avec $i = \frac{\lambda D}{a}$

L'interfrange : c'est la distance qui sépare les centres de deux franges consécutives de même nature (franges brillantes ou franges sombres).

$10\frac{\lambda D}{a} = \ell \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{\ell . a}{10D}}$ A.N. : $\lambda = 5{,}85.10^{-7}$ m = 585 nm

3.1- Non. La cathode n'étant pas éclairée, le galvanomètre ne détecte pas le passage de courant.

3.2.a- Observation et interprétation du phénomène physique mis en évidence par cette expérience

L'effet photoélectrique ne se produit que si l'énergie du photon incident $E = h\nu$ est supérieure au travail d'extraction W_0 d'un électron du métal.

L'énergie d'extraction W_0 d'un électron du métal est liée à la fréquence seuil ν_0 par la relation : $W_0 = h\nu_0$
où h est la constante de Planck.

$W_0 = 1{,}9$ eV soit $W_0 = 1{,}9 \times 1{,}6.\ 10^{-19} = 3{,}04.10^{-19}$ J

La longueur d'onde λ_0 qui correspond à ν_0 a pour valeur : $\lambda_0 = \frac{hc}{W_0} = \frac{6{,}62.10^{-34} \times 3.10^8}{1{,}9 \times 1{,}6.10^{-19}} = 653.10^{-9}$ m = 653 nm

$E > W_0 \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda} > \frac{hc}{\lambda_0}$ Soit : $\lambda < \lambda_0$ l'effet photoélectrique se produit si la longueur d'onde λ de la radiation monochromatique tombant sur la cathode est inférieure à la longueur d'onde seuil λ_0.

C'est le cas ici : $\lambda < \lambda_0$ avec $\lambda = 585$ nm et $\lambda_0 = 653$ nm.

Observation : Le galvanomètre détecte le passage de courant électrique.

Interprétation : Lorsqu'on éclaire la cathode C de la cellule par la lumière de longueur d'onde $\lambda = 585$ nm celle-ci émet des électrons. Ces électrons sont captés par l'anode A qui est porté à un potentiel positif. Il en résulte dans le circuit extérieur d'un courant de faible intensité décelé par le galvanomètre G.

3.2.b- Modèle de la lumière utilisée pour justifier cette observation (passage de courant)

C'est le modèle corpusculaire de la lumière, introduit par Einstein en 1905, qui est utilisée pour justifier le passage de courant observé dans cette expérience.

Einstein interprète l'effet photoélectrique en formulant les hypothèses (ou postulats) suivantes :

- L'énergie lumineuse est émise, se propage et est absorbée sous forme de grains (corpuscules) d'énergie appelés photons.
- Chaque photon, correspondant à une radiation électromagnétique monochromatique de fréquence ν, posséde un quantum d'énergie $E = h\nu$.
- Un photon a une charge nulle et une masse nulle ; il se déplace à la vitesse de la lumière, soit $c = 3.10^{8}$ m/s dans le vide.

3.2.c- Vitesse maximale des électrons émis de la cathode

L'énergie transportée par la lumière de longueur d'onde $\lambda = 585$ nm est : $E = \frac{hc}{\lambda}$

Une partie de cette énergie (W_0) va servir à extraire les électrons de la cathode, le reste ($E - W_0$) sera transféré aux électrons sous forme d'énergie cinétique : $E_{cmax} = E - W_0$

$$\frac{1}{2} m_e V_{max}^2 = \frac{hc}{\lambda} - W_0$$

$$\Leftrightarrow \quad V_{max} = \sqrt{\frac{2(\frac{hc}{\lambda} - W_0)}{m_e}}$$

$$V_{max} = \sqrt{\frac{2(\frac{6,62.10^{-34}x3.10^{8}}{585.10^{-9}} - 1,9x\ 1,6.\ 10^{-19})}{9,1.10^{-31}}} = 2,79.10^{5}\ m.s^{-1}$$

$V_{max} = 2,79.10^{5}\ m.s^{-1}$

4- Explication brève de la complémentarité des deux modèles de la lumière : onde-corpuscule

Le phénomène d'interférence s'explique en considérant que la lumière se comporte comme une onde électromagnétique : c'est la théorie ondulatoire développée par Maxwell et Fresnel au 19ème siècle.
Par contre, l'effet photoélectrique s'explique par la théorie corpusculaire : la lumière a une structure discontinue ; . elle est constituée de grains de lumière appelés photons.

Ces deux théories (corpusculaire et ondulatoire) en apparence antagonistes sont incomplètes mais complémentaires. Louis de Broglie en 1923 a eu l'idée d'associer ces deux théories : c'est la théorie de la mécanique quantique. Dans cette théorie la lumière se comporte à la fois comme un flux de particules et comme une onde. A toute onde électromagnétique de fréquence ν on associe des photons d'énergie $E = h\nu$.
Suivant le phénomène physique l'un des aspects de la lumière s'estompe tandis que l'autre s'affirme.
Si ν est élevée (λ faible) l'aspect corpusculaire l'emporte et si ν est faible (λ élevé) l'aspect ondulatoire l'emporte.

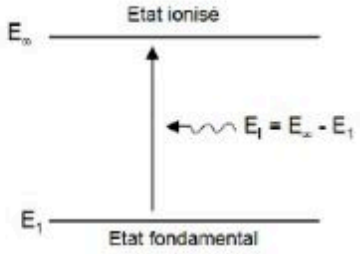
NIVEAUX D'ENERGIE DE L'ATOME

EXERCICE 72 — Sujet Bac S2 1999 — 4 points — 40 min

1- Energie d'ionisation de l'atome d'hydrogène

C'est l'énergie nécessaire qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène dans son état fondamental pour lui arracher son (unique) électron.

L'énergie d'ionisation correspond à la transition de n = 1 à n = ∞.



$E_I = E_\infty - E_1$ avec $E_\infty = 0$ et $E_1 = -E_0$ car n = 1

$E_I = E_0 = 13{,}6\ eV = 2{,}18.10^{-18}\ J$

- Longueur d'onde seuil λ_0 correspondante

$$E_I = \frac{hc}{\lambda_0} \Rightarrow \boxed{\lambda_0 = \frac{hc}{E_I}}$$

A.N. : $\lambda_0 = 9{,}14.10^{-8}$ m ou $\lambda_0 = 91{,}4$ nm

2.1- - L'atome d'hydrogène est ionisé si $\lambda \leq \lambda_0$
- L'atome d'hydrogène est excité si $\lambda > \lambda_0$, $n \in \mathbb{N}^*$, $n \neq 1$ et $n \neq \infty$

2.2- - seul le rayonnement de longueur d'onde λ_1 (puisque $\lambda_1 < \lambda_0$) permet l'ionisation de l'atome d'hydrogène.

$$\boxed{E_C = hc\left(\frac{1}{\lambda} - \frac{1}{\lambda_0}\right)}$$

A.N. : $E_C = 0{,}53\ eV = 8{,}41.10^{-19}\ J$

2.3 - λ_2 est absorbé ; λ_3 n'est pas absorbé.

3 - Couleur de la nébuleuse

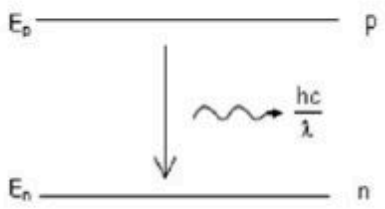
$$\boxed{\lambda = \frac{hc}{E_3 - E_2}}$$

A.N. : $\lambda = 658$ nm : la nébuleuse est rouge.

EXERCICE 73 — Sujet Bac S2 2002 — 3 points — 30 min

1.1- Valeur de la longueur d'onde λ_1

Considérons la transition entre un état de niveau E_p et un autre de niveau inférieur E_n (p > n).



$E_p - E_n = \frac{hc}{\lambda}$ avec $E_n = -\frac{E_0}{n^2}$ et $E_0 = 13{,}6\ eV$

$\Leftrightarrow \quad E_0\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)=\frac{hc}{\lambda}$

$\Leftrightarrow \quad \boxed{\lambda=\frac{hc}{E_0}\frac{1}{\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)}}$

Soit $\lambda = 9{,}13.10^{-8}\frac{1}{\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)}$

La longueur d'onde λ_1 correspond à la transition du niveau d'énergie E_3 au niveau inférieur E_1.

$\lambda_1 = 9{,}13.10^{-8}\frac{1}{\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{3^2}\right)}$ $\quad \lambda_1 = 102{,}7.10^{-9}$ m soit $\quad \underline{\lambda_1 = 102{,}7 \text{ nm}}$

1.2- Valeur de la longueur d'onde λ_2

$\lambda_2 = 9{,}13.10^{-8}\frac{1}{\left(\frac{1}{1^2}-\frac{1}{2^2}\right)}$ $\quad \lambda_1 = 121{,}7.10^{-9}$ m soit $\quad \underline{\lambda_3 = 121{,}7 \text{ nm}}$

1.3- Valeur de la longueur d'onde λ

$\lambda_2 = 9{,}13.10^{-8}\frac{1}{\left(\frac{1}{2^2}-\frac{1}{3^2}\right)}$ $\quad \lambda = 657{,}1.10^{-9}$ m soit $\quad \underline{\lambda = 657{,}1 \text{ nm}}$

2-

Les atomes d'hydrogène sont dans leur état fondamental ; ils ne peuvent absorber que les radiations correspondant à des transitions vers des niveaux d'énergie supérieurs.
Les gaz absorbent seulement les radiations de longueur d'onde λ_1 et λ_2.

La radiation de longueur d'onde $\lambda = 657{,}1$ nm n'est pas absorbée.

3.1- Montrons que $\frac{1}{\lambda} = R_H\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)$

$\frac{hc}{\lambda} = E_0\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)$

$\frac{hc}{\lambda} = E_0\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)$

$\Rightarrow \quad \frac{1}{\lambda} = \frac{E_0}{hc}\left(\frac{1}{n^2}-\frac{1}{p^2}\right)$

La constante de Rydberg vaut donc $\quad R_H = \frac{E_0}{hc}$

3.2- Calcul de la valeur de la constante R_H

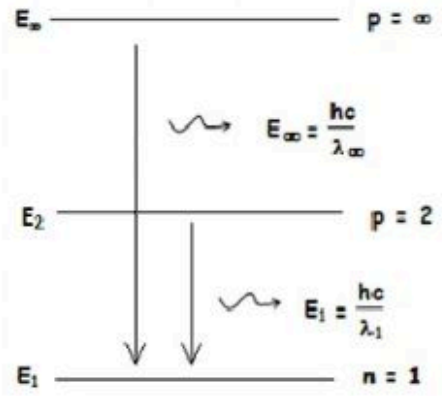
A.N. : $R_H = \frac{13{,}6x1{,}6.10^{-19}}{6{,}62.10^{-34}x3.10^8}$ $\qquad \underline{R_H = 1{,}096.10^7 \text{ m}^{-1}}$

4- Valeur de l'écart $\Delta\lambda$ entre les deux longueurs d'onde extrêmes

$\Delta\lambda = \lambda_1 - \lambda_\infty$

$\frac{1}{\lambda_{n,p}} = \frac{E_0}{hc}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$

$\lambda_{1,2} = \lambda_1$ et $\lambda_{1,\infty} = \lambda_\infty$



- La transition p = 2 à n = 1 correspond à la longueur d'onde $\lambda_{1,2} = \lambda_1$

$\frac{1}{\lambda_1} = \frac{E_0}{hc}\left(\frac{1}{1^2} - \frac{1}{2^2}\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = \frac{3}{4}\frac{E_0}{hc}$ Soit : $\lambda_1 = \frac{4}{3}\frac{hc}{E_0}$

- La transition p = ∞ à n = 1 correspond à la longueur d'onde $\lambda_{1,\infty} = \lambda_\infty$

$\frac{1}{\lambda_\infty} = \frac{E_0}{hc}\left(\frac{1}{1^2} - 0\right) \Rightarrow \frac{1}{\lambda_\infty} = \frac{E_0}{hc}$ soit : $\lambda_\infty = \frac{hc}{E_0}$

Donc : $\Delta\lambda = \frac{hc}{E_0}\left(\frac{4}{3} - 1\right) = \frac{1}{3}\frac{hc}{E_0} = \frac{1}{3R_H}$

A.N. : $\Delta\lambda = 30,4.10^{-9}$ m soit $\Delta\lambda = 30,4$ nm

EXERCICE 74 Sujet Bac S2 2006 4 points 40 min

1.1- l'état fondamental correspond au niveau n = 1.

1.2- Calcul, en eV, de l'énergie d'un photon de longueur d'onde λ_1, λ_2, λ_3

- Energie d'un photon de longueur d'onde λ_1 : $\Delta E_1 = \frac{hc}{\lambda_1}$ $\Delta E_1 = \frac{6,62.10^{-34}x3.10^8}{656,3.10^{-9}} = 3,03.10^{-19}$ J = 1,89 eV
- Energie d'un photon de longueur d'onde λ_2 : $\Delta E_2 = \frac{hc}{\lambda_2}$ $\Delta E_2 = \frac{6,62.10^{-34}x3.10^8}{486,1.10^{-9}} = 4,09.10^{-19}$ J = 2,55 eV
- Energie d'un photon de longueur d'onde λ_3 : $\Delta E_3 = \frac{hc}{\lambda_3}$ $\Delta E_3 = \frac{6,62.10^{-34}x3.10^8}{434,1.10^{-9}} = 4,57.10^{-19}$ J = 2,86 eV

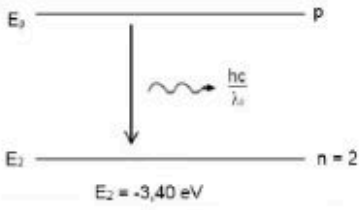
λ_1 = 656,3 nm (orangée) : $\Delta E_1 = 3,03.10^{-19}$ J = 1,89 eV
λ_2 = 486,1 nm (bleue) : $\Delta E_2 = 4,09.10^{-19}$ J = 2,55 eV
λ_3 = 434,1 nm (indigo) : $\Delta E_3 = 4,57.10^{-19}$ J = 2,86 eV

1.3- Montrer que chacune de ces trois raies correspond à une transition d'un niveau excité au niveau n = 2

Considérons la transition d'un niveau excité E_p au niveau inférieur n = 2 (p > n = 2).

$\Delta E_i = E_p - E_2 = \frac{hc}{\lambda_i}$ avec $E_p = -\frac{E_0}{p^2}$ et E_0 = 13,6 eV

$\Rightarrow E_p = \frac{hc}{\lambda_i} + E_2 = \Delta E_i + E_2$



- Energie d'un photon de longueur d'onde $\lambda_1 = 656,3$ nm : $E_p = \Delta E_1 + E_2 = 1,89 - 3,40 = -1,51$ eV
  La radiation de longueur d'onde $\lambda_1 = 656,3$ nm correspond à la transition du niveau excité p = 3 au niveau excité n = 2.

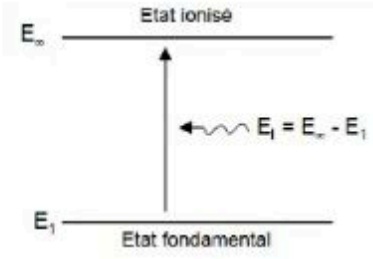
- Energie d'un photon de longueur d'onde $\lambda_2 = 486,1$ nm : $E_p = \Delta E_2 + E_2 = 2,55 - 3,40 = -0,54$ eV
  La radiation de longueur d'onde $\lambda_2 = 486,1$ nm correspond à la transition du niveau excité p = 4 au niveau excité n = 2.

- Energie d'un photon de longueur d'onde $\lambda_3 = 434,1$ nm : $E_p = \Delta E_3 + E_2 = 2,86 - 3,40 = -1,51$ eV
  La radiation de longueur d'onde $\lambda_3 = 434,1$ nm correspond à la transition du niveau excité p = 5 au niveau excité n = 2.

1.4- Energie d'ionisation de l'atome d'hydrogène

C'est l'énergie nécessaire qu'il faut fournir à l'atome d'hydrogène dans son état fondamental pour lui arracher son (unique) électron.

L'énergie d'ionisation correspond à la transition de n = 1 à n = ∞.



$E_i = E_\infty - E_1$ avec $E_\infty = 0$ et $E_1 = -E_0$ car n = 1

$E_i = E_0 = 13,6$ eV $= 2,18.10^{-18}$ J

A cette énergie correspond la longueur d'onde λ telle que :

$$E_i = \frac{hc}{\lambda} \Rightarrow \boxed{\lambda = \frac{hc}{E_i}}$$

A.N. : $\lambda = 9,13.10^{-8}$ m ou $\lambda = 91,3$ nm

2.1- Déterminons parmi ces trois radiations celles qui provoquent une émission d'électrons

La longueur d'onde qui provoque l'effet photo-électrique est telle que : $W > W_0$ où $W = \frac{hc}{\lambda}$

- Pour le photon de longueur d'onde $\lambda_1 = 656,3$ nm : $W_1 = \Delta E_1 = 1,89$ eV $< W_0 = 2,2$ eV : cette radiation ne provoque pas l'effet photo-électrique.

- Pour le photon de longueur d'onde $\lambda_2 = 486,1$ nm : $W_2 = \Delta E_2 = 2,55$ eV $> W_0 = 2,2$ eV : cette radiation provoque l'effet photo-électrique.

- Pour le photon de longueur d'onde $\lambda_3 = 434,1$ nm : $W_3 = \Delta E_3 = 2,86$ eV $> W_0 = 2,2$ eV : cette radiation provoque l'effet photo-électrique.

Seules les radiations de longueur d'onde $\lambda_2 = 486,1$ nm et $\lambda_3 = 434,1$ nm provoquent l'effet photo-électrique.

2.2- Calcul de la vitesse maximale des électrons émis

$W = W_0 + E_{cmax} \Rightarrow E_{cmax} = W_i - W_0$

$$\frac{1}{2} m V_{max}^2 = W_i - W_0 \Rightarrow V_{max} = \sqrt{\frac{2(W_i - W_0)}{m}}$$

- Pour la raie bleue ($\lambda_2 = 486,1$ nm) : $V_{max} = \sqrt{\frac{2(W_2 - W_0)}{m}} = \sqrt{\frac{2(2,55 - 2,2)x1,6.10^{-19}}{9,1.10^{-31}}} = 3,51.10^5$ m.s^{-1}

- Pour la raie indigo ($\lambda_3 = 434,1$ nm) : $V_{max} = \sqrt{\frac{2(W_3 - W_0)}{m}} = \sqrt{\frac{2(2,86 - 2,2)x1,6.10^{-19}}{9,1.10^{-31}}} = 4,82.10^5$ m.s^{-1}

NIVEAUX D'ENERGIE DE L'ATOME

EXERCICE 75 Sujet Bac S2 2010 3,5 points 35 min

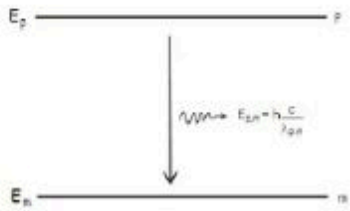
1- Le niveau de plus basse énergie correspond à n = 1 : $E_1 = -E_0 = -13,6$ eV. Cette énergie correspond à l'état fondamental de l'atome d'hydrogène c'est-à-dire à son état le plus stable.

2- Expression de la fréquence ν des radiations émises par l'atome d'hydrogène en fonction de E_0, h, n et p

$$E_{p,n} = E_n - E_p$$

$$E_{p,m} = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

$$h\nu = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) \Leftrightarrow \nu = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$



3- Valeur de p correspondant au niveau excité

$$h\nu = E_0\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right) \quad \text{avec } n = 2$$

$$\frac{1}{4} - \frac{1}{p^2} = \frac{h\nu}{E_0} \Rightarrow \frac{1}{p^2} = \frac{1}{4} - \frac{h\nu}{E_0} = \frac{E_0 - 4h\nu}{4E_0}$$

$$\text{Soit : } p = \sqrt{\frac{4E_0}{E_0 - 4h\nu}}$$

Numériquement, avec $E_0 = 13,6$ eV, $h = 6,63.10^{-34}$ J.s, $\nu = 4,57.10^{14}$ Hz, on obtient : p = 3

4.1- Montrons que pour l'atome d'hydrogène, la fréquence limite d'une série de raies est donnée par : $\nu_{lim} = \frac{E_0}{hn^2}$

$$\nu = \frac{E_0}{h}\left(\frac{1}{n^2} - \frac{1}{p^2}\right)$$

La plus grande fréquence dans le vide ou fréquence limite est obtenue lorsque $p \to \infty \Rightarrow \nu_{lim} = \frac{E_0}{hn^2}$

4.2- Valeur de la fréquence limite pour chacune des raies de la série de Lyman, de Balmer et de Paschen

- Les raies de la série de Lyman sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau fondamental : n = 1 avec p = 2, 3, 4…

Pour la série de raies de Lyman, la plus grande fréquence dans le vide ou fréquence limite est obtenue lorsque

$$p \to \infty \text{ avec } n = 1 \Rightarrow \nu_{lim} = \frac{E_0}{h} \quad \text{Soit : } \nu_{lim} = \frac{13,6x1,6.10^{-19}}{6,63.10^{-34}} = 3,28.10^{15} \text{ Hz}$$

- Les raies de la série de Balmer sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau excité : n = 2 avec p = 3, 4, 5…

Pour la série de raies de Balmer, la plus grande fréquence dans le vide ou fréquence limite est obtenue lorsque

$$p \to \infty \text{ avec } n = 2 \Rightarrow \nu_{lim} = \frac{E_0}{4h} \quad \text{Soit : } \nu_{lim} = \frac{13,6x1,6.10^{-19}}{4x6,63.10^{-34}} = 8,20.10^{14} \text{ Hz}$$

- Les raies de la série de Paschen sont obtenues lorsque les transitions électroniques aboutissent au niveau excité : n = 3 avec p = 4, 5, 6…

Pour la série de raies de Paschen, la plus grande fréquence dans le vide ou fréquence limite est obtenue lorsque

$$p \to \infty \text{ avec } n = 3 \Rightarrow \nu_{lim} = \frac{E_0}{9h} \quad \text{Soit : } \nu_{lim} = \frac{13,6x1,6.10^{-19}}{9x6,63.10^{-34}} = 3,65.10^{14} \text{ Hz}$$

REACTIONS NUCLEAIRES

EXERCICE 76 — 4 points — 40 min

1- Equation de la désintégration

$$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He \quad (1)$$

2- Montrons que l'énergie libérée au cours de cette désintégration est E = 5,40 MeV

$E = \Delta m.c^2$ avec $\Delta m = m(^{206}_{82}Pb) + m(^{4}_{2}He) - m(^{210}_{84}Pb)$

$E = \left[m(^{206}_{82}Pb) + m(^{4}_{2}He) - m(^{210}_{84}Pb) \right].c^2$

$\Delta m = 205,9745\ u + 4.0026u - 209,9829\ u = 0,0058u$

Or, $1\ u = 1,66.10^{-27}\ kg = 931,5\ MeV/c^2$

Donc : $\Delta m = 0,0058u = 5,40\ MeV/c^2$

Ce qui donne : E = 5,40 MeV

3.1- Montrons que : $\frac{E_c(\alpha)}{E_c(Pb)} = \frac{m_{Pb}}{m_\alpha}$

Conservation de la quantité de mouvement : $\vec{p}_{avant} = \vec{p}_{après}$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{p}_{Po} = \vec{p}_{\alpha} + \vec{p}_{Pb}$$

$\vec{p}_{Po} = \vec{0}$ puisque l'on suppose que le noyau de polonium 210 est initialement au repos.

Donc : $\vec{0} = \vec{p}_{\alpha} + \vec{p}_{Pb}$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{p}_{\alpha} = -\vec{p}_{Pb}$$

Or $E_c(\alpha) = \frac{p}{2m_\alpha}$

Donc $p_\alpha^2 = 2m_\alpha E_c(\alpha)$

de même : $p_{Pb}^2 = 2m_{Pb}E_c(Pb)$

$p_\alpha^2 = p_{Pb}^2 \Leftrightarrow 2m_\alpha E_c(\alpha) = 2m_{Pb}E_c(Pb) \Rightarrow \frac{E_c(\alpha)}{E_c(Pb)} = \frac{m_{Pb}}{m_\alpha}$ c.q.f.m.

3.2- Calcul de d'énergie cinétique $E_c(\alpha)$ de la particule α et celle $E_c(Pb)$ du noyau fils

L'énergie totale E du système est emportée par la particule α et le noyau de plomb sous forme d'énergie cinétique :

$E = E_c(\alpha) + E_c(Pb)$

$$\Leftrightarrow E = E_c(\alpha) + \frac{m_\alpha}{m_{Pb}} E_c(\alpha) \text{ puisque } E_c(Pb) = \frac{m_\alpha}{m_{Pb}} E_c(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow E = E_c(\alpha)\left(1 + \frac{m_\alpha}{m_{Pb}}\right)$$

$$\Leftrightarrow E = \frac{m_\alpha + m_{Pb}}{m_{Pb}} E_c(\alpha)$$

$$\Leftrightarrow \boxed{E_c(\alpha) = \frac{m_{Pb}}{m_\alpha + m_{Pb}} E}$$

La relation $\frac{E_c(\alpha)}{E_c(Pb)} = \frac{m_{Pb}}{m_\alpha}$ donne $\boxed{E_c(Pb) = \frac{m_\alpha}{m_\alpha + m_{Pb}} E}$

A.N. : $E_c(\alpha) = 5,30$ MeV et $E_c(Pb) = 0,10$ MeV

Conclusion : $E_c(\alpha) >> E_c(Pb)$: la particule α emporte la plus grande partie de l'énergie libéreé au cours de la désintégration.

4- Calcul de la longueur d'onde λ du photon émis

L'émission d'un rayonnement γ s'explique par le fait qu'après la désintégration certains noyaux de plomb se trouvent à l'état fondamental et d'autres dans un état excité.

- Lorsque le noyau de plomb obtenu est dans son état fondamental, il n'y a pas d'émission de photons γ et l'énergie totale du système constitué par la particule α et du noyau de plomb vaut :

$E_1 = E_{c1}(\alpha) + E_{c1}(Pb)$

Soit $E_1 = E_{c1}(\alpha)\left[1 + \frac{m_\alpha}{m_{Pb}}\right]$ puisque $\frac{E_{c1}(\alpha)}{E_{c1}(Pb)} = \frac{m_{Pb}}{m_\alpha}$

A.N. : $E_1(\alpha) = 5,40$ MeV

- Lorsque le noyau de plomb obtenu est dans un état excité, il émet un photons γ en retombant dans l'état fondamental.
  Ainsi, l'équation : $^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^{4}_{2}He$ (1) se décompose comme suit :

$^{210}_{84}Po \rightarrow {}^{206}_{82}Pb^* + {}^{4}_{2}He$ (2) Energie : E_2

$^{206}_{82}Pb^* \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + \gamma$ (3) Energie : E_γ

L'énergie totale correspondant à l'équation (2) est : $E_2 = E_{c2}(\alpha) + E_{c2}(Pb)$

Soit $E_2 = E_{c2}(\alpha)\left[1 + \frac{m_\alpha}{m_{Pb}}\right]$

A.N. : $E_2 = 4,59$ MeV

L'énergie du photon libéré est égale à la différence des énergies des transitions (1) et (2) :

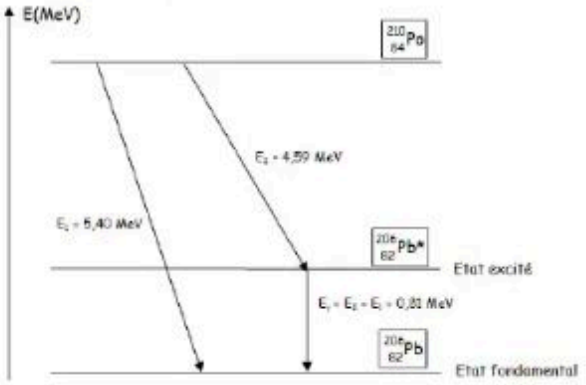
$E_\gamma = E_2 - E_1$

A.N. : $E_\gamma = 0,81$ MeV $= 1,296.10^{-13}$ J

Comme $E_\gamma = \frac{hc}{\lambda}$

On obtient : $\lambda = \frac{hc}{E_\gamma}$ E(MeV)

A.N. : $\lambda = 1,53.10^{-12}$ m ou $\lambda = 1,53$ pm



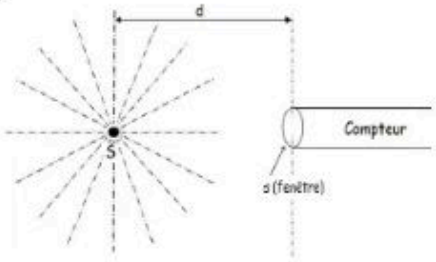
EXERCICE 77 Sujet Bac S2 1992 4 points 40 min

1- Montrons que A = 78,5 a

On peut admettre que la fenêtre du compteur est une portion de la surface sphérique de centre S et de rayon d. La source S émet statiquement de la même façon dans toutes les directions, donc :

REACTIONS NUCLEAIRES

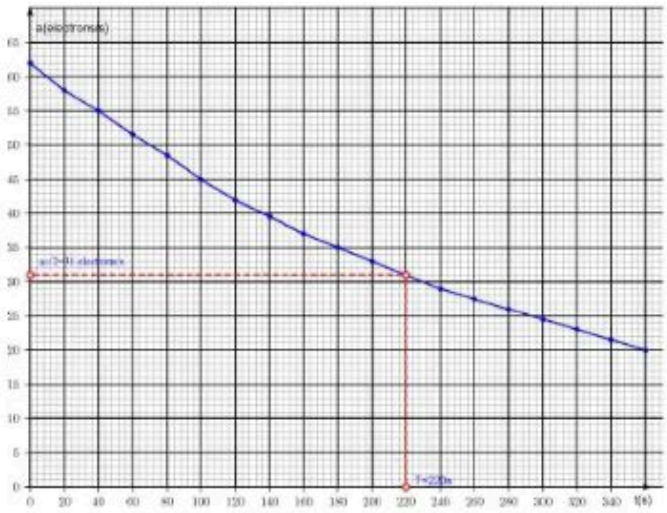
- à l'activité A de la source correspond le nombre d'électrons qui sortent par seconde de la sphère de surface $\mathcal{S} = 4\pi d^2$
- à l'activité a mesurée par le compteur correspond le nombre d'électrons captés par seconde à la fenêtre de surface s = 4 cm² du compteur.



On a donc : $\frac{A}{a} = \frac{\mathcal{S}}{s}$ soit $\boxed{A = \frac{4\pi d^2}{s} a}$

A.N. : Avec d = 5 cm et s = 4 cm², on obtient : A = 78,5.a

2.1- Tracé de la courbe donnant a en fonction du temps a = f(t)



Echelles : 1 cm pour 20 s en abscisse, 1 cm pour 5 électrons reçus en ordonnée.

- Valeur de la période radioactive (ou demi-vie) du Vanadium 52

La période radioactive T correspond à $a = \frac{a_0}{2}$ = 31 électrons/s

La lecture de l'abscisse sur le tableau (et la courbe aussi) donne T = 240 s.

2.2- Calcul de l'activité initiale A_0 de l'échantillon

$A_0 = 78,5.a_0$ avec a_0 = 62 électrons/s

Numériquement, on trouve : A_0 = 4867 Bq

-Temps Au bout duquel l'activité de la source est-elle égale à A_1 = 2433 Bq

A l'activité A_1 = 2433 Bq correspond $a_1 = \frac{A_1}{78,5}$ = 31 électrons/s.

On constate que a_1 correspond à $a = \frac{a_0}{2}$ = 31 électrons/s. Donc c'est au bout de la période T = 220s que l'activité sera égale à A_1 = 2433 Bq.

3- Calcul de la constante radioactive λ du vanadium 52

Par définition : $\lambda = \frac{Ln2}{T}$

Numériquement, avec T = 220 s, on obtient : $\lambda = 3,15.10^{-3}\ s^{-1}$

- Nombre de noyaux de $^{52}_{23}V$ contenus dans la source au début du comptage

L'activité initiale A_0 est liée au nombre de noyaux radioactifs initial N_0 par : $A_0 = \lambda . N_0 \Rightarrow N_0 = \frac{A_0}{\lambda}$

D'où : $N_0 = \frac{4867}{3,15.10^{-3}}$ $N_0 = 1,55.10^6$ noyaux de vanadium $^{52}_{23}V$

EXERCICE 78 Sujet Bac S2 2001 3,5 points 35 min

1- Nombre de désintégrations de type α et de type β^-:

$$^{238}_{92}U \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + x\left(^4_2He\right) + y\left(^0_{-1}e\right)$$

Les deux lois de conservation (lois de Soddy) : loi de conservation du nombre de charges (nombre de protons) et loi de conservation du nombre de masse (nombre de nucléons) permettent d'écrire :

- conservation du nombre de nucléons : $238 = 206 + 4x \Rightarrow x = 8$
- conservation du nombre de protons : $92 = 82 + 2x - y \Rightarrow y = 6$

Il se produit 8 désintégrations de type α et 6 désintégrations de type β^-.

L'ensemble des noyaux issus de l'uranium ^{238}U (lui-même compris) constitue la famille de l'uranium 238.
(Les noyaux issus de sa désintégration sont ses « descendants ».)

2.1 - Equation-bilan de cette désintégration et identification du noyau X

$$^A_ZX \rightarrow {}^{206}_{82}Pb + {}^4_2He$$

- conservation du nombre de nucléons : $A = 206 + 4 \Rightarrow A = 210$
- conservation du nombre de protons : $Z = 82 + 2 \Rightarrow Z = 84$

Le noyau X est le polonium 210 : $^{210}_{84}Po$.

2.2 - Calcul en MeV puis en Joule de l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau de polonium 210

$E = \Delta m.c^2$ avec $\Delta m = m(^{206}_{82}Pb) + m(^4_2He) - m(^{210}_{84}Pb)$

$E = \left[m(^{206}_{82}Pb) + m(^4_2He) - m(^{210}_{84}Pb)\right].c^2$

$\Delta m = 205,9745\ u + 4.0026u - 209,9829\ u = 0,0058u$

Or, $1\ u = 1,66.10^{-27}\ kg = 931,5\ MeV/c^2$

Donc : $\Delta m = 0,0058u = 5,40\ MeV/c^2 = 0,0058x1,66.\ 10^{-27}\ kg = 9,63.10^{30}\ kg$

Ce qui donne : $E = 5,40\ MeV$ et $E = 9,63.10^{30}x(3.10^8)^2 = 8,7.10^{-13}\ J$

3.1- Calcul de l'activité initiale A_0 de l'échantillon de polonium 210

$A_0 = \lambda N_0$ avec $N_0 = \frac{m..N_A}{M(Po)}$ et $\lambda = \frac{Ln2}{T}$

$A_0 = \frac{m..N_A}{M(Po)} x \frac{Ln2}{T}$

A.N.: $A_0 = \frac{4,2x6,02.10^{23}}{210} x \frac{Ln2}{138x86400} = 7,0.10^{14}\ Bq$

Or, $1\ Ci = 3,7.\ 10^{10}\ Bq$

Donc : $A_0 = 7,0.10^{14}\ Bq = 1,89.10^4\ Ci$

3.2- Activité de l'échantillon de polonium 210 au bout de 69 jours

$A = A_0 e^{-\lambda t}$ avec $t = 69$ j (on remarque que $t = \frac{T}{2} = 69$ j)

Donc $A(t=69j) = A_0 e^{-\left(\frac{Ln2}{T}\right) \times \frac{T}{2}}$

$\Leftrightarrow A = A_0 e^{-\left(\frac{Ln2}{T}\right) \times \frac{T}{2}}$

$\Leftrightarrow A = A_0 e^{-\left(\frac{Ln2}{2}\right)}$

$\Leftrightarrow A = A_0 e^{-Ln\sqrt{2}} = \frac{A_0}{\sqrt{2}}$

A.N. : $A_0 = 4,95.10^{14}$ Bq $= 1,34.10^4$ Ci (puisque 1 Ci $= 3,7.10^{10}$ Bq)

3.3- Masse de polonium 210 qui se désintègre au bout de 552 jours

$m_{désint} = m_0 - m_{restant}$ avec $m_{restant} = m_0 e^{-\lambda t}$

$\Leftrightarrow m_{désint} = m_0 - m_0 e^{-\lambda t}$ soit :

$m_{désint} = m_0(1 - e^{-\lambda t})$

On remarque que $t = 552$ j $= 4T$

Donc $m_{désint} = m_0\left[1 - e^{-\left(\frac{Ln2}{T}\right) \times 4T}\right]$

$\Leftrightarrow m_{désint} = m_0\left[1 - e^{-Ln\left(\frac{1}{2^4}\right)}\right]$

$\Leftrightarrow m_{désint} = m_0\left[1 - e^{-Ln\left(\frac{1}{2^4}\right)}\right]$

$\Leftrightarrow m_{désint} = m_0\left(1 - \frac{1}{2^4}\right)$

$\Leftrightarrow \boxed{m_{désint} = \frac{15}{16} m_0}$

A.N. : $m_{désint} = \frac{15 \times 4,2}{16} = 3,94$ g $\quad m_{désint} = 3,94$ g

EXERCICE 79 Sujet Bac S2 2003 4 points 40 min

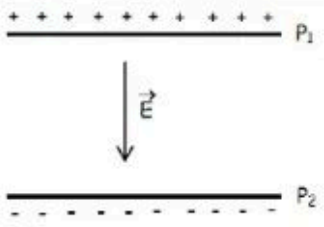
1- Caractéristiques du vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ qui règne entre les plaques

La tension $U = V_{P1} - V_{P2} = 4,5.10^4$ V $> 0 \Rightarrow V_{P1} > V_{P2}$: La plaque P_1 est au potentiel positif.

Le vecteur champ électrostatique $\vec{E}$ est orienté dans le sens des potentiels décroissants. C'est-à-dire de la plaque P_1 vers la plaque P_2.

$$||\vec{E}|| = \frac{U}{d}$$

$E = \frac{4,5.10^4}{5,0.10^{-2}}$ $\quad E = 9.10^5$ V.m^{-1}



2- Equation cartésienne de la trajectoire des particules α dans le repère $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$.

Force s'exerçant sur la particule α entre les plaques P_1 et P_2 : $\vec{F} = q\vec{E}$

Théorème du centre d'inertie : $\vec{F} = m\vec{a}$ avec $q = 2e$

$$\Leftrightarrow q\vec{E} = m\vec{a}$$

$$\Leftrightarrow m\vec{a} = 2e\vec{E}$$

$$\Leftrightarrow \vec{a} = \frac{2e}{m}\vec{E} \quad \text{soit} \quad \vec{a}\left|\begin{matrix} a_x \\ a_y \end{matrix}\right. = \frac{2e}{m}\left|\begin{matrix} 0 \\ -E \end{matrix}\right. \quad \Rightarrow \vec{a}\left|\begin{matrix} a_x = 0 \\ a_y = -\frac{2eE}{m} \end{matrix}\right.$$

$$\Rightarrow \vec{V}\left|\begin{matrix} V_x = V_0 \\ V_y = -\frac{2eEt}{m} \end{matrix}\right. \quad \Rightarrow \overrightarrow{OM}\left|\begin{matrix} x = V_0.t \\ Y = -\frac{eEt^2}{m} \end{matrix}\right.$$

En éliminant t entre x et y, il vient : $t = \frac{x}{V_0}$ et $y = -\frac{eE}{m}\left(\frac{x}{V_0}\right)^2$

On obtient : $\boxed{y = -\frac{eE}{mV_0^2}x^2}$ (La trajectoire est un arc de parabole)

3- Valeur V_0 de la vitesse initiale des particules α

Au point d'impact S : $y = y_S = -2{,}15$ mm et $x_S = L$ et $y_S = -\frac{eE}{mV_0^2}x_S^2$

$$y_S = -\frac{eE}{mV_0^2}L^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{eEL^2}{my_S}}$$

A.N. : $V_0 = 2{,}0.10^7$ m.s^{-1}

4.1- Equation de la réaction nucléaire

$${}^7_3Li + {}^1_1H \longrightarrow 2({}^4_2He)$$

4.2 - Energie libérée par la réaction

$E_{nucl} = \Delta m.c^2$

Avec $\Delta m = m({}^7_3Li) + m({}^1_1H) - 2m({}^4_2He)$

$\Delta m = 7{,}0160 + 1{,}0078 - 2x4{,}0026$

$\Delta m = 0{,}00186$ u $= 17{,}3$ MeV.c^{-2}

On obtient : $E_{nucl} = 17{,}3$ MeV

Or 1 MeV $= 1{,}6.10^{-13}$ J donc $E_{nucl} = 2{,}77$ J

4.3- Energie cinétique $E_{c\alpha}$ et vitesse V_0 de chacune des particules α

$E_{nucl} = 2E_{c\alpha}$ avec $E_{c\alpha} = \frac{1}{2} m_\alpha V_0^2$ puisque l'on suppose que l'énergie libérée par la réaction est transformée en énergie cinétique des particules α qui sont au nombre de deux.

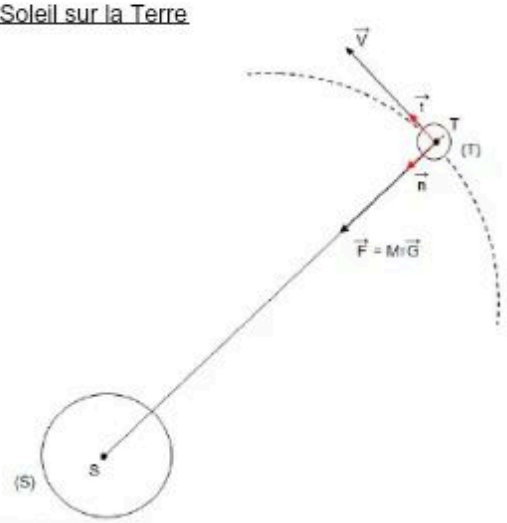
$E_{nucl} = 2x\frac{1}{2} m_\alpha V_0^2 = m_\alpha V_0^2 \Rightarrow V_0 = \sqrt{\frac{E_{nucl}}{m_\alpha}}$

A.N. : $V_0 = 2,0.10^7\ m.s^{-1}$

EXERCICE 80 Sujet Bac S2 2004 4 points 40 min

1- Représentation de la force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre

- Rayon Soleil-Terre : r = ST
- Champ gravitationnel du Soleil sur la Terre : G
- Force gravitationnelle exercée par le Soleil sur la Terre : $\vec{F} = M_T\vec{G} = \frac{KM_TM_S}{r^2}\vec{n}$



2- Montrons que le mouvement du centre d'inertie de la Terre est uniforme

On se place dans le référentiel héliocentrique assimilé à un référentiel galiléen.
Dans ce référentiel la Terre a une orbite circulaire dont le centre est confondu avec le centre du Soleil : la Terre est donc soumise à une force centripète.

Etudions le mouvement du centre d'inertie de la Terre dans le repère de Frenet $(T, \vec{t}, \vec{n})$ lié à la Terre.
Le théorème du centre d'inertie appliqué à la Terre permet d'écrire :

$$\vec{F} = M_T\vec{a} \quad \text{avec } \vec{F} = M_T\vec{G}$$

$$\Leftrightarrow \quad \vec{a} = \frac{\vec{F}}{M_T} = \vec{G}$$

Dans le repère de Frenet $(T, \vec{t}, \vec{n})$ lié à la Terre, on a :

$$\vec{F} = \begin{pmatrix} F_t = 0 \\ F_n = K\frac{M_S.M_T}{r^2} \end{pmatrix} \text{ et } \vec{a} = \begin{pmatrix} a_t = \frac{dV}{dt} \\ a_n = \frac{V^2}{r} \end{pmatrix} ; \vec{G} = \begin{pmatrix} G_t = 0 \\ G_n = G \end{pmatrix} ;$$

On en déduit : $\vec{a} \begin{cases} \frac{dV}{dt} = 0 & (1) \\ \frac{KM_S}{r^2} = \frac{V^2}{r} & (2) \end{cases}$

De (1), on a : $\frac{dV}{dt} = 0$ soit V = constante : le mouvement est uniforme.

Conclusion : le mouvement du centre d'inertie de la Terre est uniforme
L'orbite étant circulaire, le vecteur vitesse tangent à la trajectoire est donc perpendiculaire au vecteur unitaire donc les vecteurs vitesse accélération sont orthogonaux : le module de la vitesse reste donc constant lors du mouvement : le mouvement de la Terre est donc uniforme.

3- Expression de la vitesse V du centre d'inertie de la Terre en fonction de K, r et M_S

La relation : $\frac{KM_S}{r^2} = \frac{V^2}{r}$

Permet d'avoir : $\boxed{V = \sqrt{\frac{KM_S}{r}}}$

- Expression de la période de révolution de la Terre en fonction de K, r et Ms

$T = \frac{2\pi r}{V}$ avec $V = \sqrt{\frac{KM_S}{r}}$

donc : $T = \frac{2\pi r}{\sqrt{\frac{KM_S}{r}}}$ soit $\boxed{T = 2\pi r\sqrt{\frac{r}{KM_S}}}$ (3)

4- Montrons que la 3ème loi de Kepler est bien vérifiée

Elevons la relation (3) au carré.

Il vient : $T^2 = \frac{4\pi^2 r^3}{KM_S}$ soit : $\boxed{\frac{T^2}{r^3} = \frac{4\pi^2}{KM_S} = cte}$ (3ème loi de Kepler)

- Calcul de la masse M_s du Soleil

De la 3ème loi de Kepler, on tire la masse M_S du soleil : $M_S = \frac{4\pi^2}{K}\left(\frac{r^3}{T^2}\right)$

A.N. : $M_S = \frac{4\pi^2}{6{,}67.10^{-11}} \frac{(1{,}50.10^8 x 10^3)^3}{(365{,}25 x 24 x 3600)^2}$ $M_S = 2{,}0.10^{30}$ kg

5.1- Energie libérée par la réaction globale : $4\,{}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + 2\,{}^0_{+1}e + 2\,{}^0_0\nu$

$E = \Delta m.c^2$ avec $\Delta m = 4m({}^1_1H) - m({}^4_2He) - 2m({}^0_{+1}e)$

$\Delta m = 4x1{,}0073 - 4{,}0015 - 2x0{,}00055 = 0{,}0266$ u

Or : $1\ u = 1{,}67.10^{-27}$ kg $= 931{,}5$ MeV.c^{-2} donc : $\Delta m = 24{,}8$ MeV.c^{-2}

On obtient : E = 24,8 MeV

5.2- Nombre de réactions globales qui se produisent dans le Soleil en 1 seconde

En 1 seconde le Soleil rayonne une énergie $E_{ray} = \mathcal{P}.t$ avec $\mathcal{P} = 3{,}9.10^{26}$ W et t = 1 s

Donc $E_{ray} = 3{,}9.10^{26}$ J ou $E_{ray} = \frac{3{,}9.10^{26}}{1{,}6.10^{-13}} = 2{,}44.10^{39}$ MeV

Cette énergie correspond à un nombre n de réactions globales : $4\,{}^1_1H \rightarrow {}^4_2He + 2\,{}^0_{+1}e + 2\,{}^0_0\nu$

tel que : $E_{ray} = nE$ soit $n = \frac{E_{ray}}{E} = 9{,}83.10^{37}$ réactions globales.

- Perte de masse subie par le Soleil en 1 seconde

Cette perte de masse Δm est telle que : $E_{ray} = \Delta m.c^2$

Soit : $\Delta m = \frac{E_{ray}}{c^2}$ avec $E_{ray} = 3{,}9.10^{26}$ J

A.N. : $\Delta m = \frac{3{,}9.10^{26}}{(3.10^8)^2}$ $\Delta m = 4{,}33.10^9$ kg

REACTIONS NUCLEAIRES

EXERCICE 81 Sujet Bac S2 2005 3,5 points 35 min

1- Définition de réaction de fission nucléaire

Fission. Du latin fissus, fendu.

La fission est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd éclate sous l'impact d'un neutron.

La première fission, celle de l'uranium, fut obtenue en 1938 par l'Allemand Otto Hahn (Francfort 1879 - Göttingen 1968). La fission des nucléides les plus lourds peut dégager de l'énergie. Cette énergie peut être produite de manière brutale dans une bombe (dite atomique ou A) ou de manière régulière dans un réacteur nucléaire.

Un nucléide est dit fissile si sa rupture peut être provoquée par un neutron d'énergie cinétique négligeable ou neutron thermique.
Les nucléides fissiles les plus utilisés sont l'uranium 235, seul nucléide fissile naturel et le plutonium 239 qui se forme dans les réacteurs nucléaires à partir de l'uranium 238. Un nucléide naturel abondant tel que ^{238}U qui, bombardé par des neutrons, peut engendrer des nucléides fissiles est dit fertile.

2- Valeurs de x et de y en précisant les règles utilisées

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{x}_{54}Xe + ^{94}_{y}Sr + 2\,^{1}_{0}n$$

Les deux lois de conservation (lois de Soddy) : loi de conservation du nombre de charges (nombre de protons) et loi de conservation du nombre de masse (nombre de nucléons) permettent d'écrire :

- conservation du nombre de nucléons : $235 + 1 = x + 94 + 2x1 \Rightarrow x = 140$
- conservation du nombre de protons : $92 + 0 = 54 + y + 2x0 \Rightarrow y = 38$

Donc : x = 140 et y = 38

D'où l'équation : $^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 2\,^{1}_{0}n$

3- Energie libérée lors de la fission d'un noyau d'uranium $^{235}_{92}U$

$E = \Delta m.c^2$

Avec $\Delta m = m(^{235}_{92}U) - m(^{140}_{54}Xe) - m(^{94}_{38}Sr) - m(^{1}_{0}n)$

$\Delta m = 235,120 - 138,955 - 94,945 - 1,008 = 0,212$ u

$\Delta m = 0,212$ u $= 3,52.10^{-28}$ kg

$E = 3,52.10^{-28} \times (3.10^{8})^2 = 3,2.10^{-11}$ J

Or 1 MeV $= 1,6.10^{-13}$ J donc E = 198 MeV

4- Calcul de la consommation journalière d'uranium d'une centrale qui fournit $1,5.10^{6}$ MJ par jour

Comme 30 % de l'énergie libérée par noyau sont transformés en énergie électrique, donc :

$$E_{élect} = \frac{30}{100} E_{nucléaire} \Rightarrow E_{nucléaire} = \frac{100}{30} E_{élect}$$

On suppose qu'au niveau du réacteur toutes les réactions nucléaires sont identiques à la réaction précédente :

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \rightarrow ^{140}_{54}Xe + ^{94}_{38}Sr + 2\,^{1}_{0}n$$

Donc le nombre de fissions qui se produisent par jour dans la centrale vaut : $n = \frac{E_{nucléaire}}{E}$

où E = 198 MeV est l'énergie libérée par un noyau d'uranium.

$$n = \frac{100}{30}\ \frac{1,5.10^{14}}{3,2.10^{-11}} \qquad \underline{n = 1,56.10^{35}\ \text{fissions/jour}}$$

La masse d'uranium qu'il faut utiliser pour faire fonctionner la centrale pendant une journée est :

$m = nxm_{noyau}$ avec $m_{noyau} = \frac{235}{N_A}$

$\underline{m = 6,10.10^{3}\ g = 6,10\ kg}$

5.1- Equation de la désintégration d'un noyau de césium 137

$$^{137}_{55}Cs \rightarrow\ ^{A}_{Z}X + \ ^{0}_{-1}e$$

$\begin{cases} 137 = A + 0 \\ 55 = Z - 1 \end{cases} \Rightarrow A = 137$ et $Z = 56$; X est donc le baryum Ba

D'où l'équation : $^{137}_{55}Cs \rightarrow\ ^{137}_{56}Ba + \ ^{0}_{-1}e$

5.2- Calcul de la constante radioactive λ et donner sa signification physique

La constante radioactive, caractéristique d'un radioélément correspond à sa probabilité de désintégration par seconde. Elle dépend du noyau considéré et s'exprime en s^{-1}.

La période (ou demi-vie) T d'une substance radioactive représente la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon s'est désintégrée.

Cette définition se traduit par : $N(t + T) = \frac{1}{2} N(t)$ avec $N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$ le nombre de noyaux radioactifs présents à la date t.

Soit : $N_0.e^{-\lambda(t+T)} = \frac{1}{2} N_0.e^{-\lambda t} \Rightarrow e^{-\lambda T} = \frac{1}{2}$

Donc $\boxed{\lambda = \frac{\ln 2}{T}}$

Numériquement, avec T = 30 ans, on obtient : $\lambda = \frac{\ln 2}{30} = 2,31.10^{-2}\ an^{-1}$ $\qquad \underline{\lambda = 2,31.10^{-2}\ an^{-1}}$

EXERCICE 82 Sujet Bac S2 2008 4 points 40 min

1- Equation de la réaction nucléaire correspondant à la désintégration du " radon 222 "

$$^{222}_{86}Rn \longrightarrow\ ^{218}_{84}Y + \ ^{4}_{2}He$$

Par identification on trouve Y = P_o.

2- Nocivité du radon à l'état gazeux

L'état gazeux du radon le rend dangereux à cause de la facilité d'infiltration dans les moindres fissures des constructions et s'accumuler dans les pièces non aérées.

3.1- Nombre N_0 de noyaux radon présents dans l'ampoule à l'instant initial

$N_0 = nN_A = \frac{PV}{RT}xN_A$; d'où $N_0 = 4,8.10^{17}$ noyaux

REACTIONS NUCLEAIRES

3.2.a- Définition de l'activité d'une substance radioactive et son expression

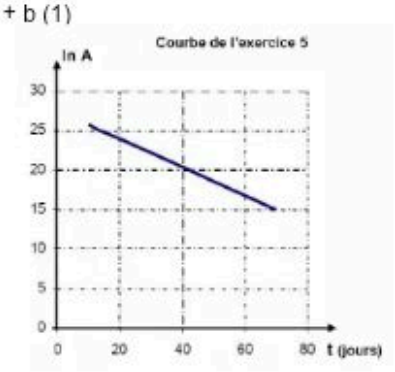
L'activité A est le nombre de désintégrations par seconde.

$A = -\frac{dN}{dt} = \lambda N$; par intégration on obtient : $A = \lambda N_0 e^{-\lambda t} = A_0 e^{-\lambda t}$

3.2.b- L'activité décroit au cours du temps d'après le tableau. Ce qui est en accord avec l'expression établie à la question précédente.

3.3.a- Valeur de la constante radioactive λ du radon 222

La courbe lnA = f(t) est une droite affine de pente négative ; d'où ln A = k.t + b (1)



3.3.b- Activité initiale A_0 de l'échantillon étudié

Avec $k = \frac{\Delta \ln A}{\Delta t} = -0{,}18$ jour^{-1} et b 27,65 (ordonnée à l'origine)

De l'expression $A = A_0 e^{-\lambda t}$ on déduit $\ln A = \ln A_0 - \lambda t$ (2)

Les relations (1) et (2) donnent par identification :

$\lambda = -k$ d'où $\boldsymbol{\lambda = 0{,}18 \text{ jour}^{-1}}$

$\ln A_0 = b = 27{,}65$ impliquant que $A_0 = e^{27{,}65}$ d'où $A_0 = 10^{12}$ Bq

3.4- Valeur de A_0 obtenue par calcul à partir de λ et N_0

$A_0 = \lambda N_0$. En replaçant on trouve : $A_0 = 10^{12}$ Bq. On trouve la même valeur.

3.5- Demi-vie du radon 222

$t_{1/2} = \frac{\ln 2}{\lambda}$

A.N. : $t_{1/2} = \frac{\ln 2}{0{,}18}$ $\quad t_{1/2} = 3{,}85$ jours

3.6- Nombre de noyaux de radon 222 présents dans l'ampoule au bout de six mois

En faisant $N = N_0 e^{-\lambda t}$ on trouve $N \approx 0$ d'où $A \approx 0$: Il n'y a plus de noyaux radioactifs dans l'ampoule, la substance n'est plus active.

EXERCICE 83 Sujet Bac S2 2012 4 points 40 min

1.1- Définition de noyaux isotopes

On appelle noyaux isotopes des noyaux qui ont le même nombre de protons mais des nombres de neutrons différents.

1.2- Equation de la réaction de synthèse du $^{97}_{43}Tc$ à partir du $^{96}_{42}Mo$

$$^{96}_{42}Mo + {}^{A}_{Z}X \rightarrow {}^{97}_{43}Tc + {}^{1}_{0}n$$

Les deux lois de conservation (lois de Soddy) : loi de conservation du nombre de charges et loi de conservation du nombre de masse permettent d'écrire le système d'équations suivant :

$$\begin{cases} 96 + A = 97 + 1 \\ 42 + Z = 43 + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A = 2 \\ Z = 1 \end{cases}$$

Le noyau de deutérium est donc $^{2}_{1}X$; Z=1 : il appartient à l'élément hydrogène H donc $^{A}_{Z}X$ est $^{2}_{1}H$

D'où l'équation : $\boxed{^{96}_{42}Mo + {}^{2}_{1}H \rightarrow {}^{97}_{43}Tc + {}^{1}_{0}n}$

2.1- Equation de la réaction nucléaire permettant d'obtenir du $^{99}_{43}Tc$ à partir du $^{99}_{42}Mo$

$$^{99}_{42}Mo \rightarrow {}^{99}_{43}Tc + {}^{A'}_{Z'}Y$$

lois de conservation : $\begin{cases} 99 = 99 + A' + 1 \\ 42 = 43 + Z' + 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} A' = 0 \\ Z' = -1 \end{cases}$

Le noyau $^{A'}_{Z'}Y$ est un électron $^{0}_{-1}e$ ou une particule β^-.

D'où l'équation : $\boxed{^{99}_{42}Mo \rightarrow {}^{99}_{43}Tc + {}^{0}_{-1}e}$

La désintégration est de type β^- puisqu'il il y a émission d'un électron $^{0}_{-1}e$.

2.2- Définition de l'activité d'une source radioactive

L'activité A est égale au nombre moyen de désintégrations par seconde dans l'échantillon. Elle s'exprime en becquerels dont le symbole est Bq (1 Bq =1 désintégration par seconde).

Le curie (Ci) est une autre unité de mesure d'activité utilisée. Il correspond à l'activité de 1,0 g de radium. 1 Ci = 3,7.10^{10} Bq.

- Relation entre l'activité A, la constante radioactive λ et le nombre de noyaux présents N

L'activité A d'une source radioactive à un instant t est définie par : $A = -\frac{dN}{dt}$ avec $N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$

En dérivant $N(t) = N_0.e^{-\lambda t}$ en fonction du temps t, il vient : $A = -\frac{d(N_0.e^{-\lambda t})}{dt} = \lambda N_0.e^{-\lambda t} = \lambda N$

Soit : $A = \lambda N$

2.3- Détermination de la valeur de la période radioactive T du technétium 99

La période d'un nucléide notée T est définie comme le temps au bout duquel subsiste la moitié des noyaux existant à un instant donné. C'est pourquoi on l'appelle aussi «demi-vie». Elle ne dépend pas de l'instant choisi.

Or $A = A_0e^{-\lambda t}$

Donc : $-\lambda t = Ln\left(\frac{A}{A_0}\right) \Rightarrow \lambda = \frac{1}{t}Ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$

Or : $\lambda = \frac{Ln2}{T}$

Il vient : $\frac{Ln2}{T} = \frac{1}{t}Ln\left(\frac{A_0}{A}\right)$ soit $T = \frac{t.Ln2}{Ln\left(\frac{A_0}{A}\right)}$

Deux heures après la préparation d'une dose de technétium $^{99}_{43}Tc$, son activité A est égale à 79,5 % de sa valeur initiale A_0.

Donc à t = 2 h, $A(t=2h) = 79,5\ \%A_0 \Rightarrow \frac{A_0}{A} = \frac{100}{79,5}$

A.N. : $T = \frac{2Ln2}{Ln\left(\frac{100}{79,5}\right)}$ $T = 6,0$ h

2.4- Masse maximale de technétium 99 que doit contenir la dose préparée

$m_{max} = N_{max}.m_{noyau}$ avec $A_{max} = \lambda.N_{max} \Rightarrow N_{max} = \frac{A_{max}}{\lambda}$

donc : $m_{max} = \frac{m_{noyau}.A_{max}}{\lambda}$

$m_{max} = \frac{m_{noyau}.A_{max}.T}{Ln2}$

A.N. : $m_{max} = \frac{10^9 x(98,882x1,66.10^{-27})x(6,04x3600)}{Ln2}$ $\qquad$ $m_{max} = 5,1.10^{-12}$ kg

3- Choix du produit qui disparait le plus vite

Le choix sera porté sur l'isotope $^{99}_{43}Tc$ car sa période radioactive (6,04 h) est plus petite que celle du technétium $^{97}_{43}Tc$ (90,1 jours) : Plus la période radioactive est petite plus la désintégration se fait plus rapidement.

EXERCICE 84 Sujet Bac S2 2014 4 points 40 min

1.1- Rappel de la signification du terme « radioactivité β^- »

La radioactivité β^- consiste en l'émission d'électrons par un noyau radioactif.

- Equation de la réaction de désintégration du mercure 203

$$^{203}_{80}Hg \rightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e$$

Les deux lois de conservation (lois de Soddy) : loi de conservation du nombre de charges (nombre de protons) et loi de conservation du nombre de masse (nombre de nucléons) permettent d'écrire :

- conservation du nombre de nucléons : $203 = A + 0 \Rightarrow A = 203$
- conservation du nombre de protons : $80 = Z - 1 \Rightarrow Z = 81$

$^{A}_{Z}Y$ correspond donc au $^{203}_{81}Tl$

D'où l'équation : $^{203}_{80}Hg \rightarrow {}^{203}_{81}Tl + {}^{0}_{-1}e$

1.2- Calcul de l'activité initiale A_0 de la source radioactive

$A_0 = \lambda N_0$ avec $\lambda = \frac{Ln2}{T}$

$A_0 = \frac{N_0 Ln2}{T}$

A.N.: $A_0 = \frac{2,96.10^{21}xLn2}{46,69x24x3600} = 5,09.10^{14}$ Bq $\qquad$ $A_0 = 5,09.10^{14}$ Bq

1.3- Durée au bout de laquelle l'activité de la source radioactive diminue de $0,14.A_0$.

A cette date t, on a : $A(t) = A_0 - 0,14.A_0$

$A_0 e^{-\lambda t} = 0,86.A_0 \Rightarrow -\lambda t = \frac{Ln(0,86)}{\lambda} \Rightarrow t = -\frac{Ln(0,86)}{Ln2} xT$

$t = -\frac{Ln(0,86)}{Ln2} x46,69 = 10,16$ jours $\qquad$ $t = 10,16$ jours

2.1- Le spectre d'émission ou d'absorption du mercure est discontinu.

2.2- Détermination de la transition énergétique responsable de la fluorescence des « nanopigments »

La lumière émise par la lampe à vapeur de sodium résulte d'une désexcitation des atomes de mercure.
Cette lumière excite les nanopigments qui émettent à leur tour par fluorescence.

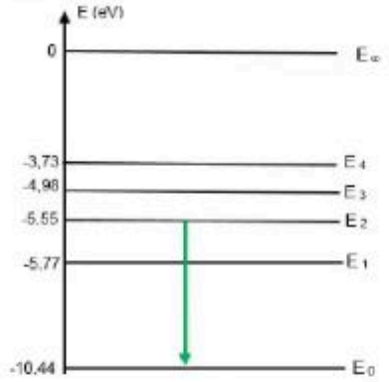
$E_{photon}(\text{émis}) = \Delta E = \frac{hc}{\lambda_1}$

$E_{photon}(émis) = \frac{6,62.10^{-34}x3.10^{8}}{253,6.10^{-9}} = 7,83.10^{-19}$ J

Or, 1 eV = $1,6.10^{-19}$ J, donc $E_{photon}(émis) = \frac{7,83.10^{-19}}{1,6.10^{-19}} = 4,89$ eV

$E_{photon}(émis) = 7,83.10^{-19}$ J = 4,89 eV

2.3- Diagramme représentant la transition associée



2.4- Détermination la longueur d'onde maximale λ_2 de la radiation

Lors d'une désexcitation d'un niveau p vers un niveau n la longueur d'onde de la radiation émise est donnée par λ qui telle que :

$$E_p - E_n = \frac{hc}{\lambda} \quad \text{soit} \quad \lambda = \frac{hc}{E_p - E_n}$$

Comme cette désexcitation mène au niveau fondamental donc $E_n = E_0$

Donc : $\lambda = \frac{hc}{E_p - E_0}$

Pour que λ soit maximale il faut que $E_p - E_0$ soit minimale donc $E_p = E_1$:

$$\lambda_{max} = \lambda_2 = \frac{hc}{E_1 - E_0}$$

$\lambda_2 = \frac{6,62.10^{-34}x3.10^{8}}{(-5,77+10,44)x1,6.10^{-19}} = 2,66.10^{-7}$ m

$\lambda_2 = 2,66.10^{-7}$ m = 266 nm

2.5- Détermination de la longueur d'onde λ_3 de la radiation émise au cours de la transition $E_2 \rightarrow E_1$

$$E_2 - E_1 = \frac{hc}{\lambda_3} \Rightarrow \lambda_3 = \frac{hc}{E_2 - E_1}$$

$\lambda_3 = \frac{6,62.10^{-34}x3.10^{8}}{(-5,55+5,77)x1,6.10^{-19}} = 5,64.10^{-6}$ m

$\lambda_3 = 5,64.10^{-6}$ m

- Relation entre les longueurs d'onde λ_1, λ_2 et λ_3

$$E_2 - E_0 = (E_2 - E_1) + (E_1 - E_0) \Leftrightarrow \frac{hc}{\lambda_1} = \frac{hc}{\lambda_3} + \frac{hc}{\lambda_2} \Rightarrow \frac{1}{\lambda_1} = \frac{1}{\lambda_3} + \frac{1}{\lambda_2}$$

LES ALCOOLS

EXERCICE 85 — 3 points — 30 min

Les questions 1, 2 et 3 sont indépendantes.

1- Ecriture des formules semi-développées des composés suivants :

a) $CH_3 — CH_2 — CH_2 — OH$ propan-1-ol

b) $CH_3 — CH(CH_3) — CH_2 — OH$ 2-méthylpropan-1-ol

c) $CH_3 — CH_2 — C(CH_3)(OH) — CH_3$ 2-méthylbutan-2-ol

d) $CH_3 — CH(CH_3) — CH(CH_3) — CH(OH) — CH_3$ 3,4-diméthylpentan-2-ol

e) $CH_2(OH) — CH_2(OH)$ éthane-1,2-diol

f) $CH_2(OH) — CH(OH) — CH_2(OH)$ propane-1,2,3-triol ou glycérol

2- Formules semi-développées, nom classe des alcools de formule brute $C_4H_{10}O$

Les différents isomères sont les suivants :

Formule	Nom	classe
$CH_3 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — OH$	butan-1-ol	alcool primaire
$CH_3 — CH_2 — CH(OH) — CH_3$	butan-2-ol	alcool secondaire
$CH_3 — CH(CH_3) — CH_2 — OH$	2-méthylpropan-1-ol	alcool primaire
$CH_3 — C(CH_3)(OH) — CH_3$	2-méthylpropan-2-ol	alcool tertiaire

3- Complétons les équations des réactions chimiques suivantes

a) $CH_3 — CH_2 — OH + \frac{1}{2} O_2 \xrightarrow[300°C]{Cu} CH_3 — CHO + H_2O$

éthanol — éthanal

b) $CH_3 — CH(OH) — CH_3 \xrightarrow[H_3O^+]{MnO_4^-} CH_3 — C(=O) — CH_3$

propan-2-ol — propanal

c) $CH_3 — CH_2 — OH \xrightarrow[H_3O^+]{Cr_2O_7^{2-} \text{ (en défaut)}} CH_3 — CHO$

éthanol — éthanal

d) $CH_3 — CH_2 — CH_2 — OH \xrightarrow[H_3O^+]{Cr_2O_7^{2-} \text{ (en excès)}} CH_3 — CH — COOH$

propan-1-ol — acide propanoïque

e) $CH_3-CH(OH)-CH_2-CH_3 \xrightarrow[350°C]{Al_2O_3} CH_3-CH=CH-CH_3 + H_2O$

butan-2-ol — but-2-ène

Lors de l'élimination de l'eau (déshydratation) d'un alcool, c'est l'alcène le plus substitué qui est formé. C'est la règle de de Zaïtsev.

f) $CH_3-CH_2-COOH + CH_3-CH_2-OH \rightleftharpoons[H_2SO_4\ conc]{} CH_3-CH_2-COO-CH_2-CH_3 + H_2O$

acide propanoïque — éthanol — propanoate d'éthyle — eau

g) $2\ CH_3-CH_2-OH \xrightarrow[140°C]{H_2SO_4} CH_3-CH_2-O-CH_2-CH_3 + H_2O$

éthanol — éthoxyéthane ou oxyde de diéthyle

EXERCICE 86 — Identification et hydratation d'un alcène — 3 points — 30 min

1- Nom de l'alcène A

L'alcène A de formule semi-développée $CH_3-C(CH_3)=CH-CH_3$ est le 2-méthylbut-2-ène

2- Identification des produits formés B et C

$CH_3-C(CH_3)=CH-CH_3 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} CH_3-CH(CH_3)-CH(OH)-CH_3$

B : 3-méthylbutan-2-ol (produit minoritaire)

et $CH_3-C(CH_3)=CH-CH_3 + H_2O \xrightarrow{H_2SO_4} CH_3-C(OH)(CH_3)-CH_2-CH_3$

C : 2-méthylbutan-2-ol. (produit majoritaire)

L'alcool formé majoritairement est celui dans lequel on ajoute un H au carbone le moins hydrogéné. Ce résultat est prévu par la règle de Markovnikov qui dit que parmi les alcools possibles, c'est celui de classe la plus élevée qui est formé majoritairement. Ici, l'alcool tertiaire, le 2-méthylbutan-2-ol. L'alcool formé minoritairement est le plus souvent présent en très petite quantité.

3.1 - Nature des composés D et B

Le produit D issu de l'oxydation de B par le dichromate de potassium en milieu acide (sulfurique) donne un précipité jaune avec le DNPH mais reste sans action sur le réactif de Schiff : D est une cétone ; B est un alcool secondaire.

- Formule semi-développée et le nom du composé D

$CH_3-CH(CH_3)-C(=O)-CH_3$ — 3-méthylbutanone

3.2 – Equation de la réaction entre le dichromate de potassium en milieu acide avec le corps B

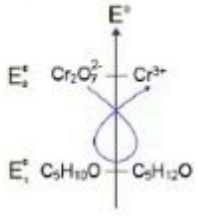
Les couples redox mis en jeu sont : $Cr_2O_7^{2-}$ / Cr^{3+} et $C_5H_{10}O$ / $C_5H_{12}O$

$Cr_2O_7^{2-}$ est l'oxydant le plus fort ; il réagit sur le réducteur le plus fort $C_5H_{12}O$.

Demi-équations électroniques : les réactions correspondantes sont écrites dans le sens où elles se produisent.

$$3x\left\{\begin{array}{rcl} Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6e^- & \rightarrow & 2Cr^{3+} + 7\ H_2O \\ C_5H_{12}O & \rightarrow & C_5H_{10}O + 2H^+ + 2e^- \end{array}\right.$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 3\ C_5H_{12}O + 8\ H^+ \rightarrow 2\ Cr^{3+} + 3\ C_5H_{10}O + 7\ H_2O$$



Règle du "Gamma"

EXERCICE 87 E.M.S. 2004 4 points 40 min

Identification d'un alcool

1.1- Equation de la réaction de combustion

$$C_xH_yO_z + (x + \frac{y}{4} - \frac{z}{2})\, O_2 \rightarrow x\, CO_2 + \frac{y}{2} H_2O$$

1.2- Détermination de la formule brute du composé A

Pour un mélange parfait de gaz parfaits, à température et à pression fixées, le volume molaire V_m est indépendant de la constitution dudit mélange. On en déduit la relation suivante qui lie densité et masses molaires :

$$d = \frac{\mu(A)}{\mu(air)}$$

avec $\mu(A) = \frac{m(A)}{V(A)} = \frac{n(A).M(A)}{n(A)V_m} = \frac{M(A)}{V_m}$ et $\mu(air) = \frac{M(air)}{V_m}$

$d = \frac{M(A)}{V_m} x \frac{V_m}{M(air)} = \frac{M(A)}{M(air)} \Rightarrow M(A) = M(air).d = 3,04x29 = 88\ g.mol^{-1}$

D'après l'équation de la réaction : $\frac{n(CO_2)}{x} = \frac{n(A)}{1} \Rightarrow x = \frac{n(CO_2)}{n(A)}$

avec $n(CO_2) = \frac{V(CO_2)}{V_m} = \frac{5}{25} = 0,20$ mol et $n(A) = \frac{V(A)}{V_m} = \frac{3,52}{88} = 0,04$ mol

Donc : x = 5

$M(A) = 12x + y + 16z = 60 + y + 16z = 88 \Rightarrow y + 16z = 28$

y et z étant des nombres entiers non nuls, la seule valeur possible pour z est 1 : donc $z = 1 \Rightarrow z = 12$.

La formule développée de A est : $C_5H_{12}O$

1.3- Formules semi-développées possibles de A et leurs noms

La molécule du composé A est ramifiée et renferme un groupe hydroxyle, A peut être :

(1) $CH_3 - CH_2 - CH(CH_3) - CH_2 - OH$ 2-méthylbutan-1-ol (alcool primaire)

(2) $CH_3 - CH(CH_3) - CH_2 - CH_2 - OH$ 3-méthylbutan-1-ol (alcool primaire)

(3) $CH_3 - CH_2 - C(CH_3)(OH) - CH_3$ 2-méthylbutan-2-ol (alcool secondaire)

(4) $CH_3 - CH(CH_3) - CH(OH) - CH_3$ 3-méthylbutan-2-ol (alcool secondaire)

2.1- Fonctions chimiques possibles pour B

Le composé B obtenu par oxydation ménagée par une solution de dichromate de potassium, en milieu acide, donne un précipité jaune avec la DNPH : le composé B est soit un aldéhyde soit une cétone.

2.2- Formule semi-développée et le nom des composés B et C

Le composé B peut réduire une solution de permanganate de potassium. Donc B est un aldéhyde.

La molécule du composé B est chirale. Donc B est : $CH_3 — CH_2 — CH(CH_3) — CHO$ 2-méthylbutanal

Le composé C produit de l'oxydation ménagée de B par l'ion permanganate est l'acide carboxylique :

$CH_3 — CH_2 — CH(CH_3) — COOH$ acide 2-méthylbutanoïque

2.3- Formule semi-développée du composé A

Le composé A est l'alcool primaire : $CH_3 — CH_2 — CH(CH_3) — CH_2 — OH$ 2-méthylbutan-1-ol

EXERCICE 88 Sujet Bac S2 2011 4 points 40 min

1.1- Concentration C_a de la solution S

A l'équivalence : $C_aV_a = C_bV_b$

On en tire : $\boxed{C_a = \frac{C_bV_b}{V_a}}$

A.N. : $C_a = \frac{2,9.10^{-2}x18}{10}$ $C_a = 5,2.10^{-2}$ mol.L^{-1}

1.2- Masse molaire et la formule brute de l'alcool amylique

La concentration de l'alcool amylique est donnée par $C_a = \frac{n}{V}$ avec $n = \frac{m}{M}$

Donc : $C_a = \frac{m}{MV} \Rightarrow \boxed{M = \frac{m}{C_aV}}$

A.N. : $M = \frac{1,72}{5,2.10^{-2}x375}$ $M = 88$ g.mol^{-1}

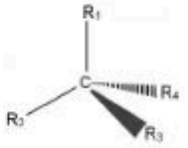
La formule brute de l'alcool amylique étant de la forme $C_nH_{2n+2}O$, sa masse molaire vaut $M = 12n+2n+2+16 = 14n+18$

Ainsi : $M = 88$ g.mol$^{-1} \Rightarrow 14n+18 = 88 \Rightarrow n = 5$

D'où la formule brute de l'alcool amylique : $C_5H_{12}O$

1.3.a- Définition de atome de carbone asymétrique

Un atome de carbone est dit asymétrique lorsqu'il est lié, par des liaisons simples, à quatre atomes ou groupes d'atomes différents les uns des autres.



Un atome de carbone asymétrique ne comporte que des liaisons simples : c'est un atome tétraédrique. On peut le représenter par le schéma ci-contre où R_1, R_2, R_3, R_4 représentent des atomes ou groupes différents d'atomes.

1.3.b- Formule semi développée et nom du composé A

A : $CH_3-CH_2-CH(CH_3)-CH_2-OH$; Nom de A : 2-méthylbutan-1-ol

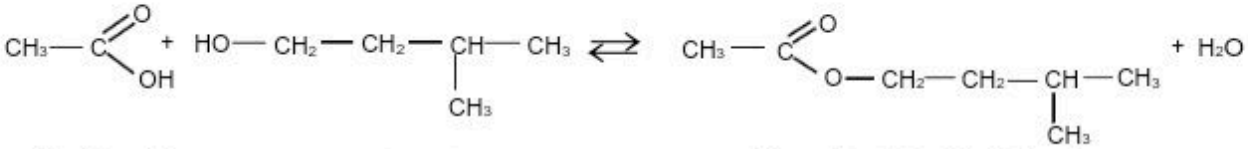
1.4- Formule semi-développée et nom du composé B

B : $CH_3-CH(CH_3)-CH_2-CH_2-OH$; Nom de B : 3-méthylbutan-1-ol

2.1- Rôle de l'acide sulfurique dans cette réaction

Dans cette réaction, l'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur ; il permet d'accélérer la réaction.

2.2- Equation-bilan de la réaction et nom du composé organique obtenu



acide éthanoïque 3-méthylbutan-1-ol éthanoate de 3-méthylbutanoyle eau

Le composé organique obtenu est l'éthanoate de 3-méthylbutanoyle. (Le composé organique obtenu est un ester)

2.3- Proportions mélange initial

Si le mélange initial était dans les proportions stœchiométriques, on aurait : $n_a = n_B$

Calculons le nombre de mol d'acide CH_3COOH : $n_a = \frac{16}{60} = 0,27$ mol

et le nombre de mol de l'alcool B : $n_B = \frac{8}{88} = 0,09$ mol

$n_B < n_a$: l'isomère B de l'alcool est le réactif limitant.

2.4- Rendement de la réaction

$$r = \frac{\text{masse de composé organique obtenu expérimentalement (m')}}{\text{masse de composé organique théoriquement attendue } (m_{esterTH})} \times 100$$

Théoriquement, il devrait se former autant de mol d'ester que de mol d'alcool B utilisé : $n_{esterTH} = n_B$

$r = \frac{100xm'}{m_{esterTH}}$ avec $m_{esterTH} = n_B.M_{ester}$ et $M_{ester} = 60 + 88 - 18 = 130$ g.mol^{-1}

$r = \frac{100xm'}{n_B.M_{ester}}$

A.N. : $r = \frac{100x7}{0,09x130}$ r = 59,2 %

LES AMINES

EXERCICE 89 — 3 points — 30 min

1- Ecriture des formules semi-développées des composés suivants :

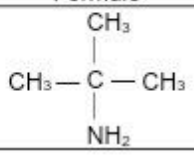
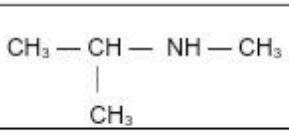
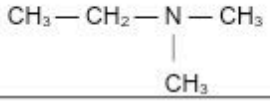
a) méthylamine ou méthanamine $CH_3 — NH_2$	f) N-méthylaniline $C_6H_5 — NH — CH_3$
b) N-éthyl N-méthylpropylamine $CH_3 — CH_2 — CH_2 — N(CH_3) — CH_2 — CH_3$	g) N,N-diméthyléthylamine $CH_3 — CH_2 — N(CH_3) — CH_3$
c) aniline (phénylamine) $C_6H_5 — NH_2$	h) N-méthylpentan-3-amine $CH_3 — CH_2 — CH(NH(CH_3)) — CH_2 — CH_3$
d) isopropylamine (ou 1-méthyléthylamine) $CH_3 — CH(NH_2) — CH_3$	i) N,1,2-triméthylpropylamine ou N,3-diméthylbutan-2-amine $CH_3 — CH(CH_3) — CH(NH(CH_3)) — CH_3$
e) N-éthyl N,N-dipropylamine $CH_3 — CH_2 — CH_2 — N(C_2H_5) — CH_2 — CH_2 — CH_3$	j) iodure de tétraméthylammonium $[(CH_3)_4N^{\oplus}]\ I^-$

2- Formules semi-développées, nom classe des amines de formule brute $C_4H_{11}N$

Les différents isomères sont les suivants :

Formule	Nom	Classe
$CH_3 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — NH_2$	butylamine	Amine primaire
$CH_3 — CH_2 — CH(NH_2) — CH_3$	secbutylamine (ou 1-méthylpropylamine)	Amine primaire
$CH_3 — CH(CH_3) — CH_2 — NH_2$	isobutylamine (ou 2-méthylpropylamine)	Amine primaire

LES AMINES

Formule	Nom	Classe
	tertiobutylamine (ou 2-méthylpropan-2-amine)	Amine primaire
$CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH - CH_3$	N-méthylpropylamine	Amine secondaire
$CH_3 - CH_2 - NH - CH_2 - CH_3$	diéthylamine	Amine secondaire
	N-méthylisopropylamine (ou N-méthylpropan-2-amine)	Amine secondaire
	N,N-diméthyléthylamine	Amine tertiaire

3- Complétons les équations des réactions chimiques suivantes

a) $CH_3 - NH - CH_3 + H_2O \rightleftarrows CH_3 - \overset{\oplus}{N}H_2 - CH_3 + OH^-$

b) $CH_3 - NH_2 + H_3O^+ \longrightarrow CH_3 - \overset{\oplus}{N}H_3 + H_2O$

c)
$$2x\left\{\begin{array}{l} CH_3 - CH_2 - NH_2 + H_2O \longrightarrow CH_3 - CH_2 - \overset{\oplus}{N}H_3 + OH^- \\ Cu^{2+}_{aq} + 2\,OH^- \longrightarrow Cu(OH)_2 \end{array}\right.$$

$$2\,CH_3 - CH_2 - NH_2 + Cu^{2+}_{aq} + 2\,H_2O \longrightarrow 2\,CH_3 - CH_2 - \overset{\oplus}{N}H_3 + Cu(OH)_2$$

EXERCICE 90 — 2,5 points — 25 min

1- Expression de x et y en fonction du nombre n d'atomes de carbone qui ne font pas partie du cycle

Dans la formule $C_nH_{2n+3}N$, formule brute générale des amines à chaîne carbonée saturée, si on substitue un atome d'hydrogène par un groupe phényle $C_6H_5 -$, la formule de l'amine devient : $C_6H_5 - C_nH_{2n+2}N$ soit $C_{n+6}H_{2n+7}N$

Par comparaison des formules : C_xH_yN et $C_{n+6}H_{2n+7}N$, on obtient : $x = n + 6$ et $y = 2n + 7$

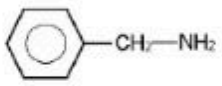
2.1- Détermination de n

La microanalyse de l'amine $C_{n+6}H_{2n+7}N$ fournit, pour l'azote, un pourcentage en masse de 13,08 %.

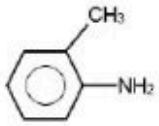
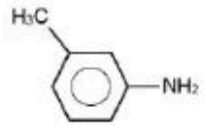
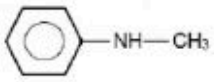
Donc : $\%N = \frac{14}{14n + 93} \times 100 = 13,08 \Rightarrow n = 1$

D'où la formule : $C_6H_5 - CH_4N$

2.2- Formules développées,noms et classes des différents isomères

Formule	Nom	Classe
	phénylméthylamine	Amine primaire

LES AMINES

Formule	Nom	Classe
	2-méthylaniline	Amine primaire
	3-méthylaniline	Amine primaire
	4-méthylaniline	Amine primaire
	N-méthylaniline	Amine secondaire

EXERCICE 91 — 3,5 points 35 min

1- Expression du pourcentage en masse d'azote en fonction de n

Soit $C_nH_{2n+3}N$, la formule brute générale des amines à chaîne carbonée saturée.
Le pourcentage en masse d'azote qu'elle contient est : $\%N = \frac{14}{14n + 17} \times 100$

2.1- Détermination de la formule brute de l'amine

$\%N = \frac{14}{14n + 17} \times 100 = \frac{7,1}{30} \times 100 \Rightarrow n = 3$

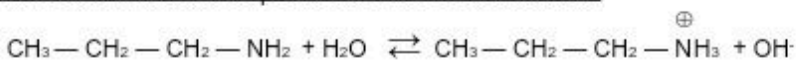
D'où la formule brute : C_3H_9N

2.2- Formules semi-développées des isomères possibles des monoamines de formule brute C_3H_9N

Formule	Nom	Classe
$CH_3 - CH_2 - CH_2 - NH_2$	propylamine (propan-1-amine)	Amine primaire
$CH_3 - CH(NH_2) - CH_3$	isopropylamine (propan-2-amine)	Amine primaire
$CH_3 - CH_2 - NH - CH_3$	N-méthyléthylamine	Amine secondaire
$CH_3 - N(CH_3) - CH_3$	triméthylamine	Amine primaire

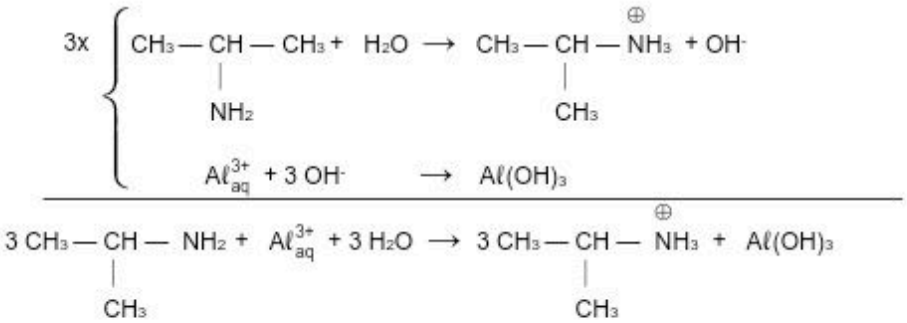
LES AMINES

3.1- Equation de la réaction de la monoamine primaire non ramifiée avec l'eau



3.2- Le milieu étant basique (présence d'ion hydroxyde OH^-), la solution prend la coloration *rose violacée lorsqu'*on y verse quelques gouttes de phénolphtaléine.

4- Action de la monoamine primaire ramifiée sur le sulfate d'aluminium $A\ell_2(SO_4)_3$



Lorsqu'on verse quelques gouttes d'isopropylamine dans une solution aqueuse de sulfate d'aluminium $A\ell_2(SO_4)_3$, on obtient l'ion isopropylammonium $CH_3-CH(CH_3)-\overset{\oplus}{N}H_3$ et un précipité blanc d'hydroxyde d'aluminium $A\ell(OH)_3$.

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

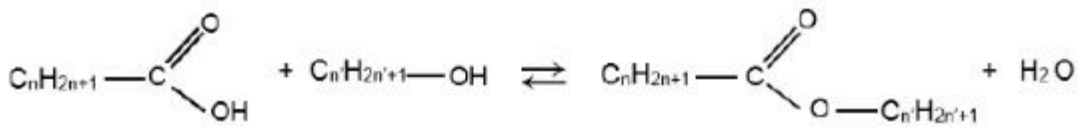
EXERCICE 92 *Synthèse d'un ester* Sujet Bac S2 1989 4 points 40 min

1- Expression des formules générales de (A) et (B)

(A) : R — COOH ou C_nH_{2n+1} — COOH acide carboxylique

(B) : R' — OH ou $C_{n'}H_{2n'+1}$ — OH alcool

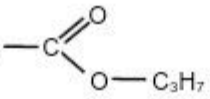
2- Equation de la réaction d'estérification de (A) et (B)



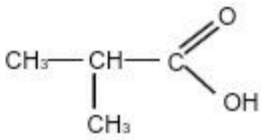
(A) (B) (E)

3- Formule brute de l'ester (E)

La masse molaire de l'ester est M = 130 g.mol^{-1} avec n = 3.
M = 14n + 1 + 12 +16x2 + 14n' + 1 = 14n' + 87
14n' + 87 = 130 $\Rightarrow$ n' = 3

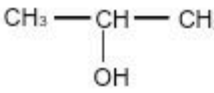
D'où la formule de l'ester (E) : 

4- L'acide carboxylique (A) possède une chaîne saturée avec une ramification. Il s'agit de :

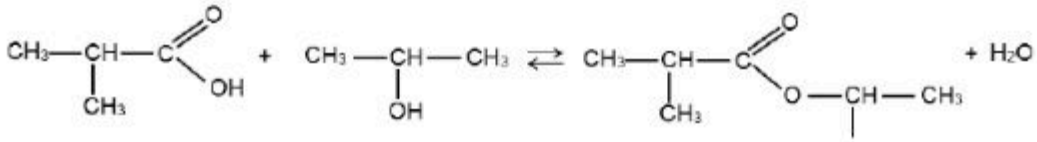


(A) : Acide 2-méthylpropanoïque

Le composé (B) est un alcool dont le produit d'oxydation ménagée donne un précipité jaune avec la 2,4-dinitrophénylhydrazine (D.N.P.H) et ne rosit pas le réactif de Schiff : donc (C) est une cétone et (B) un alcool secondaire.

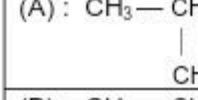
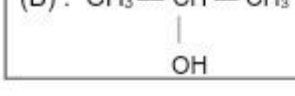
(B) :  (pentan-2-ol)

4.1 - Equation de la réaction d'estérification de (A) et (B)



(A) (B) (E) Eau

4.2 - Noms des composés A, B, C et E

Formule	Nom
(A) : 	Acide 2-méthylpropanoïque
(B) : 	Propan-2-ol

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

Formule	Nom
(C) : $CH_3-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-CH_3$	Propanone ou acétone
(D) : $CH_3-\underset{\underset{CH_3}{\|}}{CH}-\overset{\overset{O}{\|\|}}{C}-O-\underset{\underset{CH_3}{\|}}{CH}-CH_3$	2-méthylpropanoate d'isopropyle

EXERCICE 93 Sujet Bac S2 1991 4 points 40 min

1- Fonctions chimiques de A, B, C et D

Seuls les composés B et C subissent une oxydation par le du dichromate de potassium en milieu acide.
- Le composé B ne réagit ni avec la DNPH, ni avec le réactif de SCHIFF et la liqueur de FEHLING. Donc B est un alcool.
- Le composé C donne un précipité jaune avec la DNPH et précipité rouge brique avec la liqueur de FEHLING. Donc C est un aldéhyde.
- Le composé D donne un précipité jaune avec la DNPH et ne réagit pas avec le réactif de SCHIFF ni avec la liqueur de FEHLING. Donc D est une cétone.
- Le composé A est donc l'acide carboxylique.

(A) : Acide carboxylique.	(B) : Alcool	(C) : Aldéhyde	(D) : Cétone

2.1- Formules semi-développées et noms des composés A, B, C
B est un alcool à radical alkyle de trois atomes de carbone

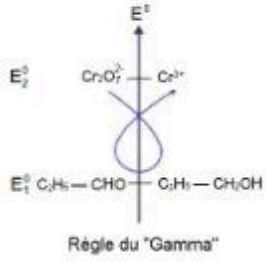
$$B \xrightarrow[H_3O^+]{Cr_2O_7^{2-}} C \xrightarrow[H_3O^+]{Cr_2O_7^{2-}} A$$

B est un alcool primaire. Il s'agit du propan-1-ol : $CH_3-CH_2-CH_2-OH$
C est un aldéhyde. Il s'agit du propanal : CH_3-CH_2-CHO
A est un acide carboxylique. Il s'agit de l'acide propanoïque : CH_3-CH_2-COOH

2.2- Equation résumant la réaction d'oxydoréduction
Les couples redox mis en jeu sont : $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ et $C_2H_5-CHO / C_2H_5-CH_2OH$

$$3x\left\{\begin{array}{l} Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7\ H_2O \\ C_2H_5-CH_2OH \rightarrow C_2H_5-CHO + 2H^+ + 2e^- \end{array}\right.$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 3\ C_2H_5-CH_2OH \rightarrow 2\ Cr^{3+} + 3\ C_2H_5-CHO + 6\ H^+ + 7\ H_2O$$



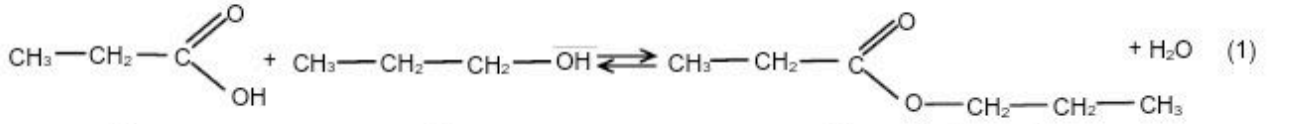
Règle du "Gamma"

3- Ecrire l'équation de la réaction dans chacun des cas

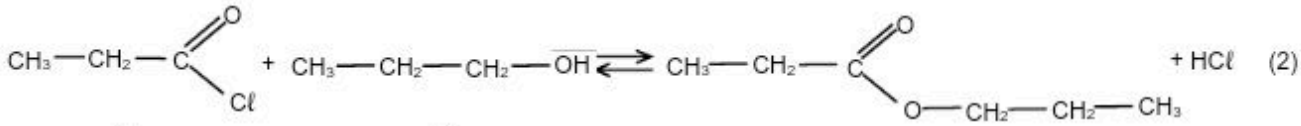
$$CH_3-CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-OH \ (A) + PCl_5 \longrightarrow CH_3-CH_2-\overset{\overset{O}{\|}}{C}-Cl \ (E) + POCl_3 + HCl$$

E est le chlorure de propanoyle.

4- Comparons les réactions de A sur B et de E sur B



A B Propanoate de propyle

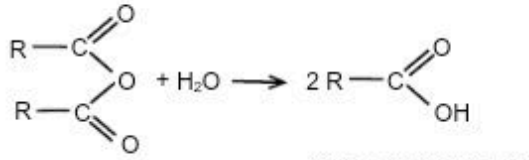


A B Propanoate de propyle

La réaction (1) est lente et limitée alors que la réaction (2) est rapide et totale

EXERCICE 94 *Hydrolyse d'un anhydride d'acide* Sujet Bac S2 1992 4 points 40 min

1- Equation de la réaction d'hydrolyse



Anhydride d'acide Acide carboxylique (X)

2.1 - Formule semi-développée, fonction et nom de X

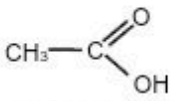
$\frac{n(X)}{2} = n(anh) \Rightarrow n(X) = 2n(anh)$

Avec $n(X) = n(OH^-) = C_b.V_b = 1x20.10^{-3} = 20.10^{-3}$ mol $\Rightarrow n(anh) = \frac{20.10^{-3}}{2} = 10.10^{-3}$ mol

Or, $n(anh) = \frac{m_{anh}}{M_{anh}} \Rightarrow M_{anh} = \frac{m_{anh}}{n(anh)} = \frac{1,02}{10.10^{-2}} = 102$ g.mol^{-1}

R étant une chaîne carbonée saturée, La formule de l'anhydride est : $C_nH_{2n+1}—\underset{\underset{O}{\|}}{C}—O—\underset{\underset{O}{\|}}{C}—C_nH_{2n+1}$

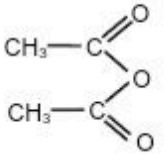
On a : $M_{anh} = 28n + 2 + 12x2 + 16x3 = 102$ g.mol^{-1} $\Rightarrow$ n = 1

D'où la formule semi-développée de X : 

Acide éthanoïque

2.2 - Masse molaire de l'anhydride d'acide, sa formule développée et son nom

La masse molaire de l'ahnydride est $M_{anh} = 102$ g.mol^{-1} (voir 2.1)

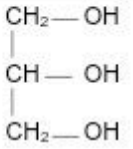


Anhydride éthanoïque

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

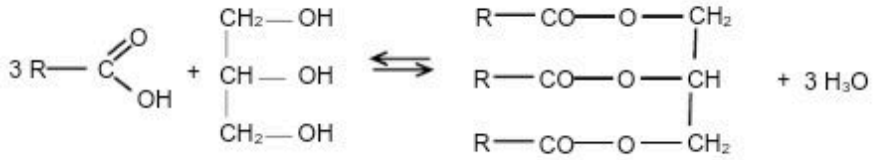
EXERCICE 95 *Préparation d'un savon* Sujet Bac S2 1992 4 points 40 min

1- Formule semi-développée du glycérol ou propane-1,2,3-triol

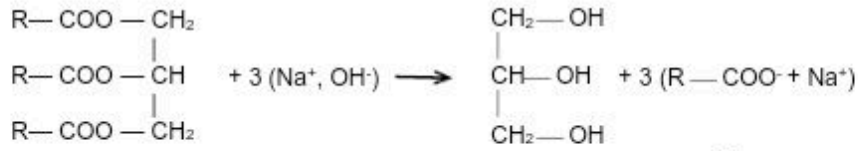


propane-1,2,3-triol ou glycérol

2- Equation générale d'estérification par le glycérol de l'acide gras R — COOH



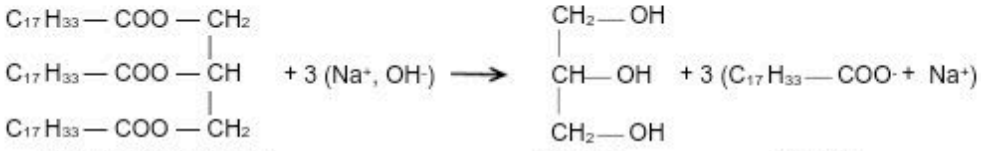
3.1- Equation générale de la réaction



(S)

Le carboxylate de sodium (S) est un savon. La réaction de formation du savon (S) est appelée réaction de saponification.

4- Equation de la réaction et calcul de la masse du produit S obtenu



triester (corps gras) glycérol Savon S

- Masse de savon S obtenu : $m(S) = n(S).M(S)$ avec $\frac{n(S)}{3} = n(triester)$ où $n(triester) = \frac{m}{M_{triest}}$

$M_{triest} = 3(19x12 + 2x16 + 35x1) - 1 = 884\ g.mol^{-1}$ donc $n(triester) = \frac{m}{M_{triest}} = \frac{2.10^6}{884} = 2,26.10^3\ mol$

$n(S) = 3n(triester) = 6,76.10^3\ mol$ et $M(S) = 18x12 + 33 + 2x16 + 23 = 304\ g.mol^{-1}$

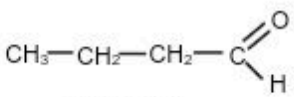
$m(S) = 6,76.10^3 x 304 = 2,063.10^6\ g$ m(S) = 2063 kg = 2,063 tonnes

EXERCICE 96 *Oxydation ménagée des alcools* Sujet Bac S2 1993 4 points 40 min

1.1- Nom et formule de B

Le corps B peut réduire la liqueur de Fehling et donner une réaction de précipitation avec la dinitrophénylhydrazine (DNPH) : B est un aldéhyde qui possède en plus une chaîne carbonée linéaire d'après l'énoncé.

Il s'agit de :



(B) Butanal

1.2- Nom et classe de l'alcool A

Le composé B (un aldéhyde) résulte de l'oxydation ménagée de l'alcool A. Le composé A est un alcool primaire.
Il s'agit de : $CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$

(A) Butan-1-ol

2- Nom et formule du composé C

Par oxydation énergique de l'aldéhyde B on obtient le composé C. Donc le composé C est un acide carboxylique.

Il s'agit de : $CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-OH$

(C) Acide butanoïque

3- Nom du corps D et équation de la réaction

C réagit avec le chlorure de thionyle ($SOCl_2$) en donnant un corps D. D est un chlorure d'acyle.

Il s'agit de : $CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-Cl$

(D) Chlorure de butanoyle

$$CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-OH + SOCl_2 \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-Cl + SO_2 + HCl$$

(C) Acide butanoïque (D) Chlorure de butanoyle

4- Formule semi-développée de E

Deux molécules du corps C, en présence d'un déshydratant efficace tel que P_4O_{10}, peuvent donner un corps E. Le composé E est un anhydride d'acide.

Il s'agit de : $(CH_3-CH_2-CH_2-C(=O))_2O$ Anhydride butanoïque

5- Equations des deux réactions d'estérification

– par action du chlorure d'acyle D sur l'acide carboxylique A

$$CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-Cl + CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-O-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3$$

D A butanoate de butyle

– par action de l'anhydride d'acide E sur l'acide carboxylique A

$$(CH_3-CH_2-CH_2-C(=O))_2O + CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH \longrightarrow CH_3-CH_2-CH_2-C(=O)-O-CH_2-CH_2-CH_2-CH_3 + CH_3-CH_2-CH_2-$$

D A butanoate de butyle

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

EXERCICE 97 *Décarboxylation d'un acide carboxylique* Sujet Bac S2 1993 4 points 40 min

1- Formule semi-développée de l'acide 2-méthylbutanoïque

(A) : $CH_3-CH_2-CH(CH_3)-COOH$ acide 2-méthylbutanoïque

- Equation-bilan de la décarboxylation de l'acide 2-méthylbutanoïque

$$2\ CH_3-CH_2-CH(CH_3)-COOH \xrightarrow[350°C]{Al_2O_3} CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)-CH(CH_3)-CH_2-CH_3 + H_2O + CO_2$$

(A) (B)

Le composé B est une cétone. Il s'agit de : 3,5-diméthylheptan-4-one.

2- Formule semi-développée de C avec son groupement fonctionnel mis en exergue

$A + SOCl_2 \rightarrow C + SO_2 + HCl$

Le composé C est un chlorure d'acyle.

Il s'agit de : $CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)Cl$ (C) : Chlorure de 2-méthylbutanoyle

3.1 - Equation de la réaction du chlorure de 2-méthylbutanoyle (C) sur le méthanol

$C + CH_3-OH \rightarrow D + HCl$

$$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)Cl + CH_3-OH \longrightarrow CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)-O-CH_3 + HCl$$

(C) (D)

3.2 - Equation de la réaction de l'acide 2-méthylbutanoïque (A) sur le méthanol

$$CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)OH + CH_3-OH \rightleftharpoons CH_3-CH_2-CH(CH_3)-C(=O)-O-CH_3 + H_2O$$

(A) (D)

La réaction de l'acide A l'acide 2-méthylbutanoïque (A) sur le méthanol est lente et limitée tandis que celle du chlorure de 2-méthylbutanoyle (C) sur le méthanol est rapide et totale.

EXERCICE 98 *Etude du butan-2-ol et de son estérification* Sujet Bac S2 1995 4 points 40 min

1- Etude du butan-2-ol

1.1- Formule semi-développée et classe du butan-2-ol

$CH_3-C^*H(OH)-CH_2-CH_3$ ou $CH_3-C^*H(OH)-C_2H_5$ butan-2-ol (alcool secondaire)

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

1.2- Formules semi-développées de deux isomères du butan-2-ol

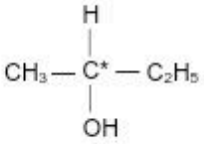
L'énoncé restreint de donner que les formules semi-développées de deux isomères du butan-2-ol n'appartenant pas à la même classe que lui et étant, eux-mêmes, de classes différentes. On ne donnera que la formule d'un seul alcool primaire et d'un alcool tertiaire isomères du butan-2-ol.

Formule	Nom	classe
$CH_3-CH_2-CH_2-CH_2-OH$	butan-1-ol	alcool primaire
$CH_3-CH(CH_3)-CH_2-OH$	2-méthylpropan-1-ol	alcool primaire
$CH_3-C(CH_3)(OH)-CH_3$	2-méthylpropan-2-ol	alcool tertiaire

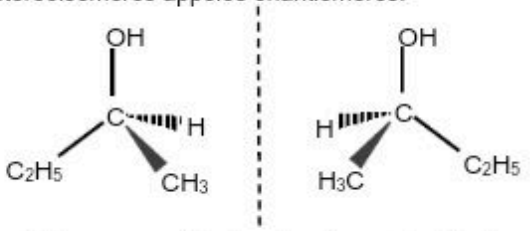
Remarque : on ne citera que l'un des deux alcools primaires conformément à l'énoncé.

- Représentation en perspective des deux formes énantiomères molécule du butan-2-ol

La molécule de butan-2-ol est chirale car elle possède un atome de carbone asymétrique (noté par un astérisque *), c'est-à-dire un atome de carbone lié par 4 liaisons simples à 4 atomes ou groupes d'atomes tous différents.



Cette molécule possède donc deux stéréoisomères appelés énantiomères.



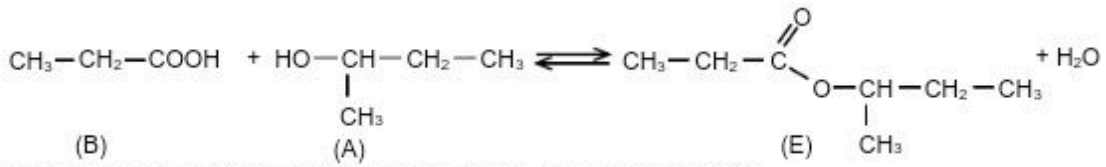
Représentation en perspective des deux formes énantiomères

Ces énantiomères, images l'un de l'autre dans un miroir plan, ne sont pas superposables.

2- Estérification du butan-2-ol - isomères de l'ester formé

2.1- Equation de la réaction du butan-2-ol (A) sur l'acide propanoïque (B)

L'action du butan-2-ol noté (A) sur l'acide propanoïque (B) conduit à la formation d'un ester (E).

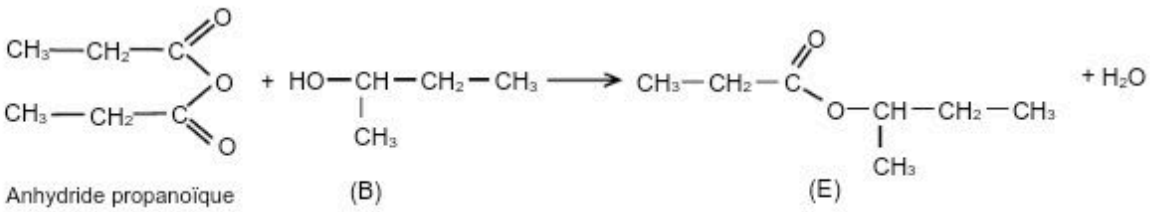


Caractéristiques de la réaction : la réaction est lente, athermique et limitée.

2.2- Equation de la réaction du butan-2-ol (A) sur l'anhydride propanoïque ou sur le chlorure de propanoyle

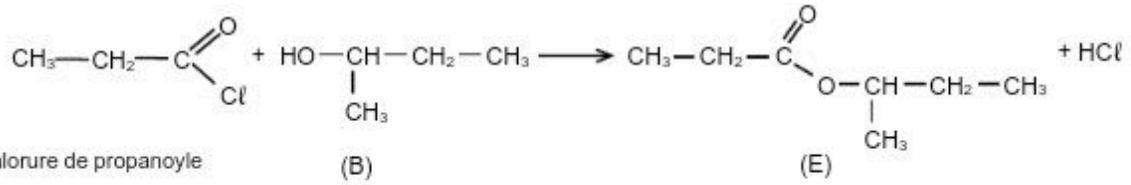
On écrira que l'une de ces deux équations de réaction.

- Première réaction : action de l'anhydride propanoïque sur le butan-2-ol (A)



Cette réaction est rapide et totale.

- Deuxième réaction : action du chlorure de propanoyle sur le butan-2-ol (A)



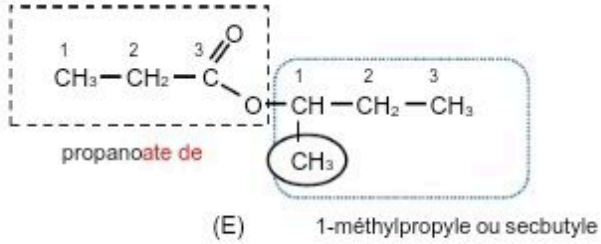
Chlorure de propanoyle (B) (E)

Cette réaction est rapide et totale.

3- Formule semi-développée et nom de (E)

Le remplacement, dans un acide carboxylique, de l'hydrogène « fonctionnel » (celui du groupe COOH) par un groupe hydrocarboné donne un ester, de formule générale R— CO — OR'. Les esters sont nommés en remplaçant, dans le nom de l'acide dont il dérive, la terminaison **ique** par la terminaison **ate** suivi du **nom du groupe R'**, lié par la préposition **de**.

Ainsi, dans le cas suivant :



propanoate de

(E) 1-méthylpropyle ou secbutyle

Nom de l'ester (E) : propanoate de 1-méthylpropyle ou propanoate de secbutyle

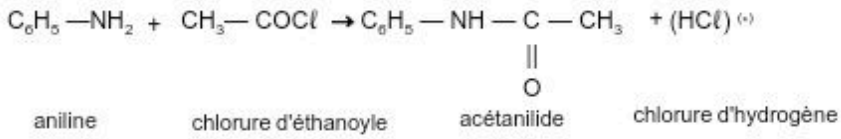
EXERCICE 99 *Synthèse d'un médicament* Corrigé Bac S2 1998 4 points 40 min

1- Formules semi-développées et noms de l'acide carboxylique et de l'amine

L'acétalinide de formule C_6H_5 —NH— CO —CH_3 est issu :
de l'amine C_6H_5 —NH_2 (aniline) et de l'acide carboxylique CH_3 —COOH (acide éthanoïque).

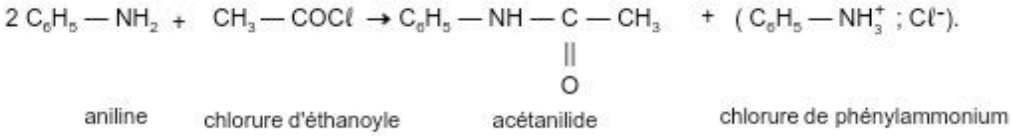
2- Proposition d'une méthode de synthèse rapide et efficace de l'acétalinide

Première méthode : Action de l'aniline sur le chlorure d'éthanoyle



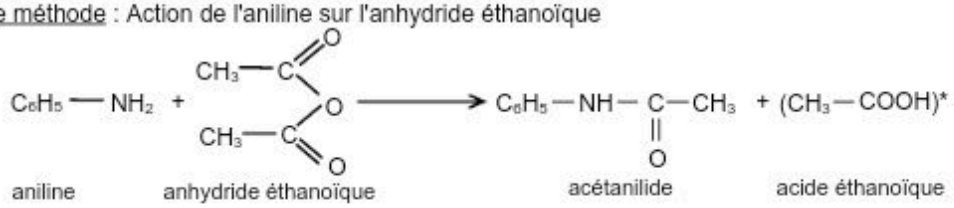
aniline chlorure d'éthanoyle acétanilide chlorure d'hydrogène

Remarque : ($HC\ell$) est écrit entre parenthèses car, en fait, il réagit dès qu'il se forme avec l'aniline pour donner le chlorure de phénylammonium (C_6H_5 — NH_3^+ ; $C\ell^-$).
Il faut donc deux moles d'aniline par mole de chlorure d'éthanoyle. L'équation correcte s'écrit :



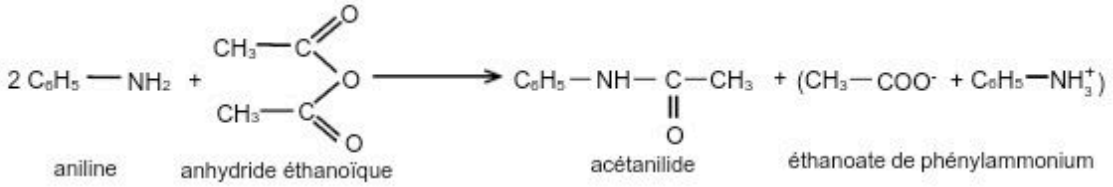
Cette réaction est rapide et totale.

Deuxième méthode : Action de l'aniline sur l'anhydride éthanoïque

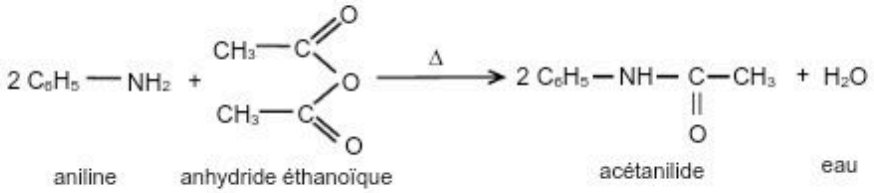


Cette réaction est relativement rapide et totale.

Remarque : (CH_3COOH) est écrit entre parenthèses car, en fait, il réagit avec l'aniline dès qu'il se forme pour donner l'éthanoate de phénylammonium ($CH_3— COO^-$; $C_6H_5 — NH_3^+$).
Il faut donc deux moles d'aniline par mole d'anhydride éthanoïque. L'équation correcte s'écrit :

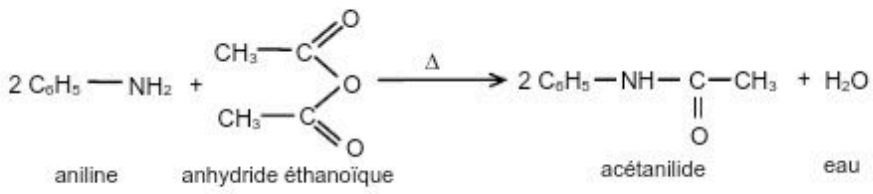


En chauffant (dans un réacteur par exemple), l'éthanoate de phénylammonium perd une molécule d'eau pour donner de l'acétanilide.



Le symbole Δ sur la flèche indique que le système reçoit de la chaleur.

3.1- Equation-bilan de la synthèse



(La réaction se produit dans un réacteur.)

3.2- Calcul des quantités de matière des réactifs

Soit n_1 le nombre mole(s) d'anhydride éthanoïque et n_2 celui de l'aniline.

$n_1 = \frac{m_1}{M_1} = \frac{\rho_1.V_1}{M_1}$ avec $M_1 = 102\ g.mol^{-1}$ et

$n_2 = \frac{m_2}{M_2} = \frac{\rho_2.V_2}{M_2}$ avec $M_2 = 93\ g.mol^{-1}$

on trouve : $n_1 = 0,16$ mol et $n_2 = 0,11$ mol.

Comparons n_1 et $\frac{n_2}{2}$ compte tenu de la stœchiométrie : $n_1 > \frac{n_2}{2}$

L'anhydride éthanoïque est donc le réactif en excès. Par conséquent l'aniline est le réactif limitant.

3.3- Rendement de la synthèse

$$r = \frac{\text{masse d'acétalinide pur isolé (m)}}{\text{masse d'acétalinide pur qu'on peut théoriquement isoler } (m_{Th})} \times 100$$

avec $m = 12,7$ g et $m_{Th} = n_{Th}.M_{acétalinide}$ avec $M_{acétalinide} = 135\ g.mol^{-1}$

et $n_{Th} = n_2 = 0,11$ mol (nombre de mol d'aniline qui est le réactif limitant)

on a donc : $r = \frac{12,7}{0,11 \times 135} \times 100$ soit $r = 85,8\ \%$

EXERCICE 100 Sujet Bac S2 2003 4 points 40 min

1.1- Nom de la réaction et famille du composé A formé

La réaction qui se produit est une estérification.

Le composé A est un alcool.

1.2- Equation bilan de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'alcool A

$$CH_3 — COOH + C_nH_{2n+1} — OH \rightleftarrows CH_3 — COOC_nH_{2n+1} + H_2O$$

Cette réaction est lente, limitée et athermique.

1.3.a- Montrons que la masse molaire moléculaire du corps A est $M_A = 74\ g.mol^{-1}$

	$CH_3 — COOH$ +	$C_nH_{2n+1} — OH$	$\rightleftarrows CH_3 — COOC_nH_{2n+1}$ +	H_2O
E.I.	$n_1 = CV$	n_{alc}	-	-
E.F.	$n_1 - x = n_1'$	n'_{alc}	-	-

n_1' = nombre de mole d'acide restant à l'instant final = $n_1 - x$

n'_{alc} = nombre de mole d'alcool restant à l'instant final = $\frac{m'_A}{M_A}$

Le nombre de mole d'acide qui réagit soit x est égal au nombre de moles d'alcool qui réagit. (la réaction se fait mole à mole) : $x = n_{ac\ réagi} = n_{alc\ réagi}$

Avec : $n_{ac\ réagi} = x = n_1 - n'_1 = CV - n'_1$ et $n_{alc\ réagi} = x = \frac{m_A - m'_A}{M_A}$

On en tire : $CV - n'_1 = \frac{m_A - m'_A}{M_A}$

soit : $\boxed{M_A = \frac{m_A - m'_A}{CV - n'_1}}$

A.N. : $M_A = \frac{3,70 - 1,85}{0,5x150.10^{-3} - 5.10^{-2}}$ $\quad M_A = 74\ g.mol^{-1}$

1.3.b- Formules semi-développées possibles pour le corps A

$M_A = 14n + 18 = 74 \Rightarrow n = 4$ d'où la formule brute : $C_4H_9 — OH$

$CH_3 — CH_2 — CH_2 — CH_2 — OH$ butan-1-ol	$CH_3 — CH_2 — \overset{*}{C}H(OH) — CH_3$ butan-2-ol
$CH_3 — C(CH_3)(OH) — CH_3$ 2-méthylpropan-2-ol	$CH_3 — CH(CH_3) — CH_2 — OH$ 2-méthylpropan-1-ol

1.3.c- La molécule de A est chirale. Il s'agit du butan-2-ol : $CH_3 — CH_2 — \overset{*}{C}H(OH) — CH_3$

Cette molécule comporte un atome de carbone asymétrique ; c'est-à-dire un atome de carbone tétraédrique, lié à 4 atomes ou groupes d'atomes tous différents.

2.1- Equation-bilan de la réaction entre le dichromate de potassium en milieu acide avec l'alcool A

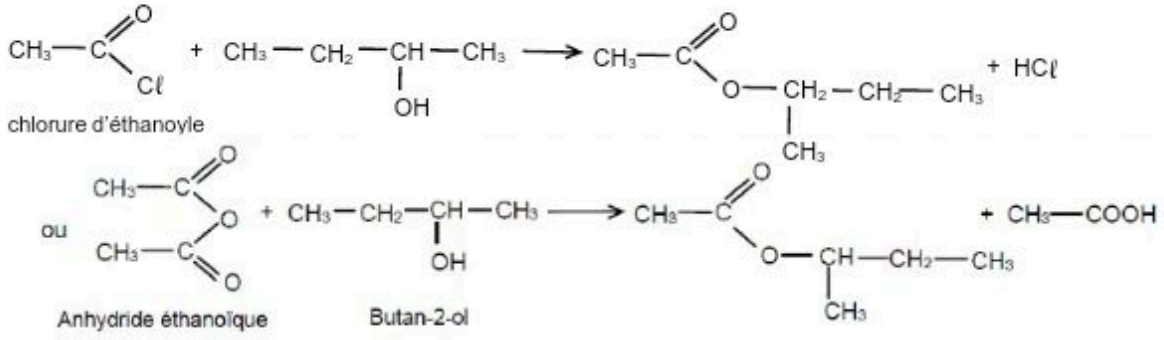
Les couples redox mis en jeu sont : $Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ et $C_4H_8O_2/C_4H_{10}O$

$$\begin{array}{l} 2x \left\{ Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7\ H_2O \right. \\ 3x \left\{ C_4H_{10}O + H_2O \rightarrow C_4H_8O_2 + 4H^+ + 4e^- \right. \end{array}$$

$$2Cr_2O_7^{2-} + 3\ C_4H_{10}O + 16\ H^+ \rightarrow 4\ Cr^{3+} + 3\ C_4H_8O_2 + 11\ H_2O$$

2.2- Autres méthodes pour préparer efficacement l'ester

On peut faire réagir du chlorure d'éthanoyle sur l'alcool A ou de l'anhydride éthanoïque sur l'alcool A.
Ces deux réactions citées ont l'avantage d'être rapides et totales contrairement à l'estérification de l'alcool A par l'acide éthanoïque.

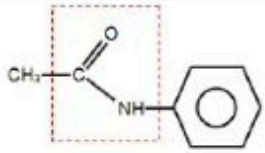


(On ne donnera que l'une de ces deux équations)

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

EXERCICE 101 Sujet Bac S2 2005 4 points 40 min

1.1- Nom de la fonction chimique rencontrée dans la molécule d'acétanilide



fonction amide

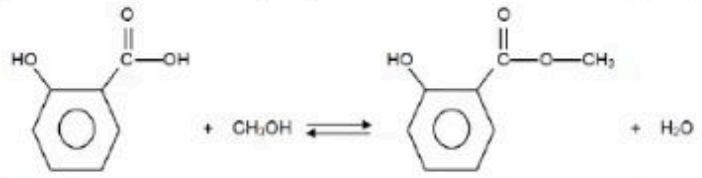
1.2- Explication de l'utilisation de l'anhydride éthanoïque dans la synthèse actuelle de l'acétanilide

On préfère utiliser l'anhydride éthanoïque plutôt que le vinaigre (acide éthanoïque) dans la synthèse actuelle de l'acétanilide parce que la réaction avec l'anhydride éthanoïque est totale et plus rapide.

1.3.a- Fonction chimique présentée par le principe actif de l'essence de wintergreen

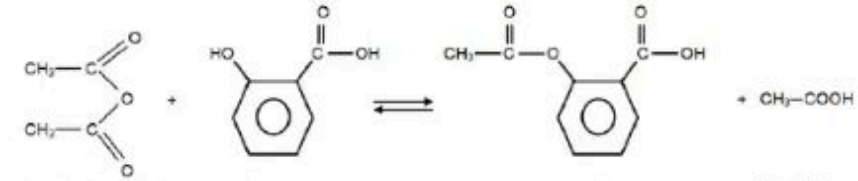
L'essence de wintergreen est un ester puisque l'on obtient en faisant réagir la fonction acide carboxylique de l'acide salicylique sur le méthanol qui est un alcool.

1.3.b- Equation-bilan de la réaction conduisant au principe actif de l'essence de wintergreen



acide salicylique méthanol essence de wintergreen eau

2.1- Equation-bilan de la réaction de synthèse de l'aspirine



anhydride éthanoïque acide salicylique aspirine acide acétique

2.2.a- Montrons que l'un des réactifs est en excès

Pour Montrer que l'un des réactifs est en excès, on compare les quantités de matière d'acide salicylique n(ac. salic) et d'anhydride acétique n(anh).

- $n(\text{ac. salic}) = \frac{n(\text{ac. salic})}{M_2} = \frac{3}{138} = 2{,}17.10^{-2}$ mol
- $n(\text{anh}) = \frac{m(\text{anh})}{M(\text{anh})}$ avec $m(\text{anh}) = \rho V$ où ρ est la masse volumique de l'anhydride acétique

$\rho = \rho_0 d = 1000 \times 1{,}08 = 1080$ kg.m^{-3} = 1080 g.L^{-1} et $M(\text{anh}) = 4\times12+3\times16+6\times1 = 102$ g.mol^{-1}

donc 1L = 1000 mL d'anhydride acétique a une masse de 1080 g

Le volume V = 6 mL d'anhydride acétique a une masse $m(\text{anh}) = \frac{1080}{1000}\times6 = 6{,}48$ g et contient

$n(\text{anh}) = \frac{6{,}48}{102} = 6{,}35.10^{-2}$ mol

Compte tenu de la stœchiométrie, n(anh) > n(ac. salic) : c'est l'anhydride acétique qui est en excès.

2.2.b- Détermination du rendement de la réaction par rapport à l'acide salicylique

Le rendement e la réaction par rapport à l'acide salicylique est donné par : $r = \frac{m(aspirine)_{exp}}{m(aspirine)_{theor}} x100$

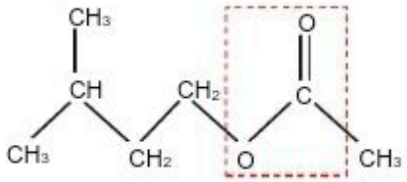
Avec $m(aspirine)_{theor} = n(aspirine)_{theor} x M_1$ où $n(aspirine)_{theor} = n(ac.\ salic) = 2,17.10^{-2}$ mol et $m(aspirine)_{exp} = 3,08$ g

donc : $r = \frac{3,08x100}{2,17.10^{-2}x180}$ $\quad$ r = 78,9 %

EXERCICE 102 Sujet Bac S2 2006 4 points 40 min

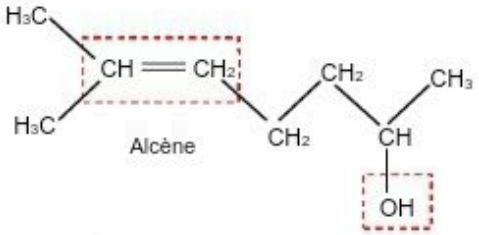
1- Mise en évidence et nom des groupes caractéristiques présents dans les molécules A et C

(A)



Fonction ester

(C)



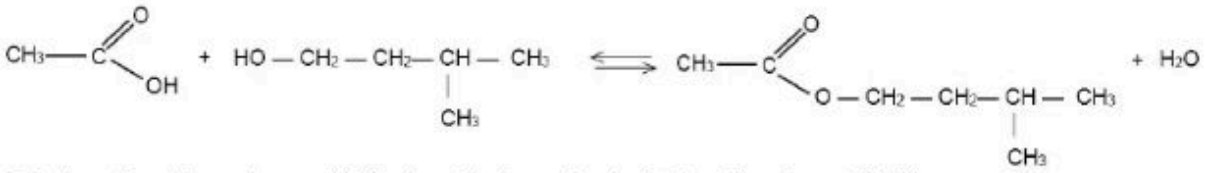
Fonction alcool

2.1- Formules semi-développées et nom de l'acide et de l'alcool dont dérive A

L'ester (A) dérive de :

- de l'alcool : $CH_3 - CH(CH_3) - CH_2 - CH_2 - OH$ 3-méthylbutan-1-ol
- de l'acide carboxylique : $CH_3 - C(=O) - OH$ acide éthanoïque

2.2- Equation de la réaction associée à la synthèse de la phéromone A

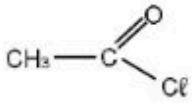


Cette transformation est une estérification. C'est une réaction lente, athermique et limitée.

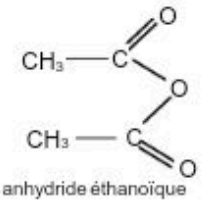
2.3- Pour réaliser cette transformation chimique on pourrait utiliser comme catalyseur l'acide sulfurique concentrée.

3- Utilisation de dérivés d'acide carboxylique pour synthétiser l'ester A avec le même alcool

On peut utiliser, à la place de l'acide éthanoïque, le chlorure d'éthanoyle ou l'anhydride éthanoïque. Avec l'un ou l'autre de ces deux réactifs, la transformation est totale et plus rapide.



chlorure d'éthanoyle



anhydride éthanoïque

4- Nom et caractéristiques de la transformation

$$R — COOCH_3 + (Na^+ + OH^-) \rightarrow (R — COO^- , Na^+) + CH_3 — OH$$

Cette réaction est une saponification. Elle est lente mais totale.

5.1- Comparativement aux insecticides classiques, cette solution de phéromone permet de protéger les plantes des insectes nuisibles en protégeant l'environnement.

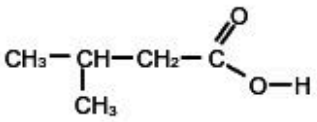
5.2- Calcul de la concentration molaire volumique de la solution de sulcatrol

$C = \frac{C_m}{M}$ avec M = 8x12 + 16x1 + 1x16 = 128 g.mol^{-1}

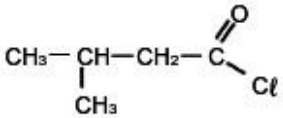
$C = \frac{10^{-15}}{128} = 7{,}81.10^{-18}$ mol.L^{-1} $\quad$ $C = 7{,}81.10^{-18}$ mol.L^{-1}

EXERCICE 103 Sujet Bac S2 2013 4 points 40 min

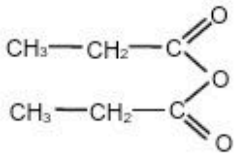
1- Noms des composés A, B, D et E et leurs familles chimiques



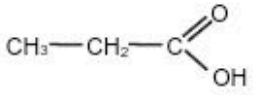
A : acide 3-méthylbutanoïque ;
famille des acides carboxyliques



B : chlorure de 3-méthylbutanoyle ;
famille des chlorures d'acyle

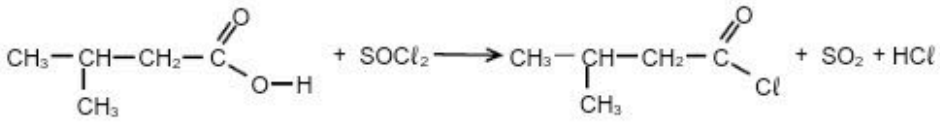


D : anhydride propanoïque ;
famille des anhydrides d'acide



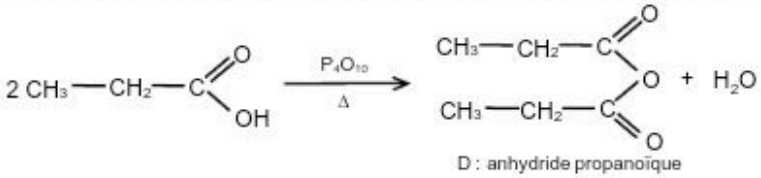
E : butanamide ;
famille des amides

2.1- Equation-bilan de la réaction permettant d'obtenir B à partir de A



A : acide 3-méthylbutanoïque B : acide 3-méthylbutanoïque

2.2- Equation-bilan de la réaction permettant d'obtenir D à partir de l'acide propanoïque



D : anhydride propanoïque

2.3- Equation-bilan de la réaction permettant d'obtenir E à partir d'une réaction rapide et totale



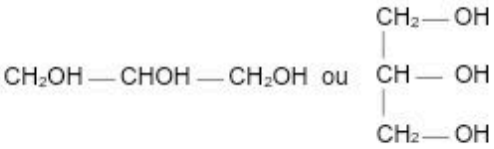
B : chlorure de 3-méthylbutanoyle E : 3-méthylbutanamide

Partie B

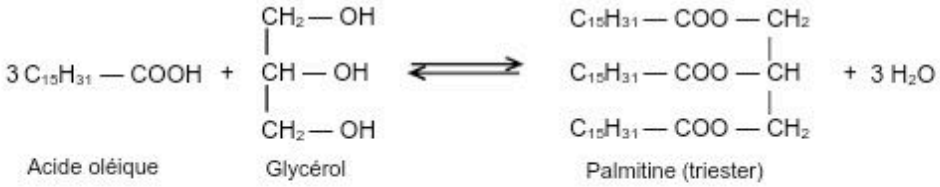
3- Définition d'un triglycéride

Un triglycéride est un triester du glycérol et d'un acide gras.

4- Formule semi-développée du glycérol ou propan-1,2,3-triol



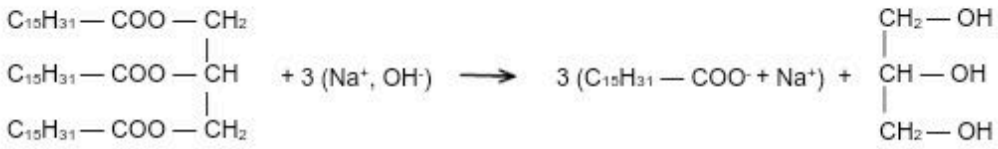
5.1- Equation-bilan de la réaction entre le glycérol et l'acide palmitique



Acide oléique — Glycérol — Palmitine (triester)

Nom de la réaction : estérification (directe) ; cette réaction n'est pas totale.

5.2.a- Equation-bilan de la réaction de saponification de la palmitine par la soude



Palmitine — Soude — (S : Savon) — Glycérol)

Le carboxylate de sodium formé est un savon. La réaction de formation du savon est appelée réaction de saponification.

5.2.b- Masse de savon obtenue

$m_S = n_{Sexp}.M_S$ avec $n_{Sexp} = r.\ n_{Stheor}$ et $n_{Stheor} = 3n_{palmitine} = 3\dfrac{m_{palmitine}}{M_{palmitine}} \Rightarrow n_{Stheor} = 3.r\dfrac{m_{palmitine}}{M_{palmitine}}$

Or $m_{palmitine} = 47\% m_{huile}$ donc $m_S = \dfrac{3x0,47.\ r\ .m_{huile}.M_S}{M_{palmitine}}$

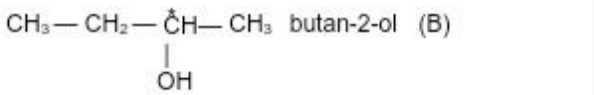
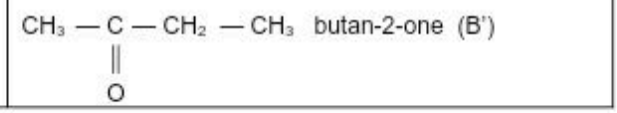
A.N. : $m_S = \dfrac{3x0,47x0,80x1500x278}{806}$ $\quad m_S = 583,59\ kg$

EXERCICE 104 *Hydrolyse d'un ester* 4 points 40 min

1- Détermination de la formule de l'alcool B.

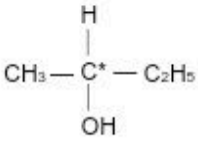
1.1- Fonction chimique et formule semi- développée du composé B ainsi que celles du composé B'

Le composé B de formule brute : $C_4H_{10}O$ donne par oxydation ménagée par une solution de dichromate de potassium en milieu acide fournit un composé B' qui réagit avec une solution de D.N.P.H. et ne réagit ni avec une solution de nitrate d'argent ammoniacal (ou réactif de TOLLENS), ni avec la liqueur de FEHLING : Donc B' est une cétone et par conséquence B est un alcool secondaire.

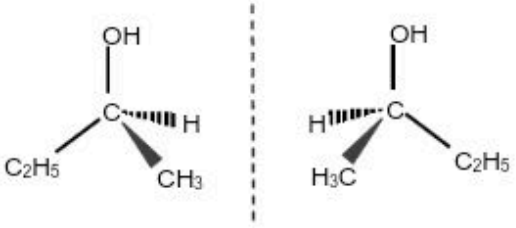
 butan-2-ol (B)	 butan-2-one (B')

1.2- Chiralité de la molécule de B

La molécule de butan-2-ol est chirale car elle possède un atome de carbone asymétrique (noté par un astérisque *), c'est-à-dire un atome de carbone lié par 4 liaisons simples à 4 atomes ou groupes d'atomes tous différents.



Cette molécule possède donc deux stéréoisomères appelés énantiomères.



Représentation en perspective des deux formes énantiomères

Ces énantiomères, images l'un de l'autre dans un miroir plan, ne sont pas superposables.

2- Détermination de la formule de A

2.1- Détermination de la formule brute, de la formule semi-développée et du nom du composé A

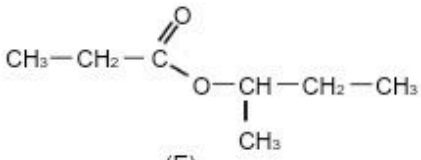
Soit $C_xH_yO_z$ la formule brute du composé A où x, y et z sont des nombres entiers naturels non nuls.
La composition centésimale massique du composé A est la suivante :

- Carbone : $100\times\frac{12x}{M} = 48,6 \Rightarrow x = \frac{48,6\times74}{12\times100} = 3$
- Hydrogène : $100\times\frac{y}{M} = 8,1 \Rightarrow y = \frac{8,1\times74}{12\times100} = 6$
- Oxygène : $100\times\frac{16z}{M} = 43,2 \Rightarrow z = \frac{43,2\times74}{12\times100} = 2$

D'où la formule brute de l'acide carboxylique (A) : $C_3H_6O_2$

(A) est l'acide propanoïque : CH_3-CH_2-COOH

2.2- Formule semi-développée de l'ester E

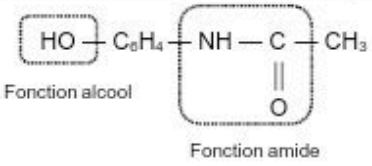


(E)

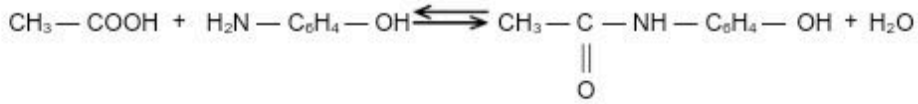
Nom de l'ester (E) : propanoate de 1-méthylpropyle

EXERCICE 105 *Synthèse d'un médicament* 4 points 40 min

1- Mise en exergue des groupes fonctionnels présents dans le paracétamol



2- Equation de la synthèse du paracétamol



3- Justification du choix de l'anhydride acétique plutôt que l'acide acétique pour la synthèse du paracétamol

On choisit de l'anhydride acétique plutôt que l'acide acétique pour la synthèse du paracétamol pour avoir un meilleur rendement avec une durée de réaction plus courte.
En effet, la réaction avec l'anhydride est plus rapide et totale.

4- Détermination des quantités de matière des deux réactifs à mettre en œuvre

Dans une boite de "Doliprane 500 mg" pour adulte il y a 16 comprimés dosés à 500 mg de paracétamol.

- quantités de matière (nombre de moles) de paracétamol

$$n(parac) = \frac{m(parac)}{M(parac)} = \frac{16x500.10^{-3}}{8x12 + 14x1 + 2x16 + 9x1} = \frac{8}{151} = 5,30.10^{-2}\ mol$$

- quantités de matière (nombre de mole et masse minimum) d'acide acétique $CH_3 — COOH$

$n(acét) = n(parac) = 5,30.10^{-2}$ mol

$m(acet) = n(acét).M(acét) = 5,30.10^{-2}x(2x12 +2x16 + 4x1) = = 5,30.10^{-2}x60 = 3,179\ g = 3179\ mg$

- quantités de matière (nombre de mole et masse minimum) d'alcool $H_2N — C_6H_4 — OH$

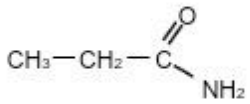
$n(alc) = n(parac) = 5,30.10^{-2}$ mol

$m(alc) = n(alc).M(alc) = 5,30.10^{-2}x(6x12 + 1x16 + 1x14 + 7x1) = = 5,30.10^{-2}x109 = 5,775\ g = 5775\ mg$

m(acet) = 3,2 g ; m(alc) = 5,8 g

EXERCICE 106 *Synthèse d'un amide* Sujet Bac S2 4 points 40 min

1- Formule semi-développée et familles des deux composés A et B

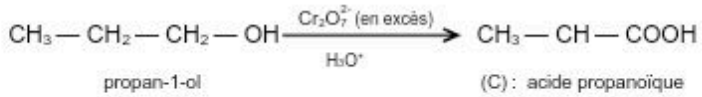
(A) : propanamide 

(B) : propan-1-ol $CH_3 — CH_2 — CH_2 — OH$

Le composé A est un amide alors que le composé B est un alcool.

2.1- Formule semi-développée et famille du composé C

L'oxydation ménagée du composé B (alcool primaire) par un excès de dichromate de potassium acidifié produit un acide carboxylique. Donc le composé C formé est un acide carboxylique.

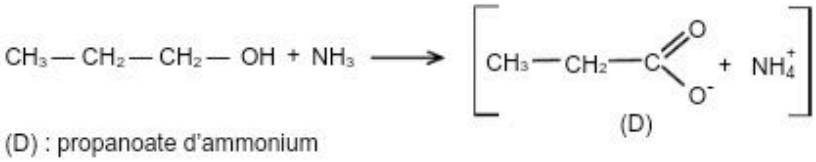


Le composé (C) est l'acide propanoïque ; il appartient à la famille des acides carboxyliques.

2.2- Equation-bilan de la réaction entre le composé C avec l'ammoniac

L'action de l'ammoniac sur un acide carboxylique produit un carboxylate d'ammoniun D, composé intermédiaire entre

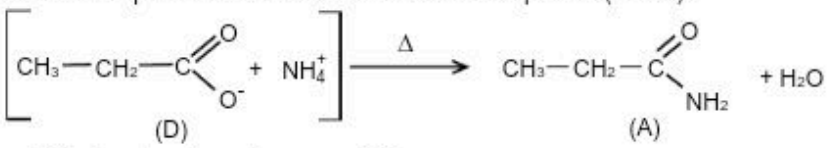
C et A ; il s'agit d'une réaction de condensation :



(D) : propanoate d'ammonium

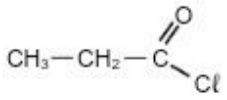
2.3- Equation-bilan de la réaction de déshydratation du composé D

La déshydratation du composé D conduit à la formation du composé A (amide).



3- Formule semi-développée et nom du composé E

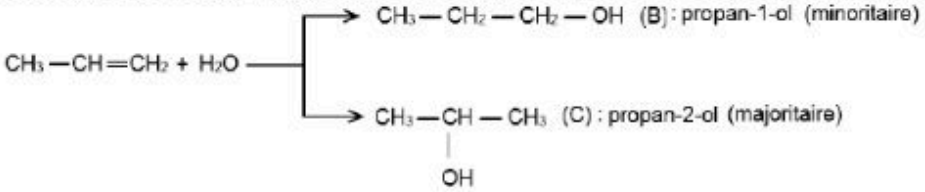
L'action du pentachlorure de phosphore ($PC\ell_5$) ou du chlorure de thionyle ($SOC\ell_2$) sur l'acide propanoïque C donne un chlorure d'acyle : le chlorure de propanoyle (E).

(E) : chlorure de propanoyle 

EXERCICE 107 *Préparation de deux amides isomères* Sujet Bac S2 4 points 40 min

1- Formules et noms des composés de B et C ainsi que la classe de C

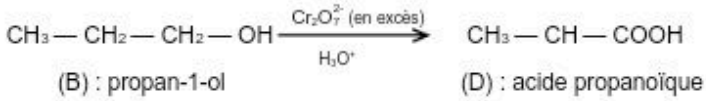
L'addition d'eau sur le propène conduit à un mélange de deux alcools B et C où B est le produit minoritaire.



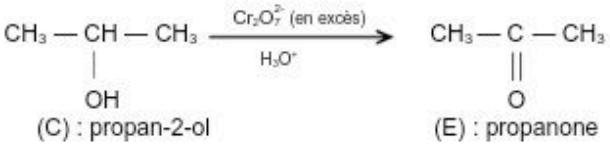
Le produit majoritaire formé est celui qui a la classe la plus élevée. (Règle de Markovnikov) ; il s'agit du propan-2-ol.

2- Formule et nom des composés organiques D et E

L'oxydation ménagée de l'alcool primaire B par un excès de solution acidifiée de dichromate de potassium donne un acide carboxylique D tandis que celle de l'alcool secondaire C donne une cétone E.



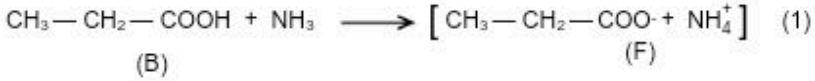
(B) : propan-1-ol (D) : acide propanoïque



(C) : propan-2-ol (E) : propanone

3.1- Equation-bilan de chacune des deux étapes de la préparation de l'amide de formule brute C_3H_7NO

L'action de l'ammoniac sur l'acide propanoïque produit le propanoate d'ammoniun qui, par déshydratation donne un amide le propanamide A :

-  (1)

(B) (F)

- $[CH_3-CH_2-COO^- + NH_4^+] \xrightarrow{\Delta} CH_3-CH_2-C(=O)-NH_2 + H_2O$ (2)

(F) (A)

3.2- Nom du produit intermédiaire F et du produit final A

Le produit intermédiaire (F) formé est le propanoate d'ammoniun : $[CH_3-CH_2-COO^- + NH_4^+]$

Le produit (A) est le propanamide : $CH_3-CH_2-C(=O)-NH_2$

3.3- Calcul de la masse maximale de l'amide A susceptible d'être obtenue

m(A) = n(A).M(A) avec n(A) = n(B) d'après les équations (1) et (2) et M(A) = 73 g.mol^{-1}

La masse de (B) propan-1-ol formé constitue 1% de la masse m = 240 g du mélange de deux alcools B et C.

Donc $m(B) = \frac{240}{100} = 2,40$ g $\Rightarrow n(B) = \frac{m(B)}{M(B)} = \frac{2,40}{3x12 + 8x1 + 16} = \frac{2,40}{60} = 0,04$ mol $\Rightarrow n(A) = n(B) = 0,04$ mol

m(A) = n(A).M(A) = 0,04x73 = 2,92 g

La masse maximale de l'amide A susceptible d'être obtenue est m(A) = 2,92 g

4- Formule semi-développée et nom de G

L'acide éthanoïque est tout d'abord transformé en chlorure d'acyle G.

(G) : chlorure d'éthanoyle $CH_3-C(=O)-Cl$

5.1- Equation de la réaction et formule semi-développée et nom de B et de A'

Un isomère A' de A peut se préparer en deux étapes. Donc (A') est un amide.
G réagit ensuite avec une amine primaire B ($R-NH_2$) pour donner A'.

$CH_3-COCl + R-NH_2 \longrightarrow [CH_3-C(=O)-\overset{\oplus}{N}H_2-R] + Cl^-$ (1)

(G) (B) (F)

$[CH_3-C(=O)-\overset{\oplus}{N}H_2-R]\,Cl^- \xrightarrow{\Delta} CH_3-C(=O)-NH-R + HCl$ (2)

(F) (A')

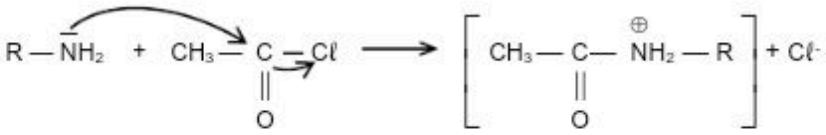
(A') est un isomère de (A). Donc le radical — R est le radical méthyle — CH_3.

Donc (A') est le N-méthyléthanamide : $CH_3-C(=O)-NH-CH_3$ et (B) : CH_3-NH_2 (méthylamine)

5.2- Propriété de l'atome d'azote de l'amine B mise en évidence au cours de la réaction réalisée

ACIDES CARBOXYLIQUES ET DERIVES

Dans une molécule d'amine, l'atome d'azote porte un doublet d'électrons non liants, donc disponibles pour réagir sur d'autres molécules : il constitue un centre nucléophile.

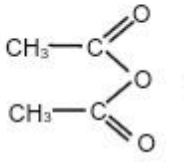


EXERCICE 108 *Identification de dérivés d'acides carboxyliques* Sujet Bac S2 4 points 40 min

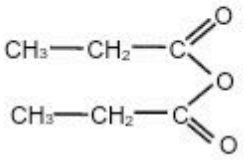
1.1- Identification des composés A et B, leurs formules semi-développées et leurs noms

Lorsqu'on chauffe un mélange équimolaire d'acide éthanoïque et d'acide propanoïque avec de l'oxyde de phosphore P_4O_{10}, on obtient un mélange d'anhydride d'acide.
Les composés organiques A, B réagissent vivement avec l'eau :

- A engendre l'acide éthanoïque ; donc A est l'anhydride éthanoïque
- B conduit à l'acide propanoïque ; donc A est l'anhydride propanoïque

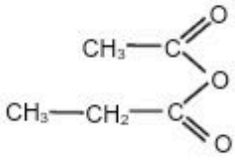


A : Anhydride éthanoïque



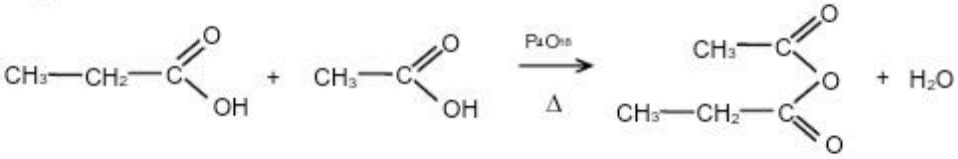
B : Anhydride propanoïque

1.2- Identification du composé C et sa formule semi-développée

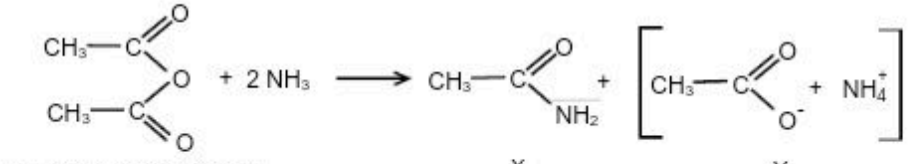


C : Anhydride éthanoïque et propanoïque

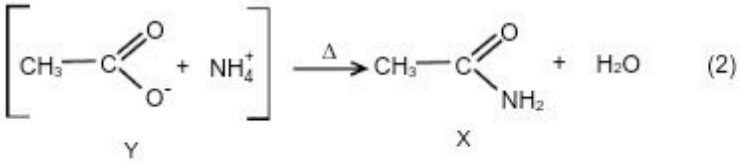
- Equation de la réaction de formation de C



2.1 - Equations traduisant la transformation de A en X et la transformation de Y en X

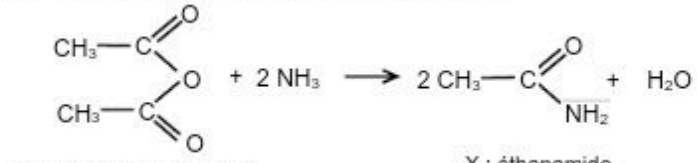


A : Anhydride éthanoïque X Y (1)



Y X (2)

2.2- Equation globale de la réaction, à chaud, de A sur l'ammoniac



A : Anhydride éthanoïque X : éthanamide

- Formule semi-développée, nom et fonction chimique de X

Le composé X formé est un amide, il s'agit de l'éthanamide.

2.3- Masse d'anhydride éthanoïque A utilisée

$m(A) = n(A) \times M(A)$ avec $M(A) = 4 \times 12 + 3 \times 16 + 6 = 102\ g.mol^{-1}$

et $n(A) = \frac{n(X)_{th}}{2}$ d'après l'équation globale de la réaction, à chaud, de A sur l'ammoniac.

Or, $n(X)_{th} = \frac{m(X)_{th}}{M(X)}$ où $M(X) = 2 \times 12 + 1 \times 16 + 1 \times 14 + 5 \times 1 = 59\ g.mol^{-1}$

Et comme le rendement $r = 100 \times \frac{m(X)_{exp}}{m(X)_{th}}$ alors $m(X)_{th} = \frac{100 \times m(X)_{exp}}{r}$

Ainsi : $n(X) = \frac{100 \times m(X)_{exp}}{r.M(X)}$

Et $n(A) = \frac{n(X)_{th}}{2} = \frac{100 \times m(X)_{exp}}{2r.M(X)} = \frac{100 \times m}{2r.M(X)} = \frac{100 \times 35,4}{2 \times 85 \times 59} = 0,35$ mol

Donc $m(A) = n(A) \times M(A) = 0,35 \times 102 = 36$ g $\quad$ m(A) = 36 g

La masse d'anhydride éthanoïque A utilisée est de 36 g.

CINETIQUE CHIMIQUE

EXERCICE 109 Sujet Bac S2 1998 4 points 40 min

1- Equation-bilan de la réaction

La réaction entre un acide carboxylique et un alcool produit un ester par élimination d'une molécule d'eau.



où R— et R'— sont des groupements alkyles de formules respectives C_nH_{2n+1}— et $C_{n'}H_{2n'+1}$—

2- Caractères de la réaction

La réaction (estérification directe) est lente, réversible et limitée.

3.1- Détermination de la vitesse instantanée de formation de l'ester à la date t = 200s

Pour déterminer la vitesse instantanée de formation de l'ester à la date t = 200s, on trace la tangente à la courbe [ester] = f(t) à la date t considérée puis on calcule le coefficient directeur de cette tangente. On trouve :

- Pour le mélange A : $v_1(ester)_{t=200s} \approx 3.10^{-4}$ mol.L^{-1}
- Pour le mélange B : $v_2(ester)_{t=200s} \approx 4.10^{-4}$ mol.L^{-1}

3.2- Rôle de l'acide sulfurique

$v_2(ester)_{t=200s} > v_1(ester)_{t=200s}$: l'acide sulfurique augmente la vitesse de formation de l'ester. L'acide sulfurique joue le rôle de catalyseur.

3.3- Valeurs des concentrations des différentes espèces organiques à t = 300s



à t = 0	C_0	C_0	-	-
à t	$C_0 - x$	$C_0 - x$	x	x

avec C_0 concentration initiale de l'acide et de l'alcool dans le mélange.

($C_0 = \frac{CV}{2V} = \frac{0,6}{2} = 0,30$ mol.L^{-1}) et x = [ester] ; [ester] est fournie à la date t par les courbes

(1) et (2) ; [HCOOH] = [C_2H_5OH] = C_0 - [ester].

- mélange A : [ester] = 0,10 mol.L^{-1} ; [HCOOH] = [C_2H_5OH] = 0,20 mol.L^{-1}
- mélange B : [ester] = 0,15 mol.L^{-1}; [HCOOH] = [C_2H_5OH] = 0,15 mol.L^{-1}

3.4- Limite d'estérification des deux essais

La composition initiale des deux essais étant la même, ceux-ci vont tendre vers la même limite. Par contre, cette limite sera plus rapidement atteinte pour le mélange B dont la concentration en catalyseur est plus élevée

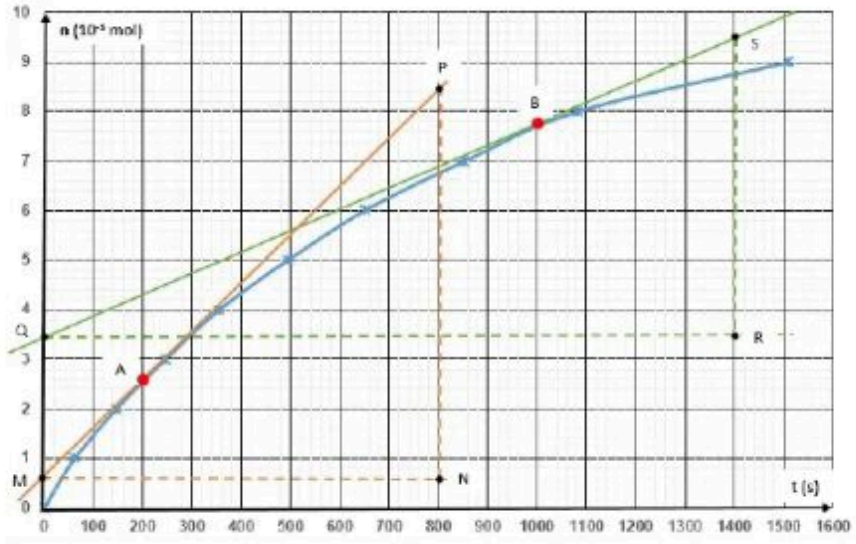
CINETIQUE CHIMIQUE

EXERCICE 110 Sujet Bac S2 1999 4 points 40 min

1- Explication de la méthode permettant d'obtenir la quantité n de I_2 formé

En dosant le diiode formé au cours de la réaction (1) par le thiosulfate de sodium $Na_2S_2O_3$, on obtient la quantité n. (une mole de thiosulfate réagit avec une mole de diiode (coloration brune) pour donner des ions iodure I^- (incolores))

Tracé de la courbe n = f(t)



2- Détermination de $v(I_2)_t$ aux dates t_1 = 200 s et t_2 = 1000 s

$v(I_2)_{200\,s} = \frac{y_B - y_A}{x_B - x_A} = 9{,}60.10^{-6}$ mol.s^{-1} et $v(I_2)_{1000\,s} = \frac{y_D - y_C}{x_D - x_C} = 4{,}27.10^{-6}$ mol.s^{-1}

$v(I_2)_{1000\,s} < v(I_2)_{200\,s}$: la vitesse de formation de I_2 diminue au cours du temps.
Le facteur cinétique qui fait varier v est la concentration de $S_2O_3^{2-}$.

3 - Quantité de I_2 au bout d'un temps infini

$n(I_2)_\infty = n(S_2O_3^{2-}) = CV$

A.N. : $n(I_2)_\infty = 5x2.10^{-3} = 10^{-3}$ mol.

EXERCICE 111 Sujet Bac S2 2000 4 points 40 min

1.1- Formules sémi-développées de A, E et classe de B

- A est un acide carboxylique saturé. Sa formule générale est donc C_nH_{2n+1}—COOH.

L'équivalence acido-basique est traduite par : $n_A = n_B$ soit $n_A = C_b.V_b$ avec $n_A = \frac{m_A}{M_A}$ et $M_A = 14n + 46$

D'où $\frac{m_A}{M_A} = C_b.V_b \Leftrightarrow M_A = \frac{m_A}{C_b.V_b}$

On trouve n = 0. d'où la formule : HCOOH. A est donc l'acide méthanoïque.

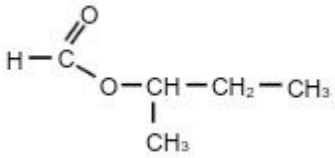
- B est un alcool secondaire puisque le produit de son oxydation ménagée réait avec la 2,4-DNPH et pas ave la liqueur de Fehling.

$C_nH_{2n} + H_2O \rightarrow C_nH_{2n+1}—OH$

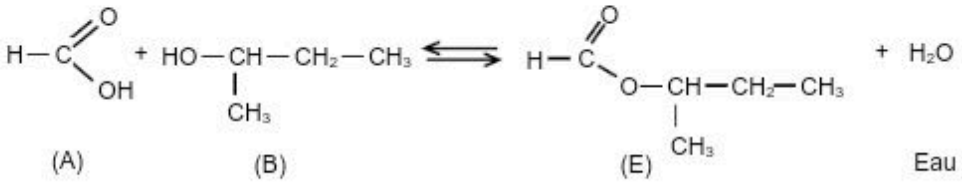
Posons $n_{alcène} = n_1$ et $n_{alcool} = n_2 \Leftrightarrow \frac{m_1}{M_1} = \frac{m_2}{M_2}$ avec $M_1 = M_{alcène} = 14n$ et $M_2 = M_{alcool} = 14n + 18$

Soit $\frac{5,6}{14n} = \frac{7,4}{14n+18} \Rightarrow n = 4$

D'où la formule semi-développée de B : $CH_3—CH(OH)—CH_2—CH_3$ (butan-2-ol)

E est un ester :  (méthanoate de 1-méthylpropyle)

1.2- Equation de la réaction entre A et B



(A) (B) (E) Eau

2.1 - Tracé du graphe [ester] = f(t) (voir papier millimétré)

	Acide (A) + Alcool (B) $\rightleftarrows$		Ester (E) +	Eau
A t = 0	4.10^{-2}	4.10^{-2}	-	-
A t	$4.10^{-2} - x$	$4.10^{-2} - x$	x	x

$\left.\begin{array}{l} n(acide) = n = 4.10^{-2} - x \\ n(ester) = x \end{array}\right\} \Rightarrow n = 4.10^{-2} - n(ester)$

$\Rightarrow n(ester) = 4.10^{-2} - n$

$\Rightarrow [ester] = \frac{n(ester)}{V} = \frac{4.10^{-2} - n}{V}$

$[ester] = \frac{4.10^{-2} - n}{5,9.10^{-3}} = \frac{40 - n}{5,9}$

temps (en minutes)	0	2	4	6	9	12	15	20	30	40	50
[Ester] (en mol/L)	0	1, 4	2, 2	2, 6	3,1	3,4	3,7	3,9	4,1	4,4	4,4

2.2 - Définition de la vitesse instantanée de formation de l'ester E

$$v_f(E)_t = \left(\frac{d[E]}{dt}\right)_t$$

$v_f(E)_t$ est égale au coefficient directeur de la tangente à la courbe [E] = f(t) à la date t.

2.3- Valeurs de $v_f(E)_t$ aux dates t =0 et t = 20 min

On trouve $v_f(E)_{t=0} = \frac{2,5}{2} = 1,3\ mol.L^{-1}.min^{-1}$ et $v_f(E)_{t=20min} = \frac{0,5}{17,2} = 2,9.\ 10^{-2}\ mol.L^{-1}.min^{-1}$

2.4- Interprétation

La vitesse d'apparition de l'ester diminue au cours du temps et s'annule à partir de la date t = 40 min.

2.5- Après t= 40 min, la réaction entre A et B n'évolue plus alors que les réactifs ne sont pas encore totalement consommés : La réaction n'est donc pas totale.

2.6- Composition finale du système

$n(A)_{rest} = n(B)_{rest} = 14.10^{-3}$ mol

$n(E) = n(H_2O) = 26.10^{-3}$ mol

Ou encore : A : 17,5 % ; B : 17,5 % ; E : 32,5 % ; H_2O : 32,5 %

EXERCICE 112 Cinétique chimique Sujet Bac S2 2003 4 points 40 min

1.1- Equation-bilan de la réaction

$Zn + 2\,H_3O^+ \rightarrow Zn^{2+} + H_2 + 2\,H_2O$

1.2- Etablissons la relation $x = \frac{V(H_2)}{12}$ et $C_R = 0,5 - 25x$

	Zn	+ 2 H_3O^+	⟶	Zn^{2+}	+ H_2	+ 2 H_2O
E.I.	n_0	C_aV		-	-	-
E.F.	$n_0 - \frac{x}{2}$	$C_aV - x$		$\frac{x}{2}$	$\frac{x}{2}$	-

$n(H_2) = \frac{x}{2}$; $n(H_3O^+) = C_aV - x$

$V(H_2) = n(H_2).V_O \Rightarrow n(H_2) = \frac{V(H_2)}{V_0}$ or $n(H_2) = \frac{x}{2}$ donc $\frac{x}{2} = \frac{V(H_2)}{V_0}$ soit $x = \frac{2V(H_2)}{V_0} = \frac{V(H_2)}{12}$

Notons n_R la quantité de matière d'acide restant.

On a : $n_R = C_aV - x$ et $C_R = \frac{C_aV - x}{V}$ où $V = V_{sol}$ soit : $C_R = C_a - \frac{x}{V}$

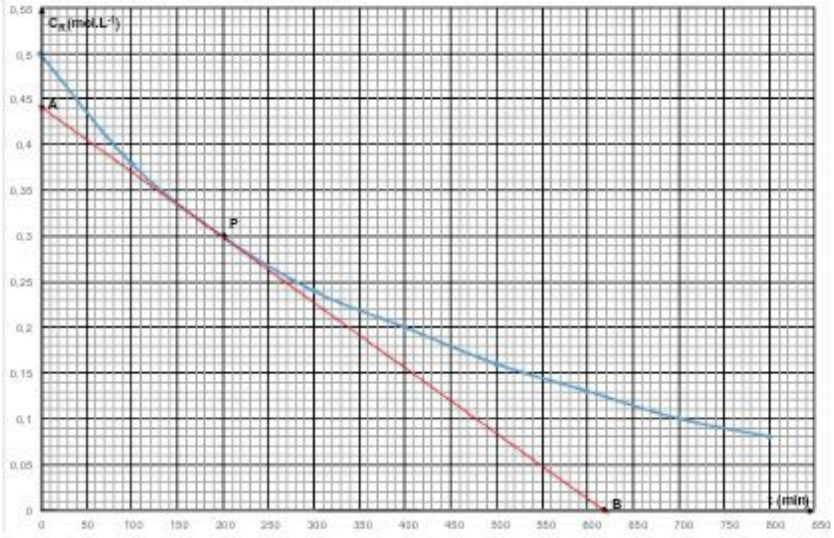
V = 40 mL et $C_a = 0,5$ mol.L^{-1} donc $C_R = 0,5 - 25x$ (ce qu'il fallait établir)

2- Complétons le tableau de mesures

t(min)	0	100	200	300	400	500	600	700	800
$V(H_2)$ (mL)	0	57,6	96	124,8	144	163,2	177,6	187,2	201,6
x (mol)	0	$4,8.10^{-3}$	$8,0.10^{-3}$	$10,4.10^{-3}$	$12,0.10^{-3}$	$13,6.10^{-3}$	$14,8.10^{-3}$	$15,6.10^{-3}$	$16,8.10^{-3}$
C_R (mol.L^{-1})	0,5	0,38	0,30	0,24	0,20	0,16	0,13	0,11	0,08

CINETIQUE CHIMIQUE

Tracé de la courbe $C_R = f(t)$ (voir papier millimétré)



3.1- Vitesse moyenne de disparition des ions H_3O^+ entre t_1 = 200 min et t_2 = 500 min

$$v_{moy}(H_3O^+)_d = -\frac{[H_3O^+]_{t_2} - [H_3O^+]_{t_1}}{t_2 - t_1}$$

$v_{moy\,t_1t_2}(H_3O^+)_d = 4{,}7.10^{-4}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

3.2- Vitesse instantannée de disparition des ions H_3O^+ à la date t_2 = 200 min

$$v(H_3O^+)_{t_2} = -\left(\frac{d[H_3O^+]}{dt}\right)_{t_2}$$

$v(H_3O^+)_{200\,min} = 6{,}9.10^{-4}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

4.1- Valeur de la concentration C_1 à la date t = 300 min

$[Zn^{2+}] = \frac{x}{2V} \Rightarrow x = 2[Zn^{2+}].V$;

$[H_3O^+] = 0{,}5 - 25x$

$[H_3O^+] = 0{,}5 - 25x2.[Zn^{2+}].V = 0{,}5 - 50.[Zn^{2+}].V$ avec V = 40 mL = 40.10^{-3} L

d'où $[H_3O^+] = 0{,}5 - 2[Zn^{2+}] \Rightarrow [Zn^{2+}] = 0{,}25 - 0{,}5.[H_3O^+]$

A t_1 = 300 min, $[Zn^{2+}] = C_1$ et $[H_3O^+] = 0{,}24$ mol.L^{-1}

$C_1 = 0{,}25 - 0{,}5x0{,}24$ $C_1 = 0{,}13$ mol.L^{-1}

4.2- Valeur de la concentration $C_2 = [Zn^{2+}]$ à la fin de la réaction

L'énoncé laisse supposer que le zinc est en excès. On peut le vérifier.

$n(Zn)_0 = \frac{m(Zn)}{M(Zn)} = \frac{1}{65,4} = 1,55.10^{-2}$ mol

$n(H_3O^+)_0 = C_aV = 0,5x40.10^{-3} = 2.10^{-2}$ mol

$n(Zn)_0 > \frac{n(H_3O^+)}{2}$ donc le zinc est en excès.

A la fin de la réaction la concentration des ions hydronium H_3O^+ est pratiquement nulle.

$C_2 = [Zn^{2+}] = 0,25$ mol.L^{-1}

- Masse de zinc restant

$m(Zn)_{restant} = m(Zn)_0 - m(Zn)_{réagi}$

$m(Zn)_{réagi} = n(Zn)_{réagi} \times M(Zn)$ avec $n(Zn)_{réagi} = n(Zn^{2+})_{formé} = C_2.V$ et $m(Zn)_0 = m$

$m(Zn)_{restant} = m - n(Zn^{2+}).M(Zn)$

$m(Zn)_{restant} = m - C_2.V.M(Zn)$

$m(Zn)_{restant} = 1 - 0,25x40.10^{-3}x65,4$ $\quad m(Zn)_{restant} = 0,346$ g

5.1- Relation entre $\mathcal{V}(H_3O^+)$ et $\mathcal{V}(Zn^{2+})$

	Zn	+ $2\,H_3O^+$	⟶	Zn^{2+}	+ H_2	+ $2\,H_2O$
E.I.	n_0	C_aV		-	-	-
E.F.	$n_0 - x$	$C_aV - 2x$		x	x	-

A l'instant t quelconque $[H_3O^+] = \frac{C_aV - 2x}{V}$; $[Zn^{2+}] = \frac{x}{V}$

$$\mathcal{V}(H_3O^+)_t = -\left(\frac{d[H_3O^+]}{dt}\right)_t = \frac{2}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_t$$

$$\mathcal{V}(Zn^{2+})_t = \left(\frac{d[Zn^{2+}]}{dt}\right)_t = \frac{1}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_t$$

$$\begin{cases} \mathcal{V}(H_3O^+)_t = \frac{2}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_t \\ \mathcal{V}(Zn^{2+})_t = \frac{1}{V}\left(\frac{dx}{dt}\right)_t \end{cases}$$

donc : $\boxed{\mathcal{V}(H_3O^+)_t = \frac{1}{2}\mathcal{V}(Zn^{2+})_t \text{ ou } \mathcal{V}(Zn^{2+})_t = 2\,\mathcal{V}(H_3O^+)_t}$

1.5.2- Vitesse de formation des ions Zn^{2+} à la date $t_1 = 200$ min

$\mathcal{V}(Zn^{2+})_{t_1} = 2\,\mathcal{V}(H_3O^+)_{t_1}$

A.N. : $\mathcal{V}(Zn^{2+})_{200min} = 2x6,9.10^{-4}$ $\quad \mathcal{V}(Zn^{2+})_{200min} = 13,8.10^{-4}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

CINETIQUE CHIMIQUE

EXERCICE 113 Cinétique chimique Sujet Bac S2 2004 4 points 40 min

1.1- Formule semi-développée et classe de chaque alcool

Nom	Formule semi-développée	Classe
butan-1-ol	$CH_3 - CH_2 - CH_2 - CH_2 - OH$	Alcool primaire
butan-2-ol	$CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3$	Alcool secondaire
méthylpropan-2-ol	$CH_3 - C(CH_3)(OH) - CH_3$	Alcool tertiaire

1.2- Nature de l'alcool contenu dans le flacon (a)

En milieu acide et à froid, les ions dichromate de couleur orange oxydent les alcools primaires et les alcools secondaires et sont réduits en ions chrome (III) de couleur verte. Les alcools tertiaires ne sont pas oxydés dans ces conditions.
Dans le flacon (a) la couleur de la solution reste orange (couleur des ions dichromate). Donc le flacon (a) contient un alcool tertiaire ; il s'agit du méthylpropan-2-ol.

1.3- Faisons correspondre chacun des alcools au flacon qui le contient

La formation d'un précipité rouge brique en présence de la liqueur de Fehling caractérise la présence d'aldéhyde. Donc le produit organique provenant du flacon (c) contient un aldéhyde, produit de l'oxydation ménagée d'un alcool primaire. Donc le flacon (c) contenait initialement un alcool primaire ; il s'agit du butan-1-ol.
Le produit organique provenant du flacon (b) ne provoque pas de réaction avec la liqueur de Fehling. Le flacon (b) contenait initialement l'alcool secondaire dont le produit d'oxydation ménagée est une cétone, produit organique qui ne réagit pas avec liqueur de Fehling.

En résumé :
- Le flacon (a) contient le méthylpropan-2-ol (alcool tertiaire).
- Le flacon (b) contient le butan-2-ol (alcool secondaire).
- Le flacon (c) contient le butan-1-ol (alcool primaire).

1.4- Equation-bilan de la réaction de l'ion dichromate en milieu acide avec butan-2-ol

Les couples redox mis en jeu sont :

$Cr_2O_7^{2-} / Cr^{3+}$ et $CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3 / CH_3 - CH_2 - C(=O) - CH_3$

$$Cr_2O_7^{2-} + 14\,H^+ + 6\,e^- \rightarrow 2\,Cr^{3+} + 7\,H_2O$$

$$3\times\ CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3 \rightarrow CH_3 - CH_2 - C(=O) - CH_3 + 2\,H^+ + 2\,e^-$$

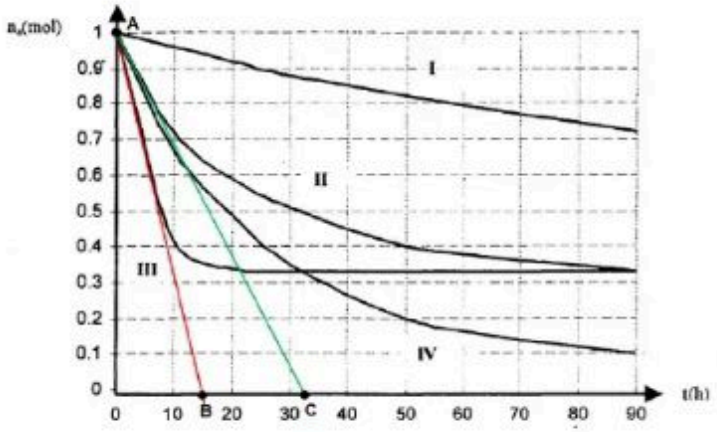
$$Cr_2O_7^{2-} + 3\,CH_3 - CH_2 - CH(OH) - CH_3 + 8\,H^+ \rightarrow 2\,Cr^{3+} + 7\,H_2O + 3\,CH_3 - CH_2 - C(=O) - CH_3$$

CINETIQUE CHIMIQUE

2.1- Détermination graphique de l'instant t_0

Graphiquement, on obtient : t_0 = 32 h (Abscisse du point d'intersection des courbes III et IV)

2.2- Vitesse de disparition de l'acide à la date t = 0 pour les expériences II et III.



Expérience II : $v_d(\text{acide})_{t=0} = -\frac{t_C - t_A}{n_{aC} - n_{aA}} = -\frac{0 - 1}{32 - 0} = 3{,}1.10^{-2}$ mol.h^{-1}

Expérience III : $v_d(\text{acide})_{t=0} = -\frac{t_B - t_A}{n_{aB} - n_{aA}} = -\frac{0 - 1}{15 - 0} = 6{,}7.10^{-2}$ mol.h^{-1}

A quantités égales de réactifs et à la même température, la vitesse de disparition de l'acide est plus importante dans l'expérience III que dans l'expérience II. Cela est dû à la présence de catalyseur dans l'expérience III : La vitesse de disparition de l'acide croît en présence de catalyseur.

2.3- Mise en évidence l'influence des différents facteurs dont dépend la vitesse de disparition d'un réactif

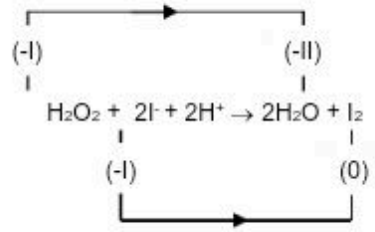
- Expériences I et II : A quantités de réactifs égales, la vitesse de disparition de l'acide est plus importante dans l'expérience II où la température est plus importante que dans l'expérience I : La vitesse de disparition de l'acide croît quand la température s'élève.
- Expériences II et IV : A température égale, la vitesse de disparition de l'acide est plus importante dans l'expérience IV où la concentration d'un des réactifs est plus importante que dans l'expérience II : La vitesse de disparition de l'acide croît avec la concentration des réactifs.
- Expériences II et III : A quantités de réactifs égales et à la même température, la vitesse de disparition de l'acide est plus importante dans l'expérience III qui a lieu en présence de catalyseur : La vitesse de disparition de l'acide croît en présence de catalyseur.

Les facteurs qui accélèrent la vitesse de disparition de l'acide sont :
- la température ;
- la concentration des réactifs ;
- la présence de catalyseur (ou la catalyse).

EXERCICE 114 Cinétique chimique Corrigé Bac S2 2005 4 points 40 min

1- Vérifions si la réaction étudiée est une réaction d'oxydoréduction

Pour vérifier si cette réaction est une réaction d'oxydo-réduction, on utilise les nombres d'oxydation.



CINETIQUE CHIMIQUE

Le nombre d'oxydation d'un élément sous forme d'ion monoatomique est égal à la valeur algébrique de la charge de l'ion : l'ion I^- a pour nombre d'oxydation (-I)
L'atome d'iode I dans la molécule I_2 a pour nombre d'oxydation (0)
Le nombre d'oxydation de l'élément iode croît de (-I) à (0). Il y a oxydation pour l'élément iode. L'oxydation se traduit par une augmentation du nombre d'oxydation de l'élément concerné.

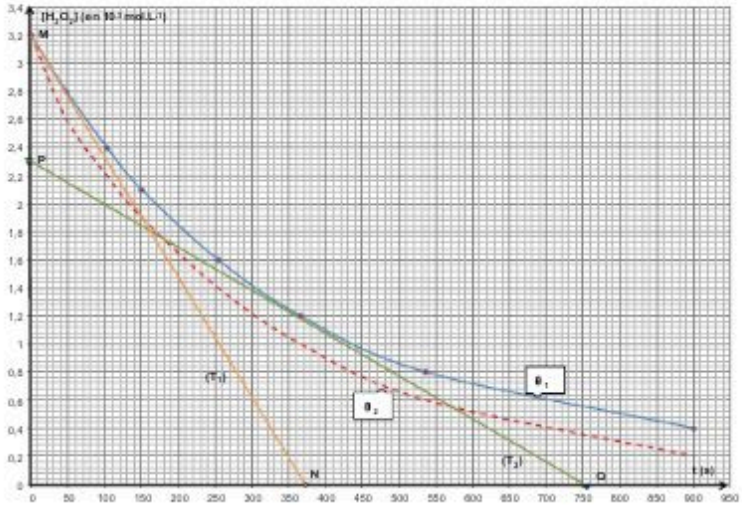
La somme algébrique des nombres d'oxydation de tous les éléments est nulle dans une molécule.
n.o. de O dans H_2O_2 : $+2 + 2x = 0 \Rightarrow x = -1$: Le nombre d'oxydation de l'élément oxygène dans H_2O_2 est (-I)
n.o. de O dans H_2O : $+2 + x = 0 \Rightarrow x = -2$: Le nombre d'oxydation de l'élément oxygène dans H_2O_2 est (-II)
Le nombre d'oxydation de l'élément oxygène décroît de (-I) à (-II). Il y a réduction pour l'élément oxygène. La réduction se traduit par une diminution du nombre d'oxydation de l'élément mis en jeu.

Conclusion : La réaction étudiée est une réaction d'oxydoréduction. L'espèce réduite est l'oxygène et l'espèce oxydée est l'iode.

Les couples oxydant-réducteur en jeu sont : H_2O_2 / H_2O et I_2 / I^-

2- Tracé du graphe $[H_2O_2] = f(t)$

Echelles : 1 cm pour 50 s ; 5 cm pour 10^{-3} mol.L^{-1}



3- Détermination de la vitesse instantanée de disparition de l'eau oxygénée aux dates t = 0 et t = 366 s

La vitesse instantanée de disparition de l'eau oxygénée à la date t est, par définition :

$$V(t) = V(H_2O_2)_t = -\left(\frac{d[H_2O_2]}{dt}\right)_t$$

Graphiquement cette vitesse est représentée par le coefficient directeur de la tangente (T_t) à la courbe $[H_2O_2] = f(t)$ au point d'abscisse t_t.
Pour $t_0 = 0$ s, on trace donc la tangente (T_0) au point A, d'abscisse $t_0 = 0$ s, de la courbe $[H_2O_2] = f(t)$.
Soit p_0 le coefficient directeur de la tangente (T_0)
Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple M et N.
Leurs coordonnées sont : $M(t_M = 0$ s , $[H_2O_2]_M = 3{,}2.10^{-3}$ mol.L$^{-1})$ et $N(t_N = 375$ s , $[H_2O_2]_N = 0$ mol.L$^{-1})$

D'où $p_0 = \frac{[H_2O_2]_N - [H_2O_2]_N}{t_N - t_M} = \frac{0 - 3{,}2.10^{-3}}{375 - 0} = -\,8{,}5.10^{-6}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

Comme $V(t_0) = V(H_2O_2)_{t0} = -\,p_0$, on a : $V(t_0) = 8{,}5.10^{-6}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

De même : $p_1 = \frac{[H_2O_2]_Q - [H_2O_2]_P}{t_Q - t_P} = \frac{0 - 2{,}3.10^{-3}}{750 - 0} = -\,3{,}1.10^{-6}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

et Comme $V(t_1) = V(H_2O_2)_{t1} = -\,p_1$, on a : $V(t_1) = 3{,}1.10^{-6}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

$V(t_0) = 8,5.10^{-6}$ mol.L^{-1}.s^{-1} et $V(t_1) = 3,1.10^{-6}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

4- Evolution de la vitesse au cours du temps et facteur cinétique mis en évidence

On constate que la vitesse de disparition de l'eau oxygénée diminue au cours du temps : ($V(t_1) < V(t_0)$).
Le facteur responsable de la diminution de la vitesse de disparition de l'eau oxygénée est la concentration des réactifs.
La vitesse diminue car la concentration du réactif diminue au cours du temps.

5- Influence de la température sur la vitesse de réaction

Lorsque la température augmente, la vitesse de la réaction augmente. Ainsi, à $\theta_2 > \theta_1$ on obtiendrait une courbe dont l'allure correspond à celle de $[H_2O_2] = g(t)$. (voir courbe)

EXERCICE 115 Cinétique chimique Corrigé Bac S2 2007 4,5 points 45 min

1.1- Fonctions chimiques des composés B' et C'

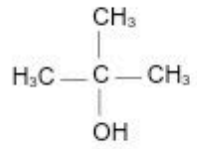
Le produit C' est obtenu par l'oxydation ménagée de l'alcool C à l'aide du dichromate de potassium en milieu acide et donne avec la dinitrophénylhydrazine (DNPH) un précipite jaune mais ne rosit le réactif de Schiff : C' est donc une cétone.

B' : est un aldéhyde ; C' est une cétone

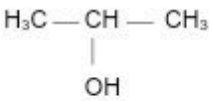
1.2- Classes des alcools A, B et C

B est un alcool primaire puisque son oxydation ménagée produit un aldéhyde.
C est un alcool secondaire puisque son oxydation ménagée produit une cétone.
A est un alcool tertiaire puisqu'il ne donne pas de réaction avec le dichromate de potassium en milieu acide.

1.3- Identification des alcools A, B et C

A :  2-méthylpropan-2-ol

B : $H_3C - CH_2 - OH$ Ethanol

C :  Propan-2-ol

1.4- Equation de la réaction de B avec l'ion dichromate

$$\begin{cases} Cr_2O_7^{2-} + 14\ H^+ + 6e^- \rightarrow 2Cr^{3+} + 7\ H_2O \\ 3x\ (CH_3 - CH_2 - OH \rightarrow CH_3 - CHO + 2H^+ + 2e^-) \end{cases}$$

$$Cr_2O_7^{2-} + 3\ CH_3 - CH_2 - OH + 8\ H^+ \rightarrow 2\ Cr^{3+} + 3\ CH_3 - CHO + 7H_2O$$

2.1- Trouvons dans le protocole expérimental les moyens utilisés pour augmenter la vitesse de la réaction

On réalise un mélange contenant 1 mole d'alcool et 1 mole d'acide et quelques gouttes d'acide sulfurique concentré : l'ajout de quelques gouttes d'acide sulfurique concentré augmente la vitesse de la réaction.

Le mélange est réparti dans 10 tubes à essais que l'on place ensuite dans un bain-marie à la température de100°C : l'élévation de la température augmente la vitesse de la réaction.

2.2- Explication de l'utilisation de l'eau glacée

On utilise l'eau glacée pour bloquer la réaction entre l'acide éthanoïque et l'éthanol afin de réaliser le dosage de l'acide éthanoïque restant à la date t concernée.

2.3.a- Définition de la vitesse instantanée de formation de l'ester

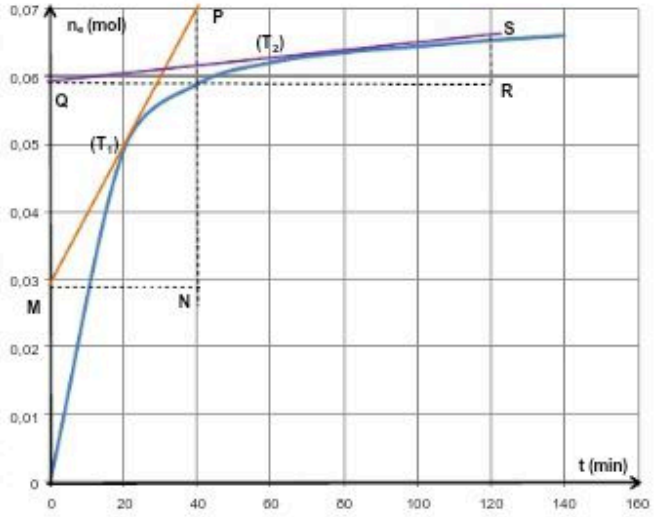
$V(ester)_t = \left(\frac{dn_e}{dt}\right)_t$ où n_e est la quantité de matière d'ester formé à la date t.

2.3.b- Détermination de la vitesse de formation de l'ester à t = 20 min puis à t = 80 min

La vitesse instantanée de formation de l'ester à la date t est, par définition : $V(ester)_t = \left(\frac{dn_e}{dt}\right)_t$

A chaque instant V(t) correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe $n_e = f(t)$ à cette date.

Graphiquement cette vitesse est représentée par le coefficient directeur de la tangente (T_i) à la courbe $n_e = f(t)$ au point d'abscisse t_i.



Pour t_1 = 20 min, on trace donc la tangente (T_1) au point A, d'abscisse t_1 = 20 min, de la courbe $n_e = f(t)$.
Soit p_1 le coefficient directeur de la tangente (T_1)
Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple M et N.
Leurs coordonnées sont : M (t_M= 0 min, n_{eM} = 0,028 mol) et P (t_P = 40 min, n_{eP} = 0,07 mol)

D'où $p_1 = \frac{NP}{MN} = \frac{n_{eP} - n_{eN}}{t_P - t_N} = \frac{0,07 - 0,028}{40 - 0} = 1,1.10^{-3}$ mol.min^{-1}

Comme $V(ester)_{20min} = p_1$, on a : $V(ester)_{20min} = 1,1.10^{-3}$ mol.min^{-1}

De même : $p_2 = \frac{RS}{RQ} = \frac{n_{eS} - n_{eR}}{t_R - t_Q} = \frac{0,066 - 0,058}{120 - 0} = 6,7.10^{-5}$ mol.min^{-1}

et comme $V(ester)_{80min} = p_2$, on a : $V(ester)_{80min} = 6,7.10^{-5}$ mol.min^{-1}

A t_1 = 20 min, on trouve $V(ester)_{20min} = 1,1.10^{-3}$ mol.min^{-1}

A t_2 = 80 min, on trouve $V(ester)_{80min} = 6,7.10^{-5}$ mol.min^{-1}

On constate que la vitesse instantanée de formation de l'ester diminue au cours du temps :

$(V(ester)_{80min} < V(ester)_{20min})$; cela s'explique par le fait que la concentration des réactifs diminue.

CINETIQUE CHIMIQUE

EXERCICE 116 Corrigé Bac S2 2008 4 points 40 min

1- Montrons que la concentration initiale $[HO^-]_0$ des ions HO^- dans le mélange est de 5.10^{-2} mol.L^{-1}

$[HO^-]_0 = \frac{n(HO^-)}{V_{total}}$ avec $n(HO^-) = CV$ et $V_{total} = 2V$

Donc : $[HO^-]_0 = \frac{CV}{2V} = \frac{C}{2}$

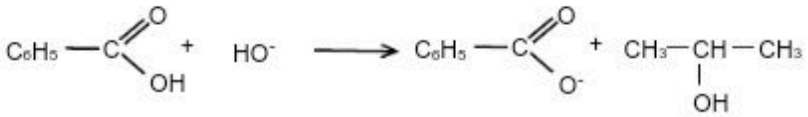
Numériquement, avec C = 0,1 mol.L^{-1}, nous obtenons : $[HO^-]_0 = \frac{0,1}{2} = 5.10^{-2}$mol.L^{-1}

2- Equation-bilan de la réaction de dosage

$$HO^- + H_3O^+ \rightarrow 2\,H_2O$$

A l'équivalence la solution est neutre puisqu'il s'agit d'un mélange d'acide fort et de base forte à l'équivalence ; donc la solution prend la teinte neutre du BBT, soit la coloration verte.

3- Equation-bilan de la réaction entre le benzoate de 1-méthyl éthyle et l'hydroxyde de sodium



Caractéristiques de la réaction : la réaction est lente et totale.

4.1- Montrons que la concentration de l'alcool dans le prélèvement a pour expression : $C = [HO^-]_0 - \frac{C_aV_a}{V}$

La quantité de matière d'alcool formé n(alcool) est égale à quantité de matière d'ion hydroxyde HO^- ayant réagi :

n(alcool) = n(HO^-)réagi avec n(HO-)réagi= n(HO-)init- n(HO-)restant

Donc : n(alcool) = n(HO^-)init- n(HO-)restant où n(HO^-)restant= C_aV_a

En divisant par le volume V du prélèvement, il vient : $\frac{n(alcool)}{V} = \frac{n(HO^-)_{init}}{V} - \frac{C_aV_a}{V}$

Soit : $C = [HO^-]0 - \frac{CaVa}{V}$

$C = 50.10^{-3} - \frac{2.10^{-2}xV_a}{10} = 50.10^{-3} - 2,0.10^{-3}V_a$ (en mol.L^{-1})

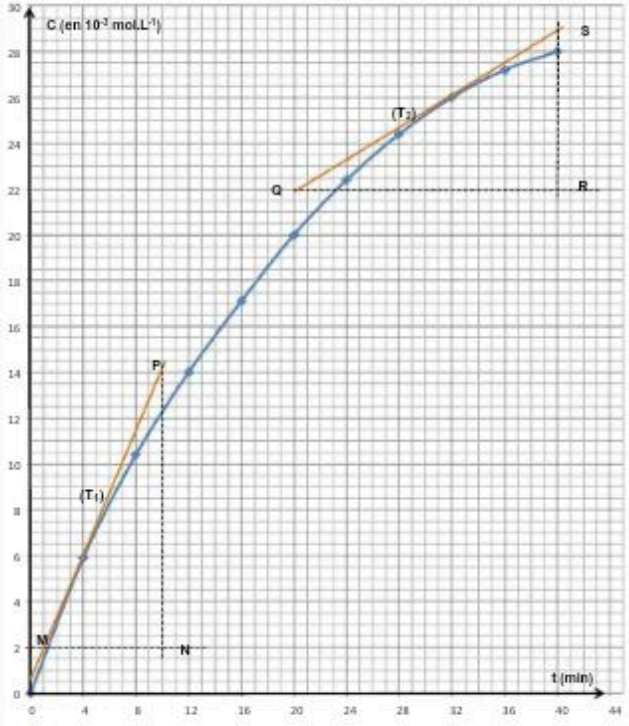
4.2- Complétons le tableau

Complétons le tableau fourni dans l'énoncé, avec : $C = 50.10^{-3} - 2.10^{-3}V_a$

t (min)	0	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40
V_a (mL)		22,0	19,8	18,0	16,5	15,0	13,8	12,8	12,0	11,5	11,0
C (10^{-3} mol/L)	0	6,0	10,4	14,0	17	20,0	22,4	24,4	26,0	27,0	28,0

CINETIQUE CHIMIQUE

Tracé de la courbe C = f(t) avec les échelles suivantes : 1 cm pour 4 min ; 2 cm pour 4.10^{3} mol. L^{-1}.



4.3- Vitesse volumique instantanée de formation de l'alcool à t_1 = 4 min et à t_2 = 32 min

La vitesse instantanée de formation de l'alcool à la date t est, par définition : $V(t) = V(alcool)_t = \left(\frac{dC}{dt}\right)_t$

A chaque instant v(alcool) correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe C = f(t) à cette date.
Graphiquement cette vitesse est représentée par le coefficient directeur de la tangente (T_1) à la courbe C = f(t) au point d'abscisse t_1. Pour t_1 = 4 min, on trace donc la tangente (T_1) au point A, d'abscisse t_1 = 4 min, de la courbe C = f(t).
Soit p_1 le coefficient directeur de la tangente (T_1)
Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple M et P.
Leurs coordonnées sont : M (t_M = 1 min, $C_M = 2{,}0.10^{-3}$ mol.L^{-1}) et P (t_P = 10 min, $C_P = 14{,}0.10^{-3}$ mol.L^{-1})

D'où $p_1 = \frac{C_P - C_M}{t_P - t_M} = \frac{14{,}0.10^{-3} - 2{,}0.10^{-3}}{10 - 1} = 1{,}3.10^{-3}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

Comme $V(t_1) = V(alcool)_{t1} = p_1$, on a : $V(t_1) = 1{,}3.10^{-3}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

De même : $p_2 = \frac{C_S - C_R}{t_S - t_R} = \frac{29{,}0.10^{-3} - 22{,}0.10^{-3}}{40 - 20} = 3{,}5.10^{-4}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

et Comme $V(t_2) = V(alcool)_{t2} = p_2$, on a : $V(t_2) = 3{,}5.10^{-4}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

On constate que la vitesse de formation de l'alcool diminue au cours du temps ($V(t_2) < V(t_1)$).
Le facteur responsable de la diminution de la vitesse de formation de l'alcool est la concentration des réactifs. La vitesse diminue car la concentration du réactif diminue au cours du temps.

A t_1 = 4 min, on trouve $v(alcool)_1 = \frac{NP}{MN} = 1{,}3.10^{-3}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

A t_2 = 32 min, on trouve $v(alcool)_2 = \frac{RS}{QR} = 3{,}5.10^{-4}$ mol.L^{-1}.min^{-1}

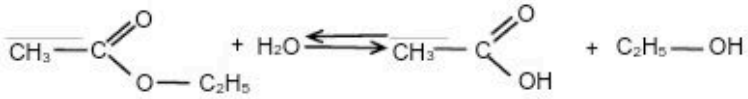
4.4- Effet de la température sur la vitesse de réaction

A 30°C la température du mélange est plus faible, la vitesse de réaction serait alors plus faible aux mêmes dates, la quantité de soude qui reste serait plus grande donc le volume d'acide nécessaire pour doser la soude serait plus grand.

CINETIQUE CHIMIQUE

EXERCICE 117 Cinétique chimique Corrigé Bac S2 2009 4,25 points 43 min

1- Equation-bilan de la réaction entre l'éthanoate d'éthyle et l'eau



éthanoate d'éthyle — acide éthanoïque — éthanol

La réaction est lente, limitée (par la réaction inverse) et athermique.

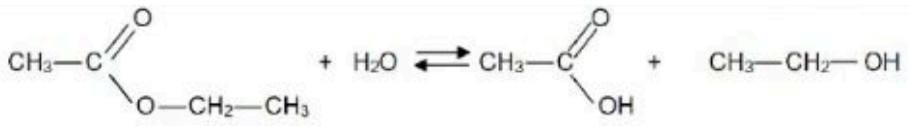
2- On place les tubes dans la glace avant chaque dosage pour bloquer la réaction.

3- Vérifions, par un calcul simple, que la valeur 5.10^{-3} mol correspond bien à celle de n_0

La quantité de matière n_0 d'ester présent dans chaque tube à la date t = 0 est donnée par : $n_0 = \frac{n}{V}V_p$

Application numérique : $n_0 = \frac{0,25}{500}x10 = 5.10^{-3}$ mol

4- Expression de la quantité n_E d'ester restant dans un tube à la date t en fonction de n_0, C_b et V_b



t = 0	n_0 mol		0 mol	0 mol
A la date t	n_E		n'	n'

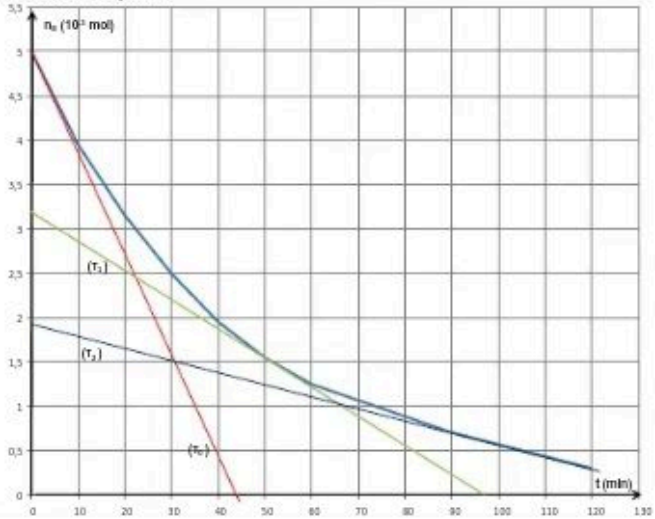
Le nombre de mol n' d'acide formé dans un tube, à la date t, est égal au nombre de mol d'ester disparu ; d'où le nombre de mol d'ester restant est donné par : $n_E = n_0 - n'$
A l'équivalence de la réaction de dosage on a : $n' = n_b - n' = C_bV_b$
La quantité de matière n_E d'ester restant à la date t est donnée par l'expression : $n_E = n_0 - C_bV_b$
Ce qui permet de compléter le tableau ; soit :

t (min)	0	10	20	30	40	50	60	90	120
V_b(mL)	0,0	2,1	3,7	5,0	6,1	6,9	7,5	8,6	9,4
n_E (10^{-3} mol)	5,00	3,95	3,15	2,50	1,95	1,55	1,25	0,70	0,30

5- Traçons la courbe représentative $n_E = f(t)$

Echelles : 1 cm pour 10 min en abscisses ; 2 cm pour 10^{-3} mol en ordonnées.

La courbe $n_E = f(t)$ est représentée ci-après :



6- Définition de la vitesse de disparition de l'ester à la date t

La vitesse instantanée de disparition de l'ester à la date t est, par définition : $v(t) = v(ester)_t = -\left(\frac{dn_E}{dt}\right)_t$

A chaque instant v(ester) correspond à l'opposé du coefficient directeur de la tangente à la courbe $n_E = f(t)$ à cette date.

Graphiquement cette vitesse est représentée par l'opposé du coefficient directeur de la tangente (T_1) à la courbe $n_E = f(t)$ au point d'abscisse t_1.
Pour $t_1 = 50$ min, on trace donc la tangente (T_1) au point A, d'abscisse $t_1 = 50$ min, de la courbe $n_E = f(t)$.
Soit p_1 le coefficient directeur de la tangente (T_1)
Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple M et P.

Leurs coordonnées sont : M ($t_M = 0$ min, $n_M = 3,2$ mol) et P ($t_P = 97$ min, $n_P = 0$ mol)

D'où $p_1 = \frac{n_P - n_M}{t_P - t_M} = \frac{0 - 3,2.10^{-3}}{97 - 0} = -3,30.10^{-5}$ mol.min^{-1}

Comme $v(t_1) = n(ester)_{t1} = -p_1$, on a : $v(t_1) = 3,30.10^{-5}$ mol.min^{-1}

En comparant par exemple, sur le graphe, la pente de (T_0) (tangente à t = 0) et celle de (T_2) (tangente à $t_2 = 120$ min), on constate que l'opposé de la pente de la tangente à la courbe diminue au cours du temps.
$v(t_0 = 0\ min) > v(t_1 = 50\ min) > v(t_2 = 120\ min)$: donc la vitesse diminue au cours du temps.

7- Citons deux méthodes utilisables pour augmenter la vitesse de cette réaction

Pour augmenter la vitesse de cette réaction, on peut :

- augmenter la température du milieu réactionnel
- utiliser un catalyseur.

EXERCICE 118 — Corrigé Bac S2 2013 — 4 points — 40 min

1- Rôle des ions fer (III)

Les ions fer (III) jouent le rôle de catalyseur : ils accélèrent la réaction.

2- Equation-bilan de la réaction à partir des demi-équations redox

- équation-bilan de la réaction d'oxydation ménagée de l'alcool B par l'ion permanganate en milieu acide

$$\begin{cases} 2x & MnO_4^- + 8\ H^+ + 5e^- \rightarrow Mn^{2+} + 4\ H_2O \\ 5x & H_2O_2 \rightarrow O_2 + 2H^+ + 2e^- \end{cases}$$

$$2MnO_4^- + 5H_2O_2 + 6\ H^+ \rightarrow 2Mn^{2+} + 5\ O_2 + 8H_2O$$

Ou encore : $2MnO_4^- + 5H_2O_2 + 6\ H_3O^+ \rightarrow 2Mn^{2+} + 5\ O_2 + 14H_2O$

3.1- Montrons que $[H_2O_2] = \frac{5CV}{2V_0}$

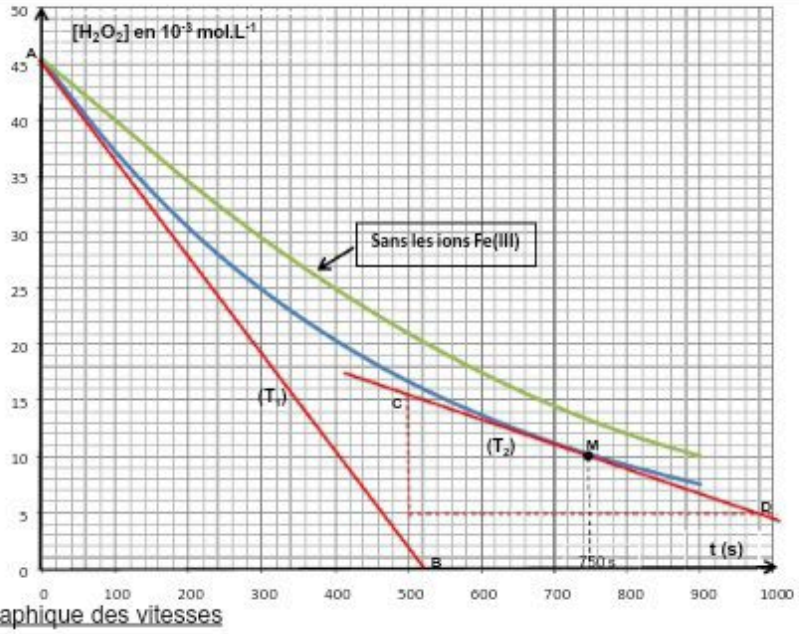
D'après l'équation de la réaction, on a : $\frac{n(MnO_4^-)}{2} = \frac{n(H_2O_2)}{5}$ Soit : $n(H_2O_2) = \frac{5}{2}n(MnO_4^-)$

Or $[H_2O_2] = \frac{n(H_2O_2)}{V_0}$ et $n(MnO_4^-) = CV$

Donc : $[H_2O_2] = \frac{5}{2}\frac{CV}{V_0}$

3.2- Complétons le tableau de mesure et traçons la courbe $[H_2O_2] = f(t)$

t(s)	0	100	200	300	400	500	600	700	800	900
V (mL)	12,12	9,92	8,12	6,65	5,44	4,46	3,65	2,99	2,45	2
$[H_2O_2]$ (10^{-3} mol.L^{-1})	45,4	37,2	30,4	24,9	20,4	16,7	13,7	11,2	9,2	7,5



4.1- Détermination graphique des vitesses

La vitesse instantanée de disparition de l'eau oxygénée à la date t est, par définition :

$$v(t) = v(H_2O_2)_t = -\left(\frac{d[H_2O_2]}{dt}\right)_t$$

Graphiquement cette vitesse est représentée par le coefficient directeur de la tangente (T_t) à la courbe $[H_2O_2] = f(t)$ au point M d'abscisse t_t. Pour $t_0 = 0$ s, on trace donc la tangente (T_0) au point A, d'abscisse $t_0 = 0$ s, de la courbe $[H_2O_2] = f(t)$.
Soit p_0 le coefficient directeur de la tangente (T_0)
Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple A et B.
Leurs coordonnées sont : A ($t_A = 0$ s , $[H_2O_2]_A = 45.10^{-3}$ mol.L^{-1}) et B ($t_B = 520$ s , $[H_2O_2]_B = 0$ mol.L^{-1})

D'où $p_0 = \frac{[H_2O_2]_B - [H_2O_2]_A}{t_B - t_A} = \frac{0 - 45.10^{-3}}{520 - 0} = -8{,}65.10^{-5}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

Comme $v(t_0) = v(H_2O_2)_{t0} = -p_0$, on a : $v(t_0) = 8{,}65.10^{-5}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

De même : $p_2 = \frac{[H_2O_2]_D - [H_2O_2]_C}{t_D - t_C} = \frac{5.10^{-3} - 15{,}5.10^{-3}}{980 - 500} = -2{,}19.10^{-5}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

et Comme $v(t_2) = v(H_2O_2)_{t2} = -p_2$, on a : $v(t_2) = 2{,}19.10^{-5}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

On constate que la vitesse de disparition de l'eau oxygénée diminue au cours du temps ($V(t_2) < V(t_0)$).

Le facteur responsable de la diminution de la vitesse de disparition de l'eau oxygénée est la concentration des réactifs. La vitesse diminue car la concentration du réactif diminue au cours du temps.

$v(t_0) = 8{,}65.10^{-5}$ mol.L^{-1}.s^{-1} et $v(t_2) = 2{,}19.10^{-5}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

4.2- Allure de la courbe en l'absence d'ions fer(II) : la vitesse est plus faible (voir courbe).

EXERCICE 119 *Oxydation de l'éthanol par l'eau oxygénée* 4 points 40 min

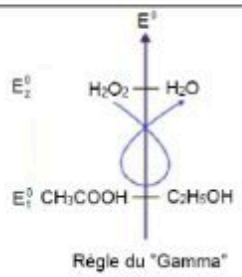
1- Equation-bilan de la réaction

Les couples oxydant-réducteur mis en jeu sont : H_2O_2/H_2O ($E_1 = 1{,}76$ V) et CH_3COOH / C_2H_5OH ($E_2 = 0{,}03$ V)

D'après la règle du « gamma », on a réaction entre le peroxyde d'hydrogène H_2O_2 (l'oxydant le plus fort) et l'éthanol C_2H_5OH (le réducteur le plus fort).

$$2x\left\{\begin{array}{l} H_2O_2 + 2H^+ + 2e^- \rightarrow 2H_2O \\ C_2H_5OH + H_2O \rightarrow CH_3COOH + 4H^+ + 4e^- \end{array}\right.$$

$$C_2H_5OH + 2\,H_2O_2 \rightarrow CH_3COOH + 3\,H_2O$$



Règle du "Gamma"

2- Calcul des concentrations initiales $\overline{C}_1$ en éthanol et $\overline{C}_2$ en eau oxygénée dans le mélange initial

$$\overline{C}_1 = [C_2H_5OH]_0 = \frac{C_1V_1}{V_1+V_2} = \frac{3.10^{-2}x5}{5+5} = 15.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

$$\overline{C}_2 = [H_2O_2]_0 = \frac{C_2V_2}{V_1+V_2} = \frac{0,20x5}{5+5} = 100.10^{-3}\ mol.L^{-1}$$

Comparons $n(C_2H_5OH)_0$ et $\frac{n(H_2O_2)_0}{2}$ compte tenu des coefficients stœchiométriques.

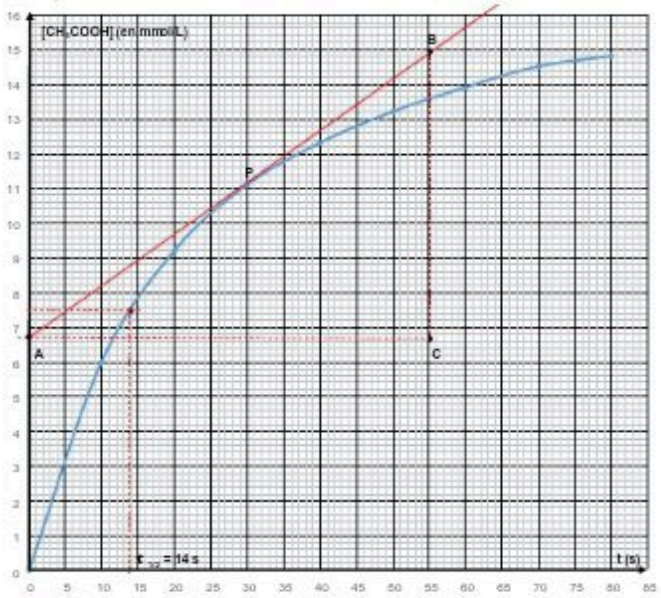
$n(C_2H_5OH)_0 = C_1V_1 = 3.10^{-2}x5.10^{-3} = 0,15.10^{-3}$ mol

$n(H_2O_2)_0 = C_1V_1 = 0,20x5.10^{-3} = 1,00.10^{-3}$ mol $\Rightarrow \frac{n(H_2O_2)_0}{2} = 0,50.10^{-3}$ mol

$\frac{n(H_2O_2)_0}{2} > n(C_2H_5OH)_0$: l'éthanol C_2H_5OH est le réactif limitant.

3- Tracé de la courbe $[CH_3COOH] = f(t)$

Echelles : 1 cm $\leftrightarrow$ 5 s et 1 cm $\leftrightarrow$ $1,0.10^{-3}$ mol.L^{-1}.



4) Détermination de la concentration $[CH_3COOH]_\infty$ de l'acide éthanoïque au bout d'un temps infini

	C_2H_5OH	+	$2\,H_2O_2$	$\rightarrow$	CH_3COOH	+	$2\,H_2O$
E.I.	$\overline{C}_1$		$\overline{C}_2$		-		-
E.F.	$\overline{C}_1 - x$		$\overline{C}_2 - 2x$		x		-

A la fin de la réaction, il ne reste plus d'éthanol. Donc $[C_2H_5OH] = \overline{C}_1 - x = 0 \Rightarrow x = \overline{C}_1$

et $[CH_3COOH] = \overline{C}_1 = 15.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

Au bout d'un temps infini, la concentration de l'acide éthanoïque $[CH_3COOH]_\infty = 15.10^{-3}$ mol.L^{-1}.

En déduire la constante de temps ou temps de demi-réaction $\tau_{1/2}$.

A t = $\tau_{1/2}$, $[CH_3COOH] = \frac{\overline{C}_1}{2} = 7,5.10^{-3}$ mol.L^{-1}

Graphiquement, on trouve : $\tau_{1/2} = 14$ s.

5) Calcul de la vitesse moyenne de formation de l'acide éthanoïque entre les dates $t_1 = 20$ s et $t_2 = 50$ s

$$\mathcal{v}_{moyf}(CH_3COOH)_{t1\text{-}t2} = \frac{[CH_3COOH]_{t_2} - [CH_3COOH]_{t_1}}{t_2 - t_1}$$

$$\mathcal{v}_{moyf}(CH_3COOH)_{20\text{-}50} = \frac{13,2.10^{-3} - 9,2.10^{-3}}{50 - 20} = 1,33.10^{-4}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

$\mathcal{v}_{moyf\,t1\text{-}t2}(H_3O^+)_d = 1,33.10^{-4}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

6) Calcul la vitesse instantanée de formation de l'acide éthanoïque à la date t = 30 s

La vitesse instantanée de formation de l'acide éthanoïque à la date t est, par définition :

$$\mathcal{v}(CH_3COOH)_t = \left(\frac{d[CH_3COOH]}{dt}\right)_t$$

Graphiquement cette vitesse est représentée par le coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $[CH_3COOH] = f(t)$ au point P d'abscisse t = 30 min.

Pour t = 30 min, on trace donc la tangente (T) au point P, d'abscisse t = 30 min, de la courbe $[CH_3COOH] = f(t)$.

Soit p le coefficient directeur de la tangente (T)

Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple A et B.

Leurs coordonnées sont : A($t_A = 0$ s , $[CH_3COOH]_A = 6,7.10^{-3}$ mol.L^{-1}) et B($t_B = 55$ s , $[CH_3COOH]_A = 14,9$ mol.L^{-1})

$$p = \frac{[CH_3COOH]_B - [CH_3COOH]_A}{t_B - t_A} = \frac{14,9.10^{-3} - 6,7.10^{-3}}{55 - 0} = 1,49.10^{-4}\ mol.L^{-1}.s^{-1}$$

Comme $\mathcal{v}(CH_3COOH)_{30s} = p$, on a : $\mathcal{v}(CH_3COOH)_{30s} = 1,49.10^{-4}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

- Vitesse de disparition $\mathcal{v}(H_2O_2)_{30s}$ de l'eau oxygénée à la date t = 30 s

A une date t quelconque, on a : $[CH_3COOH] = \overline{C}_1 - x$ et $[H_2O_2]\ \overline{C}_2 - 2x$

$$\mathcal{v}(CH_3COOH)_t = \left(\frac{d[CH_3COOH]}{dt}\right)_t = \left(\frac{dx}{dt}\right)_t \text{ et } \mathcal{v}(H_2O_2)_t = \left(\frac{d[H_2O_2]}{dt}\right)_t = 2\left(\frac{dx}{dt}\right)_t = 2\,\mathcal{v}(CH_3COOH)_t$$

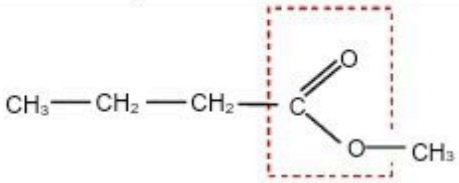
Donc : $\mathcal{v}(H_2O_2)_{30s} = 2x\,\mathcal{v}(CH_3COOH)_{30s} = 2,98.10^{-4}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

CINETIQUE CHIMIQUE

EXERCICE 120 Sujet Bac S2 2014 4 points 40 min

1- Préparation du butanoate de méthyle

1.1- Mise en évidence du groupe fonctionnel présent dans la molécule du butanoate de méthyle



Fonction ester

1.2- Famille du réactif B

Le composé B est un alcool.

1.3-. Formules semi-développées et noms des réactifs A et B

A : $CH_3-CH_2-CH_2-COOH$; acide butanoïque

B : CH_3-OH ; méthanol

1.4- Equation-bilan de la réaction entre les composes A et B



C'est une réaction d'estérification (directe).
Caractéristiques de la réaction : elle est lente, limitée et athermique.

1.5- Calcul des quantités de matière minimales de A et B

	C_3H_8COOH	+ CH_3OH	→ $CH_3CH_2CH_2COOCH_3$	+ H_2O
E.I.	n	n	-	-
E.F.	n – x	n – x	$n_{Ester\ obtenu} = x = 1$	

Rendement : $r = \frac{n_{Ester\ obtenu}}{n_{Ester\ théorique}} \times 100$ or $n_{Ester\ theorique} = n_{Ester\ minimal} = n \Rightarrow r = \frac{n_{Ester\ obtenu}}{n} \times 100 \Rightarrow n = \frac{n_{Ester\ obtenu}}{r} \times 100$

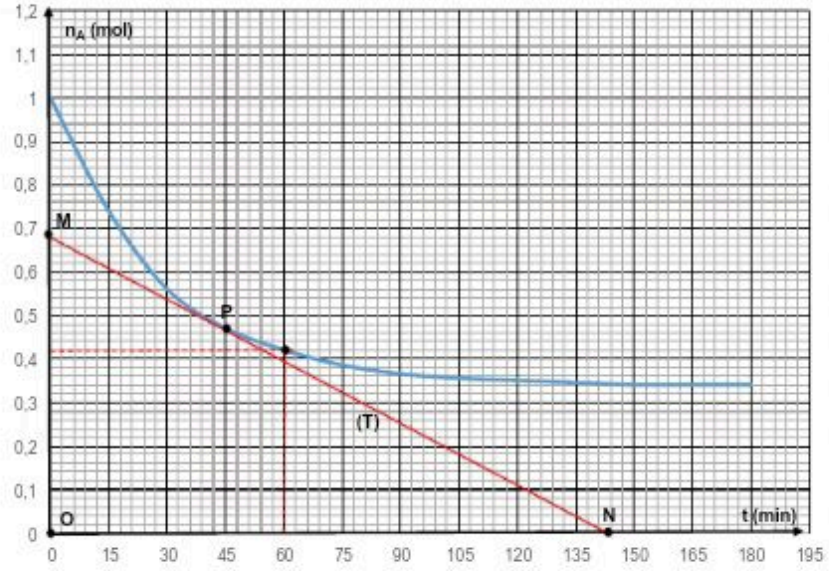
$n_{Ester\ minimal} = n = \frac{1}{67} \times 100 = 1{,}49$ mol $\quad$ $n_{Ester\ minimal} = 1{,}49$ mol

Pour obtenir 1 mol de butanoate de méthyle, il faut utiliser un mélange (équimolaire) de 1,49 mol de A et 1,49 mol de B.

2. Etude cinétique de la réaction chimique

Par exploitation de cette courbe :

2.1- Graphiquement, pour $n_A = 0{,}42X1 = 042$ mol, on lit : $t_1 \approx 60$ min.



2.2- Quantité de matière de butanoate de méthyle formé à la date t_1

	C_3H_8COOH +	CH_3OH →	$CH_3CH_2CH_2COOCH_3$ +	H_2O
Etat initial	$n_{0A} = 1$ mol	$n_{0B} = 1$ mol	-	-
A la date t	$n_{0Arestant} = 1 - x$	$n_{0Brestant} = 1 - x$	$n_D = x = 1$	-

$n_{0Arestant} = 1 - x = 1 - n_D \Rightarrow n_D = 1 - n_{0Arestant} = 1 - 0,42 = 0,58$ mol

A la date t1 =60 min, il s'est formé 0,58 mol d'ester D.

2.3- Calculer la vitesse moyenne de disparition de l'acide carboxylique entre $t_0 = 0$ min et $t_1 = 60$ min

$$\mathcal{V}_d(A)_{\Delta t} = -\frac{\Delta n_A}{\Delta t} = \frac{n_A(t_1) - n_A(t_0)}{t_1 - t_0}$$

$$\mathcal{V}_d(A)_{\Delta t} = -\frac{n_A(t_1) - n_A(t_0)}{t_1 - t_0} = -\frac{1 - 0,42}{60 - 0} = 9,67.10^{-3} \text{ mol.min}^{-1}$$

$\mathcal{V}_d(A)_{0-60} = 9,67.10^{-3}$ mol.min^{-1}

2.4- Détermination de la vitesse instantanée de disparition de l'acide carboxylique à la date t = 45 min

La vitesse instantanée de disparition de l'eau oxygénée à la date t est, par définition :

$$\mathcal{V}(A)_t = -\left(\frac{dn_A}{dt}\right)_t$$

Graphiquement cette vitesse correspond à la valeur absolue du coefficient directeur de la tangente (T) à la courbe $n_A = f(t)$ au point P d'abscisse t = 45 min.

Pour t = 45 min, on trace donc la tangente (T) au point P, d'abscisse t = 45 min, de la courbe $n_A = f(t)$.
Soit p le coefficient directeur de la tangente (T)
Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple M et N.
Leurs coordonnées sont : M ($t_M = 0$ s , $n_{AM} = 0,68$ mol) et B ($t_N = 142$ min , $n_{AM} = 0$ mol)

D'où $p = \frac{n_{AN} - n_{AM}}{t_N - t_M} = \frac{0 - 0,68}{142 - 0} = -4,82.10^{-3}$ mol.min^{-1}

Comme $\mathcal{V}(A)_{45} = -p$, on a : $\mathcal{V}(A)_{45} = 4,82.10^{-3}$ mol.min^{-1}

2.5- Vitesse moyenne de disparition de l'acide carboxylique A entre les dates $t_2 = 165$ min et $t_3 = 180$ min

A partir de la date t =150 min, il n y a plus variation de la quantité de matière de A : la vitesse moyenne est nulle ; la réaction est terminée.

AUTOPROTOLYSE DE L'EAU - pH D'UNE SOLUTION AQUEUSE ET INDICATEURS COLORES

EXERCICE 121 — 3 points — 30 min

1- Masse de sulfate de sodium hydraté $Na_2SO_4, 10H_2O$ à prélever

$C = \frac{n}{V} \Rightarrow n = C.V$

Or $m = n.M(Na_2SO_4, 10H_2O)$ donc : $m = C.V.M(Na_2SO_4, 10H_2O)$ avec $M(Na_2SO_4, 10H_2O) = 322\ g.mol^{-1}$

$m = 0,2x250.10^{-3}x322 = 16,1\ g$ $\quad$ $m = 16,1\ g$

Il faut prélever une masse de 16,1 g de sulfate de sodium hydraté pour pur préparer les 250 mL de solution.

2- Calcul des concentrations des ions Na^+ et SO_4^{2-} de la solution

$$Na_2SO_4 \xrightarrow{H_2O} 2\ Na^+ + SO_4^{2-}$$

3- Masse de chlorure de sodium pur qu'il faudrait utiliser

$[Na^+] = C' = 0,40\ mol.L^{-1}$

$m' = C'.V'.M(NaCl)$

$m' = 0,40x250.10^{-3}x(23 + 35,5) = 5,9\ g$

Il faut prélever une masse de 5,9 g de sulfate de sodium hydraté pour pur préparer les 250 mL de solution.

4.a- Calcul du volume de solution de sulfate de sodium hydraté utilisé

$$Na_2SO_4 \xrightarrow{H_2O} 2\ Na^+ + SO_4^{2-} \quad \begin{cases} C = 0,20\ mol.L^{-1} \\ V = ? \end{cases}$$

$$NaNO_3 \xrightarrow{H_2O} Na^+ + NO_3^- \quad \begin{cases} C' = 0,10\ mol.L^{-1} \\ V' = 200\ mL \end{cases}$$

$[Na^+] = \frac{2CV}{V + V'} + \frac{C'V'}{V + V'} \Rightarrow [Na^+](V + V') = 2CV + C'V'$

$0,16x(200 + V) = 2x0,20xV + 0,10x200 \Rightarrow V = 50\ mL$

4.b- Concentrations des ions utilisés dans le mélange

$[SO_4^{2-}] = \frac{CV}{V + V'}$ et $[NO_3^-] = \frac{C'V'}{V + V'}$

$[SO_4^{2-}] = \frac{0,20x50}{200 + 50} = 4,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$; $[NO_3^-] = \frac{0,10x200}{200 + 50} = 8,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

$[SO_4^{2-}] = 4,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$; $[NO_3^-] = 8,0.10^{-2}\ mol.L^{-1}$

EXERCICE 122

1- Détermination de la concentration C_0 de la solution commerciale d'ammoniac

La valeur $\rho = 438\ kg.m^{-3}$ de la masse volumique de la solution signifie que 1 m^3 de la solution a une masse de 450 kg ; il en résulte que 1 L = 1000 mL de la solution a une masse de 430 g.
Le pourcentage en ammoniac pur est 33 %, donc la masse d'ammoniac pur contenue dans 1 L de la solution vaut

$m = \frac{33}{100} \times 430 = 142$ g

La quantité de matière correspondante est : $n = \frac{m}{M(NH_3)} = \frac{142}{17} = 8,5$ mol

La solution commerciale d'ammoniac a une concentration $C_0 = 8,35$ mol.L^{-1}

2- Calcul du volume V d'ammoniac à prélever

Appliquons l'équation de la dilution : $C_0.V_0 = C.V \Rightarrow V_0 = \frac{C.V}{C_0}$

Numériquement, avec $C_0 = 8,35$ mol.L^{-1} ; $C = 0,10$ mol.L^{-1} et $V = 500$ mL , on obtient : $V_0 = 6$ mL

3- Description du mode opératoire pour préparer la solution S

On prélève à la pipette 6 mL de solution commerciale que l'on verse dans une fiole jaugée de 500 mL ; on complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge.

4- Calcul des concentrations et les quantités de matière en ions H_3O^+ et OH^- présents dans la solution S

La solution S a un pH = 11,1 donc : $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-11,1} = 7,94.10^{-12}$ mol.L^{-1}

Le produit ionique de l'eau permet d'écrire : $[H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{7,94.10^{-12}} = 1,26.10^{-3}$ mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = 7,94.10^{-12}$ mol.L^{-1} ; $[OH^-] = 1,26.10^{-3}$ mol.L^{-1}

EXERCICE 123 — 3 points — 30 min

1- Détermination de la concentration C_0 de la solution initiale d'acide méthanoïque

La valeur $\rho = 1,220$ g.cm^{-3} = 1220 g.L^{-1} de la masse volumique de la solution signifie que 1 L = 1000 mL de la solution a une masse de 1220 g.

Le pourcentage en masse d'acide méthanoïque pur est 98 %, donc la masse d'acide méthanoïque pur contenue dans 1 L de la solution vaut $m = \frac{98}{100} \times 1200 = 1195,6$ g

La quantité de matière correspondante est : $n = \frac{m}{M(HCOOH)} = \frac{1220}{46} = 26$ mol

La solution d'acide méthanoïque a donc une concentration $C_0 = 26$ mol.L^{-1}

2- Détermination de la masse m d'acide méthanoïque à prélever

$$\begin{cases} 1000 \text{ mL de solution contiennent } 26 \text{ mol d'acide methanoïque} \\ 11,5 \text{ mL de solution contiennent } n \text{ mol d'acide methanoïque} \end{cases} \Rightarrow n = \frac{26 \times 11,5}{1000} = 0,30 \text{ mol}$$

$m = n.M(HCOOH)$

$m = 0,30 \times 46 = 13,8$ g

3- Détermination de la concentration C_1 de la solution diluée S_1

Appliquons l'équation de la dilution : $C_0.V_0 = C_1.V_1 \Rightarrow C_1 = \frac{C_0.V_0}{V_1}$

Numériquement, avec $C_0 = 26$ mol.L^{-1} ; $V_1 = 1000$ mL et $V_0 = 11,5$ mL , on obtient : $C_1 = 0,30$ mol.L^{-1}

4- Calcul du volume d'eau pure nécessaire à la dilution

Appliquons l'équation de la dilution : $C_1.V_1 = C_2.(V_1 + V_{eau}) \Rightarrow V_{eau} = \frac{C_1.V_1}{C_2} - V_1$

Numériquement, avec $C_1 = 0,30$ mol.L^{-1}; $C_2 = 0,10$ mol.L^{-1} ; $V_1 = 20$ mL , on obtient : $V_{eau} = 40$ mL

AUTOPROTOLYSE DE L'EAU - pH D'UNE SOLUTION AQUEUSE ET INDICATEURS COLORES

5- Calcul du volume d'eau pure nécessaire à la dilution et de la concentration C_3 de la solution S_3 obtenue

La solution S_2 est diluée 10 fois : cela signifie que : $C_3 = \frac{C_2}{10} = 0{,}01$ mol.L^{-1}

Appliquons l'équation de la dilution : $C_2.V_2 = C_3.V_3 \Rightarrow V_3 = \frac{C_2.V_2}{C_3}$ avec $V_3 = V_2 + V_{eau}$

Numériquement, avec $C_3 = 0{,}01$ mol.L^{-1} ; $C_2 = 0{,}10$ mol.L^{-1} ; $V_2 = 25$ mL, on obtient : $V_3 = 250$ mL
Le volume d'eau est $V_{eau} = V_3 - V_2 = 225$ mL

Il faut utiliser 225 mL d'eau.

EXERCICE 124 — 3 points — 30 min

1- Evaluation du pH de la solution (S)

Indicateur coloré	Hélianthine	Bleu de bromothymol	rouge de méthyle
couleur de la solution	orange	jaune	Orange
Dommaine de pH de la solution	3,1 ≤ pH ≤ 4,4	pH ≤ 6,0	4,2 ≤ pH ≤ 6,2



Le pH de la solution est compris entre 4,2 et 4,4. (4,2 ≤ pH ≤ 4,4)

2- L'utilisation du bleu de bromothymol est superflue. En effet le bleu de bromothymol indique seulement que le pH de la solution est inférieur à 6 sans indiquer la borne inférieure.

3- Valeur mesurée du pH de la solution (S)
Si le calcul de la valeur de la concentration en ions hydroxyde donne $[OH^-] = 2.10^{-10}$ mol.L^{-1}, d'après le produit ionique de l'eau, $[H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14}$ on obtient $[H_3O^+] = \frac{10^{-14}}{[OH^-]} = \frac{10^{-14}}{2.10^{-10}} = 0{,}5.10^{-4}$ mol.L^{-1}

et $pH = -\log[H_3O^+] = 4{,}3$

La valeur du pH (pH = 4,3) est en accord avec le résultat obtenu à l'aide des indicateurs colorés (4,2 ⩽ pH ⩽ 4,4).

ACIDE FORT – BASE FORTE
REACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FORTE - DOSAGE

EXERCICE 125 Sujet Bac S2 1996 4 points 40 min

1- Montrons que la concentration molaire volumique de la solution d'hydroxyde de sodium peut s'écrire : $C_b = \frac{167}{40}\rho$

Raisonnons sur un volume V = 1 L = 1000 mL de la solution d'hydroxyde de sodium

- 1 L = 1000 mL de la solution d'hydroxyde de sodium a une masse $m = \rho V$ (en kg)
- La masse d'hydroxyde de sodium pur contenue dans un volume V = 1L de la solution vaut : $m_s = \frac{16,7}{100} x\rho V$ (en kg)
- La concentration $C_b = \frac{n_s}{V}$ avec V = 1 L, $n_s = \frac{m_s}{M_s}$ où $M_s = 40\ g.mol^{-1} = 40.10^{-3}\ kg.mol^{-1}$

Donc : $n_s = \frac{m_s}{M_s} = \frac{16,7}{100x40.10^{-3}} x\rho V \Rightarrow C_b = \frac{167}{40}\rho$ (ρ étant exprimée en kg. L^{-1}) c.q.f.m

A.N. : $C_b = 5,0\ mol.L^{-1}$

2- Détermination du volume d'eau distillée nécessaire à la préparation de S'

On calcule le volume d'eau distillée nécessaire à la préparation de S' en appliquant l'équation de la dilution :
Solution initiale : $C_b = 5,0\ mol.L^{-1}$; $V_b = 10\ mL$
Solution finale : $C_b' = 0,1\ mol.L^{-1}$; V_f (à déterminer)

$C_bV_b = C_b'V_f \Rightarrow V_f = \frac{C_bV_b}{C_b'} = \frac{5,0x10}{0,1} = 500\ mL$

Le volume d'eau distillée nécessaire à la préparation de la solution S' est donc : $V_{eau} = 500 - 10 = 490\ mL$

3.1- Equation de la réaction

$2(Na^+ + OH^-) + (2\ H_3O^+ + SO_4^{2+}) \rightarrow 4\ H_2O + (2Na^+ + SO_4^{2+})$

Ou : $OH^- + H_3O^+ \rightarrow 2\ H_2O$

3.2- Définition de l'équivalence acido-basique et évaluation du pH du mélange à l'équivalence

L'équivalence acido-basique est atteinte lorsque la quantité de matière d'ions hydronium H_3O^+ apportés par l'acide est égale à la quantité de matière d'ions hydroxyde OH^- apportés par la base : $n(H_3O^+) = n(OH^-)$.
Comme à l'équivalence $n(H_3O^+) = n(OH^-)$, alors $[H_3O^+] = [OH^-] = \sqrt{K_e} = 10^{-7}\ mol.L^{-1}$ où $K_e = 10^{-14}$ est le produit ionique de l'eau à 25°C.
Ainsi donc, à l'équivalence, on a pH = 7 puisque $pH = -\log[H_3O^+]$.

3.3- Calcul de la concentration C_a de la solution sulfurique

$n(OH^-) = C_b'V_{be}$ et $n(H_3O^+) = 2C_aV_a$ puisque 1 mol d'acide sulfurique libère 2 mol d'ions hydronium H_3O^+ dans l'eau : $H_2SO_4 + 2H_2O \rightarrow 2\ H_3O^+ + SO_4^{2+}$.

Donc : $n(H_3O^+) = n(OH^-) \Leftrightarrow 2C_aV_a = C_b'V_{be} \Rightarrow C_a = \frac{C_b'V_{be}}{2V_a}$

Numériquement, avec $C_b' = 0,1\ mol.L^{-1}$, $V_{be} = 20\ mL$ et $V_a = 10\ mL$, on obtient : $C_a = 0,1\ mol.L^{-1}$

3.4- Calcul des concentrations molaires volumiques des espèces chimiques présentes à l'équivalence

Dans la solution, on trouve :

- des molécules : H_2O (le solvant)
- des ions : Na^+, SO_4^{2+}, H_3O^+ et OH^-

$[H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7}$ mol.L^{-1}

$[Na^+] = \frac{C_b V_{be}}{V_a + V_{be}} = \frac{0,1x20}{10+20} = 6,7.10^{-2}$ mol.L^{-1} ; $[SO_4^{2+}] = \frac{2C_a V_a}{V_a + V_{be}} = \frac{0,1x10}{10+20} = 3,3.10^{-2}$ mol.L^{-1}

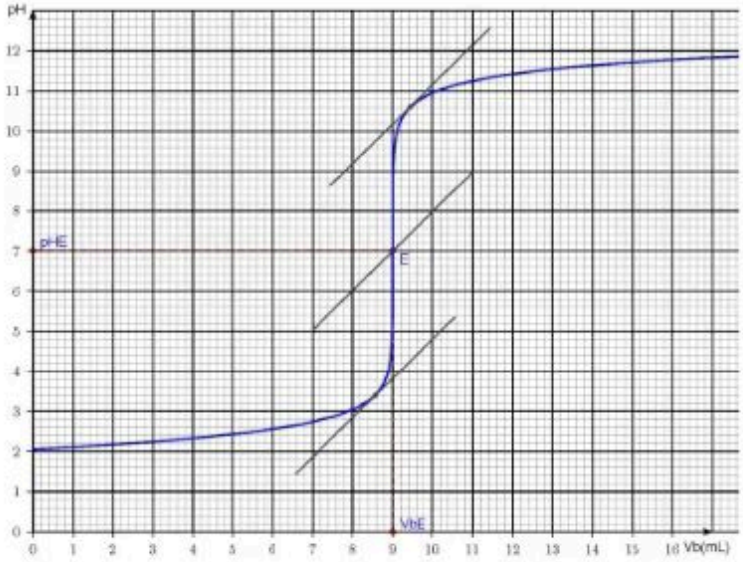
$[H_3O^+] = [OH^-] = 10^{-7}$ mol.L^{-1} ; $[Na^+] = 6,7.10^{-2}$ mol.L^{-1} ; $[SO_4^{2+}] = 3,3.10^{-2}$ mol.L^{-1}

(On peut vérifier l'électroneutralité de la solution : $[H_3O^+] + [Na^+] = 2[SO_4^{2+}] + [OH^-]$)

EXERCICE 126 — 4 points — 40 min

Dosage d'une solution d'acide chlorhydrique par la soude

1- Tracé de la courbe $pH = f(V_B)$



Echelles : en abscisses 1 cm pour 1 mL ; en ordonnées 1 cm pour 1 unité de pH

2- Détermination de la concentration C_A de la solution d'acide chlorhydrique utilisée

A l'équivalence on a : $C_A V_A = C_B V_{BE}$ d'où $C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A}$

Numériquement, avec $C_B = 0,1$ mol.L^{-1} $V_{BE} = 9$ mL et $V_A = 100$ mL, on obtient : $C_A = 9.10^{-3}$ mol.L^{-1}

3- Equation de la réaction entre l'ion hydroxyde et l'acide chlorhydrique

$(Na^+ + OH^-) + (H_3O^+ + Cl^-) \rightarrow 2H_2O + (Na^+ + Cl^-)$

Ou : $OH^- + H_3O^+ \rightarrow 2\,H_2O$

4- Utilisation et choix d'un indicateur coloré

Les indicateurs colorés permettent de déterminer l'équivalence dans un dosage acido-basique.
Un indicateur coloré peut être utilisé lors d'un dosage acido-basique si le pH du mélange à l'équivalence est compris dans sa zone de virage.
Pour cela, il faut impérativement que la **zone de virage** de l'indicateur « encadre » la zone de l'équivalence. Il faudra donc choisir un indicateur coloré dont la zone de virage se situe vers 7.
Le pH à l'équivalence ($pH_E = 7$) est contenu dans la zone de virage du bleu de bromothymol [6,0 ; 7,6] et aussi dans la zone de virage du rouge de phénol [6,8 ; 8,4].

ACIDE FORT – BASE FORTE
REACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FORTE - DOSAGE

Il y a donc deux choix possibles pour le dosage : - le bleu de bromothymol (zone de virage 6 – 7,6)
- et le rouge de phénol (zone de virage 6,8 – 8,4)

Par exemple, si on utilise le bleu de bromothymol (zone de virage 6 – 7,6), on constatera que lorsqu'on a versé 8,7 mL de soude, le pH du mélange est égal à 3,7. Juste avant l'équivalence, le contenu du bécher présente ainsi la couleur jaune de l'indicateur. L'addition d'une goutte supplémentaire permet d'atteindre l'équivalence, de pH égal à 7. La solution devient verte, couleur intermédiaire de l'indicateur. Sur la burette, on lit la valeur du volume de soude versé c'est V_{bE}. Dans le cas présent V_{bE} = 9,0 mL.
Dans la pratique, la variation de pH étant brutale au niveau de l'équivalence, on n'observe que rarement la couleur intermédiaire : la solution vire d'un seul coup du jaune au bleu. Le volume de soude versé à l'équivalence, V_{bE}, est déterminé à la goutte près.

EXERCICE 127 4 points 40 min

1- Calcul de la concentration C_A de la solution préparée

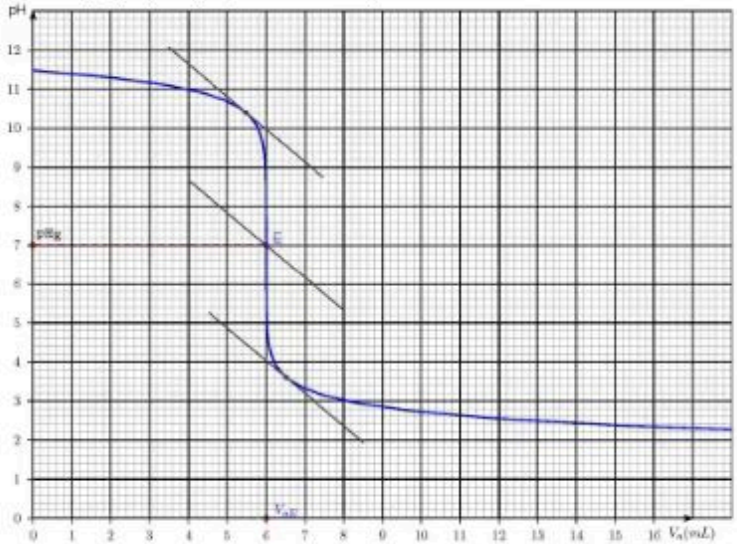
La valeur ρ = 1190 kg.m^{-3} de la masse volumique de la solution signifie que 1 m^3 de la solution a une masse de 1190 kg ; il en résulte que 1 L = 1000 mL de la solution a une masse de 1190 g.
Le pourcentage en masse d'acide pur est 38,3 %, donc la masse d'acide pur contenue dans 1 L de la solution vaut

$m = \frac{38,3}{100} \times 1190 = 456$ g

La quantité de matière correspondante est : $n = \frac{m}{M(HCl)} = \frac{456}{36,5} = 12,5$ mol

La solution d'acide chlorhydrique a une concentration $C = 12,5$ mol.L^{-1}

2.1- Tracé de la courbe pH = f (V_A) (voir papier millimétré)



Echelles : en abscisses 1 cm pour 1 mL ; en ordonnées 1 cm pour 1 unité de pH

2.2- Détermination du volume d'acide à l'équivalence ainsi que la concentration C_A de la solution d'acide

Le volume d'acide versé à l'équivalence est V_{AE} = 6 mL (lecture sur la courbe pH = f(V_A))

A l'équivalence on a : $C_A V_{AE} = C_B V_B$ d'où $C_A = \frac{C_B V_{BE}}{V_A}$
Numériquement, avec $C_B = 3.10^{-3}$ mol.L^{-1} ; V_B = 200 mL et V_{AE} = 6 mL, on obtient : C_A = 0,1 mol.L^{-1}

ACIDE FORT – BASE FORTE
REACTION ENTRE UN ACIDE FORT ET UNE BASE FORTE - DOSAGE

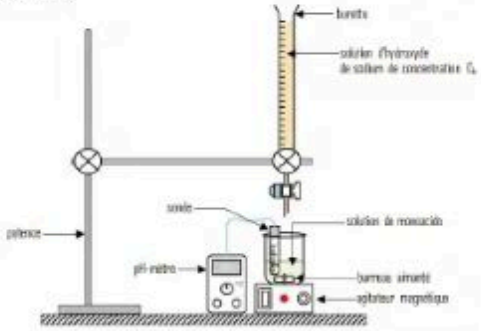
3- La courbe précédente n'est modifiée si on remplace l'acide chlorhydrique initial par un même volume d'acide nitrique de même concentration puisque l'acide nitrique est un monoacide fort tout comme l'acide chlorhydrique.
(1 mol d'acide nitrique tout comme l'acide chlorhydrique libère 1 mol d'ions hydronium H_3O^+ dans l'eau :
$HNO_3 + H_2O \rightarrow H_3O^+ + NO_3^-$)

4- Choix du ou des indicateur(s) coloré(s) pouvant servir à un dosage colorimétrique

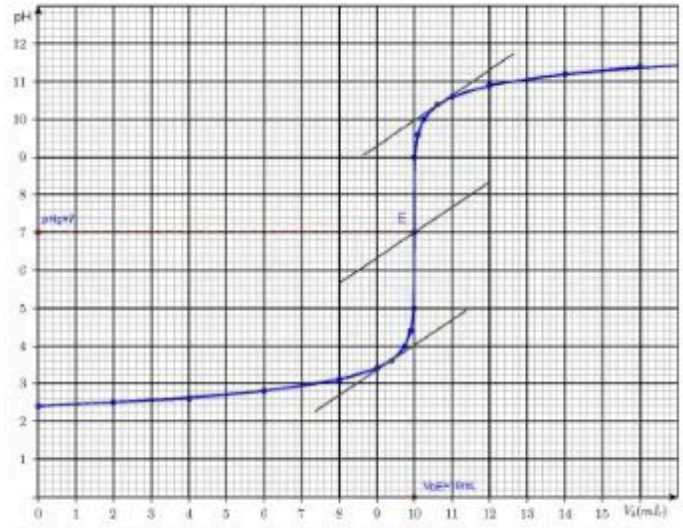
Parmi les trois indicateurs colorés proposés, seul le bleu de bromothymol pourrait servir à un dosage colorimétrique puisque la valeur du pH à l'équivalence ($pH_E = 7$) se trouve dans la zone de virage du bleu de bromothymol.
$pH_E = 7 \in [6,0 ; 7,6]$
Le volume d'acide versé à l'équivalence est repéré par le changement de couleur de l'indicateur coloré.

EXERCICE 128 — Corrigé Bac S2 2012 — 4 points — 40 min

1- Schéma annoté du dispositif de dosage



2- Tracé de la courbe du pH en fonction du volume V_b d'hydroxyde de sodium versé



3- Détermination graphique des coordonnées du point d'équivalence

On applique la méthode des tangentes (voir courbe) ; on en tire : $E(V_{bE}=10\ mL ; pH_E=7)$.

L'acide dosé n'est pas un acide faible ; c'est un acide fort car le pH à l'équivalence est égal à 7.

4- Détermination de la concentration C_o de la solution S_o

A l'équivalence on a : $C_bV_{bE} = C_SV_S$ d'où $C_S = \frac{C_bV_{bE}}{V_S}$

Numériquement, avec $C_b = 0,2\ mol.L^{-1}$ $V_{bE} = 10\ mL$ et $V_S = 500\ mL$, on obtient : $C_S = 0,004\ mol.L^{-1}$

On détermine la concentration C_o de la solution S_o en appliquant l'équation de la dilution : $C_oV_o = C_SV_S$

On en déduit : $C_0 = \frac{C_S V_S}{V_0}$

Numériquement, avec $C_S = 0{,}004$ mol.L^{-1}, $V_S = 500$ mL et $V_0 = 20$ mL, on obtient $C_0 = \frac{0{,}004 \times 500}{20} = 0{,}1$ mol.L^{-1}

La solution "mère" S_0 a pour concentration $C_0 = 0{,}1$ mol.L^{-1}

5- Erreur relative commise sur la concentration C_0 de S_0

Pour pH = 3,3, début du virage de l'indicateur coloré (l'hélianthine) on aurait $V_{bE} \approx 9{,}0$ mL

Et donc $C'_0 = \frac{0{,}2 \times 9{,}0}{20}$ soit $C'_0 = 0{,}09$ mol.L^{-1}

$\varepsilon = \frac{\Delta C_0}{C_0}$

A.N.: $\varepsilon = \frac{0{,}1 - 0{,}09}{0{,}1}$ $\varepsilon = 0{,}10$ soit une erreur relative de 10%

L'erreur relative commise sur la concentration C_0 lorsqu'on utilise l'hélianthine comme indicateur coloré est de 10%, (ce qui n'est pas négligeable)

6- Volume équivalent de soude si on avait dosé 50 mL de la solution S

Si on avait dosé 50 mL de S on aurait : $C_S V'_S = C_b V_{bE}$ soit $V_{bE} = \frac{C_S V'_S}{C_b}$

A.N.: $V_{bE} = \frac{0{,}004 \times 50}{0{,}2}$ $V_{bE} = 1{,}0$ mL

Le volume est très faible ; la raison en est que la concentration de la soude utilisée pour le dosage est relativement élevée. Ce qui pourrait justifier le dosage du volume entier des 500 mL de la solution diluée S.

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

EXERCICE 129 *Calcul du pH d'un acide faible à partir du pK_a et de sa concentration C_A* 3 points 30 min

1- Equation-bilan de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau

Couples acide-base mis en jeu : CH_3COO^-/ CH_3COOH et H_3O^+ /H_2O

L'équilibre : $CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$

peut être décomposé en deux demi-équations électroniques :

$$CH_3COOH \rightarrow CH_3COO^- + H^+ \quad (a)$$

$$H_2O + H^+ \rightarrow H_3O^+ \quad (b)$$

- la demi-équation électronique (a) montre que l'acide éthanoïque se transforme en ion éthanoate CH_3COO^- en cedant un ion H^+ : l'acide ethanoïque est un acide au sens de Bronstëd ;
- la demi-équation électronique (b) montre que l'eau se transforme en ions H_3O^+ en captant un un ion H^+ : l'eau est une base au sens de Bronstëd.

Les ions H^+ cédés par l'acide éthanoïque sont intégralement captés par l'eau : la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau consiste en un transfert de protons : c'est une réaction acide-base.

2- Montrons que le pH de cette solution peut se mettre sous la forme : $pH = \frac{1}{2}(pK_A - \log C_A)$

La solution d'acide n'est ni trop diluée ni trop concentrée, on peut négliger la réaction d'autoprotolyse de l'eau par rapport à la réaction d'ionisation de l'acide éthanoïque :

	CH_3COOH +	H_2O	$\rightleftarrows$	CH_3COO^-	+ H_3O^+
Etat initial	C_A			-	-
Etat final	C_A - x			x	x

Dans ces conditions :

- l'ion éthanoate CH_3COO^- et l'ion hydronium H_3O^+ sont formés en proportions égales.
  Donc : $[CH_3COO^-] \approx [H_3O^+]$
- l'acide éthanoïque est faiblement ionisé et on peut écrire : $[CH_3COOH] \approx C_A$

La constante d'acidité du couple CH_3COOH / CH_3COO^- est : $K_a = \frac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{[CH_3COOH]} = \frac{[H_3O^+]^2}{C_A}$

$\Rightarrow pK_a = -\log K_a = -2\log[H_3O^+] + \log C_A$ or $pH = -\log[H_3O^+]$

Donc : $pK_a = 2\,pH + \log C_A \Rightarrow pH = \frac{1}{2}(pK_a - \log C_A)$

Numériquement, avec $pK_a = 4,8$ et $C_A = 10^{-2}$ mol.L^{-1}, on trouve : $pH = \frac{1}{2}(4,8 - \log 10^{-2}) = 3,4$ pH = 3,4

3- Calcul du coefficient d'ionisation α de l'acide éthanoïque dans cette solution

- Définition du pH : $pH = -\log[H_3O^+]$

A partir du pH, on détermine immédiatement la concentration en ion hydronium H_3O^+ :

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,4} = 4,0.10^{-4}$ mol.L^{-1}

- Produit ionique de l'eau : $[H_3O^+].[OH^-] = K_e \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{4,0.10^{-4}} = 2,5.10^{-11}$ mol.L^{-1}
- Electroneutralité de la solution : $[CH_3COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$ or, $[OH^-]$ est négligeable devant $[H_3O^+]$

Donc : $[CH_3COO^-] \approx [H_3O^+] = 4{,}0.10^{-4}$ mol.L^{-1}

- Conservation de la matière (CH_3COOH) : $C_A = [CH_3COOH] + [CH_3COO^-]$

$\Rightarrow [CH_3COOH] = C_A - [CH_3COO^-] = 10^{-2} - 4.10^{-4} = 96.10^{-4}$ mol.L^{-1}

On constate que $[CH_3COOH] \approx C_A = 10^{-2}$ mol.L^{-1}

Le coefficient de dissociation de l'acide éthanoïque est donné par : $\alpha = \frac{[CH_3COO^-]}{C_A} = \frac{4{,}0.10^{-4}}{10^{-2}} = 0{,}04 = 4\%$

4% seulement des molécules d'acide éthanoïque sont ionisées par réaction avec l'eau. Donc l'acide éthanoïque est un acide faible.

EXERCICE 130 *Calcul du pH d'une base faible* 3 points 30 min

1- Equation-bilan de la réaction de l'ammoniac avec l'eau

$$NH_3 + H_2O \rightleftarrows NH_4^+ + HO^-$$

2- Montrons que le pH de cette solution peut se mettre sous la forme : $pH = 7 + \frac{1}{2}(pK_a + \log C_B)$

La constante d'acidité du couple NH_4^+ / NH_3 est donnée par : $K_a = \frac{[NH_3].[H_3O^+]}{NH_4^+]}$

- Electroneutralité de la solution : $[NH_4^+] + [H_3O^+] = [OH^-]$
- Conservation de la matière : $[NH_4^+] + [NH_3] = C_B$

On admettra que la solution d'ammoniac n'est ni trop diluée ni trop concentrée. Dans ce cas, la quantité de matière d'ions H_3O^+ présents dans la solution est négligeable devant celle des ions OH^- d'une part et puis d'autre part C_B très grande devant $[NH_4^+]$.

Donc : $[NH_4^+] \approx [OH^-]$ et $[NH_3] = C_B$

Ainsi : $K_a = \frac{[NH_3].[H_3O^+]}{NH_4^+]} = \frac{C_B.[H_3O^+]}{[OH^-]}$ or $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}$

Donc : $K_a = 10^{14} \times C_B.[H_3O^+]^2 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-7} \times \sqrt{\frac{K_a}{C_B}}$

$pH = -\log[H_3O^+] = 7 + \frac{1}{2}(-\log K_a + \log C_B)$

$pH = 7 + \frac{1}{2}(pK_a + \log C_B)$

Numériquement, avec $C_B = 10^{-2}$ mol.L^{-1} et $pK_a = 9{,}2$, on obtient : pH = 10,6

3- Calcul du coefficient d'ionisation β de l'ammoniac dans la solution étudiée

Le degré d'ionisation d'une base faible dans l'eau est le rapport β de la quantité de molécules de base ionisées à la quantité totale de molécules base mises en solution. C'est le pourcentage de molécules de bases ionisées.

Il est défini par : $\beta = \frac{n(NH_3)_{ionisées}}{n(NH_3)_{initiales}} \times 100 = \frac{[NH_4^+]}{C_B} \times 100$ avec $[NH_4^+] \approx [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{10^{-10,6}} = 4{,}0.10^{-4}$ mol.L^{-1}

Donc : $\beta = \frac{4{,}0.10^{-4}}{10^{-2}} \times 100 = 4\%$

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

Seules 4 molécules d'ammoniac NH_3 sur 100 sont ionisées par réaction avec l'eau. Donc l'ammoniac NH_3 est une base faible.

EXERCICE 131 *Détermination expérimentale du pK_a d'un couple acido-basique* 3 points 30 min

1- Equation-bilan de la réaction de l'eau sur le chlorure d'éthylammonium

$$(C_2H_5 - NH_3^+ + C\ell^-) + H_2O \rightleftarrows (C_2H_5 - NH_3^+ + C\ell^-) + H_3O^+$$

2.1- Tracé de la courbe $pH = f\left(\log\frac{[B]}{[BH^+]}\right)$ et son équation

- Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution

Les ions présents dans la solution sont : l'ion éthylammonium $C_2H_5 - NH_3^+$, l'ion chlorure $C\ell^-$, l'ion hydronium H_3O^+, l'ion hydroxyde HO^-, la molécule d'éthylamine $C_2H_5 - NH_2$ et l'eau (le solvant).

- La neutralité électrique de la solution s'écrit : $[BH^+] + [H_3O^+] = [C\ell^-] + [OH^-]$

Les ions HO^- sont ultraminoritaires et la concentration en ions étant très faible devant la concentration des ions est négligeable devant $C\ell^-$, la relation précédente s'écrit :

$[BH^+] = [C\ell^-]$ avec $[C\ell^-] = \frac{C_AV_A}{V_A + V_B}$

Donc : $[BH^+] = [C_2H_5 - NH_3^+] = \frac{C_AV_A}{V_A + V_B}$

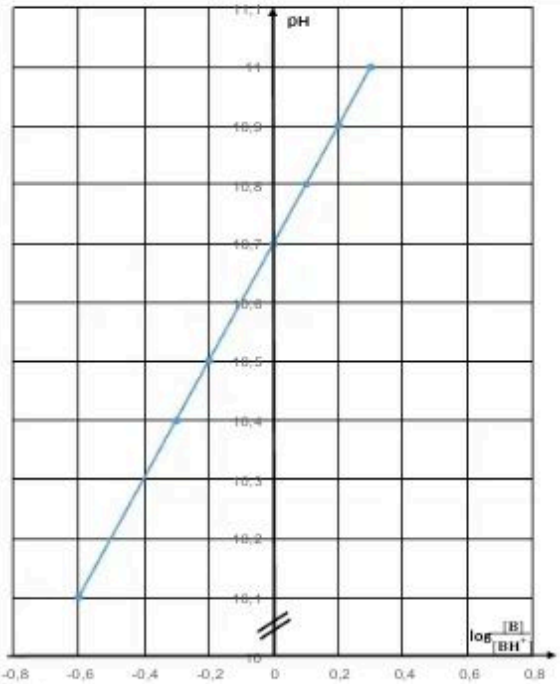
et $[B] = [C_2H_5 - NH_2] = \frac{C_BV_B}{V_A + V_B}$

Ainsi : $\frac{[B]}{[BH^+]} = \frac{C_BV_B}{C_AV_A}$ avec $C_A = 4.10^{-2}$ mol.L^{-1}, $C_B = 10^{-1}$ mol.L^{-1} et $V_A = 50$ mL

$\frac{[B]}{[BH^+]} = \frac{V_A}{20}$ (V_A en mL)

Complétons le tableau :

V_B (mL)	5	10	15	20	25	30	35
pH	10,1	10,4	10,5	10,7	10,8	10,9	11,0
$\frac{[B]}{[BH^+]}$	0,25	0,50	0,75	1,00	1,25	1,50	1,75
$\log\frac{[B]}{[BH^+]}$	-0,60	-0,30	-0,12	0	0,10	0,18	0,24



2.2- Valeur du pK_a du couple BH^+/B

La droite obtenue ne passe pas par l'origine des coordonnées. Le pH est une fonction affine de $\log\frac{[B]}{[BH^+]}$

Son équation est de la forme : $pH = a + b.\log\frac{[B]}{[BH^+]}$

La valeur du pH lue sur le graphe pour $\log\frac{[B]}{[BH^+]} = 0$ est 10,7 ; donc : a = 10,7. Ce qui correspond à la valeur du pK_a du couple BH^+/B : : $pK_a = 10,7$

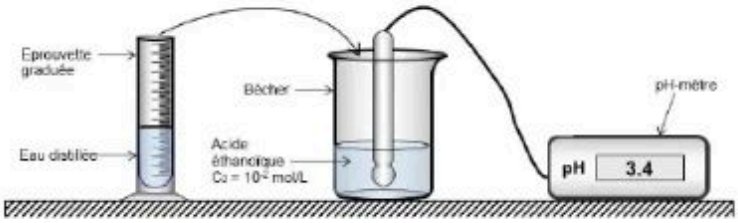
La pente b s'obtient pour deux couples de points par exemple A(-0,60 ; 10,1) et B(0,24 ; 11)

On obtient $b = \frac{11 - 10,1}{0,24 - (-0,60)} \approx 1$

Donc : $pH = 10,7 + \log\frac{[B]}{[BH^+]}$

EXERCICE 132 — 4 points — 40 min

1- Proposition d'un montage permettant de réaliser l'expérience



2- Equation-bilan de la réaction

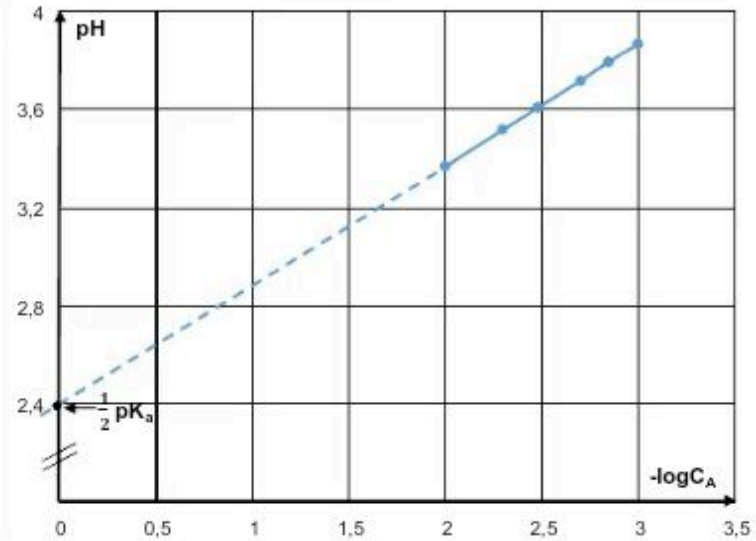
$$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$$

3- Relation entre C, C_0, V_0 et V

Equation de la dilution : $C_0.V_0 = C(V_0 + V) \Rightarrow C = \frac{C_0.V_0}{V_0 + V}$

4- Complétons le tableau et traçons la courbe pH = f (-logC$_A$)

V (mL)	0	10	20	40	60	90
pH	3,37	3,52	3,61	3,72	3,80	3,87
C_A	10.10^{-3}	$5,00.10^{-3}$	$3,33.10^{-3}$	2.10^{-3}	$1,43.10^{-3}$	$1,00.10^{-3}$
$pC_A = -\log C_A$	2,00	2,30	2,48	2,70	2,85	3,00



Echelle : 1 cm pour 0,5 (-logC$_A$) et 1 cm pour 0,4 unité pH

4.1- Equation de la courbe obtenue

La droite obtenue ne passe pas par l'origine des coordonnées. Le pH est une fonction affine de -logC$_A$
Son équation est de la forme : pH = a + b.logC$_A$

- avec a = 2,4
- La pente b s'obtient pour deux couples de points par exemple A(2; 2,37) et B(3 ; 3,87)

On obtient $b = \frac{3,87 - 2,37}{3 - 2} = 0,5$

Donc : pH = 2,4 + 0,5.logC$_A$

4.2- Mettons l'équation sous la forme : $pH = \frac{1}{2}(pK_a + pC_A)$.

La valeur du pH lue sur le graphe pour $pC_A = -\log C_A = 0$ est 2,4 ; donc : $\frac{1}{2}pK_a = 2,4$. Ce qui donne $pK_a = 4,8$

La valeur du pK_a du couple CH_3COOH/CH_3COO^- est : $pK_a = 4,8$

Soit : $pH = \frac{1}{2}(4,8 + pC_A)$.

La constante d'acidité K_a de l'acide éthanoïque est donnée par : $K_a = 10^{-pKa} = 10^{-4,8} = 1,58.10^{-5}$ $K_a = 1,58.10^{-5}$

EXERCICE 133 *Etude du couple acide benzoïque/ion benzoate* 4 points 40 min

1.1- Montrons que la mesure du pH permet d'affirmer que l'acide benzoïque est un acide faible dans l'eau

Un acide fort de concentration $C_A = 1,0.10^{-2}$ mol.L^{-1} a un pH = -logC$_A$ = 2.
Ce qui n'est le cas pour l'acide benzoïque dont le pH = 3,1.

Donc l'acide benzoïque est un acide faible dans l'eau.

1.2- Equation-bilan de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau

$$C_6H_5COOH + H_2O \rightleftarrows C_6H_5COO^- + H_3O^+$$

- Expression de la constante d'acidité K_a du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$

$$K_a = \frac{[C_6H_5COO^-].[H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$$

2.1- Montrons que la mesure du pH permet d'affirmer que l'ion benzoate est une base faible dans l'eau
Une base forte de concentration $C_B = 1{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1} a un pH = 14 + logC_B = 14 -2 =12.
Ce qui n'est le cas pour l'ion benzoate dont le pH = 8,1.
Donc l'ion benzoate est une base faible dans l'eau.

2.2- Equation-bilan de la réaction de l'ion benzoate avec l'eau

$$C_6H_5COO^- + H_2O \rightleftarrows C_6H_5COOH + HO^-$$

- Expression de la constante de la réaction et sa valeur

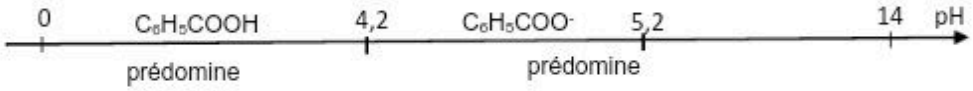
$$K_r = \frac{[C_6H_5COOH].[HO^-]}{[C_6H_5COO^-]}$$

avec $[C_6H_5COOH] \approx [HO^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-8,1}} = 1{,}2.10^{-6}$ mol.L^{-1} et $[C_6H_5COO^-] \approx C_B = 1{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1}.

$$K_r = \frac{[HO^-]^2}{C_B} = \frac{(1{,}2.10^{-6})^2}{1{,}0.10^{-2}} = 1{,}58.10^{-10}$$

($K_r < 1$: l'ion $C_6H_5COO^-$ est une base faible dans l'eau)

3.1- Indiquons en utilisant une échelle de pH l'espèce du couple qui prédomine dans la solution obtenue

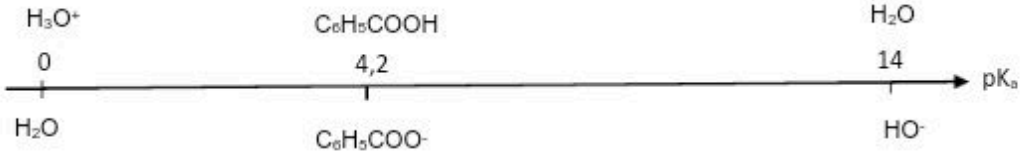


C'est l'espèce basique $C_6H_5COO^-$ qui prédomine dans la solution de pH = 5,2.

3.2- Notons sur une échelle des pK_a les différents couples acide/base

Les couples acide-base qui interviennent :

- dans la solution S_1 d'acide benzoïque sont : $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$ et H_3O^+/H_2O
- dans la solution de soude sont : H_2O/HO^-



3.3- Equation-bilan de la réaction acide-base qui se produit

$$C_6H_5COOH + HO^- \rightleftarrows C_6H_5COO^- + H_2O$$

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

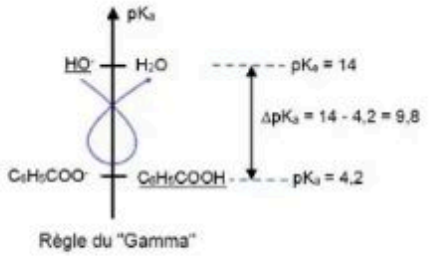
- Calcul de la constante K_r de la réaction

$$K_r = \frac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH].[HO^-]}$$

$\Delta pK_a = \log K_r = 14 - 4,2 = 9,8 > 4$

$\Rightarrow K_r = 10^{9,8} = 6,31.10^9$

La réaction peut être considérée comme totale car la différence de pK_a des deux couples acide-base est supérieure à 4.



Règle du "Gamma"

4- Déduisons, sans calcul, que $[C_6H_5COOH] = [C_6H_5COO^-]$

- Valeur du pH de la solution S

La concentration l'acide benzoïque, dans la solution S, est égale à celle de sa base conjuguée puisque les solutions d'acide et de sa base conjuguée ont la même concentration et le même volume.

Dans cette solution : $[C_6H_5COOH] = [C_6H_5COO^-]$. La solution obtenue est une solution tampon.

Donc $pH = pK_a = 4,2$

EXERCICE 134 Corrigé Bac S2 2008 4 points 40 min

1- Formule semi-développée et la classe de la diéthylamine

$C_2H_5-NH-C_2H_5$ ou encore Et–NH–Et
La diéthylamine est une amine secondaire puisque l'atome d'azote porte deux groupes alkyle.
Dans la suite on adopte la notation simplifiée $(Et)_2NH$ comme le précise l'énoncé.

2- Equation bilan de la réaction de la diéthylamine avec l'eau

$$(Et)_2NH + H_2O \rightleftarrows (Et)_2NH_2^+ + HO^-$$

Couples acide-base mis en jeu : H_2O/HO^- et $(Et)_2NH_2^+/(Et)_2NH$

3- Nature de la solution obtenue

La solution obtenue est basique du fait de la prépondérance des ions hydroxyde HO^- devant les ions hydronium H_3O^+. Une expérience simple permettant de vérifier que la solution obtenue est basique consisterait à ajouter quelques gouttes d'indicateur coloré approprié tel que le bleu de bromothymol. On obtiendrait alors une coloration bleue, teinte basique du BBT.

4.1- Inventaire des espèces chimiques en solution

Les espèces chimiques présentes dans la solution sont : la diéthylamine : $(Et)_2NH$; son acide conjugué (ion diéthylammonium) : $(Et)_2NH_2^+$; les ions hydroxyde : HO^- ; les ions hydronium : H_3O^+ et l'eau (le solvant) : H_2O (ultramajoritaire)

4.2- Expression du produit ionique de l'eau K_e et sa valeur à 25°C

$K_e = [H_3O^+][HO^-]$ = constante à une température donnée. A 25°C on a $K_e = 10^{-14}$

4.3- Expression du pH de la solution

$$pH = pK_a + \log\frac{[(Et)_2NH]}{[(Et)_2NH_2^+]}$$

4.4- Montrons que le pH de la solution de diéthylamine peut se mettre sous la forme : $pH = \frac{1}{2}(pK_e + pK_a - pC_1)$

D'après l'équation : $(Et)_2NH + H_2O \rightleftarrows (Et)_2NH_2^+ + HO^-$

L'équation d'électroneutralité permet d'écrire : $[(Et)_2NH_2^+] + [H_3O^+] = [HO^-]$

Le milieu étant basique, on peut négliger $[H_3O^+]$ devant $[HO^-]$ et écrire : $[(Et)_2NH_2^+] \approx [HO^-]$

L'équation de conservation de la matière permet d'écrire : $C_1 = [(Et)_2NH] + [(Et)_2NH_2^+]$

Soit : $C_1 = [(Et)_2NH] + [HO^-]$

La base étant peu dissocié, $[(Et)_2NH] \approx C_1$

En remplaçant dans la relation $pH = pK_a + \log\frac{[(Et)_2NH]}{[(Et)_2NH_2^+]}$, on obtient : $pH = pK_a + \log\frac{C_1}{[HO^-]}$

Ou encore : $pH = pK_a + \log C_1 - \log[HO^-]$

Or, d'après le produit ionique de l'eau $K_e = [H_3O^+][HO^-]$ on a : $[HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]}$

Donc : $pH = pK_a + \log C_1 - \log\frac{K_e}{[H_3O^+]}$

Soit : $pH = pK_a + \log C_1 - \log K_e + \log[H_3O^+]$

$\Leftrightarrow pH = pk_a + \log C_1 + pK_e - pH$ puisque $pH = -\log[H_3O^+]$, $pK_e = -\log K_e$ et $pC_1 = -\log C_1$

$\Leftrightarrow 2pH = pK_a - pC_1 + pK_e$

Finalement : $pH = \frac{1}{2}(pK_e + pK_a - pC_1)$

Pour $C_1 = 10^{-1}$ mol.L^{-1}, le calcul donne pH = 11,7

EXERCICE 135 *Mélange de deux acides faibles* 4 points 40 min

1- Précisons lequel des deux acides est le plus fort

CH_3COOH/CH_3COO^- : $pK_1 = 4,8$ et $HCOOH/HCOO^-$: $pK_2 = 3,8$

$pK_2 < pK_1$: l'acide méthanoïque est plus fort que l'acide éthanoïque.

2- Montrons que, quels que soient les mélanges considérés, on a : $\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]} = k\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$

$CH_3COOH + H_2O \rightleftarrows CH_3COO^- + H_3O^+$ sa constante d'acidité est : $K_1 = \frac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{[CH_3COOH]}$

$HCOOH + H_2O \rightleftarrows HCOO^- + H_3O^+$ sa constante d'acidité est : $K_2 = \frac{[HCOO^-].[H_3O^+]}{[HCOOH]}$

Dans le mélange, la concentration en ion hydronium étant la même, on a :

$[H_3O^+] = K_1\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]} = K_2\frac{[HCOOH]}{[HCOO^-]} \Rightarrow \frac{[HCOOH]}{[HCOO^-]} = \frac{K_1}{K_2}\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]}$

ACIDES ET BASES FAIBLES – COUPLES ACIDES-BASES
CONSTANTE D'ACIDITE ET CLASSIFICATION DES COUPLES ACIDES-BASES

Le rapport $k = \frac{K_1}{K_2} = \frac{10^{-3,8}}{10^{-4,8}} = 10$

Donc : $\frac{[HCOOH]}{[HCOO^-]} = 10x \frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]}$

Le rapport des concentrations $\frac{[HCOOH]}{[HCOO^-]}$ est 10 fois plus grand que $\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]}$

L'acide méthanoïque (de $pK_a = 3,8$) est un acide plus fort que l'acide éthanoïque (de $pK_a = 4,8$). Donc la valeur de la constante $k = \frac{K_1}{K_2} = 10$ est en accord avec la réponse à la question précédente.

3.1- Calcul de la concentration molaire volumique de chacune des espèces présentes dans la solution

- Calcul de la concentration des ions H_3O^+

$[H_3O^+] = K_1\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]} \Rightarrow [H_3O^+].[CH_3COO^-] = K_1.[CH_3COOH]$ (1)

de même : $[H_3O^+].[HCOO^-] = K_2.[HCOOH]$ (2)

$K_1.[CH_3COOH] + K_2.[HCOOH] = [H_3O^+]([CH_3COO^-] + [HCOO^-])$ avec $[CH_3COOH] = \overline{C}_1 = 0,10$ mol.L^{-1} et

$[HCOOH] = \overline{C}_2 = 0,30$ mol.L^{-1}

$[H_3O^+]([CH_3COO^-] + [HCOO^-]) = K_1.\overline{C}_1 + K_2.\overline{C}_2$

Or, d'après l'équation d'électroneutralité de la solution, on a : $[CH_3COO^-] + [HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

Soit : $[CH_3COO^-] + [HCOO^-] = [H_3O^+]$ puisque les ions hydroxyde sont en quantité négligeable.

Donc : $[H_3O^+]^2 = K_1.\overline{C}_1 + K_2.\overline{C}_2$

Soit : $[H_3O^+] = \sqrt{K_1\overline{C}_1 + K_2\overline{C}_2}$

$[H_3O^+] = 4,5.10^{-3}$ mol.L^{-1}

- Produit ionique de l'eau : $[H_3O^+].[OH^-] = K_e \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-14}}{4,5.10^{-3}} = 2,2.10^{-12}$ mol.L^{-1}

- Equation de conservation de la matière pour HCOOH : $[HCOOH] + [HCOO^-] = \overline{C}_2$ avec $\overline{C}_1 = 0,10$ mol.L^{-1}

$[HCOO^-]\left(1 + \frac{[HCOOH]}{[HCOO^-]}\right) = \overline{C}_2$ or $\frac{[HCOOH]}{[HCOO^-]} = \frac{[H_3O^+]}{K_2}$

Donc : $[HCOO^-]\left(1 + \frac{[H_3O^+]}{K_2}\right) = \overline{C}_2 \Rightarrow [HCOO^-] = \frac{K_2.\overline{C}_2}{K_2 + [H_3O^+]}$

$[HCOO^-] = \frac{10^{-3,8} \times 0,1}{10^{-3,8} + 4,5.10^{-3}} = 3,4.10^{-3}$ mol.L^{-1}

$[HCOOH] + [HCOO^-] = \overline{C}_2 \Rightarrow [HCOOH] = \overline{C}_2 - [HCOO^-]$

$[HCOOH] = 0,10 - 3,43.10^{-3} = 9,7.10^{-2}$ mol.L^{-1}

De même : $[CH_3COO^-] = \frac{K_1.\overline{C}_1}{K_1 + [H_3O^+]}$ et $[CH_3COOH] = \overline{C}_1 - [CH_3COO^-]$

$[CH_3COO^-] = \frac{10^{-4,8} \times 0,3}{10^{-4,8} + 4,47.10^{-3}} = 1,1.10^{-3}$ mol.L^{-1}

et $[CH_3COOH] = 0,30 - 1,06.10^{-3} = 2,99.10^{-1}$ mol.L^{-1} ≈ 0,30 mol.L^{-1}

3.2- En utilisant les résultats précédents, montrons que la solution est électriquement neutre

D'après l'équation d'électroneutralité de la solution, on a : $[CH_3COO^-] + [HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

$[CH_3COO^-] + [HCOO^-] + [OH^-] = 1,1.10^{-3} + 3,4.10^{-3} + 2,24.10^{-12} = 4,5.10^{-3}$ mol.L^{-1}

Comme $[H_3O^+] = 4,5.10^{-3}$ mol.L^{-1} alors l'équation d'électroneutralité de la solution est vérifiée.

La solution est donc électriquement neutre.

EXERCICE 136 *pH d'un mélange de deux acides faibles* Sujet Bac S1 1997 4 points 40 min

1- Démontrons que : $[H_3O^+] = \sqrt{K_1\overline{C}_1 + K_2\overline{C}_2}$

	CH_3COOH	$+ H_2O$	$\rightleftarrows$	CH_3COO^-	$+ H_3O^+$
Etat initial	$\overline{C}_1$	$\overline{C}_1$			
Etat final	$\overline{C}_1 - x_1$	$\overline{C}_1 - x_1$		x_1	$x_1 + x_2$

	$C_6H_5COOH +$	H_2O	$\rightleftarrows$	$C_6H_5COO^-$	$+ H_3O^+$
Etat initial	$\overline{C}_2$				
Etat final	$\overline{C}_2 - x_2$			x_2	$x_1 + x_2$

La constante d'acidité du couple CH_3COOH/CH_3COO^- est $K_1 = \frac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{[CH_3COOH]}$

La constante d'acidité du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$ est $K_2 = \frac{[C_6H_5COO^-].[H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$

Comme les acides sont faiblement dissociés, on fera les approximations suivantes :

$[CH_3COOH] \approx \overline{C}_1$ et $[C_6H_5COO^-] \approx \overline{C}_2$

On obtient : $K_1 = \frac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{[CH_3COOH]} = \frac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{\overline{C}_1} \Rightarrow K_1.\overline{C}_1 = [CH_3COO^-].[H_3O^+]$

De même $K_2.\overline{C_2} = [C_6H_5COO^-].[H_3O^+]$

$K_1.\overline{C_1} + K_2.\overline{C_2} = [CH_3COO^-].[H_3O^+] + [C_6H_5COO^-].[H_3O^+]$

$K_1.\overline{C_1} + K_2.\overline{C_2} = [H_3O^+]([CH_3COO^-] + [C_6H_5COO^-])$

D'après l'équation d'électroneutralité de la solution, on a : $[CH_3COO^-] + [C_6H_5COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

Par ailleurs, d'après l'énoncé, on négligera la dissociation de l'eau ; ce qui permet de négliger la $[OH^-]$ devant les autres concentrations dans l'expression de l'électroneutralité.

Donc : $[CH_3COO^-] + [C_6H_5COO^-] \approx [H_3O^+]$

L'expression : $K_1.\overline{C_1} + K_2.\overline{C_2} = [H_3O^+]([CH_3COO^-] + [C_6H_5COO^-])$

devient : $[H_3O^+]^2 = K_1.\overline{C_1} + K_2.\overline{C_2}$ Soit : $[H_3O^+] = \sqrt{K_1.\overline{C_1} + K_2.\overline{C_2}}$ Ce qu'il fallait démontrer.

2- pH du mélange

$pH = -\log[H_3O^+]$

$pH = -\frac{1}{2}\log(K_1.\overline{C_1} + K_2.\overline{C_2})$ avec $\overline{C_1} = 10^{-1}$ mol.L^{-1} et $\overline{C_2} = 2\,\overline{C_1}$

$pH = -\frac{1}{2}(10^{-4,6}x10^{-1} + 2X10^{-4,2}X10^{-1}) = 2,4$ $\underline{pH = 2,4}$

Le fait d'avoir négligé $[OH^-]$ devant les autres concentrations se justifie à posteriori parce que le mélange obtenu est très acide. Les ions hydroxyde OH^- présentes dans le mélange proviennent de l'autoprotolyse de l'eau ; la concentration des ions OH^- est donc négligeable devant les autres concentrations.

EXERCICE 137 *Etude d'une solution d'acide benzoïque* Sujet Bac S1 1988 4 points 40 min

1- Calcul du pK_a de l'acide ainsi que son pC_A

$pK_a = -\log K_a$ avec $K_a = 6,31.10^{-5}$ on obtient : $pK_a = -\log(6,31.10^{-5}) = 4,2$

$pC_A = -\log C_A$ avec $C_A = 5,0.10^{-2}$ mol.L^{-1} on obtient : $pC_A = -\log(5,0.10^{-2}) = 1,3$

2- Montrons que $[H_3O^+] = \sqrt{K_a C_A}$.

	C_6H_5COOH +	H_2O	$\rightleftarrows$	$C_6H_5COO^-$ +	H_3O^+
Etat initial	C_A			-	-
Etat final	$C_A - x$			x	x

La constante d'acidité du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$ est $K_a = \frac{[C_6H_5COO^-].[H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$

- La neutralité électrique de la solution s'écrit : $[C_6H_5COO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

En considérant que la quantité de matière d'ions OH^- présents est négligeable devant celle des ions H_3O^+, on peut écrire que :

$$[C_6H_5COO^-] = [H_3O^+]$$

- Conservation de la matière : $[C_6H_5COOH] + [C_6H_5COO^-] = C_A$

$\Rightarrow$ $[C_6H_5COOH] = C_A - [C_6H_5COO^-]$ avec $[C_6H_5COO^-] = [H_3O^+]$

$[C_6H_5COOH] = C_A - [H_3O^+]$

Comme C_A très grande devant $[H_3O^+]$, on a : $[C_6H_5COOH] \approx C_A$

$K_a = \frac{[H_3O^+]^2}{C_A} \Rightarrow [H_3O^+] = \sqrt{K_a C_A}$

- Expression du pH de la solution et sa valeur

$pH = -\log[H_3O^+]$ avec $[H_3O^+] = \sqrt{K_a C_A}$

$pH = -\frac{1}{2}\log(K_a.C_A) = \frac{1}{2}(-\log K_a - \log C_A)$

$pH = \frac{1}{2}(pK_a - \log C_A)$

Numériquement, avec $C_A = 5{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1} et $pK_a = 4{,}2$, on obtient : pH = 2,8

3- Définition du degré d'ionisation d'un acide

Le degré d'ionisation d'un acide est le rapport α de la quantité de molécules d'acide ionisées à la quantité totale de molécules d'acide mises en solution. C'est le pourcentage de molécules d'acide ionisées.

Il est défini par : $\alpha = \frac{n(C_6H_5COOH)_{ionisées}}{n(C_6H_5COOH)_{initiales}} x100 = \frac{[C_6H_5COO^-]}{C_A} x100$ avec $[C_6H_5COO^-] = [H_3O^+]$

Donc : $\alpha = \frac{[H_3O^+]}{C_A} x100$

- Calcul du degré d'ionisation de la solution benzoïque

$\alpha = \frac{[H_3O^+]}{C_A} x100 = \frac{10^{-pH}}{C_A} x100 = \frac{10^{-2,8}}{5.10^{-2}} x100$

Numériquement, avec $C_A = 5{,}0.10^{-2}$ mol.L^{-1} et pH = 2,8, on obtient : $\alpha = 3{,}6\%$

Seules 36 molécules d'acide benzoïque sur 1000 sont ionisées par réaction avec l'eau. Donc l'acide benzoïque est un acide faible.

4.1- En posant $x = [H_3O^+]$, établissons l'équation : $x^2 + K_a x - K_a C_A = 0$

La constante d'acidité du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$ est $K_a = \frac{[C_6H_5COO^-].[H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$

Avec $[C_6H_5COO^-] = [H_3O^+] = x$ et $[C_6H_5COOH] = C_A - x$

$K_a = \frac{x^2}{C_A - x} \Rightarrow x^2 + K_a x - K_a.C_A = 0$

4.2- Montrer que $[H_3O^+] = C_A$ et en déduisons-en une expression simple du pH

$x^2 + K_a x - K_a.C_A = 0$

$x = \frac{-K_a + \sqrt{\Delta}}{2}$ avec $\Delta = \sqrt{K_a^2 + 4K_a.C_A}$

$x = \frac{-K_a + \sqrt{K_a^2 + 4K_a.C_A}}{2}$ or $\frac{C_A}{K_a} << 1$,

alors : $x = [H_3O^+] = \frac{-K_a + K_a\sqrt{1 + 4\frac{C_A}{K_a}}}{2} \approx \frac{K_a}{2}\left(-1 + 1 + 2\frac{C_A}{K_A}\right) = \frac{K_a}{2} x 2\frac{C_A}{K_a} = C_A$

$x = [H_3O^+] = C_A$

$pH = -\log[H_3O^+] = -\log C_A$ en posant $pC_A = -\log C_A$

On obtient $pH = pC_A$: C'est l'expression du pH d'un acide fort.

4.3- Dans le cas où $\frac{C_A}{K_A} >> 1$, montrons que : $pH = \frac{1}{2}(pK_A + pC_A)$

$x^2 + K_a x - K_a.C_A = 0$

$x = \frac{-K_a + \sqrt{\Delta}}{2}$ avec $\Delta = \sqrt{K_a^2 + 4K_a.C_A}$

$x = \frac{-K_a + \sqrt{K_a^2 + 4K_a.C_A}}{2}$ or $\frac{C_A}{K_a} >> 1$

alors : $x = [H_3O^+] = \frac{-K_a + K_a\sqrt{1 + 4\frac{C_A}{K_a}}}{2} \approx \frac{K_a}{2}\left(-1 + 2\sqrt{\frac{C_A}{K_a}}\right) = \frac{K_a}{2} x 2\sqrt{\frac{C_A}{K_a}} = \sqrt{K_a.C_A}$

$x = [H_3O^+] = \sqrt{K_a.C_A}$

$pH = -\log[H_3O^+] = \frac{1}{2}(pK_a - \log C_A)$ en posant $pC_A = -\log C_A$

On obtient $pH = \frac{1}{2}(pK_a + pC_A)$: C'est l'expression du pH d'un acide faible.

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

EXERCICE 138 Sujet Bac S2 1999 4 points 40 min

1- Concentrations des espèces chimiques présentes dans la solution

- Inventaire des espèces chimiques : H_3O^+, OH^-, HCOOH, $HCOO^-$, H_2O (solvant)

- Exploitation de la mesure du pH : $[H_3O^+] = 10^{-pH}$

pH = 2,4 $\Rightarrow$ $[H_3O^+] = 10^{-2,4} = 4,0.10^{-3}$ mol.L^{-1}

- Produit ionique de l'eau : $[H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{[H_3O^+]}$

$\Leftrightarrow$ $[OH^-] = 2,5.10^{-12}$ mol.L^{-1}

Electroneutralité de la solution : $[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

$\Leftrightarrow [HCOO^-] = [H_3O^+] - [OH^-]$

$\Leftrightarrow [HCOO^-] \approx [H_3O^+]$ car $[OH^-]$ négligeable devant $[H_3O^+]$.

$[HCOO^-] \approx 4,0.10^{-3}$ mol.L^{-1}

- conservation de la matière : $[HCOOH] + [HCOO^-] = C_a$

$\Leftrightarrow$ HCOOH] $= C_a - [HCOO^-]$

$\Leftrightarrow [HCOOH] = 9,6.10^{-2}$ mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = 4,0.10^{-3}$ mol.L^{-1}; $[OH^-] = 2,5.10^{-12}$ mol.L^{-1}
$[HCOO^-] \approx 4,0.10^{-3}$ mol.L^{-1}; $[HCOOH] = 9,6.10^{-2}$ mol.L^{-1}

2- Nature de l'acide

L'acide méthanoïque HCOOH est un acide faible parce qu'il est partiellement dissocié dans l'eau ([HCOOH] $\neq$ 0 après dissociation) d'où l'équation :

$$\underset{\text{acide méthanoïque}}{HCOOH} + \underset{\text{eau}}{H_2O} \rightarrow \underset{\text{ion méthanoate}}{HCOO^-} + \underset{\text{ion hydronium}}{H_3O^+}$$

3- Définition d'un acide selon Bronstëd

Selon Bronstëd, un acide est une espèce chimique susceptible de céder un ou plusieurs protons H^+.

4 - Equation-bilan de la réaction

$$\underset{\text{acide méthanoïque}}{HCOOH} + \underset{\text{ion hydronium}}{OH^-} \rightarrow \underset{\text{ion méthanoate}}{HCOO^-} + \underset{\text{eau}}{H_2O}$$

-Valeur de V_E

A l'équivalence : $C_a.V_a = C_b.V_E \Rightarrow \boxed{V_E = \dfrac{C_a.V_a}{C_b}}$ A.N. : V_E = 8 mL

A l'équivalence, on obtient une solution de méthanoate de sodium qui est une base faible (pH >7).

5 - Montrons qu'à la demi-équivalence pH =pK_a

La mesure du pH entraîne $[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-3,8} = 1,56.10^{-4}$ mol.L^{-1}

le produit ionique de l'eau donne $[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = 6,31.10^{-11}$ mol.L^{-1}

L'électroneutralité de la solution impose : $[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+] + [Na^+]$ avec $[Na^+] = \dfrac{C_b V_{E/2}}{V_a + V_{E/2}}$

$[HCOO^-] = [H_3O^+] + [Na^+] - [OH^-]$

$[HCOO^-] = 1{,}58.10^{-4} - \frac{0{,}25x4}{24} - 6{,}21.10^{-11}$

$[HCOO^-] = 4{,}20.10^{-2}$ mol.L^{-1}

La conservation de la matière permet d'écrire : $[HCOOH] + [HCOO^-] = \frac{C_a V_a}{V_a+V_{E/2}}$

$[HCOOH] = \frac{C_a V_a}{V_a + V_{E/2}} - [HCOO^-] = 4{,}20.10^{-2}$ mol.L^{-1}

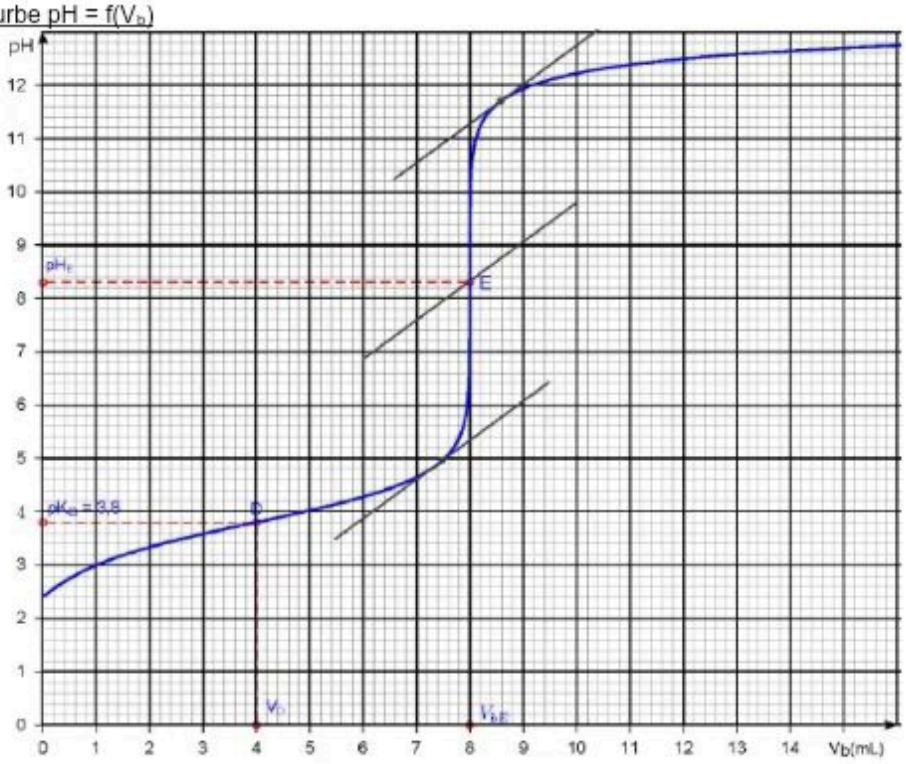
Or, $pH = pK_a + \log\frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$ donc $pH = pK_a$ puisque $[HCOOH] = [HCOO^-]$

6 - Limite du pH de la solution

Quand le volume V_b de soude versé devient très grand, largement supérieur à V_E, on obtient pratiquement une solution de soude de concentration C'_b avec $C'_b = \frac{C_b.V_b}{V_a+V_b}$ et $\left(\lim_{V_b \to +\infty} C'_b = C_b\right)$

le pH de la solution tend vers $pH = 14 + \log C_b = 13{,}4$.

7 - Allure de courbe $pH = f(V_b)$



EXERCICE 139 Sujet Bac S2 2000 4 points 40 min

1- Formules semi-développées, noms et classes des amines de formule brute C_2H_7N

CH_3— CH_2— NH_2 éthylamine, amine primaire ou amine non substituée.

CH_3— NH — CH_3 ; diméthylamine ou N-méthylméthanamine, amine secondaire ou amine N-substituée

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

2.1- Force de la base B

Raisonnons par l'absurde. Si B était une base forte, on aurait $pH = 14 + \log C_b$

Soit $pH = 14 + \log 6{,}93.\ 10^{-2} = 12{,}8$
Or on a $pH = 11{,}8$ donc $pH \neq 14 + \log C_b$

Le pH de la base B ne vérifie pas la relation $pH = 14 + \log C_b$. Donc B n'est pas une base forte. Autrement dit B est une base faible.

2.2- Valeur théorique du pK_{ath}

$$B + H_2O \rightleftarrows BH^+ + OH^-$$

- Inventaire des espèces chimiques présentes dans la solution

B, BH^+, OH^-, H_3O^+ et H_2O (le solvant)

- Exploitation du pH et du produit ionique de l'eau

$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-11,8} = 1{,}58.10^{-12}$ mol.L^{-1}

$[OH^-] = \dfrac{10^{-14}}{[H_3O^+]} = 6{,}31.10^{-3}$ mol.L^{-1}

- Equation d'électroneutralité de la solution

$[BH^+] + [H_3O^+] = [OH^-]$ ($[H_3O^+]$ est négligeable devant $[OH^-]$)

donc $[BH^+] \approx [OH^-] = 6{,}31.10^{-3}$ mol.L^{-1}

- Conservation de la matière

$C_b = [B]_{rest} + [B]_{ionisé} = [B]_{rest} + [BH^+]$

$\Rightarrow [B]_{rest} = C_b - [BH^+]$ soit $[B]_{rest} = 6{,}30.10^{-2}$ mol.L^{-1}

on en tire le pK_{ath} :

$$pH = pK_{ath} + \log \frac{[B]}{[BH^+]}$$

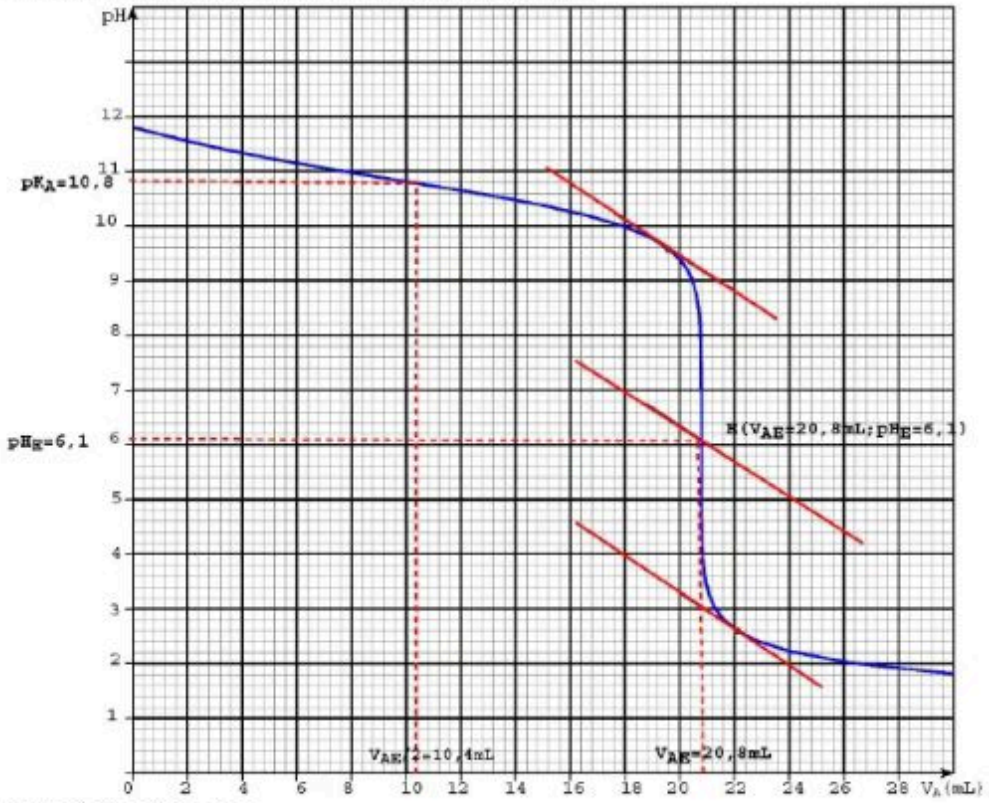
$$pK_{ath} = pH - \log \frac{[B]}{[BH^+]}$$

AN : $pK_{ath} = 11{,}8 - \log \dfrac{6{,}30.10^{-2}}{6{,}3.10^{-3}} = 10{,}8$

$$\underline{pK_{ath} = 10{,}8}$$

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

2.3.a- Détermination graphique du point d'équivalence (voir graphe)



On utilise la méthode des tangentes.

On trouve E (V_{aE}, = 20,6 mL; pH_E = 6).

2.3.b- La courbe présente un point d'inflexion avant l'équivalence. La base est donc faible.

2.3.c- Détermination graphique du pK_a

V_{aE} = 20,6mL ; $V_{aE/2}$ = 10,3 mL à partir de la courbe $pH_{E/2}$ = 10,8 = pK_{agraph}.

On remarque que $pK_{ath} = pK_{agraph} = 10,8$.

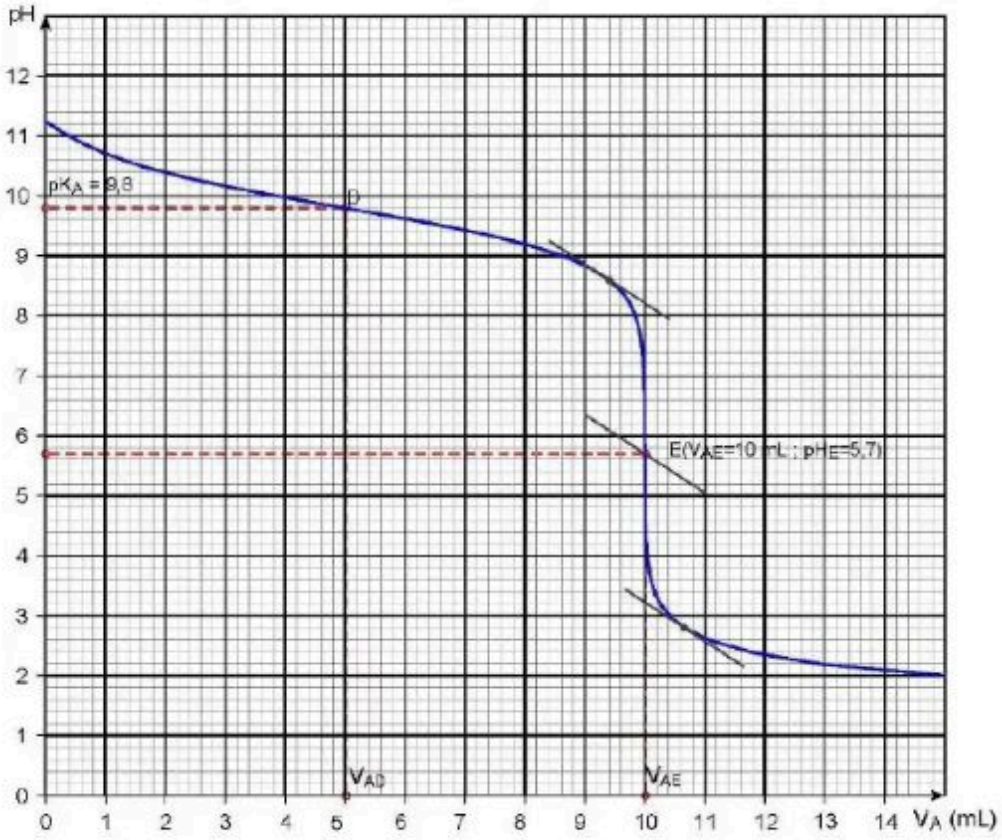
2.4 – Choix de l'indicateur coloré

L'indicateur coloré le plus approprié est celui dont la zone de virage contient le pH à l'équivalence : dans ce dosage, c'est le bleu de bromothymol (B.B.T).

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

EXERCICE 140 Réaction acide-base Sujet Bac S2 2001 4 points 40 min

1 - Allure de la courbe $pH = f(V_A)$



2.1 - Définition de l'équivalence acido-basique

$n(H_3O^+) = n(B)$ avec $n(H_3O^+) = 2C_AV_E$

Puisque 1 mol d'acide sulfurique libère 2 mol d'ions H_3O^+ : $H_2SO_4 + 2H_2O \rightarrow 2\ H_3O^+ + SO_4^{2-}$

On a : $2C_AV_E = C_BV_B$

- Détermination de la concentration molaire volumique C_B de la solution (B)

$2C_AV_E = C_BV_B \Rightarrow C_B = \frac{2C_AV_E}{V_B}$

A.N. : $C_B = \frac{2x5.10^{-2}x10}{20}$ $C_B = 5.10^{-2}$ mol.L^{-1}

2.2 - Détermination de la formule brute de l'amine B

Soit $C_nH_{2n+3}N$ la formule brute de l'amine B.

La concentration C_B est telle que $C_B = \frac{n(B)}{V_{sol}}$ avec $n(B) = \frac{m}{M}$, $V_{sol} = 2$ L et $M = 14n+17$

$C_B = \frac{m}{MV_{sol}} \Rightarrow M = \frac{m}{C_BV_{sol}} = \frac{5,9}{5.10^{-2}x2} = 59$ g.mol^{-1}

$14n+17 = 59 \Rightarrow n = 3$

D'où la formule brute : C_3H_9N

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

3.1 – Explication de la valeur du pH à l'équivalence (pH_E)

Equation de la réaction du dosage : $B + H_3O^+ \rightarrow BH^+ + H_2O$

A la demi-équivalence, $V_A = \frac{V_E}{2} = V_D = 5$ mL. A cette valeur correspond le pK_a du couple acide-base BH^+/B.

Donc $pK_a = 9,8$.

A l'équivalence, on obtient une solution d'acide faible BH^+, acide conjugué de l'amine B.
Le pH à l'équivalence est donc inférieur à 7. Ce qui est justifié puisque $pH_E = 5,7$.

3.2 – Formule semi-développée et nom de l'amine B

A la valeur $pK_A = 9,8$, correspond l'amine de formule $(CH_3)_3N$ d'après le tableau proposé.

L'amine B de formule semi-développée $H_3C-N(CH_3)-CH_3$ est la triméthylamine.

2.2 – Concentrations des différentes espèces chimiques dans la solution au point D(V_D = 5 mL)

Au point D(V_D = 5 mL) correspondant à la demi-équivalence, pH = 9,8.

$pH = 9,8 \Rightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-9,8} = 1,58.10^{-10}$ mol.L^{-1}

D'après le produit ionique de l'eau : $[H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14}$, on tire : $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}$

Soit : $[OH^-] = \frac{10^{-14}}{1,58.10^{-10}} = 6,31.10^{-5}$ mol.L^{-1}

Les ions sulfate SO_4^{2-} sont des ions aprotiques ou spectateurs dans la solution : $[SO_4^{2-}] = \frac{C_A V_D}{V_B + V_D}$

$[SO_4^{2-}] = \frac{5.10^{-2}x5}{20+5} = 10^{-2}$ mol.L^{-1}

Equation d'électroneutralité : $[BH^+] + [H_3O^+] = [OH^-] + 2[SO_4^{2-}] \Rightarrow [BH^+] = [OH^-] + 2[SO_4^{2-}] - [H_3O^+]$

$[BH^+] \approx 2[SO_4^{2-}] = 2.10^{-2}$ mol.L^{-1} puisque $[OH^-]$ et $[H_3O^+]$ sont négligeables devant $2[SO_4^{2-}]$

Conservation de la matière : $[B] + [BH^+] = \overline{C}_B$ avec $\overline{C}_B = \frac{C_B V_B}{V_B + V_D}$

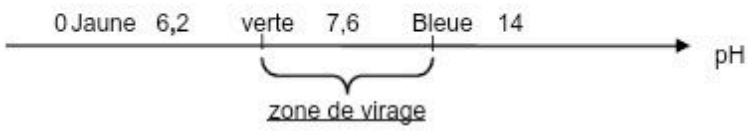
$\Rightarrow [B] = \overline{C}_B - [BH^+] = \frac{C_B V_B}{V_B + V_D} - [BH^+] = \frac{5.10^{-2}x20}{20+5} - 2.10^{-2} = 2.10^{-2}$ mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = 1,58.10^{-10}$ mol.L^{-1} ; $[OH^-] = 6,31.10^{-5}$ mol.L^{-1} ; $[SO_4^{2-}] = 10^{-2}$ mol.L^{-1}
$[BH^+] \approx 2.10^{-2}$ mol.L^{-1} ; $[B] = 2.10^{-2}$ mol.L^{-1}

La solution pour $V_A = V_D = 5$ mL est une solution tampon. Elle est peu sensible à une dilution modérée et l'addition modérée d'un acide fort ou d'une base forte.

3.3 – Justification du choix de l'utilisation ou non du BBT pour repérer l'équivalence

On donne la zone de virage du bleu de bromothymol (BBT) :



On ne peut pas utiliser le bleu de bromothymol lors de ce dosage pour repérer l'équivalence car la valeur du pH à l'équivalence n'est pas comprise dans la zone de virage. $pH_E = 5,7 \notin [6,2 ; 7,6]$

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

EXERCICE 141 Réaction acide-base Sujet Bac S2 2002 4 points 40 min

1- Equation-bilan de la réaction

$$HCOOH + OH^- \rightarrow HCOO^- + H_2O$$

La constante de la réaction est $K_r = \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH].[OH^-]}$ $K_r = \frac{10^{-3,7}}{10^{-14}} = 2,0.10^{10}$

K_r est très grande : La réaction est déplacée vers la droite (formation des ions méthanoate $HCOO^-$).

2.1- Valeur de la concentration C_a de la solution d'acide méthanoïque
A l'équivalence : $C_aV_a = C_bV_{be}$ avec $V_{be} = 10\ cm^3$.

$C_a = \frac{C_bV_{be}}{V_a}$

A.N.: $C_a = \frac{0,10x10}{10}$ $C_a = 0,10\ mol.L^{-1}$

2.2- Nature de la solution obtenue à l'équivalence

A l'équivalence on obtient une solution de méthanoate de sodium ($HCOO^-$; Na^+) qui est une base faible (pH > 7).

3.1 - Signification de « zone de virage » d'un indicateur coloré

Un indicateur acido-basique est une substance qui ajoutée à une solution aqueuse va la colorer en fonction du pH de cette solution. La plupart du temps il donne deux couleurs distinctes et dans une zone de 1,2 à 2,0 unités de pH des teintes correspondantes au mélange de ces deux couleurs, c'est la zone de virage de l'indicateur. C'est la zone de pH dans laquelle il y a changement de couleur de l'indicateur coloré.

3.2- Choix de l'indicateur coloré

L'indicateur coloré le plus approprié est la phénolphtaléine puisque sa zone de virage contient la valeur du pH à l'équivalence.

4 - Concentration des espèces chimiques dans la solution initiale d'acide

- Exploitation de la mesure du pH

$pH = 2,4 \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$

$[H_3O^+] = 10^{-2,4} = 3,98.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

- Produit ionique de l'eau

$[H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}$

$[OH^-] = 2,51.10^{-12}\ mol.L^{-1}$

- Equation d'électroneutralité de la solution

$[HCOO^-] + [OH^-] = [H_3O^+]$

$\Leftrightarrow [HCOO^-] \approx [H_3O^+]$ car $[OH^-]$ est négligeable devant $[H_3O^+]$; $[HCOO^-] \approx 3,98.10^{-3}\ mol.L^{-1}$

- Conservation de la matière

$C_a = [HCOOH] + [HCOO^-]$

$\Leftrightarrow$ $[HCOOH] = C_a - [HCOO^-]$

$[HCOOH] = 0,1 - 3,98.10^{-3}$ $[HCOOH] = 9,60.10^{-2}$ mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = 10^{-2,4} = 3,98.10^{-3}$ mol.L^{-1} ; $[OH^-] = 2,51.10^{-12}$ mol.L^{-1}

$[HCOO^-] \approx 3,98.10^{-3}$ mol.L^{-1} ; $[HCOOH] = 9,60.10^{-2}$ mol.L^{-1}

5- Valeur du pK_A du couple de acide méthanoïque/ion méthanoate obtenue par le calcul

$$pH = pK_A + \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_A = pH - \log \frac{[HCOO^-]}{[HCOOH]}$$

$$pK_A = 2,4 - \log\left(\frac{3,98.10^{-3}}{9,6.10^{-2}}\right) \qquad pK_A = 3,7$$

La valeur du pK_A obtenue par le calcul est pratiquement égale à celle donnée à la question 2.1).

6- Nature du mélange obtenu quand on a versé un volume $V_b = 5$ cm^3 de soude

$V_b = 5$ cm^3 $= \frac{1}{2} V_{be}$ correspond à la demi-équivalence. En ce point, on a $pH = pK_A = 3,7$.

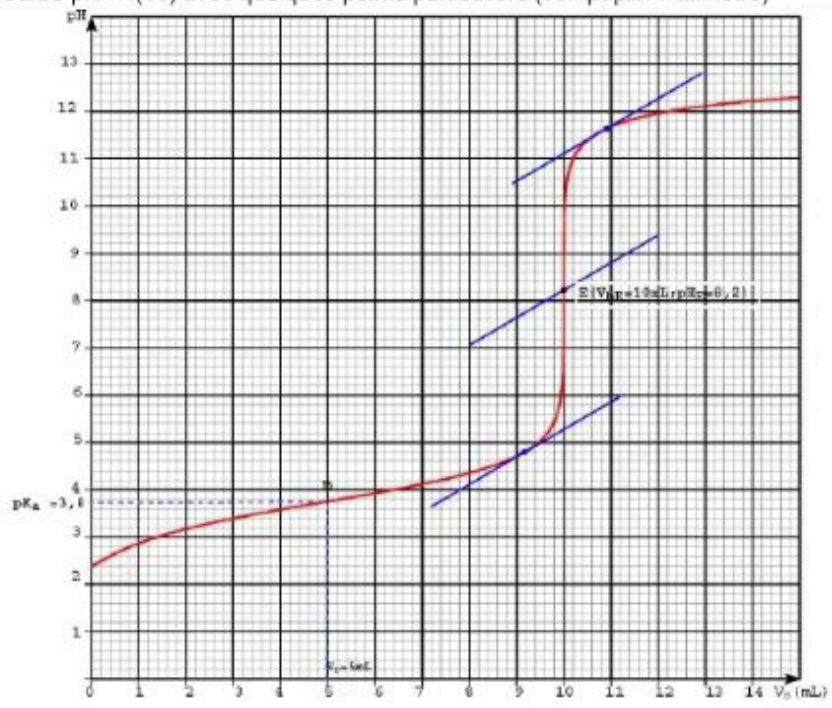
La solution obtenue est une solution tampon ; elle a les propriétés suivantes :

Une solution tampon est une solution dont le pH varie peu :

- lors de l'addition modérée d'un acide fort ou d'une base forte;
- lors d'une dilution modérée.

Moins le pH d'une solution est sensible aux additions d'acide, de base ou d'eau, plus le pouvoir tampon de cette solution est élevé. La solution tampon la plus efficace, c'est-à-dire celle qui a le meilleur pouvoir tampon, est celle qui est constituée d'un mélange équimolaire d'un acide faible et de sa base conjuguée. Toute solution de composition voisine est aussi une solution tampon mais son pouvoir tampon est plus faible.

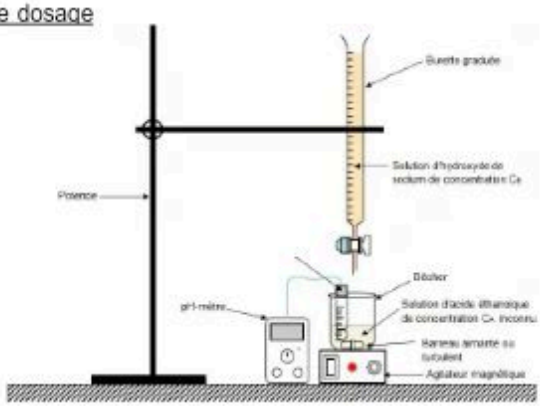
7- Ebauche de la courbe $pH = f(V_b)$ avec quelques points particuliers (voir papier millimétré)



REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

EXERCICE 142 Réaction acide-base Sujet Bac S2 2004 4 points 40 min

1- Schéma annoté du dispositif de dosage



2- Equation-bilan de la réaction du dosage

$$CH_3COOH + (Na^+ + OH^-) \rightarrow (CH_3COO^- + Na^+) + H_2O$$

Ou tout simplement : $CH_3COOH + OH^- \rightarrow CH_3COO^- + H_2O$

Puisque les ions Na^+ sont des ions aprotiques ou spectateurs (ils n'interviennent pas dans la réaction).

3- Définition l'équivalence dans le cas de la réaction entre l'acide éthanoïque et la soude

A l'équivalence, le nombre de moles d'ions hydroxyde OH^- apportés par d'hydroxyde de sodium est égal au nombre n_a de moles d'ions hydronium H_3O^+, susceptibles d'être cédés par l'acide éthanoïque :

$$n(H_3O^+) = n(OH^-)$$

- Détermination graphique du point d'équivalence E

Pour déterminer graphiquement le point d'équivalence E on utilise la méthode des tangentes : on trace 2 droites (Δ_1) et (Δ_2) parallèles entre elles et tangentes à la courbe pH = f(V_B), V_B étant le volume de soude versé.
Puis on trace la droite (Δ) parallèle à (Δ_1) et (Δ_2) et équidistante de (Δ_1) et et (Δ_2).
L'intersection de (Δ) avec la courbe pH = f(V_B) est le point d'équivalence E.
Graphiquement on obtient :

E(V_{BE} = 24 mL ; pH_E = 8,8).

(Réponse peu précise étant donné le document fourni)

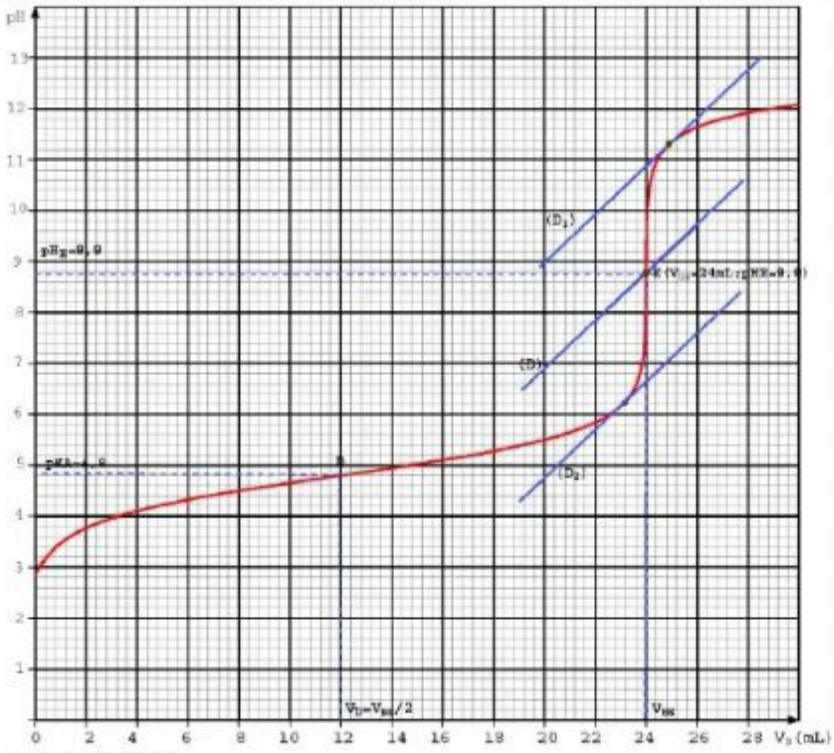
4- pK_A du couple acide éthanoïque / ion éthanoate

A la demi-équivalence, lors du dosage d'un acide faible (ici l'acide éthanoïque) par une base forte, on a $pH_D = pK_a$

Soit D le point de la courbe pH = f(V_B) d'abscisse $V_D = \frac{V_{BE}}{2}$ = 12 mL.
Graphiquement on lit pH_D = 4,8.

Le pK_a du couple CH_3COOH/ CH_3COO^- vaut donc 4,8.

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE



5- Concentration C_1 de la solution S_1

Pour déterminer la concentration molaire C_1 de l'acide éthanoïque dosé, il faut chercher le volume de solution d'hydroxyde de sodium versé pour obtenir l'équivalence.

La traduction de la relation : $n(H_3O^+) = n(OH^-)$ avec $n(H_3O^+) = C_1V_1$ et $n(OH^-) = C_bV_{bE}$ conduit à :

$$C_1V_1 = C_BV_{BE}$$

$$\text{D'où : } C_1 = \frac{C_BV_{BE}}{V_1}$$

$$\text{A.N. : } C_1 = \frac{0,10 \times 24}{20} \qquad C_1 = 0,12 \text{ mol.L}^{-1}$$

- Concentration du vinaigre étudié

La solution S_1 a été obtenue par une dilution au 1/10 du vinaigre étudié.

$$\text{Donc } C_1 = \frac{C_A}{10} \Rightarrow C_A = 10C_1$$

$$\text{A.N. : } C_A = 10 \times 0,12 \qquad C_A = 1,2 \text{ mol.L}^{-1}$$

6- Degré d'acidité du vinaigre étudié

$$\text{Le degré d'acidité est défini par : } d^\circ_{ac} = 100 \times \frac{m_{acide}}{m_{Vinaigre}}$$

Raisonnons sur un volume V = 1 L de vinaigre.

- 1 L de vinaigre a une masse $m_{Vinaigre} = \rho V$ avec $\rho = 1,02 \text{ g.mL}^{-1} = 1020 \text{ g.L}^{-1}$
  Donc $m_{Vinaigre} = 1020$ g

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

- 1 L de vinaigre contient une masse $m_{acide} = n_A.M(CH_3COOH)$ avec $n_A = C_A.V$ et $M(CH_3COOH) = 60\ g.mol^{-1}$
  Donc : $m_{acide} = 1,2x60 = 72\ g$

On en tire le degré d'acidité : $d^\circ_{ac} = 100x\frac{72}{1020} = 7,1\%$

Le degré d'acidité calculé ($d^\circ_{ac} = 7,1\%$) est en conformité avec l'inscription sur l'étiquette (7 %) .

L'écart trouvé est de $\frac{7,1-7}{7}x100$, soit de l'ordre de 1%.

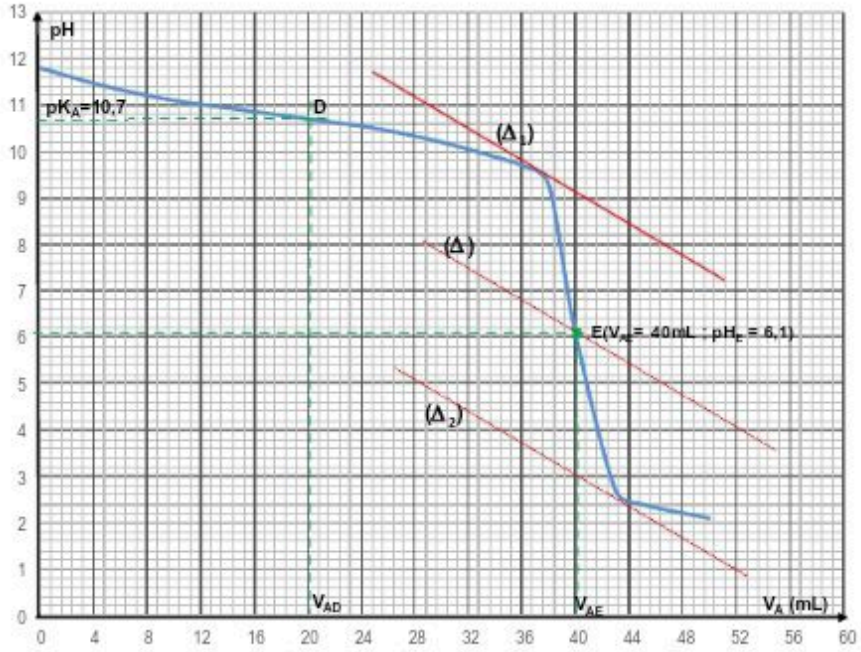
EXERCICE 143 Sujet Bac S2 2006 4 points 40 min

2.1- Equation de la réaction du dosage

$$C_2H_5—NH_2 + H_3O^+ \rightarrow C_2H_5—NH_3^+ + H_2O$$

2.2- Tracé de la courbe $pH = f(V_A)$

Echelles : en abscisses 1 cm pour 4 mL,
en ordonnées 1 cm pour une unité de pH.



2.3- Détermination des coordonnées du point équivalent

Pour déterminer graphiquement le point d'équivalence E on utilise la méthode des tangentes : on trace 2 droites (Δ_1) et (Δ_2) parallèles entre elles et tangentes à la courbe
$pH = f(V_B)$, V_B étant le volume de soude versé.
Puis on trace la droite (Δ) parallèle à (Δ_1) et (Δ_2) et équidistante de (Δ_1) et et (Δ_2).

L'intersection de (Δ) avec la courbe $pH = f(V_A)$ est le point d'équivalence E.

Graphiquement on obtient : $E(V_{AE} = 40\ mL ; pH_E = 6,1)$.

2.4.a- Concentration molaire C_B de la solution de monoéthylamine

La traduction de la relation : $n(H_3O^+) = n(OH^-)$ avec $n(H_3O^+) = C_AV_A$ et $n(OH^-) = C_BV_{BE}$ conduit à :

$$C_AV_{AE} = C_BV_B \Rightarrow C_B = \frac{C_AV_{AE}}{V_B}$$

A.N. : $C_B = \frac{0,05x40}{20}$ $C_B = 0,10\ mol.L^{-1}$

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

2.4.b- pK_A du couple associé à la monoéthhylamine

Le pH à la demi-équivalence, dans le cas des solutions ni très diluées ni très concentrées, est égal au pK_A du couple acide-base présent dans la solution. Le pK_A correspond donc à l'ordonnée du point D :

$V_{AD} = \frac{V_{AE}}{2}$ = 20 mL et $pH_D = pK_a$ = 10,7 (valeur déterminée graphiquement).

3- Calcul des concentrations molaires volumiques des espèces présentes dans le mélange

- Inventaire des espèces présentes dans la solution : H_3O^+ , OH^- , $C_2H_5NH_3^+$, $C_2H_5NH_2$, H_2O (le solvant)
- Exploitation de la mesure du pH

Pour V_A = 30 mL, on a pH = 10,2

$pH = 10,2 \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$

$[H_3O^+] = 10^{-10,2} = 6,31.10^{-11}$ mol.L^{-1}

- Produit ionique de l'eau

$[H_3O^+].[OH^-] = 10^{-14} \Rightarrow [OH^-] = \frac{10^{-14}}{[H_3O^+]}$

$[OH^-] = 1,58.10^{-4}$ mol.L^{-1}

- Equation d'électroneutralité de la solution

$[H_3O^+] + [C_2H_5NH_3^+] = [OH^-] + [Cl^-]$

$\Rightarrow [C_2H_5NH_3^+] = [Cl^-] + [OH^-] - [H_3O^+]$

Avec $[Cl^-] = \frac{C_A V_A}{V_A + V_B} = \frac{0,05x30}{20 + 30} = 0,03$ mol.L^{-1}

$[C_2H_5NH_3^+] \approx 0,03$ mol.L^{-1}

- Conservation de la matière

$[C_2H_5NH_3^+] + [C_2H_5NH_2] = \overline{C}_B = \frac{C_B V_B}{V_A + V_B} = \frac{0,10x20}{30 + 20} = 0,04$ mol.L^{-1}

$\Rightarrow [C_2H_5NH_2] = 0,04 - [C_2H_5NH_3^+] = 0,04 - 0,03 = 0,01$ mol.L^{-1}

$[H_3O^+] = 10^{-10,2} = 6,31.10^{-11}$ mol.L^{-1} ; $[OH^-] = 1,58.10^{-4}$ mol.L^{-1} ;
$[Cl^-] = 0,03$ mol.L^{-1} ; $[C_2H_5NH_3^+] = 0,04$ mol.L^{-1} ; $[C_2H_5NH_2] = 0,01$ mol.L^{-1}

4.1- Définition et propriétés caractéristiques d'une solution tampon

Une solution tampon est constituée d'un mélange équimolaire d'un acide et de sa base conjuguée. Son pH est égal au pK_a du couple acide-base correspondant.
Le pH d'une solution tampon ne varie pas lors d'une dilution modérée ; il varie faiblement lors de l'addition modérée d'acide fort ou de base forte.

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

4.2- Préparation de la solution tampon

$$\underset{C_BV_B}{C_2H_5-NH_2} + \underset{C_AV_A}{H_3O^+} \rightarrow \underset{C_AV_A}{C_2H_5-NH_3^+} + H_2O$$

$C_BV_B - C_AV_A$

Pour que la solution obtenue soit une solution tampon, il faut que $[C_2H_5NH_2] = [C_2H_5NH_3^+]$

Soit : $\frac{C_BV_B - C_AV_A}{V_A + V_B} = \frac{C_AV_A}{V_A + V_B} \Rightarrow C_BV_B = 2C_AV_A$ ou $0,10V_B = 2x0,05V_A \Rightarrow V_A = V_B$ (1)

De plus $V_A + V_B = 100$ mL (2)

$$\begin{cases} V_A = V_B \quad (1) \\ V_A + V_B = 100 \text{ mL} \quad (2) \end{cases} \Rightarrow V_A = V_B = 50 \text{ mL}$$

Pour obtenir 100 mL d'une solution tampon à partir de la solution de monoéthylamine de concentration $C_B = 0,10$ mol.L^{-1} et de la solution d'acide chlorhydrique de concentration $C_A = 0,05$ mol.L^{-1}, il faut mélanger 50 mL de monoéthylamine et 50 mL d'acide chlorhydrique.

EXERCICE 144 Réaction acide-base Sujet Bac S2 2009 3,75 points 38 min

1- Masse volumique ρ_0 de la solution S

La masse volumique de la solution S est donnée par la relation : $\rho_0 = \frac{m_0}{V_0}$

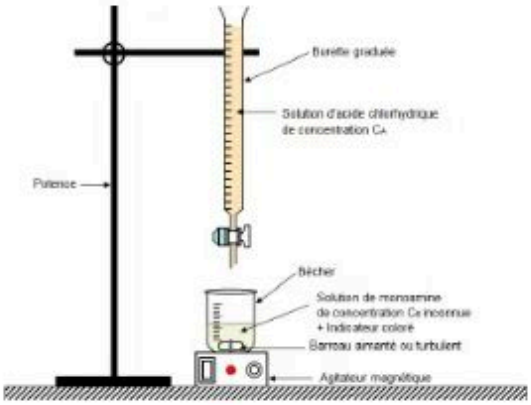
Numériquement, avec $m_0 = 75$ g et $V_0 = 10$ cm^3, on obtient : $\rho_0 = \frac{75}{10} = 0,75$ g.cm^{-3} = $0,75.10^3$ g.L^{-3}

- Valeur de la densité d

La masse densité de la solution S est donnée par la relation : $d = \frac{\rho_0}{\rho_e}$

Numériquement, avec $\rho_0 = 0,75.10^3$ g.L^{-3} et $\rho_0 = 10^3$ g.L^{-3}, on obtient : $d = \frac{0,75.10^3}{10^3} = 0,75$

2.1- Schéma légendé du dispositif de dosage



2.2- Equation-bilan de la réaction chimique support du dosage

$$R-NH_2 + H_3O^+ \rightarrow R-NH_3^+ + H_2O$$

2.3- Calcul de la constante K de cette réaction

$K = \frac{[RNH_3^+]}{[RNH_2][H_3O^+]} = \frac{1}{K_a} = 5.10^{10}$ donc la réaction est totale

2.4- Calcul de la concentration C_1 de la solution S_1

A l'équivalence : $n(amine) = n(H_3O^+) \Leftrightarrow C_1V_1 = C_aV_a$

Soit : $C_1 = \frac{C_aV_a}{V_1}$

Avec $C_a = 0{,}040$ mol.L^{-1}, $V_a = 20$ cm^3 $V_a = 20$ cm^3 et $V_1 = 10$ cm^3, nous calculons : $C_1 = 0{,}08$ mol.L^{-1}

et $C_0 = 100C_1 = 8$ mol.L^{-1}

3- La solution S_0 est trop concentrée, il aurait fallu une grande quantité d'acide pour la doser, d'où la nécessité de la diluer avant le dosage.

4- Montrons que la concentration C_0 de la solution S_0 est donnée par : $C_0 = \frac{63\rho_0}{100M}$

$C_0 = \frac{n(amine)}{V_0} = \frac{m(amine)}{MV_0}$ avec $m(amine) = P\frac{m_0}{100}$ et $m_0 = \rho_0V_0$ où m_0 est la masse de S_0 correspondant au volume V_0.

$C_0 = P\frac{\rho_0V_0}{100}\frac{1}{MV_0} = \frac{63\rho_0}{100M}$ Ce qu'il fallait montrer.

5- Masse molaire de l'amine en g.mol^{-1}

A partir de la relation : $C_0 = \frac{63\rho_0}{100M}$

On tire : $M = \frac{63\rho_0}{100C_0}$

Avec $\rho_0 = 0{,}75.10^3$ g.L^{-3}, $C_0 = 8{,}0$ mol.L^{-1}, nous calculons : $M = 59{,}1$ g.mol^{-1}

6- Déterminons la formule brute, la formule semi-développée et le nom de la monoamine primaire

Soit $C_nH_{2n+1}NH_2$ la formule brute de l'amine.

$M = 14n + 1 + 14 + 2 = 14n + 17 = 59{,}1 \Rightarrow n = \frac{59{,}1 - 17}{14} = 3$

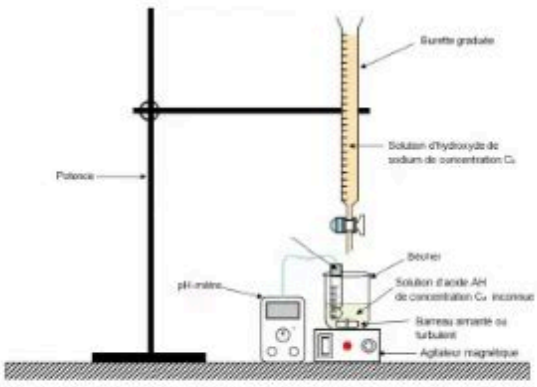
La formule brute de l'amine est : $C_3H_7NH_2$

Etant donné que la molécule de la monoamine primaire est telle que l'atome de carbone lié à l'atome d'azote est également lié à deux autres atomes de carbone, la formule semi – développée de l'amine est donc :

$CH_3-CH(NH_2)-CH_3$ Son nom est : propan-2-amine ou isopropylamine.

EXERCICE 145 Réaction acide-base Sujet Bac S2 2010 4 points 40 min

1- Schéma annoté du dispositif expérimental permettant de réaliser le dosage de la solution d'acide



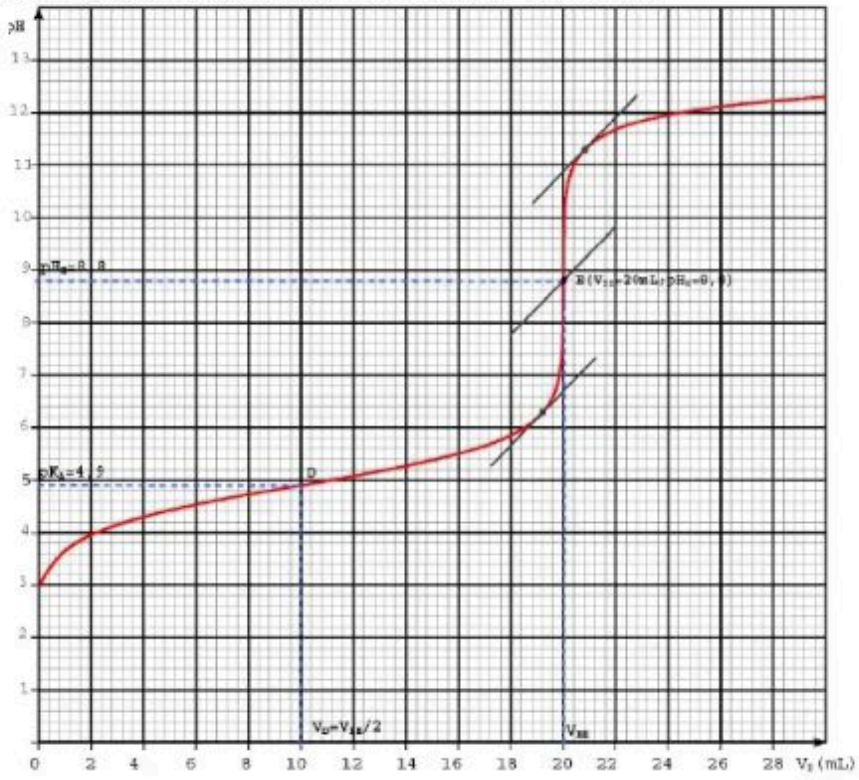
REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

2- Equation de la réaction entre l'acide AH et la solution d'hydroxyde de sodium

$$AH + HO^- \rightarrow A^- + H_2O$$

3- Tracé de la courbe $pH = f(V_b)$

Echelles : en abscisses 1 cm pour 2 mL ; en ordonnées 1 cm pour 1 unité de pH



4- Détermination de la concentration de la solution de l'acide carboxylique AH et du pK_a du couple AH/A^-

Pour déterminer graphiquement le point d'équivalence E on utilise la méthode des tangentes : on trace 2 droites (Δ_1) et (Δ_2) parallèles entre elles et tangentes à la courbe $pH = f(V_B)$, V_B étant le volume de soude versé.
Puis on trace la droite (Δ) parallèle à (Δ_1) et (Δ_2) et équidistante de (Δ_1) et et (Δ_2).
L'intersection de (Δ) avec la courbe $pH = f(V_B)$ est le point d'équivalence E.

Graphiquement on obtient : $E(V_{BE} = 20\ mL\ ;\ pH_E = 8,8)$.
Pour déterminer la concentration molaire C_A de l'acide carboxylique AH dosé, il faut chercher le volume de solution d'hydroxyde de sodium versé pour obtenir l'équivalence.

La traduction de la relation : $n(H_3O^+) = n(OH^-)$ avec $n(H_3O^+) = C_AV_A$ et $n(OH^-) = C_BV_{BE}$ conduit à :

$$C_AV_A = C_BV_{BE} \Rightarrow C_A = \frac{C_BV_{BE}}{V_A}$$

A.N. : $C_A = \frac{0,10 \times 20}{20}$ $\qquad C_A = 0,10\ mol.L^{-1}$

A la demi-équivalence, lors du dosage d'un acide faible (ici l'acide éthanoïque) par une base forte, on a $pH_D = pK_A$.

Soit D le point de la courbe $pH = f(V_B)$ d'abscisse $V_D = \frac{V_{BE}}{2} = 10\ mL$.

Graphiquement on lit $pH_D = 4,9$.

Le pK_A du couple AH/A^- vaut donc 4,9.

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

5- Masse molaire et formule brute de l'acide carboxylique AH

Soit $C_nH_{2n+1}COOH$ la formule brute de l'acide carboxylique AH

Sa masse molaire $M_A = \frac{m_A}{n_A}$ avec $n_A = C_AV_{eau}$

$M_A = \frac{m_A}{C_aV_{eau}}$

$M_A = \frac{7,43}{0,1x1} = 74,3\ g.mol^{-1}$

$M_A = 12n+2n+1+12+2x16+1 = 14n+46$

Soit : $14n+46 = 74,3 \Rightarrow n = \frac{74,3-46}{14} = 2$

D'où la formule brute de l'acide carboxylique : C_2H_5COOH

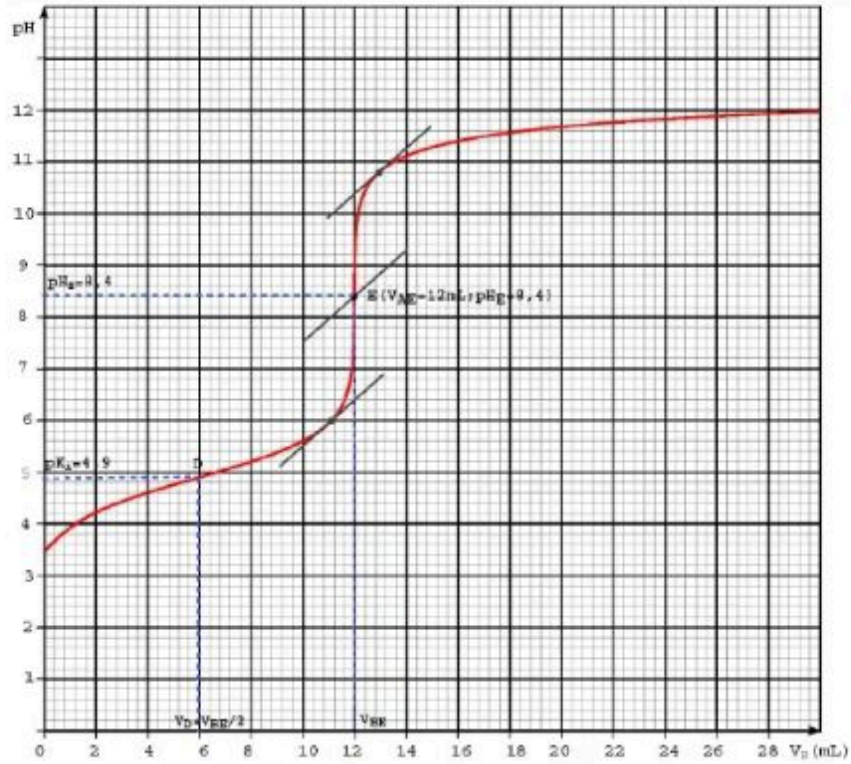
6- Identification de l'acide carboxylique

$pK_A(AH/A^-) = 4,9$; il s'agit de l'acide propanoïque.

Le résultat est en accord avec la formule brute trouvée à la question 1.5.

EXERCICE 146 Sujet Bac S2 2011 4 points 40 min

1- Coordonnées du point d'équivalence



En appliquant la méthode des tangentes, on trouve pour le point d'équivalence les coordonnées :

E(V_{BE}=12 mL et pH_E =8,4)

2- Equation-bilan de la réaction du dosage

$$AH + HO^- \rightarrow A^- + H_2O$$

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

3- Concentration molaire volumique de la solution S_A

A l'équivalence, on a : $C_aV_a = C_bV_{bE}$

Soit : $\boxed{C_a = \frac{C_bV_{bE}}{V_a}}$

A.N. : $C_a = \frac{4,17.10^{-2}x12}{50}$ $\quad C_a = 10^{-2}$ mol.L^{-1}

4.1.a- Relation entre le pK_A et le pH de la solution à la demi-équivalence

A la demi-équivalence : $pH = pK_A$

Justification : $pH = pK_A + \log\frac{[A^-]}{[AH]}$

Or à la demi-équivalence, la moitié de la quantité de matière de l'acide AH s'est transformée en base conjuguée A^-.
Donc : $[AH] = [A^-]$

Ce qui donne : $pH = pK_A$

4.1.b- Valeur du pK_A trouvée par l'élève

Donc : $pK_A = 4,9$

Le pH à la demi-équivalence, dans le cas des solutions ni très diluées ni très concentrées, est égal au pK_A du couple acide-base présent dans la solution. Le pK_A correspond donc à l'ordonnée du point D :
$V_{bD} = \frac{V_{bE}}{2}$ = 6,0 mL et $pH_D = pK_A = 4,9$ (valeur déterminée graphiquement).

4.2.a- Equation de la réaction entre l'ion carboxylate et l'eau

$$A^- + H_2O \rightarrow AH + HO^-$$

4.2.b- Retrouvons l'expression de la constante d'acidité établie par l'élève

La constante d'acidité K_A du couple AH/A^- associée à la réaction : $AH + H_2O \rightarrow A^- + H_3O^+$ est donnée par la relation :

$$K_A = \frac{[H_3O^+].[A^-]}{[AH]}$$

	A^- +	H_2O	$\rightarrow$	AH +	HO^-
Etat initial (t = 0) :	C_AV_A	-		-	-
Au cours de la réaction :	$C_AV_A - x$			x	x

D'après l'équation de la réaction : $A^- + H_2O \rightarrow AH + HO^-$

on a : $[AH] = [HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]}$

La conservation de la matière (de AH) permet écrire : $[AH]_0 = [AH] + [A^-]$ avec $[AH]_0 = \frac{C_AV_A}{V_A + V_{bE}}$

En négligeant la concentration de l'acide [AH] formé par ladite réaction devant celle de l'ion carboxylate $[A^-]$, il vient :

$[AH]_0 \approx [A^-] = \frac{C_AV_A}{V_A + V_{bE}}$ et comme : $[AH] = [HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]}$

REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

on a : $K_A = \frac{[H_3O^+].[A^-]}{[AH]} = \frac{[H_3O^+]\frac{C_AV_A}{V_A+V_{bE}}}{\frac{K_e}{[H_3O^+]}} = \frac{[H_3O^+]^2.C_AV_A}{K_e.(V_A+V_{BE})}$

donc : $K_A = \frac{[H_3O^+]^2.C_AV_A}{K_e.(V_A+V_{BE})}$

- Déduisons de l'expression de la constante d'acidité établie par l'élève la valeur du pK_A

Le passage au logarithme décimal de chaque terme de l'égalité : $K_A = \frac{[H_3O^+]^2.C_AV_A}{K_e.(V_A+V_{BE})}$ conduit à :

$\log K_A = \log\left(\frac{[H_3O^+]^2.C_AV_A}{K_e.(V_A+V_{BE})}\right)$

$\log K_A = 2\log[H_3O^+] + \log\left(\frac{C_AV_A}{V_A+V_{BE}}\right) - \log K_e$

d'où : $-\log K_A = -2\log[H_3O^+] - \log\left(\frac{C_AV_A}{V_A+V_{BE}}\right) + \log K_e$

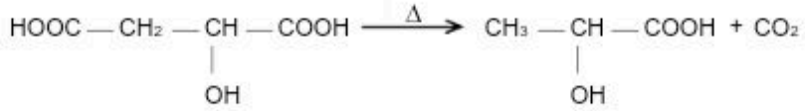
donc : $\boxed{pK_A = 2pH_E - \log\left(\frac{C_AV_A}{V_A+V_{BE}}\right) - pK_e}$

A.N. : $pK_A = 2x8,4 - \log\left(\frac{10^{-2}x50}{50+12}\right) - 14$ $\qquad pK_A = 4,9$

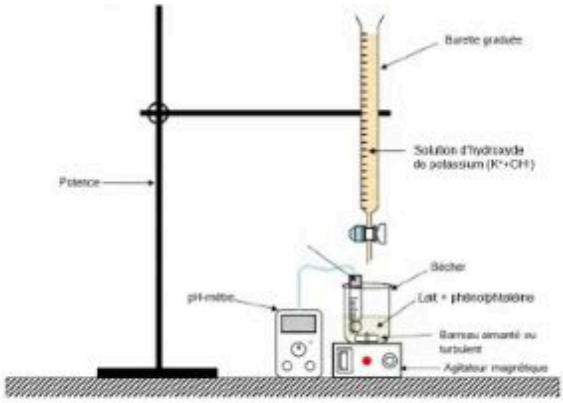
Comparaison et commentaire : aux erreurs près, les deux méthodes donnent le même résultat.
Cependant, la méthode graphique utilisant la demi-équivalence présente l'avantage d'être plus simple.

EXERCICE 147 Sujet Bac S2 2014 4 points 40 min

1- Equation-bilan de la réaction de formation d'acide lactique dans le vin



2.1- Schéma annoté du dispositif de dosage



2.2- Equation-bilan de la réaction support de dosage du lait



REACTION ENTRE ACIDE FAIBLE/BASE FORTE (ET VICE-VERSA)
EFFET TAMPON - DOSAGE

- Montrons que la réaction est totale

Pour le montrer, déterminons sa constante de réaction :
l'acide lactique est noté AH et sa base conjuguée A^-.

$$K_r = \frac{[A^-]}{[AH].[OH^-]} = \frac{[A^-].[H_3O^+]}{[AH].[OH^-].[H_3O^+]} = \frac{K_a(AH/A^-)}{K_e} = \frac{10^{-3,9}}{10^{-14}} = 1,26.10^{10}$$

$K_r = 1,26.10^{10} > 10^3$ donc la réaction est totale.

2.3- Définition de l'équivalence acido-basique

Il y a équivalence acido-basique lorsque les réactifs (acide et base) sont mélangés dans des proportions stœchiométriques.

- Calcul de la concentration massique

A l'équivalence on a : $n_A = n_{OH^-} \Rightarrow C_A V_A = C_B V_{BE}$ avec $C_A = \frac{C_m}{M_{acide}}$

Donc : $\frac{C_m}{M_{acide}} V_A = C_B V_{BE} \Rightarrow C_m = \frac{C_B V_{BE} . M_{acide}}{V_A}$

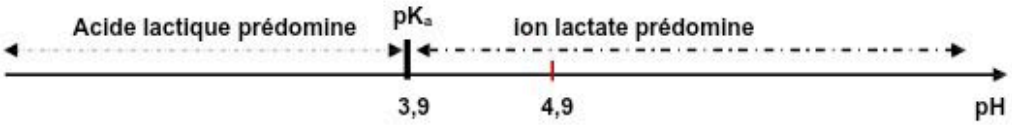
$$C_m = \frac{0,1x8,4x90}{20} = 3,8\ g.L^{-1}$$

$C_m = 3,8\ g.L^{-1} > 1,8\ g.L^{-1}$; donc le lait dosé n'est pas frais.

2.4- Facteur cinétique sur lequel on doit agir pour garder un lait frais et comment le conserver

Afin d'avoir un lait frais, il faut « stopper » la transformation du lactose en acide lactique par abaissement notoire de la température : on peut conserver le lait au réfrigérateur.

2.5- Diagramme de prédominance



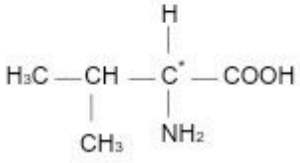
Le pH du lait étudié étant supérieur au pK_a du couple, la forme basique (ion lactate) prédomine.

ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

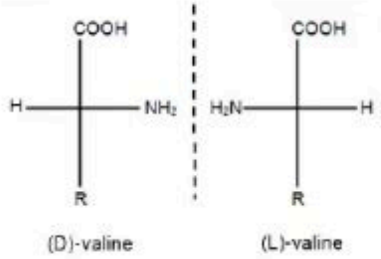
EXERCICE 149 *Synthèse sélective d'un dipeptide* Sujet Bac S1 1996 3 points 30 min

1- Chiralité de la molécule

La molécule de la valine est chirale. Elle possède un atome de carbone asymétrique.



- Représentations de Fischer des deux énantiomères de la valine



2.1- Equations de deux réactions du zwitterion sur l'eau

Notons $H_2N-CH(R)-COOH$ la formule semi-développée de la valine où R — est le radical $CH_3-C(H)(CH_3)-$;

le zwittérion correspondant a pour formule $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$

- Si le zwitterion $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$ se comporte comme une base

$$H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^- + H_2O \rightleftharpoons H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COOH + OH^-$$

base 1 acide 2 acide 1 base 2

Le pK_a du couple (1) $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COOH$ / $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$ est $pK_a = 2,4$.

- Si le zwitterion $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$ se comporte comme un acide

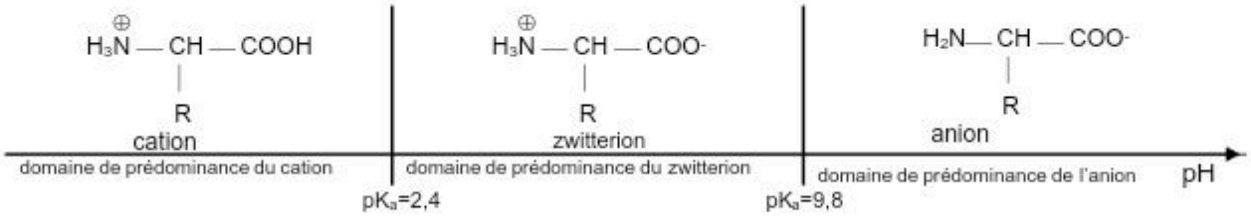
$$H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^- + H_2O \rightleftharpoons H_2N-CH(R)-COO^- + H_3O^+$$

acide 2 base 1 base 2 acide 1

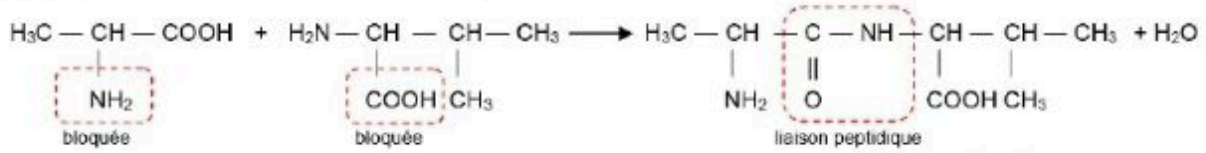
Le pK_a du couple (2) $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^- / H_2N-CH(R)-COO^-$ est $pK_a = 9,8$.

2.2- Domaine de prédominance de chaque forme ionisée

(Voir pK_a et domaines de prédominance de chaque forme ionisée sur une échelle des pH)



3.1- Equation de la réaction de condensation



3.2- Formule semi-développée et nom systématique de l'autre acide α-aminé utilisé

$H_3C-CH(NH_2)-COOH$ acide 2-aminopropanoïque

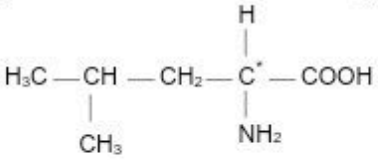
EXERCICE 159 *Synthèse sélective d'un dipeptide* Sujet Bac S2 2002 4 points 40 min

1- Nature du composé et son nom systématique

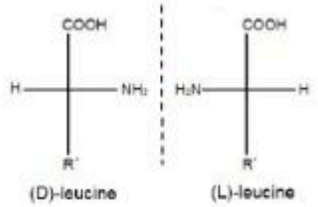
La leucine est un α–aminoacide : son nom systématique est acide 2-amino-4-méthylpentanoique.

2- Chiralité de la molécule

La molécule de la leucine est chirale. Elle possède un atome de carbone asymétrique.



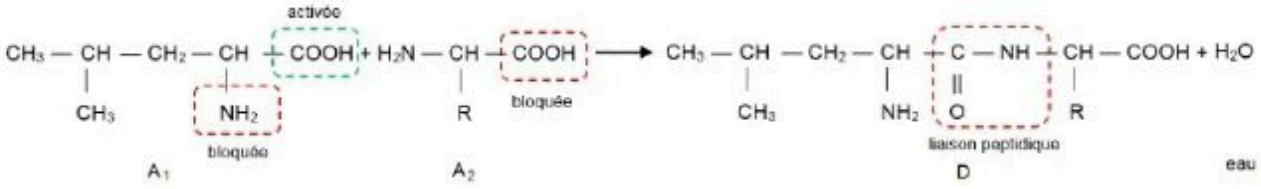
- Représentations de Fisher de la leucine



ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

R'— est le groupe alkyle $CH_3 — \underset{\displaystyle CH_3}{\underset{|}{CH}} — CH_2 —$

3.1- Formule semi-développée et nom de l'acide α-aminé utilisé



$M_{A1} + M_{A2} = M_D + 18$ puisque la condensation de deux molécules de α-aminoacides se fait avec élimination d'une molécule d'eau.

Avec $M(A_1) = 131\ g.mol^{-1}$ et $M(A_2) = 14n + 75$

$M(A_1) + M(A_2) = M(D) + M(eau)$
$M(A_2) = M(D) + M(eau) - M(A_1)$
$M(A_2) = 202 + 18 – 131 = 89\ g.mol^{-1}$
$M(A_2) = 14n + 75 = 89 \Rightarrow n = 1$

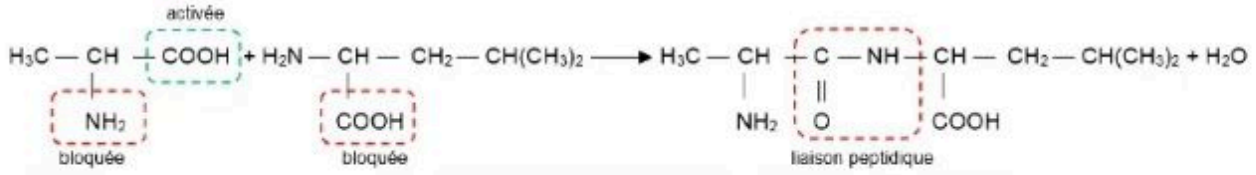
D'où la formule semi-développée de A_2 : $CH_3 — \underset{\displaystyle NH_2}{\underset{|}{CH}} — COOH$

acide 2-aminopropanoïque

3.2 - Nombre de dipeptides que le mélange des acides permet d'obtenir

On peut obtenir quatre dipeptides différents : Ala-Leu, Ala-Ala, Leu-Leu et Leu-Ala. Ces dipeptides diffèrent par l'ordre dans lequel sont enchaînés les deux acides α-aminés. Pour Ala-Leu par exemple, la liaison peptidique est formée par condensation entre le groupe — COOH de l'alanine et le groupe — NH_2 de la leucine.

4- Synthèse sélective d'un dipeptide pour lequel la leucine est l'acide N-terminal



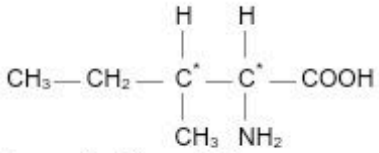
La synthèse du dipeptide Ala-Leu s'effectue en quatre étapes :

- Blocage des fonctions amine de l'alanine et carboxyle de la leucine ;
- Activation du groupe carboxyle de l'alanine ou activation du groupe amine de la leucine ;
- La synthèse proprement dite avec la formation du dipeptide ;
- Régénération des fonctions chimiques bloquées.

ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

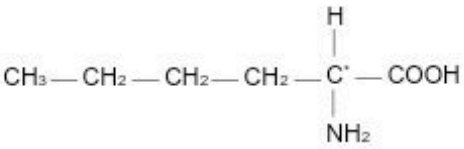
EXERCICE 151 acides α - aminés et dipeptides Sujet Bac S2 2007 3,5 points 35 min

1.1- Formule semi-développée de l'isoleucine ou acide 2-amino-3-méthylpentanoïque

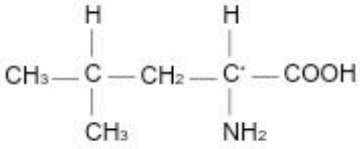


Les atomes de carbone asymétriques sont marqués d'un astérisque.

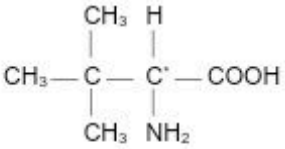
1.2- Formules semi-développées et noms de trois acides α-aminés isomères de l'isoleucine



Acide 2-aminohexanoïque



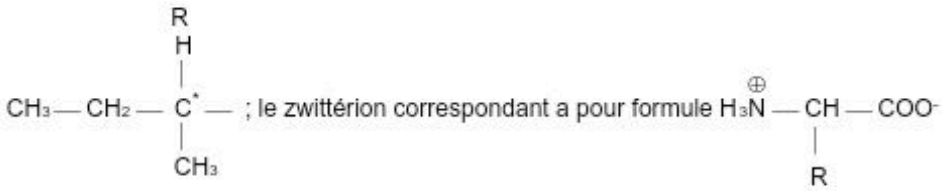
Acide 2-amino-4-méthylpentanoïque



Acide 2-amino-3,3-diméthylbutanoïque

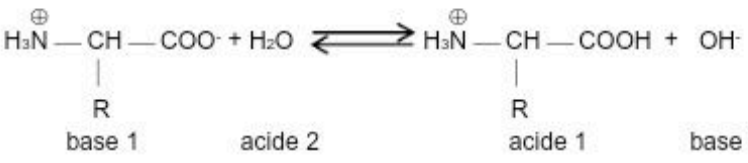
2- Equations des deux réactions du zwittérion sur l'eau

Notons $H_2N-CH(R)-COOH$ la formule semi-développée de l'isoleucine où R — est le radical



; le zwittérion correspondant a pour formule $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$

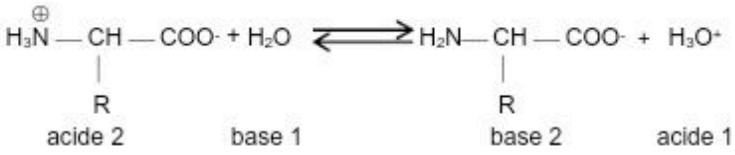
- Si le zwitterion $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$ se comporte comme une base



base 1 acide 2 acide 1 base 2

Le pK_a du couple (1) $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COOH$ / $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$ est $pK_a = 2,6$.

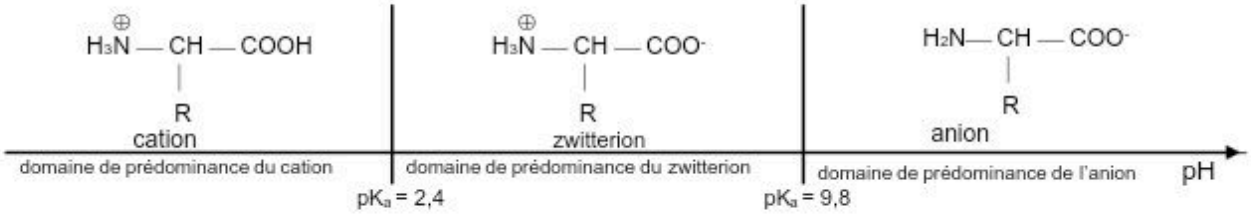
- Si le zwitterion $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$ se comporte comme un acide



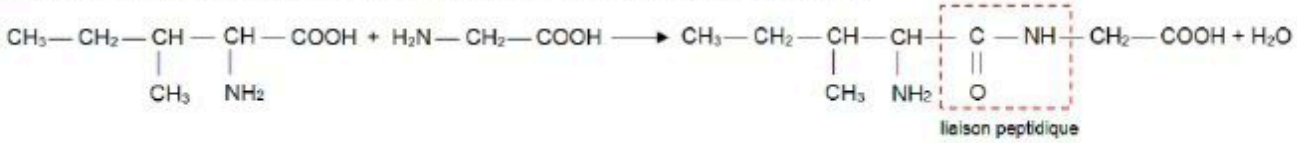
Le pK_a du couple (2) $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^- / H_2N-CH(R)-COO^-$ est $pK_a = 9,6$.

L'espèce prépondérante dans le duodénum où le pH est voisin de 7,4 est le zwittérion : $H_3\overset{\oplus}{N}-CH(R)-COO^-$

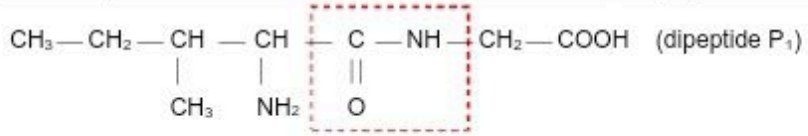
(Voir pK_a et domaines de prédominance de chaque forme ionisée sur une échelle des pH)

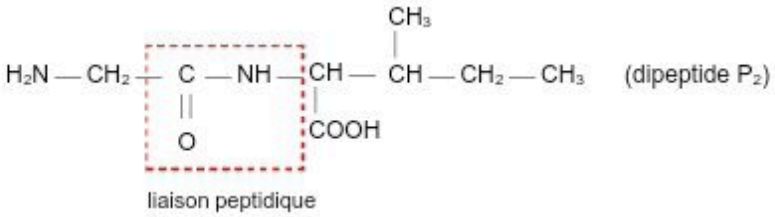


3.1- Equation-bilan de la réaction de condensation entre l'isoleucine et la glycine



- Montrons que cette réaction de condensation conduit à deux dipeptides isomères P_1 et P_2

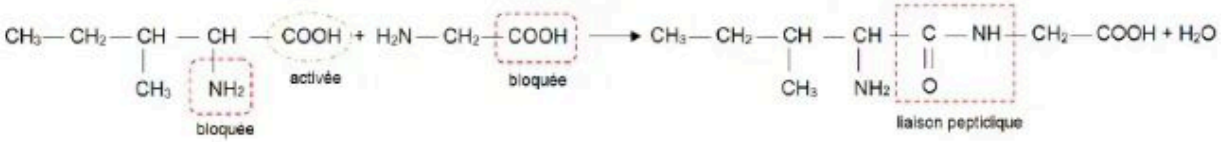




3.2- Synthèse sélective d'un des dipeptides P_1 ou P_2

Pour réaliser par exemple, la synthèse du dipeptide P_1 par condensation des deux acides α-aminés, on active la fonction acide carboxylique de l'isoleucine et on bloque d'une part, la fonction amine de l'isoleucine et d'autre part la fonction acide carboxylique de la glycine.

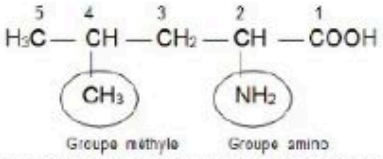
ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)



EXERCICE 152 *Cinétique de la réaction d'hydrolyse enzymatique des protéines* Sujet Bac S2 2010 4 points 40 min

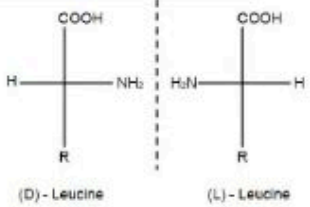
1.1- Nom de la leucine en nomenclature systématique

Nom de la leucine : acide 2 - amino 4 - méthylpentanoïque

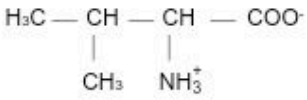


1.2- La molécule de leucine est chirale parce qu'elle possède un atome de carbone asymétrique. (atome de carbone N°2)

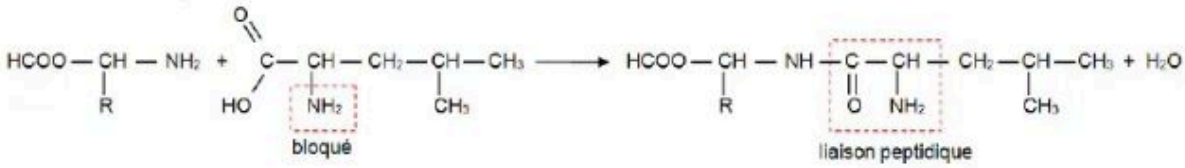
1.3- Représentations de Fischer des deux énantiomères de la leucine



1.4- Formule semi-développée de l'amphion correspondant à la molécule de la leucine



2.1- Equation-bilan de la réaction de condensation qui se produit



2.2- Déterminons la formule semi-développée et le nom officiel de l'acide aminé A

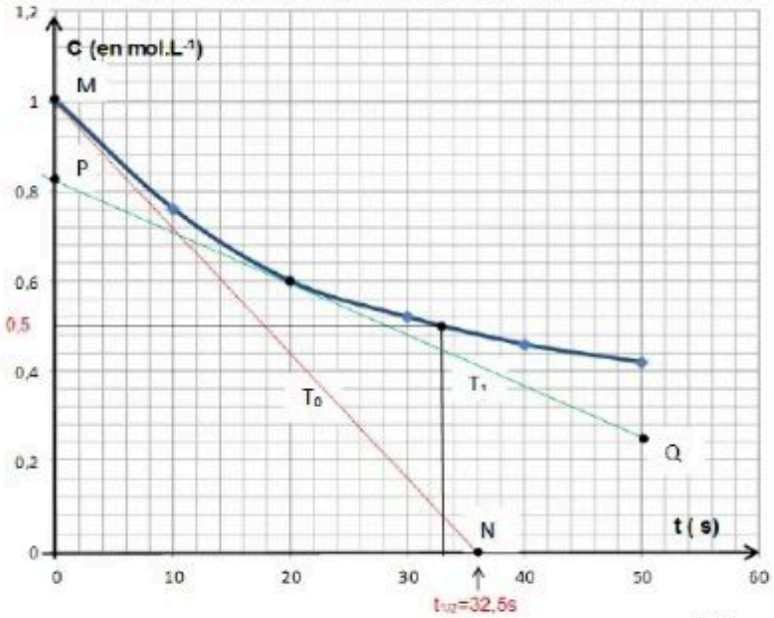
La masse molaire est $M_P = 188\ g.mol^{-1}$ avec $M_P = 12n+2n+1+(12x8)+(16x3)+(14x2)+15 = 14n+188$

$M_P = 188 \Leftrightarrow 14n+188 = 188 \Rightarrow n = 0$: R est un atome d'hydrogène.

A est donc : H — CH(NH$_2$) — COOH soit l'acide 2-amino éthanoïque.

3.1- La vitesse de disparition est maximale à t = 0 car la tangente à la courbe a sa pente de plus grande valeur.

3.2- Détermination de la vitesse instantanée de disparition de la protéine aux dates $t_0 = 0$ et $t_1 = 20$ s



La vitesse instantanée de disparition de la protéine à la date t est, par définition : $v(t) = -\left(\frac{dC}{dt}\right)_t$

A chaque instant v(t) correspond au coefficient directeur de la tangente à la courbe C = f(t) à cette date.

Graphiquement cette vitesse est représentée par le coefficient directeur de la tangente (T_t) à la courbe C = f(t) au point d'abscisse t_t.

Pour $t_0 = 0$ s, on trace donc la tangente (T_0) au point A, d'abscisse $t_0 = 0$ s, de la courbe C = f(t).
Soit p_0 le coefficient directeur de la tangente (T_0)

Pour le calculer on prend 2 points de cette tangente assez éloignés l'un de l'autre : par exemple M et N.
Leurs coordonnées sont : M (t_N= 36 s, C_N = 0 mol.L^{-1}) et P (t_M = 0 s, C_M = 1 mol.L^{-1})

D'où $p_0 = \frac{C_N - C_M}{t_N - t_M} = \frac{0 - 1}{36 - 0} = -2{,}9.10^{-2}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

Comme $v(t_1) = -p_0$, on a : $v(t_0) = 2{,}9.10^{-2}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

De même : $p_1 = \frac{C_Q - C_P}{t_Q - t_P} = \frac{0{,}22 - 0{,}81}{50 - 0} = -1{,}2.10^{-2}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

et comme $v(t_1) = -p_2$, on a : $v(t_1) = 1{,}2.10^{-2}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

On constate que la vitesse instantanée de disparition de la protéine diminue au cours du temps ($v(t_1) < v(t_0)$).
A $t_0 = 0$ s, on trouve $v(t_0) = 2{,}9.10^{-2}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

A $t_1 = 20$ s, on trouve $v(t_1) = 1{,}2.10^{-2}$ mol.L^{-1}.s^{-1}

3.3- Détermination graphique du temps de demi-réaction $t_{1/2}$

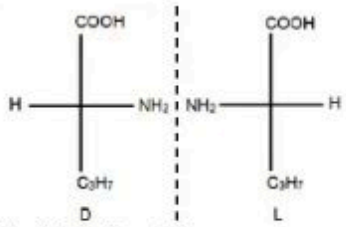
Graphiquement, on obtient : $t_{1/2} = 32{,}5$ s

ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

EXERCICE 153 *Propriétés chimiques des α-aminoacides* Sujet Bac S2 2012 4 points 40 min

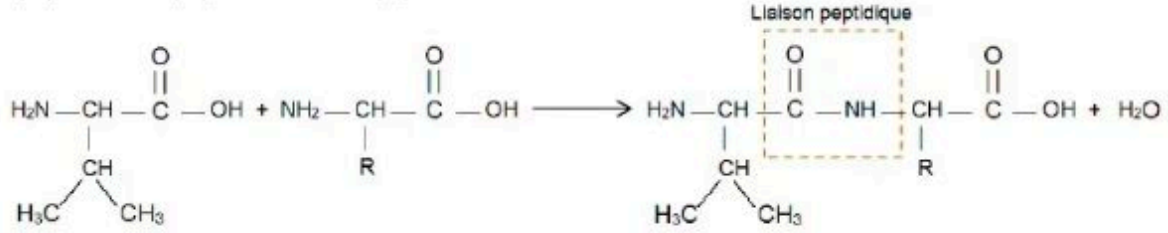
1.1- Nom officiel de l'acide α-aminé A : acide 2-amino-3-méthylbutanoïque.

1.2- Représentation de Fischer des énantiomères



2.1- Equations des réactions permettant d'obtenir les dipeptides

Puisque l'on ne considèrera dans cette question que des réactions possibles entre A et B, il ne se formera que deux dipeptides : le dipeptide A-B et le dipeptide B-A.



2.2- Encadré de la liaison peptidique (voir ci-dessus).

2.3- Formule semi-développée et nom de l'acide α-aminé B

Comme la masse molaire de chaque dipeptide vaut M = 174 g.mol^{-1}

Alors : M = M(R) + 7x12+3x16+2x14+13 =174 ⇒ M(R)= 1 donc R est un atome d'hydrogène H

D'où la formule semi-développée de B : H — CH(NH$_2$) — COOH

acide aminoéthanoïque ou glycine

3.1- Formule semi-développée de l'ion bipolaire

$$H_3N^+ — CH_2 — COO^-$$

3.2- Cet ion peut se comporter soit comme un acide soit comme une base d'où son caractère amphotère.

- Comportement acide de l'amphion : sa réaction avec l'eau se traduit par l'équation suivante.

$$H_3N^+ — CH_2 — COO^- + H_2O \rightleftharpoons H_2N — CH_2 — COO^- + H_3O^+$$

Acide (anion) Base

ACIDES α-AMINES (ELEMENTS DE STEREOCHIMIE)

- Comportement basique de l'amphion : sa réaction avec l'eau se traduit par l'équation suivante.

$$H_3N^+ - CH_2 - COO^- + H_2O \rightleftharpoons H_3N^+ - CH_2 - COOH + HO^-$$

Base (cation) Acide

3.3- Couples acide/base associés à l'amphion

$H_3N^+ - CH_2 - COOH / H_3N^+ - CH_2 - COO^-$ Couple cation / amphion

$H_3N^+ - CH_2 - COO^- / H_2N - CH_2 - COO^-$ Couple amphion / anion

4.1- Associons à chaque couple acide/base un pK_a

$H_3N^+ - CH_2 - COOH / H_3N^+ - CH_2 - COO^-$
Couple cation/ amphion
$pKa_1 = 2,3$

$H_3N^+ - CH_2 - COO^- / H_2N - CH_2 - COO^-$
Couple amphion/anion
$pKa_2 = 9,6$

4.2- Complétons le diagramme indiquant les domaines de prédominance des espèces acido-basiques

