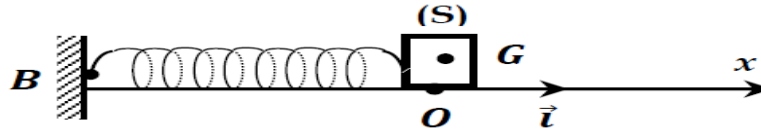


TRAVAUX DIRIGES SUR LES OSCILLATION MECANIKES LIBRES**Exercice N°1**

Un ressort, à spires non jointives de constante de raideur $k = 25\text{N/m}$, dont l'axe a une direction constante, est fixé en un point B par l'une ses extrémités. A l'autre extrémité est accroché un solide (S) de masse $m = 250\text{g}$. Le solide (S) se déplace sans frottement sur le plan horizontal pris comme origine des énergies potentielles de pesanteur.



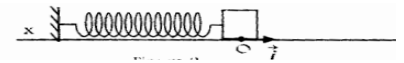
A l'équilibre, le centre d'inertie du solide G occupe la position $x = 0\text{m}$.

- On comprime le ressort en déplaçant le solide (S). Le centre d'inertie occupe alors la position $x_0 = -1,4\text{cm}$. A $t = 0\text{s}$, pris comme origine des dates, on lâche le solide (S) sans vitesse initiale.
 - Faire l'inventaire des forces qui s'exercent sur le solide (S) et les représenter.
 - Etablir l'équation différentielle du mouvement en utilisant le théorème du centre d'inertie.
 - Déterminer la pulsation propre ω_0 et la période T_0 .
 - En déduire l'équation horaire du mouvement. On choisira la solution $x(t) = x_m \sin(\omega_0 t + \varphi)$.
- Déterminer l'énergie mécanique du système solide + ressort.
 - En utilisant le principe de conservation de l'énergie mécanique, déterminer la valeur de l'énergie cinétique et la vitesse lors de son premier passage par la position d'équilibre.

Exercice N°2

Un pendule élastique, constitué d'un solide S de masse 200g et d'un ressort de raideur 5N/m , effectue des oscillations libres sur un banc à coussin d'air horizontal. L'axe de des abscisses est confondu à l'axe du ressort. L'origine des abscisses est la position du centre d'inertie G du solide lorsque celui est au repos.

- L'origine des dates correspond au passage de G par l'origine des abscisses avec une vitesse de $0,6\text{m/s}$ dirigé dans le sens négatif de l'axe.
 - Etablir l'équation différentielle qui régit le mouvement du centre d'inertie G du solide.
 - Déterminer l'équation horaire qui décrit le mouvement de G.
On admet que les solutions sont sous la forme : $x(t) = X_m \cos(\omega_0 t + \varphi)$
 - Déterminer au cours du mouvement l'accélération maximale de G
- Tracer qualitativement le graphe de la variation de x en fonction du temps, sur au moins deux périodes du mouvement.
 - Déduire à quelles dates le centre d'inertie G du solide repasse-t-il pour la première et pour la deuxième fois par le point d'abscisse $x = 0$
- Calculer l'énergie mécanique du pendule à la date $t = 0\text{s}$
 - Enduire la valeur de la vitesse du centre G du solide au point d'abscisse $x = 3\text{cm}$

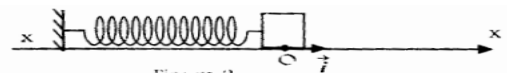
**Exercice N°3**

Un ressort de suspension de voiture de raideur K et à spires non jointives est fixé avec une extrémité sur un banc d'essai. Un solide (S) de masse m fixé à l'autre extrémité du ressort peut glisser sans frottement sur une tige rigide horizontale $x'x$. L'abscisse de centre d'inertie G de (S) est repérée par rapport à la position O de G au repos.

On écarte (S) de sa position d'équilibre et on lâche, sans vitesse initiale, à l'instant $t = 0\text{s}$. Son abscisse est alors $x = x_m$.

On donne $K=4\text{kN/m}$; $m = 100\text{kg}$ et $x_m = 5\text{cm}$

- Faire le bilan des forces appliquées au solide (S) et les représenter
- Etablir l'équation différentielle du mouvement.
- En déduire l'équation horaire du mouvement de (S)
- Calculer la période pour les mêmes données numériques
- Montrer que l'énergie mécanique de l'oscillation est constante et peut se mettre sous la forme $E_m = \frac{1}{2} m V_m^2$ où V_m est la vitesse maximale
- Retrouver l'équation différentielle à partir de l'expression de l'énergie mécanique

**Exercice N°4**

L'équation horaire du mouvement d'un oscillateur mécanique est : $x(t) = 2 \cdot 10^{-2} \sin\left(2\pi t + \frac{\pi}{2}\right)$ (En m).

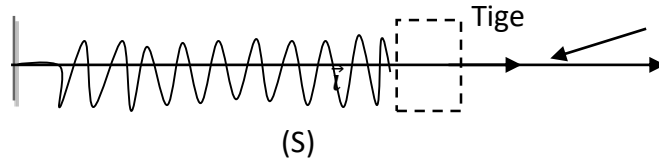
- De quel type d'oscillateur s'agit-il ?
- Déterminer les caractéristiques de cet oscillateur.
- Déterminer le nombre d'oscillateur effectué par cet oscillateur à l'instant $t = 10\text{s}$.
- Quelle est la vitesse de cet oscillateur à l'instant $t = 2\text{s}$.
- Sans calcul, donner la vitesse de ce pendule à l'instant $t = 4\text{s}$.
- Déterminer la longueur du pendule simple synchrone à cet oscillateur harmonique.

Exercice N°5

Partie A : On donne $g = 10\text{m/s}^2$

Un solide (S) de masse $m = 200\text{g}$, est accroché à l'extrémité d'un ressort R_1 à spires non jointives suspendu verticalement en un point A. A l'équilibre, suspendu verticalement en un point A. A l'équilibre, l'allongement du ressort vaut $\Delta l_0 = 10\text{cm}$. Calculer la raideur K du ressort.

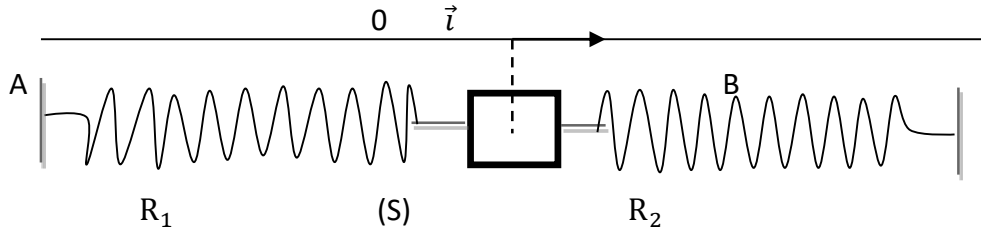
Partie B : Le pendule élastique réalisé avec le ressort R_1 et le solide (S) est maintenant horizontal. Son mouvement est guidé par une tige T, sans frottement. Soit O la position du centre d'inertie du solide (S) à l'équilibre (voir fig.)



La tige T est munie du repère $(O; \vec{i})$. On écarte le solide (S) de sa position d'équilibre d'une distance $x_0 = +3\text{cm}$ vers la droite et on le lâche sans vitesse initiale à l'instant $t = 0\text{s}$.

1. Faire le bilan des forces exercées sur le solide (S) à une date t quelconque.
2. Etablir l'équation différentielle du mouvement de (S). Calculer la période T_0 de son mouvement.
3. Etablir l'équation horaire du mouvement de (S).
4. (a) Calculer la date t_1 du premier passage de (S) par le point d'abscisse $x = -1,5\text{cm}$.
(a) Préciser à cette date les caractéristiques du vecteur-vitesse $\vec{V}_1$ de (S).

Partie C : On accroche, cette fois-ci, au solide (S), un deuxième ressort identique au précédent (voir fig.)

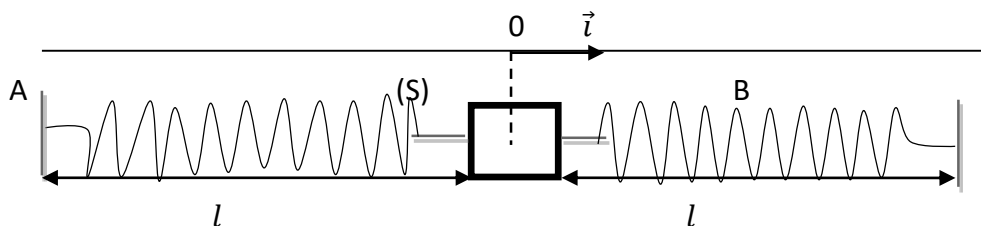


A l'équilibre, chaque ressort a un allongement $\Delta l = 8\text{cm}$. On tire (S) suivant la droite (AB), d'une distance $d=5\text{cm}$ et on le lâche sans vitesse initiale.

1. En supposant que l'énergie potentielle de pesanteur est nulle dans le plan horizontal du mouvement, établir l'expression de l'énergie mécanique du système $[R_1; R_2; (S); \text{terre}]$ à un instant t quelconque.
2. En appliquant le principe de la conservation de l'énergie mécanique, établir l'équation différentielle du mouvement de (S).
3. Donner :
 - L'expression de la nouvelle période T'_0
 - La relation entre T_0 et T'_0
4. Calculer la vitesse maximale du solide.

Exercice N°6

Deux ressorts identiques, de masse négligeable, sont accrochés à un solide autoporteur S qui repose sur une table parfaitement plane et horizontale. Les deux ressorts sont fixés en A et B aux extrémités de la table. On tire le solide S suivant la droite AB, d'une distance $d=12,5\text{cm}$ et on le lâche sans vitesse.

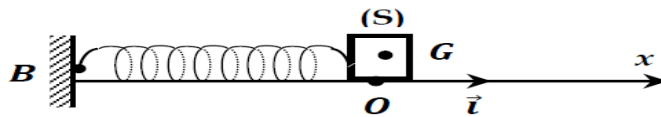


On donne :

- Masse du solide autoporteur : $m = 560\text{g}$;
 - Longueur à vide des ressorts : $l_0 = 15\text{cm}$;
 - Longueur des ressorts lorsqu'ils sont accrochés à S : $l = 30\text{cm}$
 - Raideur d'un ressort : $k=7,2\text{N/m}$.
1. Etablir l'équation différentielle du mouvement.
 2. Calculer la période des oscillations du solide S.
 3. Calculer la vitesse maximale.
 4. Calculer l'énergie mécanique de l'oscillateur.

Exercice N°7

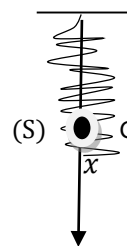
- Un solide (S) de masse $m = 155g$ est suspendu à un ressort élastique vertical à spires non jointives ; celui-ci s'allonge de $x_0 = 12,5cm$. Calculer la constante de raideur du ressort.
- Ce solide est percé suivant son axe de symétrie et peut glisser sans frottement sur une tige horizontale ; le ressort étant toujours attaché à (S). Le solide (S) est tiré horizontalement d'une longueur $d = 7cm$ à partir de sa position d'équilibre, puis il est abandonné sans vitesse initiale.
 - Déterminer l'équation différentielle régissant le mouvement du pendule ;
 - Calculer la période propre des oscillations ;
- Déterminer au cours du mouvement :
 - La vitesse maximale de (S) ;
 - L'accélération maximale de (S) ;
 - La tension maximale du ressort.



Exercice N°8

On accroche à l'extrémité inférieure d'un ressort vertical de masse négligeable de longueur à vide $l_0 = 12cm$ et de raideur k , une masse marquée (S) de valeur $m = 100g$. A l'équilibre sa longueur vaut $l = 15cm$.

- Représenter les forces qui s'exercent sur (S) à l'équilibre.
- Déterminer l'allongement x_0 du ressort à l'équilibre et en déduire la raideur K .
- (S) est tiré verticalement vers le bas d'une distance $X_m = 2cm$ et abandonné sans vitesse initiale à la date $t = 0$.
 - En utilisant la méthode dynamique, établir l'équation différentielle du mouvement de (S) et en déduire son équation horaire sachant qu'à la date $t=0$, l'abscisse du centre de gravité G est : $x = +X_m$.
 - Déterminer la période T_0 du mouvement.
 - Calculer l'énergie mécanique du système ressort-solide (S).
- On immobilise le système à l'équilibre et un dispositif approprié lui Communique à $t=0$ une vitesse $V_0 = 0,2m/s$ vers le bas. Ecrire l'équation horaire du mouvement.
- A partir de la position d'équilibre, (S) est tiré verticalement vers le bas d'une distance $d=2cm$ et abandonné vers le haut avec une vitesse initiale $V_0 = 0,2m/s$ grâce au même dispositif. Ecrire l'équation horaire.



Exercice N°9

Un solide S de centre d'inertie G, de masse $m = 0,1kg$, fixé à un ressort de raideur $K=10N/m$, coulisse sur une tige horizontale. On désigne par $x(t)$ la position de G dans le repère $(O, \vec{i})$ à l'instant t ; O étant la position de G à l'équilibre. On écarte S de sa position d'équilibre et on le lâche en lui donnant une vitesse initiale. On donne $x(0) = 0,05m$ et $\dot{x}(0) = -0,5m/s$.

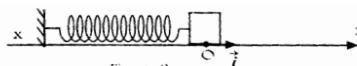
- On néglige les forces de frottement.
 - Rappeler l'équation différentielle du mouvement du centre d'inertie G du solide S.
 - En déduire l'équation horaire du mouvement de G en précisant les valeurs numériques de l'amplitude, de la pulsation et de la phase.
 - Calculer la position et la vitesse de S à l'instant $t=5s$.
 - Tracer la courbe représentative (C) de l'élongation du mouvement de G.
- Le mouvement de S est amorti par les frottements dont la force est proportionnelle à la vitesse et opposée au déplacement de la forme $\vec{f} = \lambda \vec{v}$. Etablir l'équation différentielle de son mouvement.

D'après Bac série C/E du Tchad 2009

Exercice N°10

Une tige rigide A_x est fixée en A à un support vertical. Un ressort à spires non jointives, de masse négligeable, de raideur $k = 12N/m$ est enfilé en A au même support. L'autre extrémité du ressort est liée à un solide S, de masse $m = 10g$. Le solide S et le ressort peuvent coulisser sans frottement le long de la tige A_x . Le ressort n'étant ni comprimé ni étiré, le centre d'inertie G du solide se trouve en O, position que l'on prendra pour origine des abscisses. L'axe des abscisses A_x est orienté positivement de la gauche vers la droite comme l'indique la figure ci-dessous. On écarte le solide S de sa position d'équilibre. L'abscisse de son centre d'inertie est alors en $x_0 = 2,0cm$. A la date $t = 0s$, on le lance vers A avec une vitesse $\vec{v}_0$ dont la norme est $v_0 = 1,2m/s$

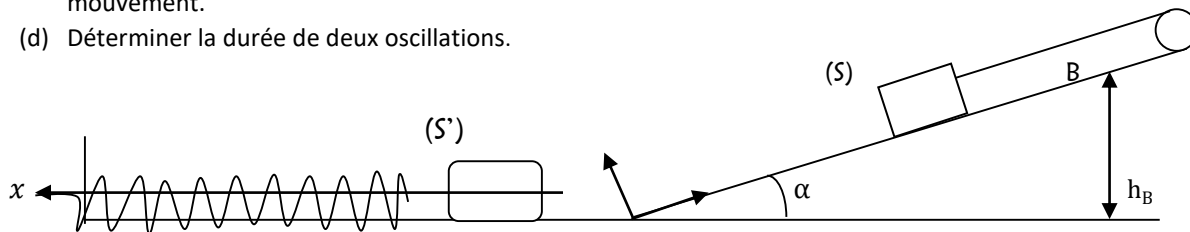
- Déterminer la vitesse de S au passage par la position d'équilibre.
- Quelle est l'amplitude du mouvement des oscillations ?
- Etablir l'équation différentielle du mouvement de G. En déduire l'équation horaire du mouvement en prenant pour origine des dates celle précisée plus haut.
- Exprimer, à la date t , l'énergie cinétique $E_C(t)$ et l'énergie potentielle élastique $E_{Pe}(t)$ de S lié au ressort.
- NB : On considère que l'énergie potentielle pour la position d'équilibre du système est nulle.
- On pose $E = E_C(t) + E_{Pe}(t)$.
Montrer que E est constant et calculer sa valeur. Que représente E pour le système ?



Exercice N°11

Dans tout l'exercice, on néglige les frottements et on assimile le solide (S) à un point matériel. On prendra $g=10\text{N/kg}$.

- Tiré par un câble actionné par un moteur, un solide de masse $m = 3\text{kg}$, gravit un plan incliné d'un angle $\alpha = 30^\circ$ par rapport à l'horizontale. Sa vitesse $\vec{V}$ est constante.
 - Faire le bilan des forces appliquées au solide (S). Représenter les forces sur un schéma.
 - Calculer les valeurs de T de la tension du câble et R de la réaction du plan sur le solide (S).
- Subitement, le câble se casse. En supposant que (S) était monté jusqu'en B, l'altitude $h_B = 1,5\text{m}$ (voir fig.) ; calculer la vitesse V_A de passage de (S) au point A.
- Le solide (S) continue son mouvement sur le plan horizontal contenant A, heurte un solide (S') de masse $m' = 2\text{kg}$ accroché à un ressort de raideur $K=1000\text{N/m}$ en O (voir fig.).
 - Quelle est la vitesse V_0 de (S) juste avant le choc.
 - Quelle est l'énergie mécanique de (S) juste avant le choc, sachant que son énergie potentielle de pesanteur est nulle ?
- Dès que le choc se produit, le système constitué de $\{(S) + (S')\}$ reste solidaire du ressort, il effectue des oscillations autour du point O, origine de l'axe $x'x$, parallèle au sol horizontal. On prendra comme origine des temps, l'instant du choc.
 - Calculer la vitesse de l'ensemble.
 - Déterminer l'amplitude X_m du mouvement de l'oscillateur.
 - Etablir l'équation différentielle du mouvement de l'oscillateur. En déduire sa pulsation et la loi horaire de son mouvement.
 - Déterminer la durée de deux oscillations.



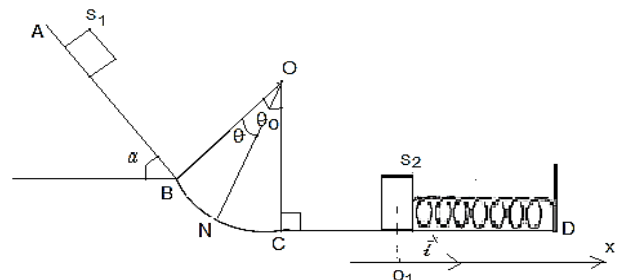
Exercice N°12

Une piste AB est constituée par un plan de longueur $\ell = 0,4\text{ m}$ incliné d'un angle $\alpha = 50^\circ$ sur l'horizontale en raccordant tangentiellement à une surface cylindrique BC de centre O et de rayon $r = OB = 0,5\text{ m}$ et d'angle au centre $\widehat{BOC} = \theta_0 = 60^\circ$; le tronçon est raccordé tangentiellement en C à une pente rectiligne horizontale CD (voir fig.).

Un solide ponctuel S_1 de masse $m_1 = 50\text{ g}$ est abandonné sans vitesse initiale au point A. Les frottements sont négligeables.

On donne $g = 10\text{ m.s}^{-2}$.

- Déterminer la valeur V_B de la vitesse de S_1 en B.
- Donner l'expression de V_N de S_1 lors de son passage par la position N de BC définie par l'angle $\widehat{BON} = \theta$. En déduire l'expression de V_C puis calculer.
- Le solide S_1 aborde en C le tronçon CD horizontal et vient heurter, avec une vitesse V_0 , un solide S_2 ponctuel, de masse $m_2 = 150\text{ g}$, soudé à l'extrémité O_1 d'un ressort horizontal à spires non jointives et de raideur $K = 10\text{ N.m}^{-1}$ dont l'autre extrémité est attaché au point D. Après le choc supposé mou et très bref, les solides S_1 et S_2 restent collés l'un à l'autre.
 - Déterminer les vitesses V_0 et V_G du centre d'inertie respectivement juste avant et après le choc.
 - Après le choc, le ressort subit une compression maximale X_m . Déterminer X_m et la période propre T_0 des oscillations.



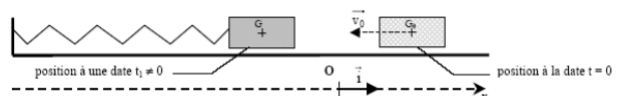
Exercice N°13

Un pendule élastique est constitué d'un mobile de masse $m = 100\text{g}$ pouvant se déplacer sur un banc à coussin d'air horizontal. Ce mobile est attaché à un point fixe par rapport un ressort à spires non jointives de raideur $k=10\text{N/m}$. A l'équilibre, la position du centre d'inertie du mobile coïncide avec le point O, origine du repère (O; $\vec{i}$). On écarte le solide de sa position d'équilibre et on le lance une vitesse V_0 à un instant pris comme origine des dates.

Le référentiel terrestre est considéré comme galiléen pendant la durée de l'étude. Les frottements exercés par l'air peuvent être modélisés par une force $\vec{f}$ colinéaire et de sens opposé au

vecteur vitesse $\vec{v}$ du centre d'inertie G du mobile telle que la valeur de f soit $\vec{f} = -\alpha\vec{v}$ avec α étant une constante positive.

- Etablir l'équation différentielle vérifiée par l'abscisse x du centre d'inertie G du mobile, par une étude dynamique.
- On suppose maintenant que les frottements exercés par l'air sont négligeables.
 - Dans ce cas, en déduire l'équation différentielle du mouvement.
 - L'équation différentielle admet une solution de la forme $x = x_m \cos(\frac{2\pi}{T_0} t + \varphi_0)$. Donner l'expression littérale de la période propre T_0 en fonction des grandeurs caractéristiques de l'oscillateur. Calculer T_0 .
 - Calculer les valeurs de x_m et de φ_0 sachant que : $x_0 = +2,0\text{cm}$ et $v_x(0) = v_{0x} = -0,2\text{m/s}$



- (d) Etablir les expressions de l'énergie cinétique E_c et de l'énergie potentielle E_p de l'oscillateur en fonction du temps, puis en déduire l'expression de son énergie mécanique E en fonction de k et x_m . Calculer E .
- (e) Tracer, dans un même système d'axes, les graphes $E_c(t) = f(t)$ et $E_p(t) = f(t)$.

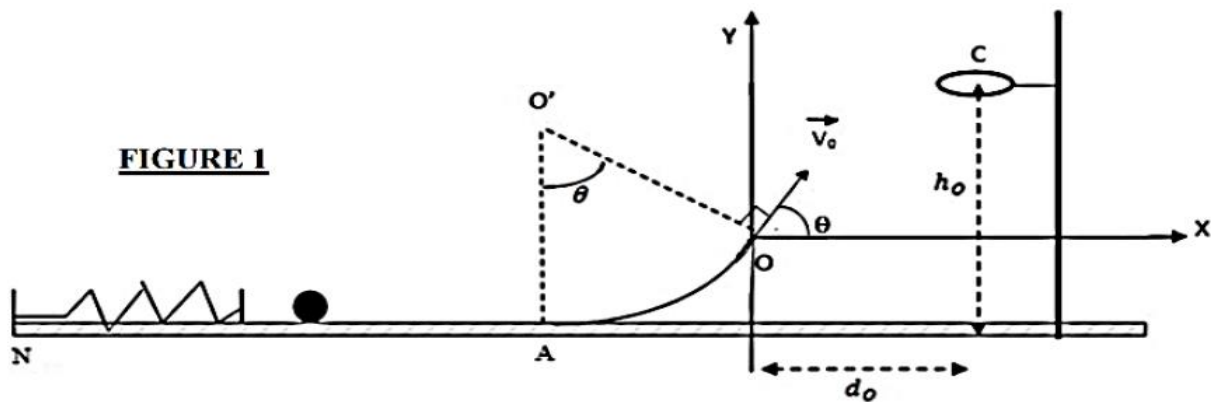
Exercice N°14

Le schéma ci-dessous est celui du profil d'un jouet constitué d'une glissière NAO formé d'un plan horizontal NA et d'un arc $\widehat{OA}$ de rayon $r = 1\text{m}$ d'angle $\theta = \widehat{AO'B} = 60^\circ$, tangent à NA et d'une potence verticale supportant un cerceau de centre C dont l'altitude h_0 est réglable.

Un ressort de raideur $k = 1000\text{N/m}$, disposé sur le plan NA, est fixé à l'une de ses extrémités, l'autre extrémité libre est en contact avec une boule (S) de masse $m = 100\text{g}$.

Le jeu consiste à catapulter habilement la boule (S) à l'aide du ressort pour la faire traverser le cerceau, venant de dessus. Lors d'une compétition, on règle h_0 à $1,42\text{m}$ et la verticale passant par C est à une distance $d_0 = 1,25\text{m}$ de (Oy). (Voir figure 1).

- Un joueur D lance la boule (S) à la suite d'une compression $x_D = 5,32\text{cm}$ du ressort.
 - Un joueur B communique à la boule (S) une vitesse $v_{OB} = 5\text{m/s}$ en O.
1. Calculer la vitesse v_{OD} de la boule en O, communiqué à la boule (S) par le joueur D.
 2. Calculer la compression x_B exercée par le joueur B sur le ressort.
 3. Etablir l'équation de la trajectoire de la boule (S) dans le repère (xOy) .
 4. Quel joueur entre B et D réussit approximativement le jeu ?
 5. Quelle est la hauteur maximale atteinte par la boule (S) pour le joueur qui a réussi le jeu ?
 6. On voudrait que le joueur D réussisse son jeu. A quelle hauteur h_1 devra-t-on régler le cerceau C ?
 7. Préciser dans ces conditions, les caractéristiques du vecteur-vitesse $\vec{v}_{CD}$ de la boule à son passage en C.



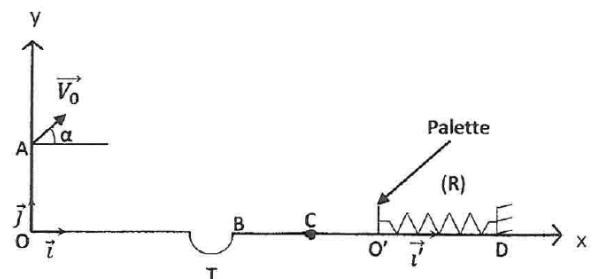
Exercice N°15

Un sportif lanceur de poids a aménagé dans sa cours une place spéciale pour ses séances d'entraînement (voir figure). Le "poids" est une bille d'acier de masse $m = 200\text{g}$. Le ressort de constante de raideur $k = 25\text{N/m}$ est fixée à une spire non jointive et de masse négligeable. Il est fixé à une de ses extrémité D, l'autre extrémité est fixée à une palette aimantée de masse négligeable. Pour une portée inférieure à 5m, la bille finit sa course dans le trou T. Mais lorsque la portée est comprise entre 5 et 8 mètres, la bille continue sa course jusqu'au ressort auquel elle s'accroche. L'ensemble (ressort + palette + bille oscille. On donne : $g = 9,8\text{m/s}^2$; $OA = h = 1\text{m}$; $\alpha = 30^\circ$; $OB = 5\text{m}$; $BC = 3\text{m}$.

NB : On suppose que la bille tombe sans rebondir.

A une date supposée origine du temps, le sportif lance le "poids" à partir du point A avec une vitesse $\vec{v}_0$.

- 1) Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- 2) Déterminer le module v_0 de la vitesse $\vec{v}_0$ pour que la bille tombe exactement en B.
- 3) Calculer le module v de la bille en B.
- 4) La partie BC est rugueuse. Après la chute, la bille roule et arrive en C avec une vitesse $v_C = 0,23\text{m/s}$. Déterminer l'intensité f de la force supposée constante des forces de frottement qui s'exercent sur la bille entre B et C. On prendra $v_B = 5\text{m/s}$.
- 5) La bille aborde une partie CD parfaitement lisse avec une vitesse uniforme et finit par s'accrocher à la palette.
 - (a) Etablir l'équation différentielle du mouvement du système (Bille).
 - (b) Etablir l'équation horaire du mouvement en supposant l'instant d'accrochage comme origine des temps et des espaces. $x = x_m \sin(\omega_0 t + \phi)$.



Exercice N°16

Dans tout l'exercice, on négligera les frottements. Une piste située dans un plan vertical est constituée de trois parties. Une partie rectiligne horizontale (OA), et une partie rectiligne (AB) inclinée d'un angle α par rapport à la verticale et une partie circulaire (BC) de centre I et de rayon r .

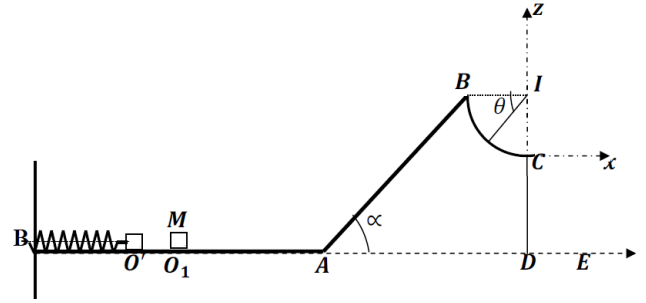
On dispose d'un ressort de constante de raideur k sur la partie (OA). L'une des extrémités du ressort est fixé en O et l'autre libre. A l'équilibre, cette extrémité libre se trouve en O_1 . On déplace l'extrémité libre vers O d'une distance $x_0 = 15\text{cm}$, on place un solide M supposé ponctuel de masse m en O' tel que $x_1 = O'O = 10\text{cm}$, puis on lâche sans vitesse le ressort. A la rencontre avec M, un dispositif électromagnétique approprié et non représenté oblige M à rester en contact avec le ressort.

- Calculer la vitesse du solide M, tout juste après le choc.
 - Etablir l'équation différentielle du mouvement ultérieure du solide.
 - En prenant l'instant du choc comme origine des dates et O_1 comme origine des espaces, trouver la loi horaire du mouvement de M
- Lorsque M passe par O_1 dans le sens du vecteur $\vec{i}$, on désactive le dispositif électromagnétique, M se détache alors avec la vitesse v_0 et aborde ensuite le plan incliné.

 - Donner la nature du mouvement de M entre A et B.
 - Etablir l'expression de la valeur minimale de x_0 pour que le solide arrive en B.
- Avec cette distance minimale x_0 , le solide quitte B avec une vitesse nulle et glisse sur la partie circulaire. A un instant quelconque, sa position est repérée par l'angle θ . Etablir dans la position de θ :

 - L'expression de la vitesse linéaire de solide M.
 - L'expression de l'intensité de la réaction de la piste sur le solide en fonction de m , g et θ .
 - Calculer la vitesse v_C et la réaction R_C du plan au point C.
- Le solide quitte la piste en C à un instant pris comme origine avec la vitesse v_C ; on rapporte le mouvement du solide aux axes $\vec{Cx}$ et $\vec{Cz}$.

 - Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire du solide après son passage par C.
 - Calculer la distance d du point d'impact E du solide sur l'horizontale repéré par rapport à D.



On donne : $m = 100\text{g}$; $r = BI = IC = 2,5\text{m}$; $h = CD = 0,7\text{m}$; $\alpha = 60^\circ$; $k = 10\text{N/m}$ et $g = 10\text{N/kg}$

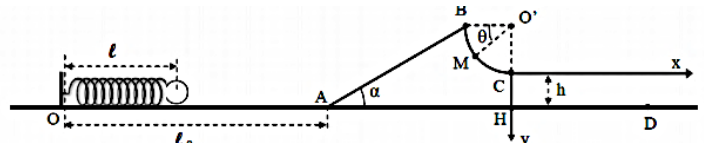
Exercice N°17

Dans tout l'exercice, on donnera l'expression littérale avant l'application numérique. On considère le dispositif ci-dessous permettant le lancement d'une bille. Le ressort à spires non jointives de raideur k permet de lancer une bille de masse m . Dans tout l'exercice, on s'intéresse au mouvement du centre d'inertie de la bille. On néglige les frottements.

A l'équilibre, le ressort a une longueur $l_0 = OA$. On le comprime, puis on lâche le système sans vitesse initiale. En A la bille aborde un plan incliné faisant un angle $\alpha = 30^\circ$ avec l'horizontal.

- Montrer que le mouvement de la bille est rectiligne uniformément retardé entre A et B.
- Quelle doit être la vitesse v_A au point A pour que la vitesse soit nulle en B ?
- En utilisant la conservation de l'énergie mécanique, calculer la longueur l du ressort au moment du lâcher.
- La bille quitte la piste (AB) en B et aborde une portion circulaire (BC) de rayon r sans vitesse initiale. Donner les caractéristiques de la vitesse au point C.
- Au point C, à l'instant $t = 0\text{s}$, la bille quitte la piste circulaire avec la vitesse v_C qu'on prendra égale à $5,4\text{m/s}$.

 - Déterminer les équations horaires dans le repère $(C; \vec{i}; \vec{j})$.
 - Etablir l'équation cartésienne de la trajectoire de la bille au-delà de C dans le repère $(C; \vec{i}; \vec{j})$.
 - Calculer la distance $d = HI$ où I est le point d'impact sur le sol horizontal.
 - Calculer les coordonnées du vecteur-vitesse de la bille à l'arrivée au sol et déduisez-en son module.



On donne : $m = 200\text{g}$; $g = 9,8\text{m/s}^2$; $k = 250\text{N/m}$; $OA = l_0 = 20\text{cm}$; $AB = 1\text{m}$; $OC = r = 1,5\text{m}$ et $CH = h = 0,5\text{m}$