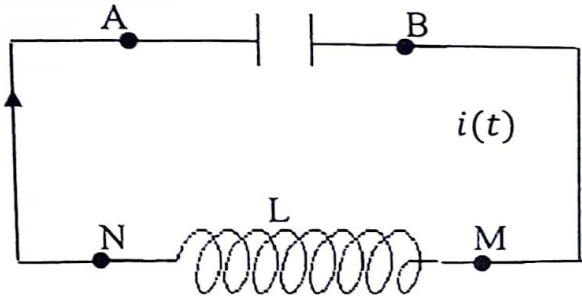


Les Oscillations Electriques Libres

EXERCICE 1: BAC 2005 SB (Similaire)

On considère le circuit de la figure ci-dessous. La capacité C est préalablement chargée par un générateur. A un instant considéré comme initial, et où l'intensité du courant dans le circuit est considérée comme maximale et égale à $2,5A$ le condensateur commence à se décharger dans une bobine non résistive d'inductance L .



1) Etablir l'équation différentielle régissant la décharge $q(t)$ du condensateur.

2) Quelles sont les expressions de l'intensité $i(t)$ et de la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine (les valeurs numériques des coefficients seront calculées).

3) Calculer l'énergie dans la bobine. NB: Les valeurs de C et L devraient être données.

Applications numériques : $C = 1nF$; $L = 0,1H$.

EXERCICE 2:

Un circuit comprend une bobine d'auto-inductance $L=1,1H$ et un condensateur de capacité $C=10^{-6}F$. Le condensateur est chargé sous une tension de $15V$.

1) a. Donne la pulsation propre des oscillations libres de ce circuit. En déduis la fréquence de l'oscillateur électrique ainsi constitué.

b. Quelle est l'énergie de l'oscillateur.

2) En supposant que la décharge commence à l'origine des dates, quelle est, à chaque instant la charge du condensateur ?

3) a. Quelle est, à chaque instant, l'intensité du courant dans le circuit ?

b. Quelle est l'intensité du courant dans le circuit quand la charge vaut $1.10^{-5}C$?

4) Trace les graphes des fonctions $q(t)$ et $i(t)$.

EXERCICE 3: BAC 2010 SB

1) un condensateur de capacité $C = 1\mu F$ est chargé sous une tension de $80V$.

a) Quelle est la charge prise par le condensateur ?

b) Quelle est l'énergie emmagasinée par le condensateur ?

2) A la date $t = 0$, ce condensateur chargé est branché aux bornes d'une bobine de résistance négligeable et d'inductance $L = 1H$.

a) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q de l'armature positive du condensateur.

b) Donner en fonction du temps t , l'expression de la charge q et celle de l'intensité i du courant. Calculer la fréquence propre N_0 du circuit LC.

c) Calculer, en fonction du temps t , l'énergie emmagasinée dans le condensateur et celle emmagasinée dans la bobine. En déduire l'énergie totale du système et calculer sa valeur numérique.

3) En réalité la résistance de la bobine est de 10Ω , donc non négligeable.

a) Etablir l'équation différentielle à laquelle obéit la charge q de l'armature positive.

b) Montrer que l'énergie totale du système n'est plus conservée. Cette perte d'énergie s'effectue sous quelle forme ?

EXERCICE 4:

1) Un condensateur de capacité C_1 est chargé sous une tension constante U_1 (fig. 1). Calculer la charge Q_1 portée par l'armature A ainsi que l'énergie emmagasinée E_1 . A.N: $C_1 = 10 F$, $U_1 = 40 V$.

2) Le condensateur C_1 , chargé dans les conditions précédentes, est isolé, puis relié à une bobine d'auto inductance L . la résistance du circuit est négligeable (FIG. 2). A la date $t = 0$ on ferme l'interrupteur K .

Un oscillographe permet de visualiser la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine.

On obtient la courbe représentée (FIG. 3)

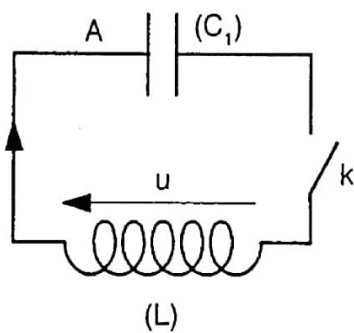


FIG.2

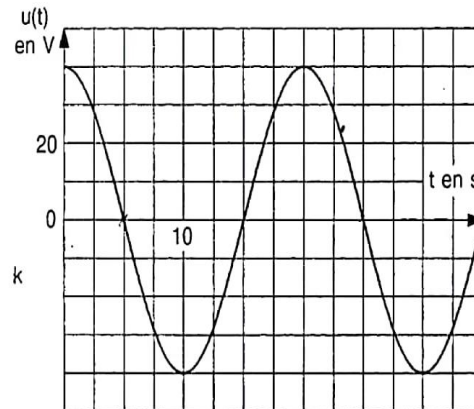


FIG.3

3) Soit $q(t)$ la charge portée par l'armature A à la date t . L'intensité $i(t)$ est comptée positivement quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma.

a) Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$.

b) En déduire l'expression littérale de la tension $u(t)$.

c) Déterminer les valeurs de la tension maximale et de la pulsation.

d) Calculer la valeur de l'auto-inductance L de la bobine.

e) Quelles sont les expressions littérales en fonction du temps de l'énergie emmagasinée dans le condensateur, dans la bobine et de l'énergie totale emmagasinée dans le circuit.

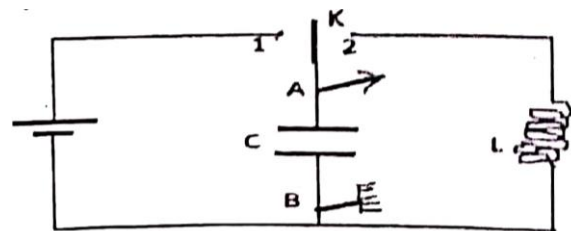
Comparer à la valeur E_1 Conclure.

EXERCICE 5:

Un condensateur de capacité $C = 12,5 \mu\text{F}$ est chargé à l'aide d'une batterie de force électromotrice (f. e. m) $E=12\text{V}$ et de résistance négligeable. L'interrupteur K à double positions (K être fermé en position (1) ou (2)).

1. On ferme l'interrupteur en position (1). Que se passe-t-il pour le condensateur ? Calculer la charge maximale prise par le condensateur ainsi que l'énergie

emmagasinée. Précise sur la figure, l'armature qui se charge positivement.



2. On ferme l'interrupteur en position(2). Quel est le phénomène observé ?

3. L'interrupteur étant fermé en position (2), ce condensateur peut ensuite se décharger dans la bobine d'inductance $L = 0,80 \text{ H}$ et de résistance négligeable.

a. Quelle est, à la date $t = 0$, la valeur U_0 de la tension U_{AB} aux bornes du condensateur et l'intensité I_0 du courant dans le circuit (L, C) ?

b. A la date t , la tension aux bornes du condensateur vaut $u = U_{AB}$. Comment varie u en fonction du temps ?

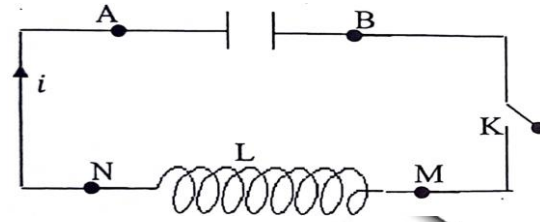
c. Exprimer $u(t)$ et représenter la courbe $u = f(t)$ sur un intervalle de deux périodes.

d. Exprimer la charge $q(t)$ et l'intensité $i(t)$.

4. La bobine a en réalité une résistance R . Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ du condensateur dans ces conditions. Quel est le rôle de R ?

EXERCICE 6:

Un condensateur de capacité $C=2\mu\text{F}$ est chargé sous une tension $U=20\text{V}$. Dès que la charge est terminée, on relie les armatures de ce condensateur à une bobine d'inductance $L=0,5\text{H}$ et de résistance négligeable. A un instant pris comme origine des temps, on ferme l'interrupteur K.



1. En comptant positivement l'intensité $i(t)$ quand le courant circule dans le sens indiqué sur le schéma, établir l'équation différentielle du circuit (on précise qu'à l'instant $t=0$, l'armature A est chargée positivement).
2. Calculer la fréquence propre des oscillations.
3. Trouver les expressions de la charge du condensateur et de l'intensité du courant en fonction du temps.
4. Déterminer les expressions des fonctions $W_c(t)$ et $W_b(t)$ des énergies stockées dans le condensateur et dans la bobine. Montrer que ce système satisfait au principe de conservation de l'énergie.

EXERCICE 7 : BAC 1995 - Série : SB

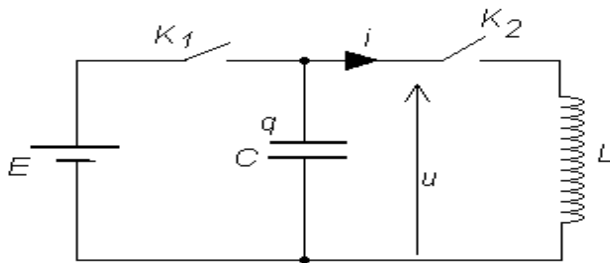


Figure a

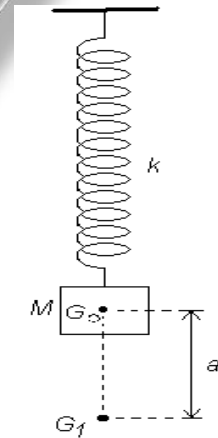


Figure b

- 1) On réalise le circuit de la figure a. Dans ce montage on a $E = 15$ volts, $C = 0,4$ microfarad et $L = 80\text{mH}$. L'interrupteur K_2 étant ouvert, on ferme K_1 , puis après quelques secondes on l'ouvre à nouveau.
 - a) Quelle est la charge Q_0 portée par le condensateur ? Quelle est dans cette condition l'énergie électrostatique E_E et l'énergie magnétique E_M emmagasinées respectivement dans le condensateur et dans la bobine ?
 - b) A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K_2 . Établir l'équation différentielle du circuit en fonction de q la charge instantanée, puis de la tension instantanée u .
 - c) Calculer la tension maximale U_m et le déphasage tension courant noté φ sachant qu'à l'instant $t=0$ l'intensité instantanée i est nulle.
 - d) Déterminer la période propre T_0 du circuit et calculer à l'instant $T_0/4$: la charge q du condensateur, l'intensité i à travers la bobine, les énergies E_E et E_M .
- 2) On réalise maintenant un pendule élastique vertical (figure b). La masse du solide S est $M=450$ g et la constante de raideur du ressort est $k=25$ N/m.

A partir de sa position d'équilibre G_0 on tire le solide S verticalement vers le bas et on le lâche sans vitesse initiale. Au cours de cette action le ressort s'est allongé de la longueur a .

 - a) Établir l'équation différentielle du mouvement de S. Trouver l'équation du mouvement dans le cas de mouvement de faibles amplitudes.
 - b) Dédire l'expression de la période propre T_0 du pendule.
 - c) Soit x l'élongation à l'instant t , du centre d'inertie de S. Exprimer à chaque instant en fonction de K , M , x , de la dérivée première de x , les énergies cinétique E_c , potentielle E_p et mécanique E du système.

d) Sachant que l'allongement a , a pour longueur 8 cm, donner l'équation horaire du mouvement.

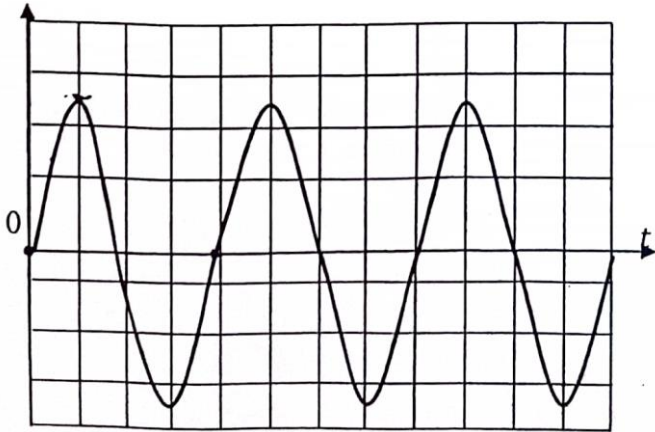
e) Calculer :

- la vitesse maximale de S

- sa vitesse lorsqu'il s'est déplacé de la longueur $l = 5$ cm par rapport à la position d'équilibre.

3) En comparant les équations différentielles de ces 2 systèmes étudiés, mettre en évidence une analogie entre les grandeurs électriques et mécaniques.

EXERCICE 8:



Le schéma représente l'oscillogramme de la tension aux bornes du condensateur d'un circuit (L, C) de résistance négligeable. On donne: $C = 6,9\mu\text{F}$ sensibilité verticale: 2V/div ; durée de balayage : 1ms/div .

1) Déterminer la période des oscillations. En déduire la fréquence.

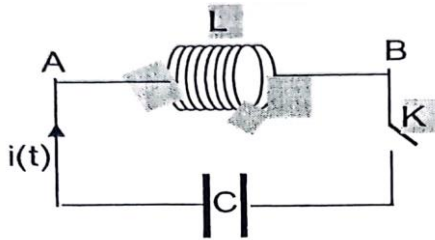
2) Quelle est la valeur de l'inductance L de la bobine.

3) Faire le schéma du circuit et trouver l'équation différentielle liant la tension et sa dérivée seconde. En déduire les équations $u(t)$ et $i(t)$.

4) Calculer l'énergie totale du circuit.

5) Retrouver l'équation différentielle des oscillations à partir de la conservation de l'énergie totale.

EXERCICE 9: BAC 2005 SB



On considère le circuit de la figure ci-contre. La capacité C est préalablement chargée par un générateur. A un instant considéré comme initial, et où l'intensité du courant dans le circuit est considérée comme maximale et égale $2,5\text{A}$ le condensateur commence à se décharger dans une bobine non résistive d'inductance L.

1. Etablir l'équation différentielle régissant la décharge $q(t)$ du condensateur.

2. Quelles sont les expressions de l'intensité $i(t)$ et de la tension $u(t)$ aux bornes de la bobine (les valeurs numériques des coefficients seront calculées, on donne $L = 10^{-2}\text{H}$ et $C = 10^{-2}\text{F}$)

3. Calculer l'énergie dans la bobine.

EXERCICE 10:

Un condensateur de capacité $C=100\mu\text{F}$, préalablement chargé sous une tension $U_0=12\text{V}$, est branché, à l'instant $t=0$, aux bornes d'une bobine d'inductance $L=10\text{mH}$ et de résistance négligeable.

1) Schématise le circuit. Oriente-le et désigne l'armature dont la charge est notée q et flèche les tensions aux bornes des dipôles.

2- a) Exprime en fonction de la charge q , les tensions aux bornes du condensateur et de la bobine.

b) Etablis l'équation différentielle régissant l'évolution de la charge q au cours du temps.

3- a) Donne l'expression générale de la solution de l'équation différentielle. Explicite les différents termes de cette équation et précise les unités S.I.

b) Exprime la période propre du circuit oscillant.

c. Compte tenu des conditions initiales, établis la solution donnant l'évolution au cours du temps de la charge q .

d. Exprime l'équation particulière donnant l'expression en fonction du temps:

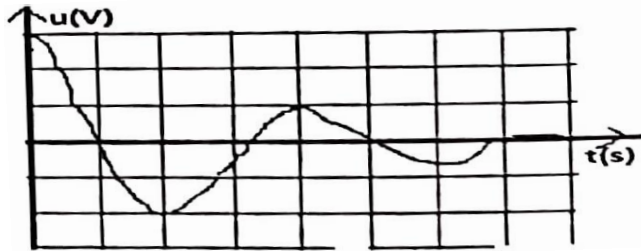
- de la tension aux bornes du condensateur ;

- de l'intensité du courant.

EXERCICE 11:

Un circuit série comprend une bobine d'inductance L et de résistance R et un condensateur de capacité C . La figure ci-dessous représente la variation de la tension u en fonction du temps aux bornes du condensateur au cours de sa décharge dans le circuit. Balayage : $50 \mu\text{s}/\text{div}$; sensibilité verticale : $2\text{V}/\text{div}$.

1) Détermine la période et la fréquence des oscillations électriques pseudopériodiques.

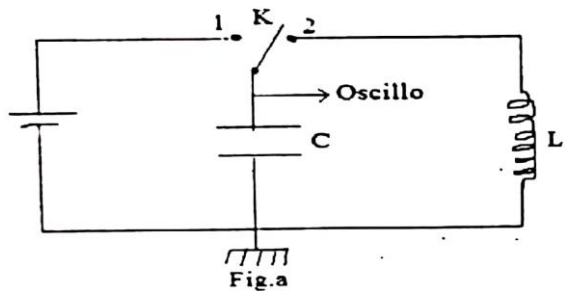


2) Quelle est la cause de l'amortissement des oscillations ?

3) On admet que l'amortissement est sans influence sensible sur la fréquence des oscillations. Détermine la valeur de la capacité C sachant que $L = 0,1\text{H}$.

4) Calcule l'énergie initiale E_0 du condensateur ainsi que l'énergie dissipée E par effet Joule lors de la première oscillation.

EXERCICE 12:



1) Un solénoïde comportant $N=2000$ spires, de longueur $l=25\text{cm}$ et de diamètre $D=5\text{cm}$ est placé dans l'air. Etablis l'expression littérale du coefficient d'auto induction L de ce solénoïde et calcule sa valeur numérique. (On supposera le champ magnétique uniforme à l'intérieur du solénoïde, et la permittivité de l'air $\mu_0=4\pi \cdot 10^{-7} \text{ U.S.I.}$; $\pi^2=10$).

2) On réalise avec ce solénoïde le montage de la figure a ; le condensateur a une capacité $C=0,1 \mu\text{F}$.

a. On met l'interrupteur K en position 1. Que se passe-t-il pour le condensateur ?

b. On place ensuite l'interrupteur en position 2; on observe sur l'écran de l'oscilloscope la courbe de la figure b. Quel phénomène représente-elle ?

Quelle est la valeur de la pseudo-période ? Calcule L . Sa valeur est-elle compatible avec celle du 1) ?

c. Etablis alors théoriquement l'expression de la charge $q(t)$ du condensateur en fonction du temps.

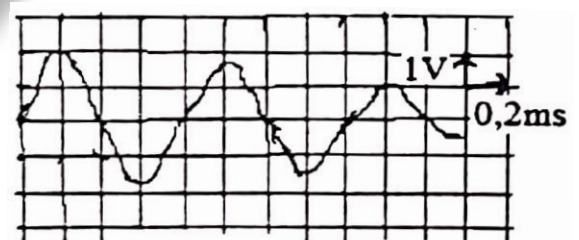


Fig.b

EXERCICE 13:

On réalise le montage de la figure ci-dessous. Le générateur a une f.é.m $E=6\text{V}$; les condensateurs ont respectivement pour capacité C_1 et C_2 telles que $C_1=3\mu\text{F}$ et $C_2=6\mu\text{F}$; la bobine a une résistance nulle et une inductance $L=2 \cdot 10^{-2}\text{H}$. On note R la résistance du rhéostat.

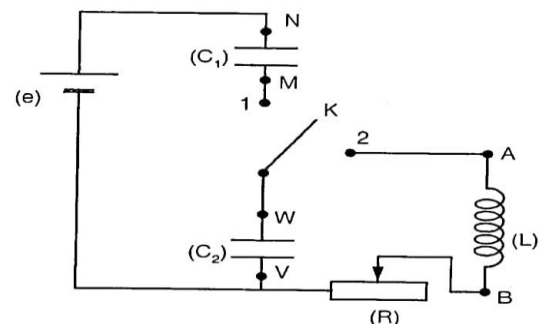
1) Initialement les deux condensateurs sont déchargés. Que se passe-t-il quand l'interrupteur est en position 1 ?

Détermine la charge et l'énergie acquises par chaque condensateur.

(On rappelle que des condensateurs associés en série ont la même charge que le condensateur équivalent et que l'inverse de la capacité du condensateur équivalent est égale à la somme des inverses des capacités des condensateurs associés).

2) A l'instant $t=0$, l'interrupteur est mis en position 2.

a. Pour $R=0$, Etablis l'équation différentielle des oscillations en fonction de la charge q du condensateur C_2 en précisant le sens positif choisi pour le courant i passant dans la bobine. Donne les expressions de $q(t)$ et de $i(t)$ en précisant les coefficients numériques.

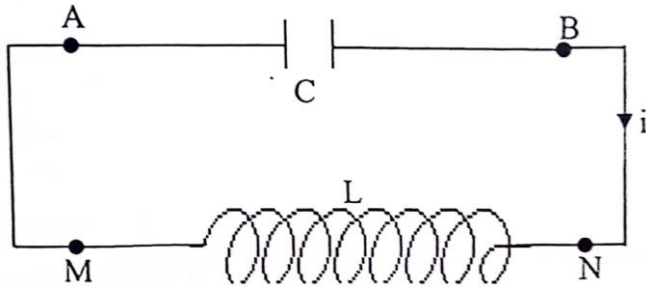


b. Donne les expressions de l'énergie du condensateur et celle de la bobine à une date t . Comment est répartie l'énergie dans le circuit à $t=2,2 \text{ ms}$?

c. On augmente progressivement la valeur de R . Explique le phénomène qui se produit dans le circuit.

EXERCICE 14:

On considère le montage suivant :



On charge le condensateur du circuit (L , C) sous une tension de 2V . Un oscilloscope permet de mesurer la fréquence des oscillations on trouve $N=1,59.10^4 \text{Hz}$.

1) En prenant comme origine des dates l'instant où le condensateur commence à se décharger, donner l'expression $u(t)$ de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps.

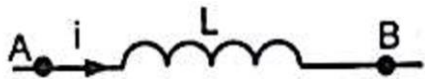
2) La capacité du condensateur vaut 10^{-9}F . Exprimer en fonction du temps la charge $q(t)$ portée par le condensateur et l'intensité du courant $i(t)$ dans le circuit.

Donner les représentations graphiques de $q(t)$ et $i(t)$ dans le même repère sur un intervalle de deux périodes.

3) Quelle est la valeur de l'inductance de la bobine?

4) Donner les expressions de l'énergie emmagasinée dans le condensateur d'une part et d'autre part dans la bobine à la date t . En déduire l'énergie totale. Conclure

EXERCICE 15 : (extrait Bac D Troisième Session 2004 Côte d'Ivoire)



On place une bobine d'inductance L et de résistance négligeable entre les points A et B d'un circuit électrique parcouru par un courant d'intensité i .

1. Cette bobine emmagasine une énergie $E=3.10^{-3} \text{J}$, lorsqu'elle est parcourue par un courant d'intensité $I=0,1 \text{A}$.

1.1. Calculer l'inductance de la bobine.

1.2. Un condensateur de capacité C soumis à une tension $U = 10 \text{V}$ peut stocker la même énergie.

1.2.1) Calculer la capacité C de ce condensateur.

1.2.2) Calculer sa charge maximale Q_m .

2) Le condensateur chargé est relié à la bobine selon le schéma ci-dessous :

2.1. Donner les expressions de la tension:

U_c aux bornes du condensateur ; U_L aux bornes de la bobine.

2.2. Déterminer l'équation différentielle du circuit oscillant.

2.3. En déduire la pulsation propre ω_0 .

2.4. Déterminer l'expression de la charge en fonction du temps, sachant qu'à la date $t=0$, la charge du condensateur est maximale.

2.5. Calculer la charge du condensateur aux dates suivantes:

$t = 0$; $t = \frac{T}{4}$; $t = \frac{T}{2}$; $t = \frac{3T}{4}$ et $t = T$ avec $q = Q_m \cos \frac{2\pi t}{T}$ et T est la période des oscillations électriques

1.6. Donner l'allure de la fonction $q(t)$

EXERCICE 16 P_{10-1}

Dans le montage ci-dessous : $E = 15 \text{V}$; $C = 0,4\mu\text{F}$; $L = 80\text{mH}$.

L'interrupteur K_2 est ouvert, on ferme K_1 puis, après quelques secondes, on l'ouvre à nouveau.

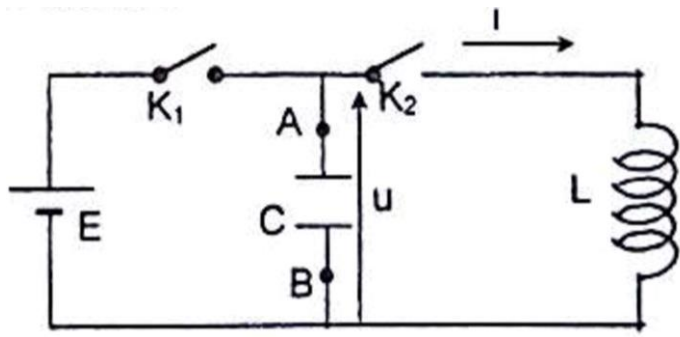
1- Quelle est la valeur de la charge q_0 portée par l'armature «supérieure» du condensateur ? Calculer, dans ces conditions, l'énergie électrostatique E_E et l'énergie magnétique E_M emmagasinées respectivement, dans le condensateur et dans la bobine.

2- A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K_2 et on note :

- i l'intensité algébrique du courant dans la bobine (voir figure)
- q la charge de l'armature supérieure du condensateur

a) Quelle relation y a il entre i et $\frac{dq}{dt}$?

b) En exprimant de deux façons différentes la tension u aux bornes de la bobine, établir que l'équation



différentielle du circuit est : $\frac{d^2u}{dt^2} + \frac{1}{LC}u = 0$

3- Vérifier que la solution de cette équation est de la forme $u = u_{\max} \cos(\omega_0 t + \varphi)$

Calculer numériquement $U_{\max}$ et φ sachant qu'à l'instant initial, l'intensité i est nulle.

4- Déterminer la valeur numérique de la période propre T_0 du circuit et calculer, à l'instant $\frac{T_0}{4}$:

a) La charge q de l'armature supérieure.

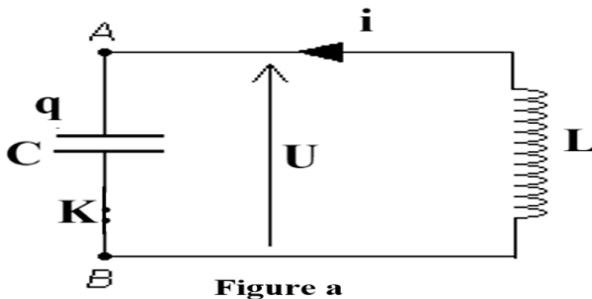
b) L'intensité i dans la bobine.

c) L'énergie électrostatique E'_E et l'énergie magnétique E'_M présentes dans le circuit.

5- Répondre aux mêmes questions qu'en 4), mais en considérant l'instant $\frac{T_0}{2}$.

EXERCICE 17:

Dans cette partie on se propose de comparer le fonctionnement d'un oscillateur électrique avec celui d'un oscillateur mécanique pour faire ressortir des analogies.



1. On réalise un circuit comprenant une bobine d'inductance L dont la résistance est supposée nulle et un condensateur de capacité C ; initialement l'interrupteur K est ouvert [figure (a)]. Le condensateur est d'abord chargé sous une tension constante U par un dispositif non représenté sur la figure. On ferme ensuite l'interrupteur K .

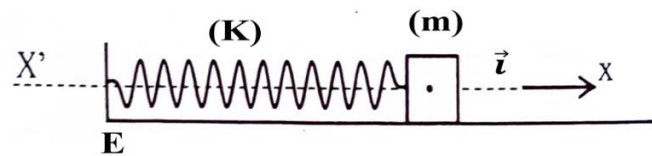
1.1 Etablir l'équation différentielle traduisant les oscillations électriques qui se déroulent dans le circuit en prenant comme

variable la charge q d'une armature du condensateur. [Le circuit est orienté comme indiqué sur la figure (a)].

1.2 En déduire la période des oscillations. Applications numériques : $L = 0,10\text{H}$; $C = 1,0 \cdot 10^{-5}\text{F}$.

2. On considère un solide A de masse m pouvant glisser sans frottement sur un support horizontal. Le solide est lié à l'une des extrémités d'un ressort de masse négligeable et de raideur k ; l'autre extrémité du ressort étant fixée en un point E (figure b). On déplace le solide A de façon à provoquer l'allongement du ressort et on l'abandonne sans vitesse initiale.

Figure b



2.1 Etablir l'équation différentielle du mouvement du solide A en prenant comme variable l'élongation x du solide, le mouvement étant rapporté au repère $X'X$ dont l'origine coïncide avec la position du centre d'inertie G du solide à l'équilibre [figure (b)].

2.2 En déduire la période des oscillations. Applications numériques : $m = 0,50\text{kg}$; $k = 25\text{ N/m}$.

2.3 Recopier puis compléter le tableau ci-dessous pour faire apparaître les analogies entre les grandeurs électriques de la question 1.1 et les grandeurs mécaniques de la question 2.1.

Grandeurs mécaniques	Grandeurs électriques
Masse m	
Raideur du ressort k	
Élongation x	
Vitesse $V = \dot{x}$	
Énergie cinétique $E_c = \frac{1}{2} m V^2$	
Énergie potentielle élastique $E_{pe} = \frac{1}{2} k x^2$	