maxi. Sciences Physiques

PHYSIQUE & CHIMIE

2ème Année du Baccalauréat

sciences expérimentales

PC-Biof

Cours & exercices corrigés

Tome 1

2ème Bac PC

EDITIONS Plus

maXi Sciences Physiques

PHYSIQUE & CHIMIE

Tome 1

2ème année du baccalauréat

Sciences expérimentales

PC-Biof

Cours & exercices corrigés

Auteurs

Mohamed El khattabi
Professeur du cycle secondaire qualifiant
Docteur en Sciences Physiques

Abdelali Hanfaoui
Professeur du cycle secondaire qualifiant
Docteur en Sciences Physiques

EDITIONS Plus
إديسيون بلوس

Préface

Cet ouvrage, en deux tomes, s'adresse aux élèves de la deuxième année du Baccalauréat marocain, séries sciences expérimentales, option: sciences physiques (Français).

Sa conception répond à plusieurs nécessités:

- Vous permettre de mettre en oeuvre vos connaissances du cours vu en classe.
- Vous apprendre à rédiger la résolution d'un exercice.
- Développer vos capacités en vous confrontant à des situations difficiles, exigeant connaissances, organisation et méthode.

Chaque chapitre comprend les rubriques suivantes:

- Un rappel de cours, souvent détaillé et axé sur les notions fondamentales.
- Test de connaissances suivi d'un large éventail d'exercices progressifs, allant des plus simples, aux plus difficiles, ayant fait l'objet de contrôles en classe ou proposés aux épreuves de l'Examen National du Baccalauréat.
- Des corrigés détaillés accompagnent tous les exercices, avec des commentaires, indiquant clairement les étapes de leur résolution; ce qui vous permet de juger la qualité de votre apprentissage, de remédier aux diffultés rencontrées, et d'aborder de nouvelles acquisitions.

Vous disposez ainsi d'un outil dont nous l'espérons vous profiterez la manière optimale.

Les auteurs

SOMMAIRE

	Pages
Physique	
Ondes mécaniques progressives.	6
Ondes mécaniques progressives périodiques.	21
Ondes lumineuses.	46
Décroissance radioactive.	64
Noyaux, masse et énergie.	79
Le dipôle RC.	104
Le dipôle RL.	145
Oscillations libres dans un circuit RLC série.	170
Chimie	
Les transformations rapides et les transformations lentes.	202
Suivi temporel d'une transformation chimique vitesse de réaction.	217
Réactions s'effectuant dans les deux sens.	239
Etat d'équilibre d'un système.	251
Transformations associées à des réactions acido-basiques.	267

Physique

ONDES

1 Ondes mécaniques progressives

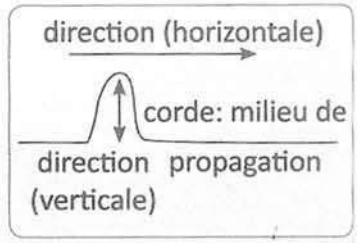
1 Définition générale:

Une onde mécanique est un phénomène de propagation d'une perturbation, sans déplacement de matière et avec transport d'énergie.

2 Types d'ondes mécaniques:

On distingue deux types d'ondes mécaniques.

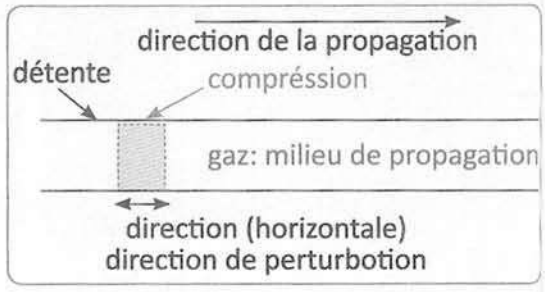
2.1- Onde transversale:



Une onde est transversale lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue perpendiculairement à la direction de propagation.

Dans l'exemple schématisé ci-contre, la perturbation (déformation de la corde) engendrée (provoquée sur la corde se propage de proche en proche dans la direction horizontale alors que les points de la corde se déplacent verticalement (d'abord de bas en haut puis de haut en bas).

2.2- Onde longitudinale:



Une onde est longitudinale lorsque le déplacement des points du milieu de propagation s'effectue dans la même direction que celle de la propagation.

Dans l'exemple schématisé ci-contre, la perturbation (succession de compression et de détente) engendrée dans une colonne de gaz se propage de proche en proche horizontalement (vers la droite) alors que les molécules du gaz effectuent un va-et-vient horizontalement (de gauche à droite puis de droite à gauche sous l'effet de la compression puis de la détente).

3 Propriétés générales des ondes mécaniques progressives:

3.1- Direction de propagation:

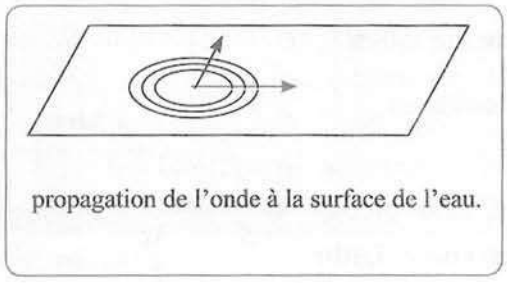
Une onde se propage, à partir de la source, dans toutes les directions qui lui sont offertes. On distinguera ainsi les ondes à une, deux ou trois dimensions.

3.2.a- Onde à une dimension:

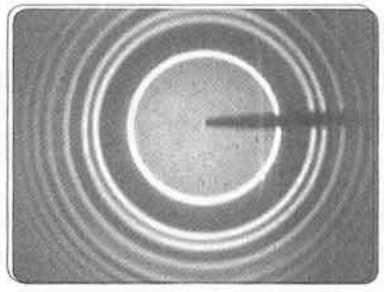
La propagation a lieu dans une seule direction (mais éventuellement dans les deux sens). C'est le cas par exemple, de l'onde se propageant le long d'une corde.

b- Onde à deux dimensions:

La propagation a lieu dans un plan (espace à deux dimensions). C'est le cas de l'onde qui est engendrée à la surface de l'eau lorsqu'on y jette une pierre.

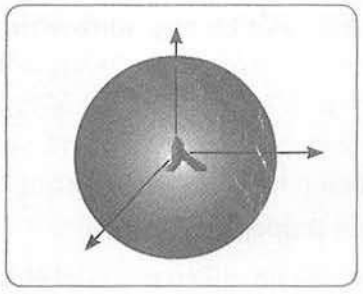


propagation de l'onde à la surface de l'eau.



c- Onde à trois dimensions:

La propagation a lieu dans l'espace à trois dimensions. C'est le cas d'une onde sonore engendrée par deux mains que l'on claque l'une contre l'autre.



4 Célérité de l'onde:

On appelle célérité v de l'onde la vitesse de propagation de l'onde. C'est le rapport entre la distance d parcourue par l'onde et la durée Δt du parcours.

$v = \frac{d}{\Delta t}$ avec: v en mètre par seconde (ms^{-1}) ; d en mètre (m) ; Δt en seconde (s)

On préfère le mot célérité au mot vitesse auquel est associée la notion de déplacement de matière (vitesse d'une automobile, d'une particule, etc.).

La célérité de l'onde est une propriété du milieu de propagation et ne dépend pas de la façon dont la source a engendré l'onde. Elle est donc constante dans un milieu donné dans des conditions données.

Dans le cas d'une corde l'expression de la vitesse est: $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

F: la tension de la corde et μ: masse linéaïque de la corde: $\mu = \frac{m}{l}$

Dans le cas du son, la célérité dépend de la température du gaz. Son expression est:

$V = \sqrt{\frac{\gamma . P}{\rho}}$.

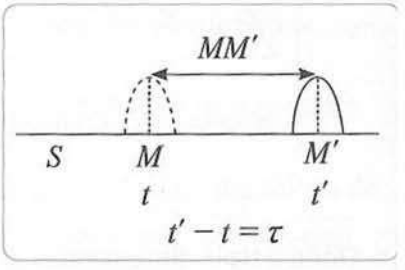
γ : coefficient isentropique du gaz P : pression du gaz.

ρ : masse volumique du gaz.

$\gamma = \frac{5}{3} = 1,67$ pour les gaz parfaits monoatomiques;

$\gamma = \frac{7}{5} = 1,40$ pour les gaz parfaits diatomiques;

$\gamma = 1,33$ pour les gaz parfaits polyatomiques.



5 Retard temporaire:

Soit une onde émise par la source S et se propageant avec la célérité v le long d'une corde. Cette onde se propage de proche en proche dans le milieu de propagation. Elle atteint le point M à la date t et le point M' à la date ultérieure t'. Cela revient à dire que le point M' subit la même perturbation que le point M avec un certain retard que nous noterons τ.

Etant donné la définition de la célérité, on pourra écrire:

$$v = \frac{MM'}{\tau} \Rightarrow \tau = \frac{MM'}{v}$$

6 Onde sonore:

Le son est une onde mécanique longitudinale puisque la direction de la déformation est parallèle à la direction de propagation.

La propagation du son nécessite un milieu matériel élastique et compressible. Le son se propage donc dans tous les corps liquides ou solides. En revanche, il ne se propage pas dans le vide.

Le son se propage, à partir de sa source, dans toutes les directions qui lui sont offertes. L'air est un milieu à trois dimensions, le son se propage donc dans tout l'espace.

1 Trouver les mots manquants:

a- Lorsqu'une perturbation se propage dans un milieu, on dit qu'une .....(1)..... se propage dans le milieu.

b- Pour que la propagation puisse s'effectuer, le milieu doit être .....(2).....

c- La .....(3)..... de l'onde est la vitesse avec laquelle elle se .....(4)..... dans le milieu.

d- Une onde peut être .....(5)..... ou .....(6)..... selon que la perturbation est .....(7)..... ou .....(8)..... à la direction de propagation.

Solution

1- onde mécanique
2- matériel et élastique.
3- célérité
4- propage
5- transversale
6- longitudinale
7- perpendiculaire
8- parallèle

2 Choisir la bonne réponse parmi les propositions suivantes:

a- Une onde mécanique peut se propager dans le vide.

b- Une onde mécanique se propage avec transport de matière.

c- Une onde mécanique se propage avec transport d'énergie.

d- La célérité d'une onde mécanique progressive est indépendante de l'intensité de l'onde.

e- La célérité d'une onde mécanique progressive est constante dans un milieu homogène.

f- La célérité d'une onde mécanique est d'autant plus grande que le milieu élastique est dense.

Solution

Les bonnes réponses sont c); d); e); f).

3 QCM:

a- Dans le système international, la célérité d'une onde s'exprime en:

☐ mètres m ☐ $m.s^{-1}$ ☐ $s.m^{-1}$

b- Le long d'une corde tendue, il peut se propager une onde.

☐ transversale ☐ longitudinale

c- La célérité du son dans l'air est voisine de:

☐ $340m.s^{-1}$ ☐ $340km.s^{-1}$ ☐ $340km.h^{-1}$

d- La perturbation en un point M du milieu est celle de la source un certain temps:

☐ avant ☐ après

e- Le retard de la perturbation au point M par rapport à la source S vaut:

☐ $\frac{v}{SM}$ ☐ $v \times SM$ ☐ $\frac{SM}{v}$

Solution

a- $m.s^{-1}$
b- transversale
c- $340 m.s^{-1}$
d- après
e- $\frac{SM}{v}$

4 La figure-1 représente la propagation d'une perturbation le long d'une corde.

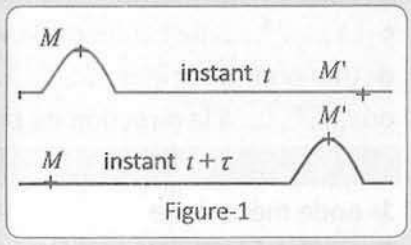


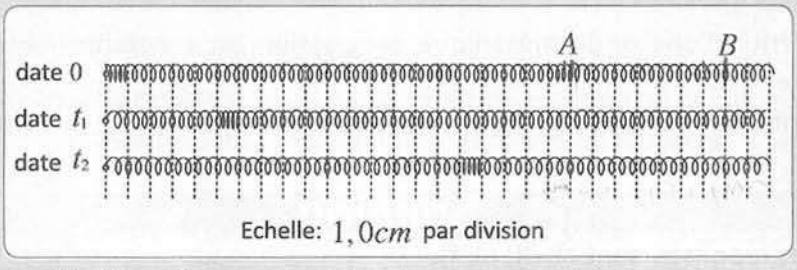
Figure-1

1- Que représente la durée τ ?
2- On note d la distance séparant les points M et M'. Quel paramètre faut-il connaître (en plus de τ) pour pouvoir calculer d ? Quelle relation faut-il alors appliquer?

Solution

1- τ représente le retard temporel.
2- Paramètre: pour calculer d, il connaître la vitesse v de propagation telle que $v = \frac{d}{\tau}$.

5 Une perturbation se propage de gauche à droite le long d'un ressort à spires non jointives. On observe l'état du ressort à 3 dates $t_0 = 0s$; $t_1 = 1,0s$ et $t_2 = 3,2s$.



Echelle: $1,0cm$ par division

1- Donner la définition d'une onde mécanique progressive.
2- Déterminer la célérité v de la perturbation en $m.s^{-1}$.
3- Quelle est la durée $\Delta t'$ de la déformation?
4- Cette déformation est-elle longitudinale ou transversale? Justifier.
5- Déterminer le retard τ du point B par rapport au point A.

Solution

1- Une onde mécanique progressive est une perturbation qui se propage sans transport de matière dans un milieu matériel.
2- Détermination de V :
D'après la définition de la célérité, on écrit: $V = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{t_2 - t_1}$
Le début de l'onde a parcouru une distance $d = 11cm$ pendant la durée $\Delta t = t_2 - t_1$.

d'où: $V = \frac{11.10^{-2}}{3,2-1} = 0,05m/s$

3- La durée $\Delta t'$ de la déformation est donnée par la relation: $\Delta t' = \frac{\ell}{V}$ avec ℓ est la longueur de la perturbation, on trouve schématiquement $\ell = 1cm$.

$$\Delta t' = \frac{1.10^{-2}}{0,05} = 0,2s$$

4- Puisque la direction de propagation de la déformation est parallèle à la direction de la perturbation l'onde est dite onde longitudinale.

5- Détermination de τ:

D'après la définition de τ, on écrit:

$$\tau = \frac{d}{V} = \frac{AB}{V} ; = \frac{7.10^{-2}}{0,05} = 1,4s$$

6 On provoque un point S à la surface de l'eau une onde transversale. On considère à la surface de l'eau un point M tel que: $SM = 16cm$.

Donnée: célérité de l'onde: $v = 2,0m.s^{-1}$.

1- Avec quel retard (ou quelle avance) par rapport à S la perturbation affectera-t-elle le point M ?

2- Quelle est la distance à la source S d'un point P atteint par la perturbation avec une avance sur M : $\tau = 0,075s$?

3- A l'instant $t_0 = 0,015s$, un front d'onde est émis par la source. A quel instant t ce front d'onde atteindra-t-il P ?

Solution

1- Le point M comme tous les points du milieu, est en retard sur la source S.

$\tau_M = \frac{SM}{v}$, avec $v = 2,0m.s^{-1}$ et:

$SM = 16.10^{-2}m$;

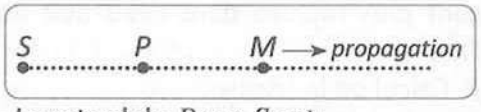
$\tau_M = \frac{16.10^{-2}}{2,0} = 8,0.10^{-2}s$

2- Si les vibrations atteignent P en avance par rapport à M, le point P est plus proche de la source que M.

La distance:

$$PM = \tau.v = 7,5.10^{-2} \times 2,0$$
$$= 15.10^{-2}m = 15cm$$

$$SP = SM - PM$$
$$= 16.10^{-2} - 15.10^{-2}$$
$$= 1.10^{-2}m = 1cm$$



3- Le retard de P sur S est:

$$\tau' = \frac{SP}{v} = \frac{1,0.10^{-2}}{2,0} = 5,0.10^{-3}s$$

Le front d'onde atteindra P à la date t:

$$t = t_0 + \tau' = 15.10^{-3} + 5,0.10^{-3}$$
$$= 20.10^{-3}s$$
$$= 20ms$$

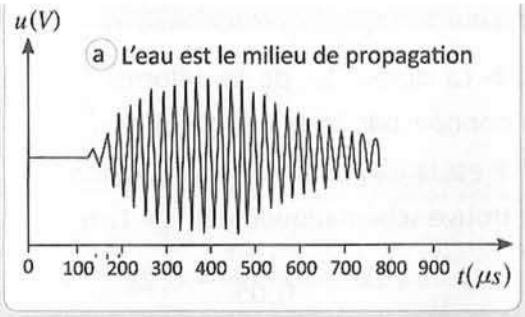
7 Un émetteur et un récepteur d'ultrasons, placés dans un même milieu, en regard l'un de l'autre et à une distance $d = 20,0cm$, sont reliés à la carte d'acquisition d'un ordinateur.

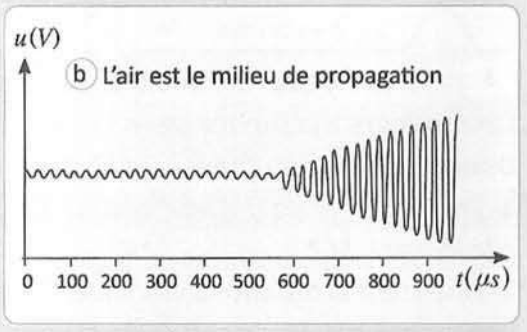
Les graphiques ci-contre (a) et (b) donnent le signal capté par le récepteur lorsqu'une

salve ultrasonore a été émise à l'instant $t = 0s$. Selon les milieux traversés, on obtient les deux enregistrements des figures a et b ci-dessous.

1- Sans faire de calcul, expliquer, à l'aide des graphiques, dans quel milieu la propagation des ultrasons est la plus rapide.

2- Calculer la vitesse de propagation des ultrasons dans l'air et dans l'eau.





Solution

1- Explication:

La distance parcourue par l'onde est la même dans les deux cas, mais la durée que réalise cette onde est différente, elle est plus petite dans l'eau que dans l'air, par conséquent les ondes ultrasonores sont plus rapides dans l'eau que dans l'air.

2- Calcul de la vitesse:

D'après définition de la célérité, on écrit:

$$C = \frac{d}{\Delta t}$$

Cas de l'eau:

$$C_{eau} = \frac{d}{\Delta t_2}$$

$$C_{eau} = \frac{20.10^{-2}}{125.10^{-6}} = 1600m/s$$

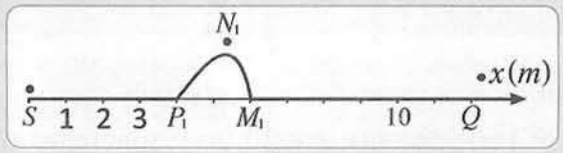
Cas de l'air:

$$C_{air} = \frac{d}{\Delta t_{air}} = \frac{20.10^{-2}}{580.10^{-6}} = 344m/s$$

7 On étudie la propagation d'une perturbation le long d'une corde élastique.

A la date $t = 0$, le front de la perturbation quitte l'extrémité S de la corde.

A la date $t_1 = 2,4s$, on prend une photographie instantanée de la corde; la figure ci-dessous reproduit le cliché obtenu avec une échelle des longueurs.



M_1 est la position du front de l'onde à la date t_1. N_1 celle de la crête et P_1 celle de la queue de l'onde.

1- L'onde qui se propage le long de la corde est-elle transversale ou longitudinale?
2- Calculer la célérité de l'onde le long de la corde.
3- Quelle est la durée du mouvement d'un point de la corde au passage de l'onde?
4- A la date t_1, quels sont les points de la corde qui s'élèvent et ceux qui descendent?
5- Dresser l'aspect de la corde à la date $t_2 = 3,6s$.
6- Soit le point Q de la corde situé à $12,0m$ de S.
a- A quelle date le point Q commence-t-il à bouger?
b- A quelle date le point Q cesse-t-il de bouger?
c- Décrire le mouvement du point Q.

Solution

1- L'onde qui se propage le long de la corde est transversale.

2- Calcul la célérité: $V = \frac{d}{\Delta t} = \frac{SM}{t_1}$

A.N.: $V = \frac{6}{2,4} = 2,5m/s$

3- Soit Δt la durée qui correspond au mouvement d'un point de la corde.

Donc: $V = \frac{\ell}{\Delta t}$

avec ℓ: longueur de la perturbation tel que: $\ell = M_1P_1 = 2m$

Alors: $\Delta t = \frac{\ell}{v}$

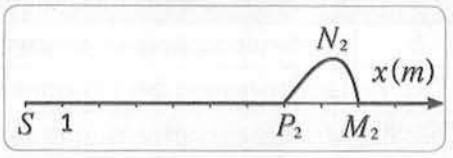
A.N.: $\Delta t = \frac{2}{2,5} = 0,8s$

4-Les points appartenant à $[N_1M_1]$ ont un mouvement vers le haut verticalement.
- Les points appartenant à $[P_1N_1]$ ont un mouvement vers le bas verticalement.

5- L'aspect de la corde à la date t_2.

Soit d_2 la distance parcourue par l'onde à l'instant t_2: $d_2 = V.t_2 = 2,5 \times 3,6 = 9m$

- La queue de l'onde est à: $9 - 2 = 7m$.



6.a- Calcul de la date t_3:

On a: $V = \frac{d}{\Delta t} = \frac{SQ}{t_3 - t_0} = \frac{SQ}{t_3}$

d'où: $t_3 = \frac{SQ}{V}$

A.N.: $t_3 = \frac{12}{2,5} = 4,8s$

b- Calcul de la t'_3:

On a: $t'_3 = t_3 + \Delta t$

A.N.: $t'_3 = 4,8 + 0,8 = 5,6s$

c- Description:

Le point Q bouge verticalement vers le haut puis vers le bas.

8 L'écho est la réflexion des bruits qui s'observe facilement en montage, au voisinage d'une paroi rocheuse.

Un randonneur mesure la durée séparant l'émission d'un bruit de la réception de son écho; il trouve $\Delta t = 3,5s$.

Calculer la distance du randonneur à la paroi rocheuse sachant que la célérité du son dans l'air vaut: $v = 330m.s^{-1}$



Solution

D'après les caractéristiques de réflexion; l'onde sonore parcour t une distance $2d$.

Donc: $V = \frac{2d}{\Delta t}$.

D'où: $d = \frac{V.\Delta t}{2}$

A.N.: $d = \frac{330.3,5}{2} = 577,5m$

9 Application des ondes ultrasonores:

Une voiture est équipée d'un système comportant un émetteur (E) et un récepteur (R) d'ultrasons placés côte à côte à l'arrière du véhicule.

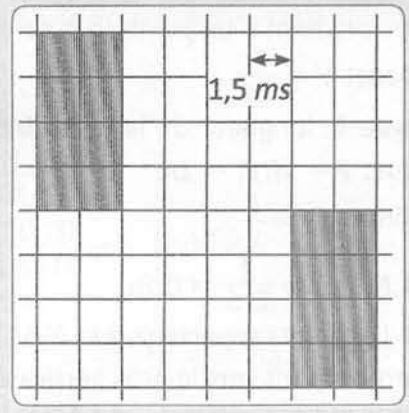
Lors d'un stationnement, l'émetteur (E) envoie des ultrasons sous forme de salves. Ces ultrasons sont captés par le récepteur (R) après réflexion sur un obstacle situé à la distance d de (E).

Donnée: Vitesse de propagation des ultrasons dans l'air: $v_0 = 340m.s^{-1}$.

1- Répondre par vrai ou faux aux propositions a, b, c et d suivantes:

a	L'onde ultrasonore est une onde longitudinale.
b	L'onde ultrasonore se propage dans le vide.
c	La propagation des ultrasons se fait avec transport de matière.

2- L'oscillogramme ci-contre donne le signal émis par l'émetteur (E) et le signal réfléchi par le récepteur (R).



2.1- Déterminer graphiquement la durée τ entre le signal émis et le signal reçu.

2.2- Calculer la distance d qui sépare l'obstacle de l'émetteur (E).

2.3- On considère un point M du milieu de propagation qui se trouve à la distance: $EM = \frac{d}{2}$ de l'émetteur (E).

L'élongation $y_M(t)$ de M en fonction de l'élongation de l'émetteur (E) a pour expression: $y_M(t) = y_E\left(t - \frac{\tau}{4}\right)$.

Solution

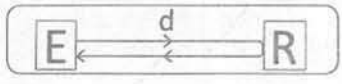
1- a: Vrai ; b: Faux ; c: Faux .

2.1- $\tau = 6dtv = 9ms$

2.2- $2d = v_0.\tau$;

$d = \frac{v_0.\tau}{2}$

$d = \frac{340 \times 9.10^{-3}}{2} = 1,53m$



2.3- L'onde arrive le point M après un retard τ_M par rapport à E tel que:

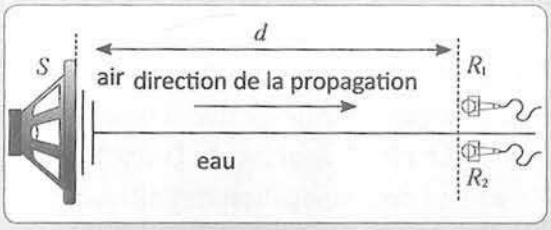
$\tau_M = \frac{EM}{v_0} = \frac{d}{2v_0}$

$= \frac{1}{2}\frac{d}{v_0} = \frac{1}{2}.\frac{\tau}{2} = \frac{\tau}{4}$;

or: $y_M(t) = y_E(t - \tau_M)$

d'où: $y_M(t) = y_E\left(t - \frac{\tau}{4}\right)$

10 Dans un bassin d'essais, une source sonore S émet un bruit intense qui se propage dans l'air et dans l'eau. Le bruit est reçu par deux récepteurs sonores: R_1 placé dans l'air et R_2 situé dans l'eau.



Données: Célérité du son:- dans l'air: $v_a = 340 m.s^{-1}$. - dans l'eau: $v_e = 1500 m.s^{-1}$.

1- Quel est le récepteur qui, le premier, détecte le bruit produit par la source?

2- On note Δt la durée séparant la détection du bruit par les récepteurs R_2 et R_1. Exprimer la distance d séparant la source des récepteurs en fonction de la durée Δt et des célérités v_a et v_e.

3- Calculer la valeur de d pour $\Delta t = 0,50 s$.

Solution

1- Le 1er récepteur qui détecte le bruit est le récepteur R_2 car la vitesse du son dans l'eau est plus grande que celle dans l'air.

2- Expression de d :

• dans l'air: $v_a = \frac{d}{t_1} \Rightarrow t_1 = \frac{d}{v_a}$.

• dans l'eau: $v_e = \frac{d}{t_2} \Rightarrow t_2 = \frac{d}{v_e}$

et on a: $\Delta t = t_1 - t_2$

$$\Delta t = \frac{d}{v_a} - \frac{d}{v_e} = d\left(\frac{1}{v_a} - \frac{1}{v_e}\right)$$

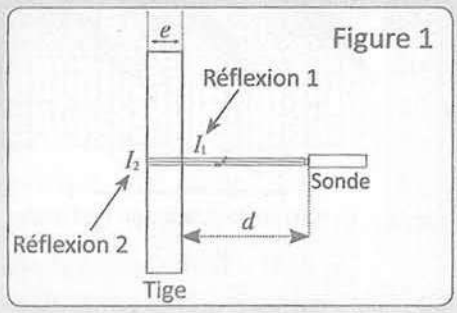
Donc: $$d = \frac{\Delta t}{\frac{1}{v_a} - \frac{1}{v_e}}$$

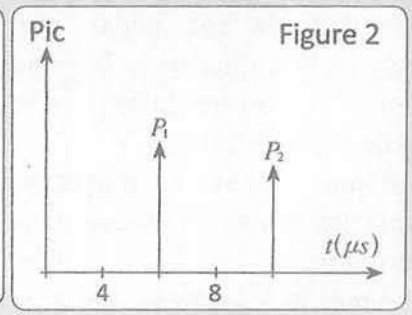
3- Calcul de d :

A.N.: $$d = \frac{0,5}{\frac{1}{340} - \frac{1}{1500}} \simeq 220 m$$

11 Pour déterminer l'épaisseur e d'une tige métallique on utilise un sonde d'un échographe.

L'échographe est constitué d'une sonde, jouant le rôle d'émetteur et récepteur, qui envoie des impulsions ultrasonores de faible durée. Les signaux réfléchis génèrent des échos, qui au retour sur la sonde engendrent une tension électrique très brève. Un oscilloscope relié à la sonde permet la détection à la fois de l'impulsion émettrice et des divers échos. A l'instant $t = 0$, la sonde envoie une impulsion ultrasonore perpendiculaire à la tige, une partie de l'impulsion est réfléchie en position I_1,





tandis que l'autre partie de propage à l'intérieur de la tige, puis se réfléchit en position I_2 (figure 1).

- La figure 2 représente un diagramme des deux impulsions réfléchies.
  - Le pic P_1 représente l'impulsion réfléchie en position I_1.
  - Le pic P_2 représente l'impulsion réfléchie en position I_2.
- La vitesse de propagation des ultrasons dans l'air est notée v_a.
- La vitesse de propagation des ultrasons dans la tige est notée v.

On donne: $v = 3600 km.h^{-1}$.

1- Choisir la bonne réponse parmi les propositions suivantes:

1.1- L'expression de l'instant t_1 correspondant au pic P_1 est:

a- $t_1 = \frac{d}{v_a}$ b- $t_1 = \frac{2d}{v_a}$ c- $t_1 = \frac{d}{2.v_a}$

1.2- L'expression de l'instant t_2 correspondant au pic P_2 est:

a- $t_2 = \frac{2e}{v_a + v}$ b- $t_2 = \frac{2(e+d)}{v_a + v}$ c- $t_2 = 2\left(\frac{d}{v_a} + \frac{e}{v}\right)$

2- Exprimer l'épaisseur e en fonction de v, t_1 et t_2. Calculer sa valeur.

Solution

1.1- b ; 1.2) c

2- Nous avons établi que:

$$t_1 = \frac{2d}{v_a} \text{ et } t_2 = \frac{2d}{v_a} + \frac{2e}{v}$$

On remarque que: $t_2 = t_1 + \frac{2e}{v}$

Alors d'où: $\frac{2e}{v} = t_2 - t_1$; alors: d'où:

$$e = \frac{v(t_2 - t_1)}{2} = \frac{3600}{3,6} \times \frac{(10-6)10^{-6}}{2}$$

$$e = 2.10^{-3} m = 2mm$$

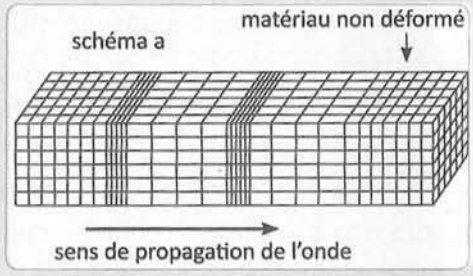
12 Lors d'un séisme, la Terre est mise en mouvement par des ondes de différentes natures, qui occasionnent des secousses plus ou moins violentes et destructrices en surface.

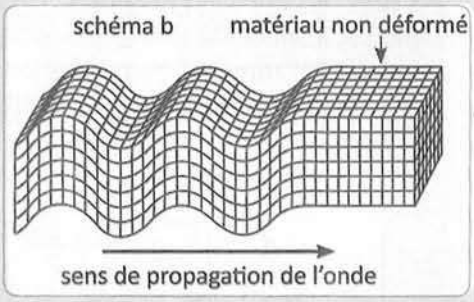
On distingue:

- les ondes P, les plus rapides, se propageant dans les solides et les liquides;
- les ondes S, moins rapides, ne se propageant pas dans les solides.

L'enregistrement de ces ondes par des sismographes à la surface de la Terre permet de déterminer l'épicentre du séisme (lieu de naissance de la perturbation).

- Les schémas a et b modélisent la progression des ondes sismiques dans une couche terrestre.





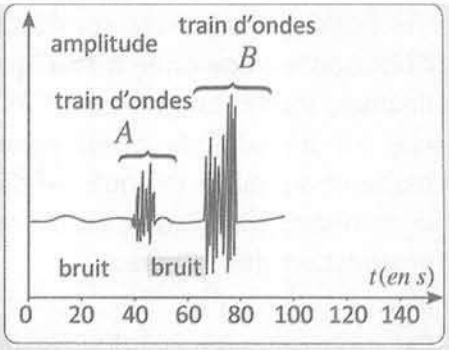
1- Les ondes P, appelées aussi ondes de compression, sont des ondes

longitudinales.

Les ondes S, appelées aussi ondes de cisaillement, sont des ondes transversales.

a- Définir une onde transversale.

b- Indiquer le schéma correspondant à chaque type d'onde.



2- Le document ci-contre présente le sismogramme obtenu lors d'un séisme dont l'épicentre se trouvait à proximité de San Francisco (Californie).

Le sismogramme a été enregistré par la station sismique Eureka située au nord de la Californie.

L'origine des temps $t_0 = 0s$, a été choisie à l'instant du début du séisme.

a- Le sismogramme présente deux trains d'ondes repérés par A et B. A quel type (S ou P) correspond chaque train?

b- Sachant que le début du séisme a été détecté à Eureka à $8h15\min 20s\ TU$ (temps universel), déterminer l'heure TU à laquelle le séisme s'est déclenché à l'épicentre.

c- Sachant que les ondes P se propagent à une célérité moyenne de $10km.s^{-1}$, calculer la distance séparant l'épicentre du séisme de la station Eureka.

d- Calculer la célérité moyenne des ondes S.

Solution

1.a- Onde transversale:

est une onde mécanique dont la direction de propagation est parallèle à la direction de la perturbation.

b- Le schéma (a) illustre le modèle des ondes longitudinales qui correspondent aux ondes P.

Le schéma (b) illustre le modèle des ondes transversales qui correspond aux ondes S.

2.a- Signification:

Les ondes P sont plus rapides donc elles correspondent aux train d'ondes A, tandis que les ondes S les moins rapides correspondent au train d'ondes B.

b- Heure du séisme:

Le séisme a été détecté avec un retard horaire $\tau = 40s$ donc le déclenchement a été fait à:

$$8h15\min 20s - 40s = 8h14\min 40s.$$

c- Calcul de d:

Par définition, on écrit:

$$v_P = \frac{d}{\Delta t} = \frac{d}{\tau}$$

donc: $d = 10.10^3.40 = 4.10^5$

$$= 400km$$

d- Calcul de la célérité des ondes S:

$$V_S = \frac{d}{\Delta t}$$

du graphe: $\Delta t = 65s$

A.N.: $$V_S = \frac{400}{65}$$

$$= 6,15km/s$$

13 Les ondes ultrasonores (BAC 2011, option PC):

L'ultrason est une onde mécanique qui se propage au travers de supports fluides, liquides, solides ou gazeux, elle est très utilisée dans plusieurs domaines tels que la médecine, l'industrie, la prospection des minéraux, etc.

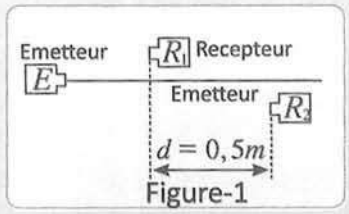


Figure-1

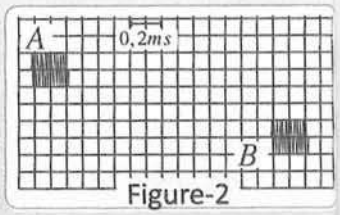


Figure-2

Cet exercice a pour but de déterminer la vitesse de propagation d'une onde ultrasonore dans l'air et de déterminer la profondeur d'un aquifère de pétrole.

1ère partie: détermination de la vitesse de propagation des ondes ultrasonores dans l'air.

Un générateur des ondes ultrasonores est mis en ligne droite avec deux récepteurs R_1 et R_2 séparés d'une distance $d = 0,5m$.

Sur l'écran de l'oscilloscope on prélève les signaux issus du récepteur R_1 et R_2, on obtient le résultat représenté dans la figure 2, A correspond au début du signal capté par le récepteur R_1 et B correspond au début du signal capté par le récepteur R_2.

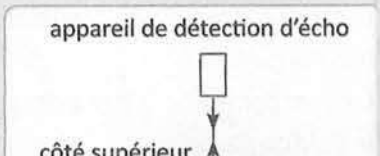


Figure-3

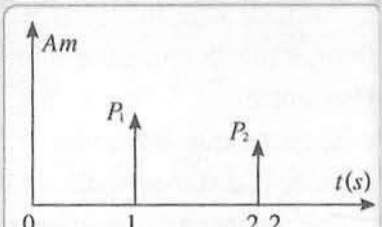


Figure-4

1.1- En se basant sur la figure 2, déterminer le retard τ entre les deux signaux des récepteurs R_1 et R_2.

1.2- Déterminer v_{air} la vitesse de propagation de l'onde ultrasonore dans l'air.

1.3- Donner l'expression de l'élongation $Y_B(t)$ du point B à l'instant t en fonction de l'élongation $Y_A(t)$ du point A.

2ème partie: détermination de la profondeur d'un aquifère de pétrole.

Pour déterminer la profondeur L d'un aquifère de pétrole, un ingénieur a utilisé un appareil de détection d'écho.

A l'instant $t_0 = 0$ l'appareil envoie des ondes ultrasonores de durée très courte, les ondes sont perpendiculaires à l'aquifère de pétrole. Une partie de cette onde se réfléchit lorsqu'elle atteint le côté supérieur tandis que l'autre partie se réfléchit sur le côté inférieur.

L'appareil permet de déterminer à l'instant t_1 le pic P_1 correspond à l'onde réfléchie sur le côté supérieur, et à l'instant t_2 le pic P_2 correspond à l'onde réfléchie sur le côte inférieur (figure-4).

Déterminer la profondeur L sachant que la vitesse de propagation des ondes ultrasonores dans le pétrole est $V = 1,3Km.s^{-1}$.

Solution

1ère partie:

1.1- Détermination de τ :

à partir de la figure 2; on a:

$$\tau = 7,5div \times 0,2ms/div$$
$$= 1,5ms$$

1.2- Détermination de V_{air} :

On a: $V_{air} = \frac{d}{\tau} = \frac{0,5}{1,5.10^{-3}} = 333,3m/s$

1.3- Expression de $Y_B(t)$:

Le signal est capté au point B avec un retard temporel τ par rapport à celui capté au point A donc:

$$Y_B(t) = Y_A(t-\tau)$$

2ème partie:

Détermination du profondeur L :

On a: $V = \frac{2L}{t_2 - t_1} \Rightarrow L = \frac{V(t_2 - t_1)}{2}$

$$L = \frac{1,3.10^3(2,2-1)}{2}$$
$$= 780m$$

14 Un modèle de calcul de la célérité du son dans un gaz diatomique ou dans l'air donne la relation suivante: $v = \sqrt{\frac{1,4P}{\rho}}$

avec P la pression du gaz au repos et ρ la masse volumique du gaz. Les valeurs sont en bon accord avec les valeurs déterminées expérimentalement.

On admet que ces gaz vérifient la loi des gaz parfaits, c'est-à-dire: $P.V = \frac{m.R.T}{M}$

où V est le volume occupé par une masse m de gaz de masse molaire M sous la pression P, à la température absolue T.

1- Montrer que la célérité ne dépend pas de la pression du gaz, mais dépend de la température et de la masse molaire.

2- La célérité du son dans le dihydrogène est-elle plus grande que dans le dioxygène? Justifier.

3- A $0°C = 273\ K$, la célérité du son dans l'air est de $331,45m.s^{-1}$. En admettant que la formule est valable pour l'air, calculer la masse molaire de l'air.

4- Calculer les célérités du son dans le dihydrogène et le dioxygène.

Données: à $20°C$, $R = 8,314S.I$; $M(H_2) = 2,0g.mol^{-1}$;
$M(O_2) = 32g.mol^{-1}$.

Solution

1- Expression de V :

On a: $V = \sqrt{\frac{1,4.P}{\rho}}$

et on a: $P.V = \frac{m.R.T}{M}$

avec: $\rho = \frac{m}{M} \Rightarrow m = \rho \times V$

d'où: $P.\cancel{V} = \frac{\rho.\cancel{V}.R.T}{M}$;

$$P = \frac{\rho.R.T}{M}$$

Donc: $v = \sqrt{\frac{1,4.\frac{\cancel{\rho}.R.T}{M}}{\cancel{\rho}}}$

$$= \sqrt{\frac{1,4.R.T}{M}}$$

La vitesse dépend de la température et de la masse.

2- Comparaison $v(H_2)$ et $v(O_2)$:

On a: $T = cte$ et $M(H_2) = 2g/mol$

et: $M(O_2) = 32g/mol$

$$\frac{1}{M(H_2)} >> \frac{1}{M(O_2)}$$

Donc, on déduit: $v(H_2) > v(O_2)$

3- Calcul de $M(air)$:

On a: $v_{air} = \sqrt{\frac{1,4.R.T}{M_{air}}}$

$$v^2 = \frac{1,4.R.T}{M}$$

$$M_{air} = \frac{1,4.R.T}{v^2}$$

A.N.: $M_{air} = \frac{1,4 \times 8,314 \times 273}{(331,45)^2}$

$$= 0,029 Kg/mol$$

$$= 29 g/mol$$

4- La célérité du son dans l'oxygène:

$$v_{O_2} = \sqrt{\frac{1,4.R.T}{M(O_2)}}$$

A.N.:

$$v_{O_2} = \sqrt{\frac{1,4 \times 8,314 \times (20+273)}{32 \times 10^{-3}}}$$

$$v_{O_2} = 305 m/s$$

La célérité du son dans l'hydrogène:

$$v_{H_2} = \sqrt{\frac{1,4.R.T}{M(H_2)}}$$

$$v_{H_2} = \sqrt{\frac{1,4 \times 8,314 \times (20+273)}{2 \times 10^{-3}}}$$

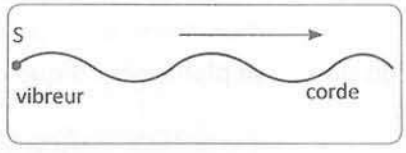
$$v_{H_2} = 1305 m/s$$

2 Ondes mécaniques progressives périodiques

I- Onde progressive périodique à une dimension:

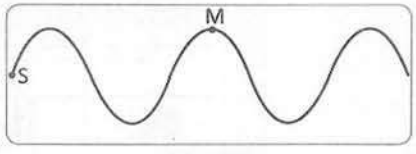
1 Etude expérimentale:

Soit une source S imposant une perturbation périodique sinusoïdale au milieu de propagation.
On constate qu'une onde progressive périodique se propage dans la corde.



2 Périodicité temporelle:

L'aspect de la corde à un instant donné. L'élongation de la source, et d'un point M quelconque sont en général différentes, mais on peut remarquer une périodicité dans le mouvement de chaque point de la corde.



La période du mouvement de chaque point de la corde est imposée par la source S.

3 Périodicité spatiale:

L'aspect de la corde à un instant donné est une fonction sinusoïdale de l'abscisse x de chacun des points du milieu.

Définition: On appelle longueur d'onde (notée λ) ou période spatiale:
La distance parcourue par l'onde en une période T.

L'onde présente donc une double périodicité:

- Une périodicité temporelle de période T (exprimée en secondes).
- Une périodicité spatiale de période λ (exprimée en mètres).

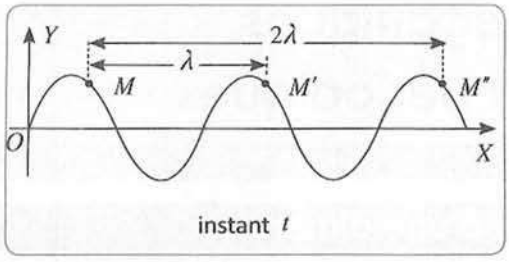
4 Relation entre période et longueur d'onde:

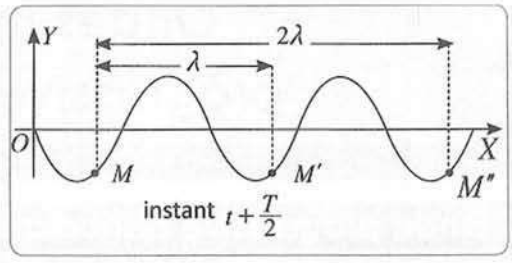
La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à sa période.

$$V = \frac{\lambda}{T} = \lambda.N$$

avec: λ en mètres
v en mètres par seconde
T en secondes. N: fréquence en Hertz (Hz).

Les points M, M' et M'' conservent la même élongation quel que soit l'instant t. On dit que les points M, M' et M'' vibrent en phases.

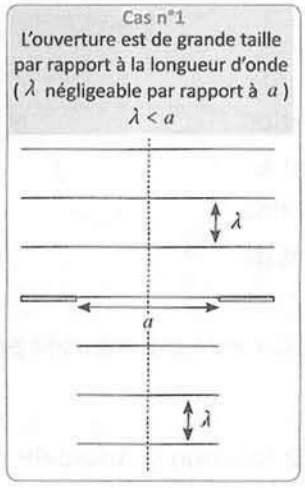


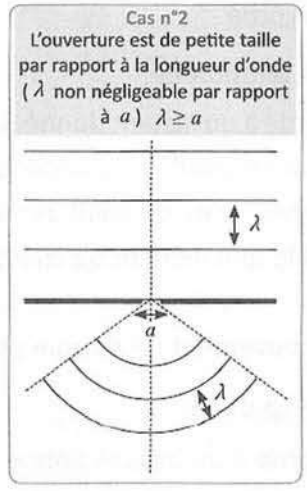


II- Diffraction et dispersion:

1 Diffraction d'une onde progressive sinusoïdale :

Soit une onde plane périodique rencontrant un obstacle ou une ouverture de largeur a.





Dans le cas n°2, l'onde change de direction et de comportement sans changement de sa longueur d'onde: elle est diffractée (le phénomène mis en évidence s'appelle la diffraction).

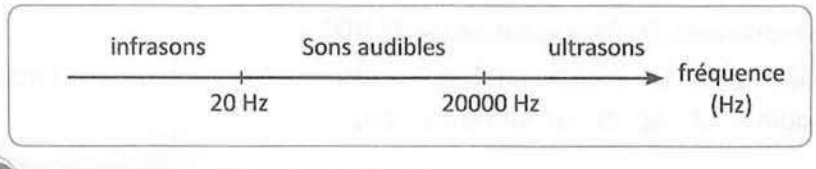
2 Milieu dispersif:

Définition: Un milieu est dit dispersif si la célérité des ondes qui se propagent dans ce milieu dépend de leur fréquence.

3 Son et ultrason:

- Fréquence.

Dans un milieu matériel homogène, le son et ultrasons se propagent à vitesse constante identique, c'est-à-dire que cette célérité dépend de la nature du milieu et pas de la fréquence de l'onde sonore.

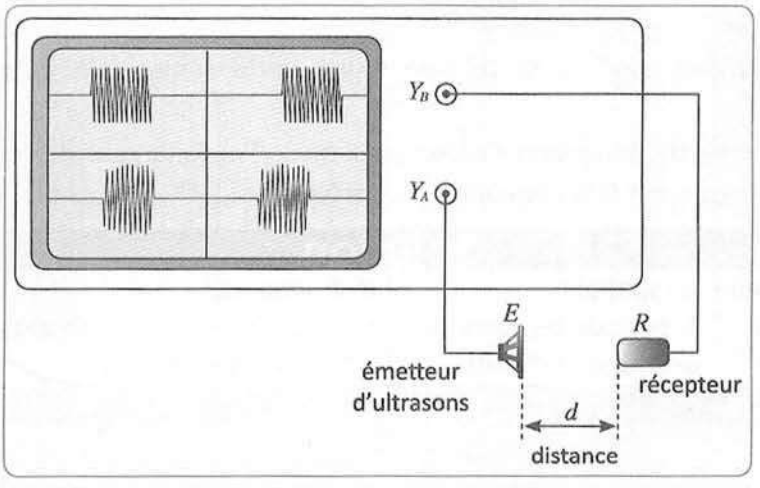


- Description de l'expérience:

On relie un émetteur E d'ultrasons (pour éviter les nuisances des sons audibles) sur la voie A d'un oscilloscope et un récepteur R sur la voie B.

L'émetteur et le récepteur sont placés l'un en face de l'autre à une distance d fixée par l'expérimentateur.

Des salves d'ultrasons périodiques sont émises par l'émetteur et réceptionnées par le récepteur avec un décalage temporel visible à l'oscilloscope.



Le décalage, c'est-à-dire la durée t de propagation de l'onde ultrasonore de E et R, est lu sur l'oscillogramme grâce au balayage, ce qui permet la détermination de la célérité du son: $v = \frac{d}{t}$.

- Propriétés de la célérité du son:

La célérité du son dans l'air dépend peu de la pression de l'air.

En effet, une augmentation de pression augmente l'inertie et la rigidité du milieu. Or la célérité d'une onde mécanique augmente avec l'augmentation de la rigidité, mais diminue avec l'augmentation de l'inertie. Ainsi, ces deux influences contraires se compensent.

La variation de pression de l'air n'a donc que peu d'influence sur la célérité du son.

La vitesse du son est indépendante de sa fréquence mais dépend du milieu de propagation, plus le milieu matériel est dense, plus la célérité est grande:

$$V_{son}(air) = 340 m.s^{-1}$$
$$V_{son}(eau\ de\ mer) = 1500 m.s^{-1}$$
$$V_{son}(acier) = 5000 m.s^{-1}$$

1

a- Une onde mécanique progressive périodique possède une périodicité ....(1).... et une périodicité ....(2)....

b- La période ....(3).... d'une onde mécanique progressive périodique est la distance de propagation pendant une ....(4)....

c- La période ....(5).... d'une onde sinusoïdale est appelée ....(6).... d'onde. C'est aussi la distance minimale séparant deux points qui vibrent en ....(7).... sur une direction de propagation.

d- Dans un milieu ....(8)...., la célérité d'une onde sinusoïdale dépend de sa fréquence.

e- Le phénomène de diffraction s'accentue si on ....(9).... la largeur de l'ouverture. Il disparaît pratiquement si la largeur de l'ouverture est ....(10).... devant la ....(11)....

Solution

a- 1- temporelle 2- spatiale
b- 3- spatiale 4- période temporelle
c- 5- spatiale 6- longueur d'onde 7- en phase
d- 8- dispersif
e- 9- diminue 10- plus grande 11- longueur d'onde

2

a- La longueur d'onde d'une onde sonore sinusoïdale de fréquence $1000\,Hz$ se propageant dans l'air avec la célérité $v = 340 m.s^{-1}$ est $\lambda = 34cm$: Vrai Faux

b- Pour une onde sinusoïdale de fréquence donnée, la longueur d'onde dépend du milieu de propagation: Vrai Faux

c- Deux points d'un milieu parcouru par une onde sinusoïdale et séparés l'un de l'autre de trois longueurs d'ondes (dans la direction de propagation) vibrent en phase: Vrai Faux

d- Une onde sonore dont la longueur d'onde est $\lambda = 3,5m$ n'est pratiquement pas diffractée par une ouverture de porte de largeur $0,80m$: Vrai Faux

e- La diffraction modifie la longueur d'onde: Vrai Faux
Aucune grandeur ne se modifie.

Solution

a-
Vrai $\left(\lambda = \frac{V}{f} = \frac{340}{1000} = 0,34m = 34cm\right)$

b- Vrai

c- Vrai $(d = K.\lambda)$

d- Faux (il y a diffraction)

e- Faux (seule la direction de propagation change).

3

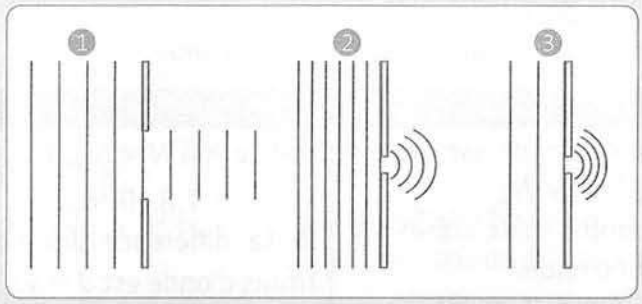
a- λ désigne la longueur d'onde d'une onde sinusoïdale, f sa fréquence, T sa période et v sa célérité.

Quelles relations sont vérifiées?

☐ $\lambda f = v$ ☐ $\lambda = \frac{v}{T}$ ☐ $f = \lambda v$ ☐ $\lambda = vT$

b- Une onde périodique se propageant à la surface de l'eau franchit une ouverture.

Quelles figures représentent correctement le phénomène?



Solution

a: $\lambda f = V$

b: figure 2

1 A la surfae d'un liquide, des vibrations transversales, entretenues par un vibreur de fréquence $N = 150Hz$, provoquent une onde progressive circulaire. La distance entre deux crêtes voisines est $\ell = 5,2mm$

1- Déterminer, pour cette onde progressive:

1.1- sa fréquence,

1.2- sa longueur d'onde,

1.3- sa célérité.

2- Une seconde après le début de l'émission, on interrompt le vibreur durant $0,40s$, puis on reprend l'émission.

Calculer la différence des rayons des deux fronts d'onde.

Solution

1.1- La fréquence de l'onde est égale à celle du vibreur: $N = 150Hz$.

1.2- La distance entre deux crêtes est égale à la longueur d'onde.

$$\lambda = 5,2mm = 5,2.10^{-3}m$$

1.3- $\lambda = \frac{v}{N}$;

soit: $v = \lambda.N = 5,2.10^{-3} \times 150$

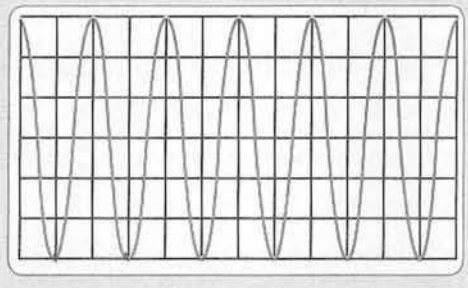
$$= 7,8.10^{-1}m.s^{-1}$$

2- La différence des rayons des deux fronts d'onde est $d = v.t$;

$$d = 7,8.10^{-1} \times 0,40$$

$$= 0,31m$$

2 Un haut-parleur émet dans l'air environnant, à $20°C$, une onde sonore de fréquence N. On le relie à un oscilloscope dont le balayage est réglé à $1\ ms/div$. La courbe obtenue sur l'écran est donnée ci-contre.



La vitesse du son, à $20°C$, est égale à $340m.s^{-1}$ et elle augmente avec la température.

1- Déterminer:

1.1- La période et la fréquence du son émis par le haut parleur:

1.2- Sa longueur d'onde.

2- Si la température de la salle est plus élevée, que deviennent:

2.1- La fréquence du son?

2.2- Sa longueur d'onde?

Solution

1- La période correspond à $2div$ avec un balayage réglé:

Soit: $N = \frac{1}{T} = \frac{1}{2.10^{-3}}$

$$= 5.10^{2}Hz$$

1.2- $\lambda = v.T = 340 \times 2.10^{-3}$

$$= 0,68m$$

2.1- La fréquence du son ne dépend pas du milieu de propagation: la fréquence N (donc la période T) reste constante.

2.2- $\lambda = v.T$, si T est constante et si v augmente, la longueur d'onde augmente.

3 On envoie, sur une fente, une onde ultrasonore de fréquence $22,0\ KHz$.
La célérité de propagation de cette onde dans l'air, milieu non dispersif pour les ondes sonores à la température ordinaire est $V = 340 m.s.^{-1}$.
1- Quel est l'ordre de grandeur de la largeur de la fente, qui permet de mettre en évidence le phénomène de diffraction.
2- Sur cette même fente, on envoie une onde ultrasonore de fréquence $1,00 MHz$.
Le phénomène de diffraction est-il observable? justifier la réponse.

Solution

1- Pour mettre en évidence le phénomène de diffraction, il faut que la largeur de la fente soit de l'ordre de la longueur d'onde. $\ell = \lambda = .v.T = \frac{v}{N}$

$= \frac{340}{22,0.10^3} = 0,0155m$ soit $15,5mm$

2-

$\lambda = v.T = \frac{v}{N} = \frac{340}{1,00.10^6}$, soit $0,34mm$

$= 3,40.10^{-4}m$

La fente est beaucoup trop large: $l >> \lambda$, il n'y a pas de diffraction.

4 Un vibreur de fréquence $100Hz$ est relié à une corde dans laquelle il provoque une onde progressive périodique.
Données: célérité d'une onde le long d'une corde: $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$;
μ = masse par unité de longueur ;
- **tension de la corde:** $F = 3,0\ N$;
- **longueur de la corde:** $\ell = 6,0m$;
- **masse:** $m = 80g$

1- Quelle est la fréquence de l'onde ? justifier la réponse.
2- Exprimer la longueur d'onde λ:
2.1- En fonction de la célérité et de la fréquence de l'onde ;
2.2- En fonction de la fréquence, de la longueur, de la masse et de la tension de la corde ;
2.3- Préciser les unités $S.I.$ employées dans la formule précédente.
3- Déterminer la valeur de λ.

Solution

1- La fréquence de l'onde est égale à celle de la source, donc du vibreur, soit $N = 100Hz$.

2.1- $\lambda = \frac{v}{N}$

2.2- $\mu = \frac{m}{\ell}$; $\lambda = \frac{\sqrt{\frac{F.\ell}{m}}}{N}$

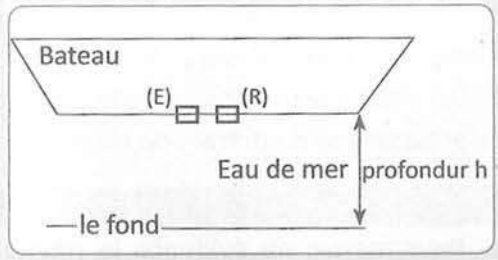
2.3- λ en m ; F en N ; m en kg ; ℓ en m ; N en Hz.

3- $\lambda = \frac{\sqrt{\frac{3,0 \times 6,0}{80.10^{-3}}}}{100}$

$= 1,5.10^{-1}m$

5 Le sonar d'un bateau permet de déterminer la profondeur des fonds marins, il est constitué d'un émetteur (E) et d'un récepteur (R). Le sonar étudié est alimenté par une tension sinusoïdale de fréquence $20kHz$.

La célérité de ces ondes dans l'eau est: $1500m.s^{-1}$.



1- Déterminer:

1.1- Le période correspondant à cette vibration

1.2- La longueur d'onde correspondant à cette vibration

2- Le bateau équipé de sonar est situé à $h = 1800m$ au-dessus du fond se déplace à $v_B = 15$ noeuds, $1noeud = 1,8km.h^{-1}$.Le récepteur lié au bateau reçoit les vibrations émises par l'émetteur.

On considère que le trajet (émetteur-fond -récepteur) suivi par les vibrations émises par l'émetteur s'effectue en ligne droite verticale. La distance parcourue par le bateau pendant la durée qui s'est écoulée entre l'émission et la réception des vibrations est notée d.

2.1- Exprimer d en fonction de h, v et v_B.

2.2- La valeur de d.

Solution

1.1- $T = \frac{1}{f} = \frac{1}{20.10^3}$

$= 5.10^{-5}s = 50\mu s$

1.2- $\lambda = V.T = 1500.5.10^{-5}$

$= 7,5.10^{-2}m$

2- La distance d parcourue par le bateau pendant la durée Δt séparant l'émission et la réception d'un signal est:

$d = V_B.\Delta t$, V_B: Vitesse du bateau.

$V_B = 1,8km/h = \frac{1,8}{3,6} = 0,5m.s^{-1}$

Or: $\Delta t = \frac{2h}{v}$

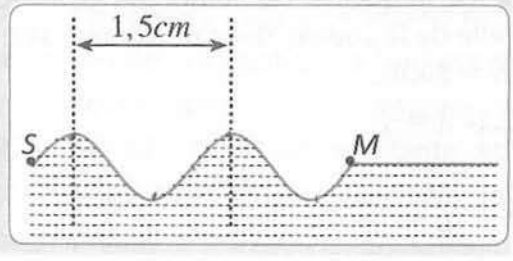
d'où: $d = V_B.\frac{2h}{V}$

2.2- $d = 0,5.\frac{2.1800}{1500} = 1,2m$

6 Bac PC - Session normale 2019

Pour étudier la propagation des ondes mécaniques à la surface de l'eau, on utilise une cuve à ondes. Le but de cette partie de l'exercice est de déterminer quelques grandeurs caractéristiques d'une onde mécanique.

A l'aide d'un vibreur d'une cuve à ondes, on crée en un point S de la surface libre de l'eau une onde progressive sinusoïde de fréquence $N = 20\ Hz$. Cette onde se pro-



page à $t = 0$ à partir du point S, sans amortissement et sans réflexion.

La figure ci-contre représente une coupe, dans un plan vertical, d'une partie de la surface de l'eau à l'instant de date t_1.

1- L'onde qui se propage à la surface de l'eau est-elle transversale ou longitudinale? Justifier.

2- Déterminer la longueur d'onde λ de l'onde étudiée.

3- Déduire la célérité V de l'onde à la surface de l'eau.

4- Le point M, situé à la distance $d = SM$ du point S, est le front de l'onde à l'instant de date t_1.

Exprimer le retard temporel τ du mouvement de M par rapport au mouvement de S, en fonction de la période T de l'onde. Calculer τ.

Solution

1- Il s'agit d'une onde transversale car la direction de la perturbation (verticale) est perpendiculaire à la direction de propagation à la surface de l'eau qui est horizontale.

2- Deux crêtes successives de l'onde sont séparées par la distance: $\lambda = 1,5cm$.

3- $V = \frac{\lambda}{T} = \lambda.N = 1,5.10^{-2}.20$

$= 0,3m.s^{-1}$

$\tau = \frac{SM}{V} = \frac{\lambda}{V}$

4- $= \frac{2.1,5.10^{-2}}{0,3}$

$= 0,1s$

au encore:

$\tau = \frac{SM}{V} = 2\frac{\lambda}{V}$

$= 2T = \frac{2}{N}$

$= 0,1s$

7 Les ondes mécaniques progressives périodiques se propagent à des vitesses v telles $v \leq c$,

c étant la célérité de la lumière dans la vide.

Cette propagation peut avoir lieu dans le vide on dans des milieux matériels unidimensionnels, bidimensionnels au tridimensionnels, et il peut, dans certaines condition, en résulter des phénomènes physiques comme la diffraction et la dispersion de ces ondes.

1- Choisir les bonnes réponses dans ce qui suit:

a- L'onde sonore est une onde longitudinale

b- L'onde sonore se propage dans le vide

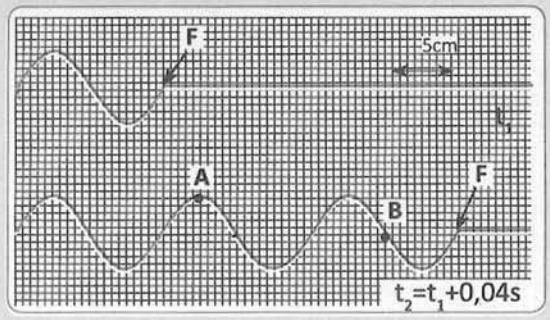
c) L'onde sonore se propage dans un milieu tridimensionnel.

d) L'onde sonore se propage à la vitesse de la lumière.

2- On crée le long d'une corde une onde mécanique progressive sinusoïdale.

La figure ci-contre donne à échelle réelle ; l'aspect de la corde à un instant t_1 puis à un instant: $t_2 = t_1 + 0,04s$.

Le point F représente le front de d'onde En vous aidant de cette figure:



a- Déterminer la valeur de la longueur d'onde λ.

b- Calculer la valeur de la vitesse de propagation v de cette onde.

c- Déterminer la valeur de T , période de l'onde

3- Déterminer le retard horaire τ du mouvement du point B par rapport à celui du point A.

Solution

1- Les bonnes réponses sont: a) ; c)

2.a- $\lambda = 2.5cm = 10cm = 0,1m$

2.b- Entre les deux instants t_1 et:

$t_2 = t_1 + 0,04s$;

Le front d'onde F parcourt la distance $d = 2\lambda$;

alors:

$$V = \frac{d}{\Delta t} = \frac{2\lambda}{t_2 - t_1} = \frac{2.0,1}{0,04} = 5m.s^{-1}$$

2.c- Par définition: $\lambda = V.T$

alors: $T = \frac{\lambda}{V} = \frac{0,1}{5} = 0,02s$

3- Le retard temporel de B par rapport à A a pour expression: $\tau = \frac{AB}{V}$

1ere méthode:

$$\tau = \frac{AB}{V} = \frac{\lambda + \frac{1}{4}\lambda}{V} = \frac{5}{4}\frac{\lambda}{V} = \frac{5}{4}T$$

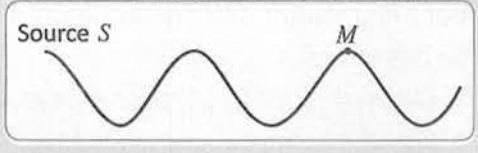
$$\tau = \frac{5}{4}T = \frac{5}{4}.0,02 = 2,5.10^{-2}s$$

2ème: Méthode: $\tau = \frac{AB}{V}$

Graphiquement: $AB = 12,5cm$

A.N.: $\tau = \frac{AB}{V} = \frac{12,5.10^{-2}}{5} = 2,5.10^{-2}s$

8 Un vibreur S génère des ondes se propageant le long d'une corde de longueur $L = 12m$.

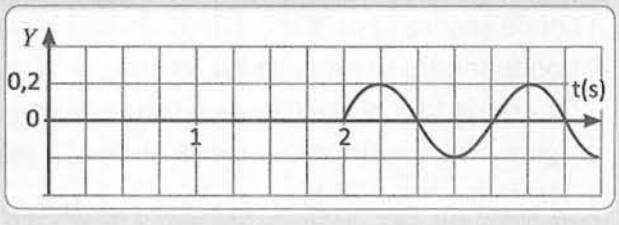


Un dispositif permet d'éviter toute réflexion à l'extrémité de la corde. A l'instant $t = 0s$, le vibreur est mis en marche.

On étudie au mouvement d'un point M d'abscisse $x = 6m$.

1- Citer trois mots qualifiant ces ondes.

2- Sur le schéma ci-contre est représentée la courbe donnant au cours du temps l'élongation du



point M; ce point étant atteint à la date $t_1 = 2s$, déterminer la célérité de l'onde se propageant de la corde.

3- A quelle date l'ensemble de la corde est-il parcouru par l'onde?

4- Déterminer graphiquement la période temporelle T et la longueur d'onde λ de l'onde.

5- Les deux valeurs obtenues permettent-elles de retrouver la célérité calculée précédemment?

Solution

1- Trois mots:
Ondes:
mécaniques - sinusoïdales-transversales.

2- La célérité:
On a: $v = \frac{SM}{t_1 - t_0} = \frac{6}{2} = 3m/s$

3- Détermination de t_2 :
Le front de l'onde traverse toute la corde à la date: $t_2 = \frac{L}{v} = \frac{12}{3} = 4s$

4- La période T et la longueur d'onde λ graphiquement: $T = 1s$

$SM = 2\lambda = 6$; $\lambda = \frac{6}{2} = 3m$

5- La célérité: $v = \frac{\lambda}{T} = \frac{3}{1} = 3m/s$

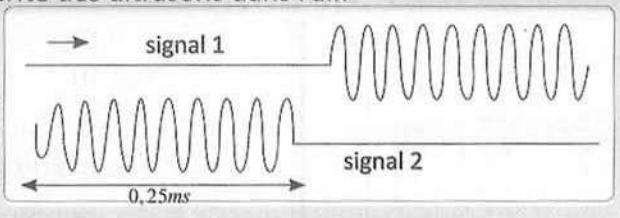
9 Un générateur de salves ultrasonores et un récepteur sont sur un même axe, séparés d'une distance $d = 85mm$. Ces deux appareils sont reliés à un oscilloscope. Les salves sont visualisées à l'écran.

1- Cette onde est-elle mécanique, électromagnétique, transversale, longitudinale?

2- Calculer la période T des ultrasons à partir de la figure ci-dessus. La fréquence des ultrasons étant $f = 40kHz$, le résultat est-il en accord avec la période T ?

3- Quel est l'oscillogramme correspondant au récepteur? Justifier. En déduire le retard de l'onde reçue par rapport à l'onde émise.

4- Calculer la célérité des ultrasons dans l'air.



Solution

1- Nature de l'onde:
L'onde ultrason est mécanique longitudinale.

2- Calcul de T :
On a: $10T = 0,25ms$; $T = 0,025ms$
Calcul de la fréquence f:
On a:
$f = \frac{1}{T}$

$f = \frac{1}{0,025.10^{-3}} = 4.10^4 Hz$

ce qui correspond à la fréquence du

générateur.

3- Retard temporel:

Le récepteur reçoit l'ultrason en retard par rapport à l'ultrason émis l'oscillogramme correspondant est celui du signal 2.

Le retard τ est: $\tau = 0,25ms$.

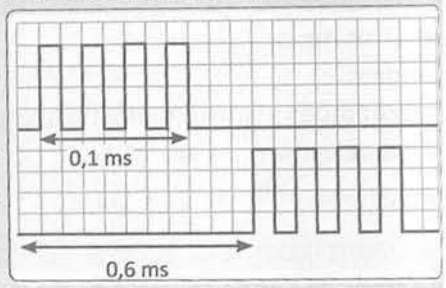
4- Calcul de v:

$$v = \frac{d}{\tau}$$

$$v = \frac{85.10^{-3}}{0,25.10^{-3}} = 340m/s$$

10 Un émetteur et un récepteur d'ultrasons sont fixés sur deux couvercles vissés aux deux extrémités d'un tube étanche, rempli d'eau. La distance «émetteur-récepteur» est notée $D = 0,9m$.

On donne les oscillogrammes (correspondant à la même salve) des tensions émises et reçues.



1- Faire un schéma simplifié des appareils et du montage en indiquant les branchements de l'oscilloscope.

2- Quelle est la fréquence des ultrasons?

3- Quelle est la célérité de propagation des ultrasons dans l'eau?

4- On remplace l'eau par d'autres liquides et on note le décalage Δt entre le début des oscillations émises et le début de la réception: acétone $(\Delta t = 0,76ms)$; glycérol $(\Delta t = 0,47ms)$; kérosène $(\Delta t = 0,68ms)$.

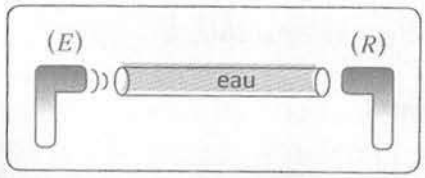
Calculer la célérité de propagation des ultrasons dans ces liquides.

5- On réalise une expérience identique dans un tube rempli d'air: calculer le décalage Δt observé.

On donne la célérité des ondes ultrasonores dans l'air: $V = 341m/s$.

Solution

1- Schéma:



2- Calcul de la fréquence:

On a: $f = \frac{1}{T}$

avec $3,5T = 0,1ms \Rightarrow T = 0,029ms$

Donc: $f = 35.10^3 Hz = 35KHz$.

3- Calcul de la célérité v:

On a: $v = \frac{D}{\Delta t}$ avec: $\Delta t = 0,6ms$

$$v = \frac{0,9}{0,6.10^{-3}}$$

$$= 1500m/s$$

4- Calcul de la célérité:

avec: $v = \frac{D}{\Delta t}$, on trouve:

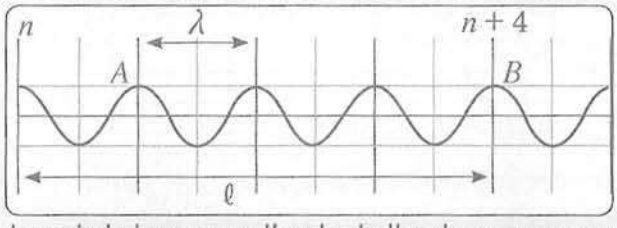
Liquide	Glycérol	Kerosème	Acétone
Célérité $v(m/s)$	1915	1324	1184

5- Calcul de Δt:

$$\Delta t = \frac{d}{v} = \frac{0,9}{341}$$

$$= 2,6.10^{-3}s$$

11 On crée des ondes sinusoïdales rectilignes sur l'eau d'une cuve à ondes. La fréquence de vibration de la réglette est de $50Hz$. l'aspect de la surface de l'eau à une date t a la forme d'une sinusoïde. On mesure la distance entre la crête de rang n et la crête de même nature de rang $n+4$; on trouve $\ell = 16,0cm$.



a- Quelle est la valeur de la longueur d'onde de l'onde se propageant à la surface de l'eau?

b- Quelle est la célérité de cette onde?

c- Représenter ensuite cet aspect aux dates $t + 0,04s$.

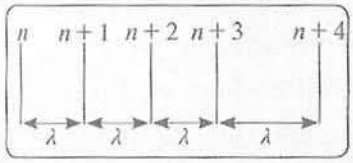
d- Soit les points A et B de la figure ci-dessus.

Comparer les mouvements des points A et B. Justifier la réponse.

Solution

a- La longueur d'onde de la figure:

On a: $\ell = 4\lambda$; donc: $\lambda = \frac{\ell}{4}$



A.N.: $\lambda = \frac{16}{4} = 4cm = 4.10^{-2}m$

b- Calcul de la célérité:

par définition: $V = \lambda.N$

A.N.: $V = 4 \times 10^{-2} \times 50$

$= 2m/s$

c- Aspect de la surface de l'eau à la surface (voir figure ci-dessous).

• Représentation à la date t_1 :

$t_1 = t + 0,04s$.

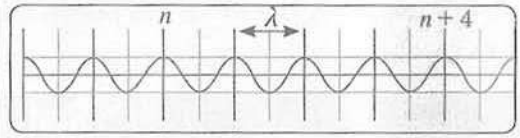
c'est-à-dire:

$\Delta t_1 = 0,04$

$d_1 = V \times \Delta t$

$d_1 = 2 \times 0,4 = 0,08m$

$\frac{d_1}{\lambda} = \frac{0,08}{0,04} \Rightarrow d_1 = 2\lambda$.



d- Comparaison du mouvement A et B:

$$\frac{SB - SA}{\lambda} = \frac{3\lambda}{\lambda} = 3$$

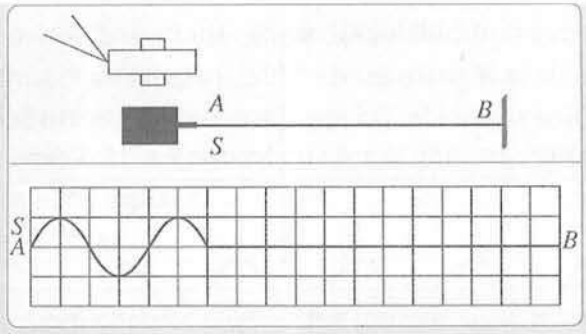
$$\Rightarrow SB - SA = 3\lambda$$

donc elle a la forme $K.\lambda$.

donc A et B vibrent en phase.

12 La figure ci-dessous représente une corde AB élastique de longueur: $AB = 0,9m$ tendue sous l'action d'une force d'intensité $F = 20N$.

On fixe l'extrémité A à une lame vibrante et on fixe l'autre extrémité à un support (voir figure).



Lorsque le vibreur fonctionne avec une fréquence $f = 100Hz$ une onde se propage le long de la corde.

1- Donner le type de l'onde propagée.

2- Le point S commence à vibrer à la date $t = 0s$, la figure ci-dessus représente l'aspect de la corde à une date t_1.

2.1- Calculer T la période de vibration.

2.2- Donner la définition de la longueur d'onde, puis calculer sa valeur.

2.3- En déduire V la vitesse de propagation.

2.4- Déterminer la date t_1.

2.5- La formule $\sqrt{\frac{F}{\mu}}$ représente l'expression théorique de la vitesse de propagation de l'onde le long de la corde, F est la tension de la corde et μ la masse linéaire de cette corde. Déterminer m la masse de la corde utilisée.

2.6- Est-ce que le milieu de propagation est dispersif?

2.7- A quelle date t l'onde arrive au point B?

2.8- Comparer les vibrations des points M et N situés respectivement de S tels que $SM = 0,3m$ et $SN = 0,8m$.

Solution

1- type de l'onde:

Puisque la direction de la perturbation est perpendiculaire à la direction de la propagation de l'onde, cette dernière est tranversale.

2.1- Calcul de T :

D'après la définition de la période on écrit: $T = \frac{1}{f}$; $T = \frac{1}{100} = 0,01s$

2.2- Définition de λ :

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une durée égale à la période temporelle.

$$\lambda = \frac{AB}{18}.4$$

$$\lambda = \frac{0,9}{18}.4 = 0,2m$$

2.3- Définition de V :

D'après la définition de la célérité, on écrit:

$$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{0,2}{0,01} = 20m/s$$

2.4- Détermination de t_1 :

A la date t_1 le début de l'onde a parcouru

$d = 3\frac{\lambda}{2}$, et d'après la définition de la célérité on écrit:

$V = \frac{d}{\Delta t}$; $\Delta t = \frac{d}{V}$;

$t_1 - t_0 = \frac{d}{V} = \frac{d}{V} + t_0 = \frac{3\lambda}{2V} + t_0$

$t_1 = \frac{3.0,2}{2.20} + 0 = 0,015s$

2.5- Détermination de m :

D'après la définition de V on écrit:

$V = \sqrt{\frac{F}{\mu}} = \sqrt{\frac{F}{\frac{m}{\ell}}} = \sqrt{\frac{F.\ell}{m}}$

$V^2 = \frac{F.\ell}{m}$

$m = \frac{F.\ell}{V^2} = \frac{20.0,9}{20^2} = 0,045kg$

2.6- Nature du milieu:

D'après la relation $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$ on constate que la vitesse ne dépend pas de la fréquence cela nous permet de dire que le milieu n'est pas dispersif.

2.7- Comparaison des vibrations:

$MN = SN - SM = 0,5m$

$\frac{MN}{\lambda} = \frac{0,5}{0,2} = \frac{5}{2}$

$MN = 5\frac{\lambda}{2}$

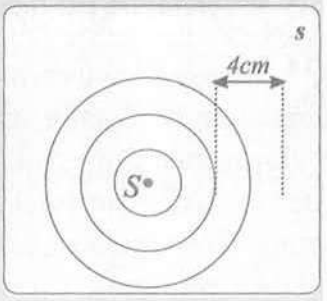
$MN = (2K+1)\frac{\lambda}{2}$

avec $K = 2$.

Puisque K est un entier les deux points M et N vibrent en opposition de phase.

13 Un vibreur de fréquence $N = 20Hz$ crée à partir d'une date $t_0 = 0$, une onde au point S à la surface d'eau d'une cuve à onde.

A la date t_1, l'image de la surface d'eau est représentée sur figure 1, où les cercles représentent des crêtes.



1- Quel est le type de l'onde obtenue?

2- Déterminer sa longueur d'onde λ et en déduire la vitesse de propagation de cette onde.

3- Quelle est la valeur de la date t_1 ?

4- On considère deux points M et N de la surface d'eau, tels que:

$SM = \frac{2}{3}SN = 10cm$

4.1- Lequel de ces deux points est en retard par rapport à l'autre?

4.2- Quelle est la valeur τ de ce retard horaire?

4.3- Comparer l'état vibratoire de ces deux points.

5- On place dans la cuve deux plaques verticales séparées par une ouverture de longueur d.

L'image de la surface d'eau à la même fréquence $20Hz$ est représentée sur la figure 2.

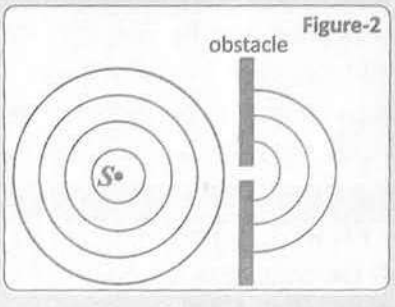


Figure-2

5.1- Quel phénomène met en évidence cette figure?

5.2- Quelle condition doit satisfaire la distance d pour avoir cette image?

Solution

1- L'onde obtenue à la surface d'eau est une onde mécanique progressive périodique, transversale dont les lignes d'ondes sont circulaires.

2- $\lambda = \frac{4cm}{2} = 2cm$

$v = \lambda N = 2.10^{-2}.20$

$= 0,4m.s^{-1}$

3- La distance parcourue par le front d'onde entre:

$t_0 = 0$ et t_1 est $d = 3\lambda = 6cm$.

$d = v.(t_1 - t_0) = v.t_1$

$t_1 = \frac{d}{V} = \frac{6.10^{-2}}{0,2} = 0,3s$

4.1- On remarque que N est situé après M : $SM = 10cm$ et $SN = \frac{3.10}{2} = 15cm$; N est en retard par rapport à M.

4.2- $MN = SN - SM = 15 - 10 = 5cm$

$\tau = \frac{MN}{V} = \frac{5.10^{-2}}{0,4} = 0,125s$

4.3- $\frac{MN}{\lambda} = \frac{5}{2} = 2,5$;

$MN = \frac{5}{2}\lambda$.

Les deux points M et N vibrent donc en opposition de phase.

On peut également utiliser le rapport $\frac{\tau}{T}$:

$\frac{\tau}{T} = \frac{0,125}{5.10^{-2}} = 2,5$

Donc: $\tau = \frac{5}{2}T$, c'est aussi la condition de vibration en opposition de phase.

5.1- La diffraction par une fente.

5.2- $d \leq \lambda$;

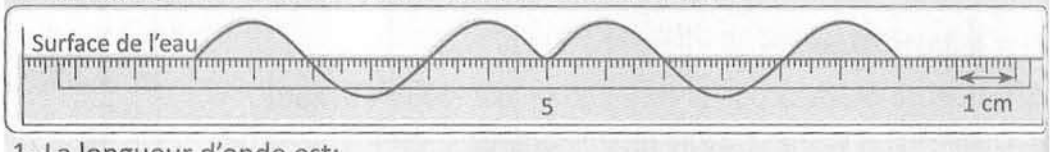
$d \leq 2cm$.

14 Recopier le numéro de la question et écrire à côté, parmi les quatre réponses proposées, la réponse juste sans justification

- Propagation d'une onde mécanique à la surface de l'eau:

On crée, à l'instant $t = 0$, en un point S de la surface de l'eau, une onde mécanique progressive sinusoïdale de fréquence $N = 50Hz$.

La figue ci-dessous représente une coupe verticale de la surface de l'eau à un instant t. La règle graduée sur le schéma indique l'échelle utilisée.



1- La longueur d'onde est:

• $\lambda = 0,2cm$ • $\lambda = 4cm$ • $\lambda = 5cm$ • $\lambda = 6cm$

2- La vitesse de propagation de l'onde à la surface de l'eau est:

• $v = 2m.s^{-1}$ • $v = 200m.s^{-1}$ • $v = 3m.s^{-1}$ • $v = 8.10^{-4}m.s^{-1}$

3- L'instant t, où la coupe de la surface de l'eau est représentée , a pour valeur:

• $t = 8s$ • $t = 0,03s$ • $t = 0,3s$ • $t = 3s$

4- On considère un point M de la surface de l'eau, éloigné de la source S d'une distance $SM = 6cm$.

Le point M reprend le même mouvement que celui de S avec un retard temporel τ.

La relation entre l'élongation du point M et celle del a source S s'écrit:

- $y_M(t) = y_S(t-0,3)$
- $y_M(t) = y_S(t-0,03)$
- $y_M(t) = t_S(t+0,03)$
- $y_M(t) = y_S(t+0,3)$.

Solution

1- $\lambda = 4cm$

2- $v = \frac{\lambda}{T} = \lambda N$

$= 4.10^{-2}.50 = 2m.s^{-1}$

3- $t = \frac{d}{v} = 1,5\frac{\lambda}{v}$

$= 1,5T.1,5.\frac{1}{50} = 0,03s$

4- $y_M(t) = y_S(t-\tau)$;

$\tau = \frac{SM}{V}$

$= \frac{6.10^{-2}}{2}$

donc: $y_M(t) = y_S(t-0,03)$

15 Pour déterminer la célérité des ondes sonores dans l'air on réalise le montage de la figure 1.

Figure 1

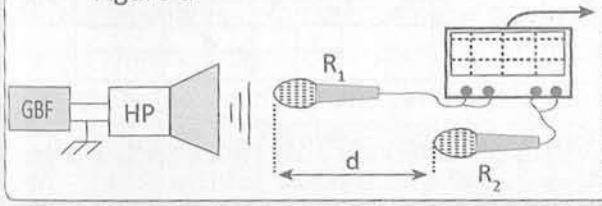
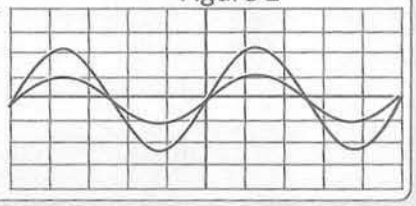


Figure 2



- La distance séparant les deux microphones R_1 et R_2 est d.
- Les deux oscillogrammes de la figure 2 représentent les variations de la tension aux bornes de chaque microphone pour une distance $d_1 = 20cm$.
- La sensibilité horizontale pour les deux voies est: $S_H = 0,2ms/div$

1- Définir la longueur d'onde λ et la période T.

2- Choisir la (ou les) bonne(s) réponse(s) parmi les propositions suivantes:

a- Les ondes ultrasonores sont des ondes audibles pour l'homme.

b- Les ondes sonores se propagent dans le vide et dans les milieux matériels.

c- Les ondes sonores sont des ondes transportant uniquement de l'énergie.

d- Le domaine de la longueur d'onde des ondes sonores est $400nm \leq \lambda \leq 800nm$.

3- On écarte le microphone R_2 horizontalement jusqu'à ce que les deux courbes deviennent en phase une nouvelle fois, et la distance entre R_1 et R_2 devient $d_2 = 54cm$, calculer la célérité de propagation des ondes.

Solution

1- La longueur d'onde λ d'une onde périodique est la distance minimale séparant deux points du milieu de propagation ; vibrant en phase.

- La période est la durée séparant l'émission de deux signaux successifs.

2- c) et d)

3- $d_1 = k\lambda$ et $d_2 = (k+1)\lambda = k\lambda + \lambda$

$= d_1 + \lambda \Rightarrow \lambda = d_2 - d_1$

$= 34cm$

$\lambda = V.T$;
$T = 5.0,2ms = 1.10^{-3}s$

$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{d}{T} = \frac{34.10^{-2}}{10^{-3}} = 340m.s^{-1}$

16 On se propose dans cet exercice de déterminer la vitesse d'une onde sonore dans l'air.

Pour déterminer la vitesse de propagation d'une onde sonore dans l'air, on réalise le montage expérimental de la figure (1) où R_1 et R_2 deux microphones séparés par une distance d et recevant une onde émise par un haut-parleur.

Sur la figure (2) on a représenté les deux enregistrements obtenus lorsque la distance d est fixée sur la valeur $d_1 = 51,25cm$.

Sensibilité horizontale pour les deux voies de l'oscilloscope $0,1ms/div$.

Figure-1

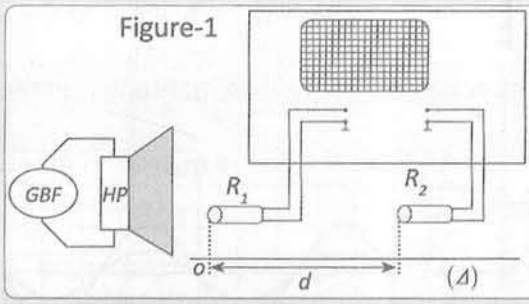
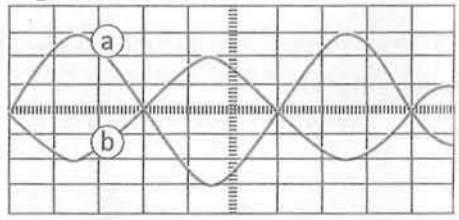


Figure-2



1- Déterminer graphiquement la valeur de la période T de l'onde sonore émise par le haut-parleur.

2- On déplace horizontalement le microphone R_2 selon l'axe Δ jusqu'à ce que les deux oscillogrammes deviennent en phase pour la première fois, la distance entre R_1 et R_2 est alors $d_2 = 61,5cm$.

2.1- Déterminer la valeur de λ, longueur d'onde de l'onde sonore.

2.2- Calculer la vitesse v de propagation de cette onde dans l'air.

Solution

1- $T = 6div = 6 \times 0,1ms$
$= 0,6ms = 6 \times 10^{-4}s$

2- Pour obtenir la figure (2) où les deux signaux sont en opposition de phase il faut que: $d_1 = k\lambda + \frac{\lambda}{2}$ (1)

Lorsque les deux deviennent en phase; il faut que:

$d_2 = d_1 + \frac{\lambda}{2} = \left(k\lambda + \frac{\lambda}{2}\right) + \frac{\lambda}{2}$ (2)
$= (k+1)\lambda$

On peut éliminer $k\lambda$ en effectuant l'opération (2)-(1):

$d_2 - d_1 = (k+1)\lambda - \left(k\lambda + \frac{\lambda}{2}\right) = \frac{\lambda}{2}$

D'où:

$\frac{\lambda}{2} = d_2 - d_1$

$\lambda = 2(d_2 - d_1)$

$\lambda = 2(61,5 - 51,25).10^{-2} = 20,5cm$

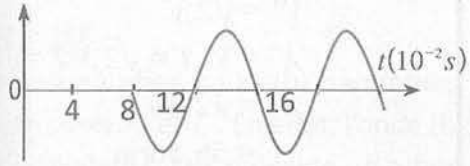
2.2- La vitesse de propagation de l'onde est donnée par:

$V = \frac{\lambda}{T} = \frac{20,5.10^{-2}}{6.10^{-4}}$
$= 341,66$
$\simeq 342m.s^{-1}$

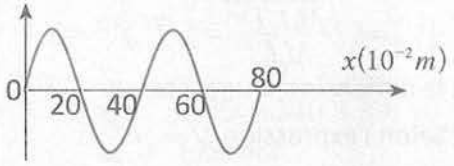
17 Une lame vibrante en mouvement sinusoïdal de fréquence N_1 fixée à l'extrémité S d'une corde élastique SA très longue et tendue horizontalement, génère le long de celle-ci une onde progressive périodique non amortie de célérité v. Un dispositif approprié, placé en A, empêche toute réflexion des ondes.

Le mouvement de S débute à l'instant $t = 0$.

Les courbes (1) et (2) de la figure ci-dessous représentent l'élongation d'un point M de la corde, situé à la distance d de S, et l'après et la corde à un instant t_1.



Courbe-1



Courbe-2

1- Identifier, en justifiant, la courbe représentant l'aspect de la corde à l'instant t_1.

2- Donner le nombre d'affirmations justes parmi les affirmations suivantes:

a- Le phénomène de diffraction ne se produit jamais pour une onde mécanique.

b- Les ondes progressives périodiques sinusoïdales se caractérisent par une périodicité temporelle et une périodicité spatiale.

c- L'onde qui se propage le long de la corde est une onde longitudinale.

d- La vitesse de propagation d'une onde mécanique ne dépend pas de l'amplitude de l'onde.

3- Par exploitation des courbes précédentes, déterminer:

3.1- La longueur d'onde λ_1 la période T et la célérité v de l'onde.

3.2- Le retard temporel τ du point M par rapport à la source S de l'one et déduire la distance d.

4- On donne la relation qui lie la célérité v de l'onde, la tension F de la corde et sa masse linéique μ (quotient de la masse sur la longueur): $v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

4.1- En utilisant les équation aux dimensions, vérifier l'homogénéité de la relation précédente.

4.2- La corde est-elle un milieu dispersif? Justifier.

4.3- On double la tension F de la corde $(F' = 2F)$ sans modifier la fréquence N. Déterminer dans ce cas la longueur d'onde λ.

Solution

1- L'aspect de la corde est représenté par la fonction spatiale $y = f(x)$ où l'abscisse est x, c'est donc la courbe (2).

2- Deux affirmations sont justes: b et d.

3.1- La fonction spatiale $y = f(x)$ admet λ comme période soit: $\lambda = 40cm$.

La fonction temporelle $y_M = f(t)$ admet T comme période; soit $T = 8.10^{-2}s$.

$$v = \frac{\lambda}{T} = \frac{40.10^{-2}}{8.10^{-2}} = 5m.s^{-1}$$

3.2- Le point M reçoit l'onde à l'instant $\tau = 8.10^{-2}s$

$d = v.\tau = 5 \times 8 \times 10^{-2} = 0,4m$

4- $[v] = \sqrt{\frac{[F]}{[\mu]}} = ;\ E_c = F.L = \frac{1}{2}mV^2$

(cf.1ère AS)

$$F = \frac{mV^2}{L} \Rightarrow [F] = M.L.T^{-2}$$

$$[V] = \sqrt{\frac{M.L.T^{-2}}{M.L^{-1}}} = \sqrt{L^2.T^{-2}} = L.T^{-1}$$

V a la dimension d'une vitesse.

4.2- Selon l'expression $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

La vitesse de l'onde ne dépend pas de la fréquence du vibreur, la corde n'est pas un milieu dispersif pour l'onde qui s'y propage.

4.3- Dans le 1er cas: $V = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

Dans le 2ème cas:

$$V' = \sqrt{\frac{F'}{\mu}} = \sqrt{\frac{2F}{\mu}}$$

$$V' = \sqrt{2}.V$$

$$\lambda' = V'.T = \sqrt{2}.V.T = \sqrt{2}.\lambda$$

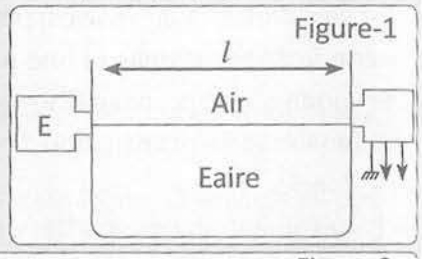
$$\lambda' = \sqrt{2}.40$$

$$= 56,56cm$$

18 Dans cet exercice, on s'intéresse à l'étude de la propagation d'une onde sonore périodique, dans deux milieux: l'eau notée (1) et l'air noté milieu (2).

Un émetteur sonore produit à la date $t = 0$, une onde qui se propage dans l'eau et dans l'eau, en parcourant la distance $\ell = 132cm$ (figure-1).

Figure-1

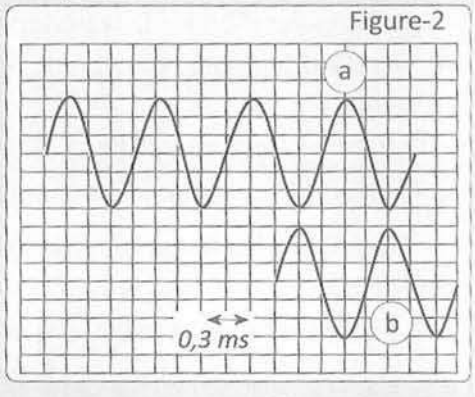


Un récepteur R placé à la distance ℓ de l'émetteur reçoit deux signaux:

- Le signal (a) correspondant à l'onde propagée dans l'eau.
- Le signal (b) correspondant à l'onde propagée dans l'air.

Ces deux signaux sont portés la figure-2.

Figure-2



1- Définir l'onde sonore.

2- Déterminer le décalage horaire τ entre les deux signaux étudiés et la fréquence N de l'onde.

3- Montrer que la vitesse de propagation de l'onde sonore dans l'eau peut s'écrire:

$$v_e = \frac{\ell.v_a}{\ell - \tau.v_a}$$

v_a : vitesse de propagation du son dans l'air $v_a = 340m/s$.

Calculer la valeur de la vitesse v_e.

Solution

1- Une onde sonore est un onde mécanique; longitudinale résultant d'une suite de compressions et dilations des couches du milieu de propagation.

2- $\tau = 10div = 10 \times 0,3ms = 3ms$

3-

$$N = \frac{1}{T} = \frac{1}{4div} = \frac{1}{1,2ms} = 833,33Hz$$

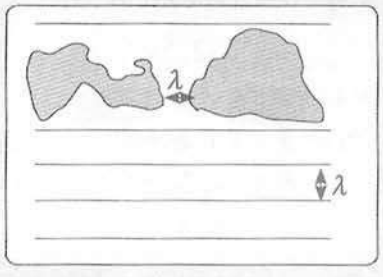
4- Dans l'air, l'onde parcourt la distance $\ell = ER$ pendant la durée:
$\Delta t_a = t_a - 0 = t_a$, à la vitesse v_a ; alors:
$t_a = \frac{\ell}{v_a}$ (1)
Dans l'eau, elle parcourt la même distance pendant la durée t_e à la vitesse v_e, d'où:
$t_e = \frac{\ell}{v_e}$ (2)
Les deux courbes (a) et (b) permettent de comparer t_e et t_a. En effet, l'onde (b) correspondant à l'air présente un retard horaire par rapport à celle se propageant dans l'eau (courbe (a)). On a donc: $t_a > t_e$
Alors: $\tau = t_a - t_e > 0$
Les deux expressions (1) et (2) permettent d'écrire: $\tau = \frac{\ell}{v_a} - \frac{\ell}{v_e}$

$$\frac{\ell}{v_e} = \frac{\ell}{v_a} - \tau = \frac{\ell - v_a.\tau}{v_a}$$

$$\frac{v_e}{\ell} = \frac{v_a}{\ell - v_a.\tau} \quad v_e = \frac{\ell.v_a}{\ell - v_a.\tau}$$

A.N.: $$v_e = \frac{1,32 \times 340}{1,32 - 340 \times 3 \times 10^{-3}}$$
$$= 1496 m.s^{-1}$$

19 Tsunami est une série d'ondes de très grande période se propageant à travers un milieu aquatique, issue généralement d'un séisme, et pouvant se propager en atteignant les côtés, en vagues destructives de très grande hauteur. On modélise le tsunami par des ondes mécaniques progressives périodiques qui se propageant sur la surface de l'eau avec une vitesse V proportionnelle à la profondeur de l'océan, v est donnée par la relation $V = \sqrt{gh}$ dans le cas ou $\lambda >> h$, avec h la longueur d'onde et g l'intensité de la pesanteur.



On donne: $g = 9,8 m.s^{-2}$.

On étudie la propagation d'une onde tsunami le long d'un océan de profondeur constante $h = 6000m$.

1- Montrer que les ondes qui se propageant sur la surface de l'océan est transversale.

2- Calculer la vitesse de propagation des ondes mécaniques sur la surface de l'océan.

3- Sachant que la durée entre deux sommets et $T = 18\,\text{min}$, trouver la longueur d'onde λ.

4- Dans le cas où $\lambda >> h$, la fréquence des ondes tsunami reste constante pendant la propagation vers les côtés, comment varie la longueur d'ondes dans ce cas.

5- A un instant donnée t, une onde tsunami passe entre deux îles séparées par une distance de largeur $d = 100km$.

On suppose que la profondeur h est constante et que $\lambda = 120km$ (figure 1).

5.1- Est-ce que la condition d'apparition du phénomène de diffraction est bien respectée? Pourquoi?

5.2- Dans le cas de l'apparition de la diffraction donner:

- La longueur de l'onde diffractée.
- Calculer l'angle de diffraction θ.

BAC **2014**, *option: PC*

Solution

1- Nature de l'onde:

La perturbation provoquée à la surface de l'eau est perpendiculaire à la direction de la propagation, donc l'onde est transversale.

2- Calcul de la vitesse:

On a: $v = \sqrt{g.h}$

A.N.: $v = \sqrt{9,8.6000}$

$\simeq 242,5m/s$

3- Calcul de λ:

On a: $\lambda = v.T$ avec $T = 18\min$.

$\lambda = 24,2.18.60 \simeq 261,9.10^3 m$

$\simeq 262Km$

4- Variation de λ:

si f est constante et V étant constante donc: λ sera aussi constante.

5.1- Phénomène de diffraction?

On a: $d < \lambda$

Donc la diffraction aura lieu.

5.2- Calcul de λ et de θ:

Lors de la diffraction l'onde conserve sa longueur d'onde:

$\lambda = 120Km$ alors qu'elle change sa direction de propagation.

$\theta = \frac{\lambda}{d} \Rightarrow \theta = \frac{120}{100} = 1,2rad$.

20 Un haut-parleur (HP) alimenté par un générateur de basse fréquence (GBF); émet une onde sonore qui se propage dans l'air.

Cette onde passe devant deux microphones R_1 et R_2 alignés avec le haut-parleur et reliés à un oscilloscope bi-courbe (figure-1).

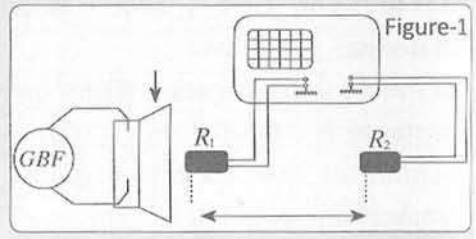


Figure-1

1- On donne à la distance d la valeur $d_1 = 41cm$.

La figure-2 donne les courbes visualisées.

La sensibilité horizontale de l'oscilloscope est $0,1ms/div$.

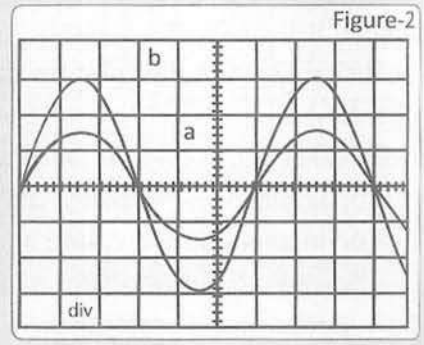


Figure-2

1.1- Faire correspondre, en justifiant, chaque microphone à la courbe qui lui convient.

1.2- Déterminer la période T de l'onde étudiée.

2- On éloigne R_2 de R_1 (fixe) jusqu'à ce que les courbes deviennent à nouveau en phase, à ce moment on note $d = d_2 = 61,5cm$.

2.1- Déterminer la longueur de l'onde sonore étudiée.

2.2- Déterminer sa célérité V.

Solution

1.1- Le microphone R_2 est le plus éloigné de la source (HP), le son y parvient avec une intensité plus faible, il lui convient donc la courbe (a).

1.2- $T = 6div$.

$0,1ms/div = 0,6ms = 6.10^{-4}s$

2.1- Lorsque $d = d_1$, les courbes sont en phase, alors $d_1 = k.\lambda$ (1)

La concordance de phases suivante correspond à $k' = k+1$ et elle est obtenue lorsque $d = d_2$; avec $d_2 = (k+1)\lambda$ (2)

D'où:

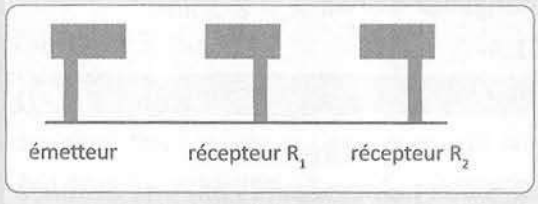
$$d_2 - d_1 = (k+1)\lambda - k\lambda = \lambda$$

$$\lambda = d_2 - d_1 = 61,5 - 41 = 20,5cm$$

2.2- $V = \frac{\lambda}{T} = \frac{20,5.10^{-2}}{6.10^{-4}}$.

$= 341,7m/s$

21 Un émetteur ultrasonore et deux récepteurs R_1 et R_2 placés en M_1 et M_2 sont alignés. Les deux récepteurs sont reliés aux deux voies d'entrée 1 et 2 d'un oscillographe.



La plus petite distance M_1M_2 pour laquelle l'oscillogramme des tensions aux bornes des récepteurs à l'allure ci-contre vaut $8,5mm$.

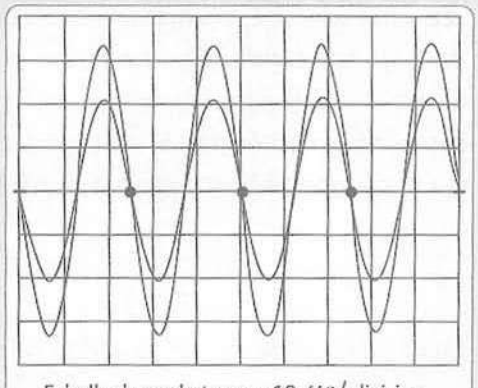
1.1- Identifier les deux oscillogrammes.

1.2- Quelle est la fréquence du signal ultrasonore?

1.3- Quelle est la valeur de sa longueur d'onde?

1.4- Calculer sa célérité.

2- Pour $M_1M_2 = 17mm$, puis $21,25mm$, représenter les oscillogrammes correspondants.



Echelle: base de temps: 10 μs / division.

3- un télémètre, appareil permettant de mesurer une distance, comprend, entre autres, un émetteur d'ultrasons et un récepteur associé. Une horloge électronique intégrée au dispositif permet de déterminer la durée Δt nécessaire pour qu'un signal émis en direction d'un obstacle soit réfléchi par celui-ci, puis reçu par le récepteur.

3.1- Quelle relation existe-il entre d, distance émetteur-obstacle et Δt ?

3.2- La plus petite variation de durée détectable vaut $0,10ms$. En déduire la plus petite variation de distance mesurable.

Solution

1.1- Le récepteur R_2 étant plus éloigné, reçoit une puissance inférieure à celle reçue par R_1. L'amplitude de la tension aux bornes du récepteur R_2 est donc la plus faible.

1.2- D'après la représentation graphique, la période vaut $2,5.10^{-5}s$. On en déduit la fréquence: $f = \frac{1}{T} = \frac{1}{2,5.10^{-5}}$

$= 40.10^3 Hz = 40kHz$

1.3- La distance $M_1M_2 = 8,5mm$ est la plus petite distance séparant deux points vibrant en phase: ils sont séparés par une longueur d'onde $\lambda = 8,5mm$.

1.4- $\lambda = \frac{V}{f}$;

donc: $V = \lambda.f = 8,5.10^{-3} \times 40.10^3 \cdot$

$= 3,4.10^2 m.s^{-1}$

2- Deux points séparés par une distance de $17mm$ sont éloignés de 2λ. Ils vibrent en phase. L'oscillogramme est donc identique au premier.

Deux points séparés par une distance de $21,25mm$ sont éloignés de $\frac{5}{2}\lambda$.

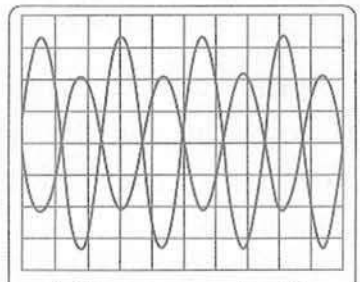
Ils vibrent en opposition de phase.

3.1- L'onde ultrasonore a parcouru la distance $2d$ au cours d'une durée Δt, d'où: $2d = V.\Delta t$.

3.2- La plus petite variation de distance détectable vaut:

$d_m = \frac{V.\Delta t}{2} = \frac{3,4.10^2 \times 0,10.10^{-3}}{2}$

$= 1,7.10^{-2} m = 1,7cm$



Oscillogrammes pour les points distants de 21,25mm.

22 Une source E d'ultrasons émet une onde progressive sinusoïdale qui se propage dans un tube plein d'eau où sont placés deux récepteurs R_1 et R_2, dans la même direction contenant l'émetteur E (figure-1).

Les signaux captés par E sont visualisés sur l'écran d'un oscilloscope bicourbe réglé sur la sensibilité horizontale $5\mu S/div$.

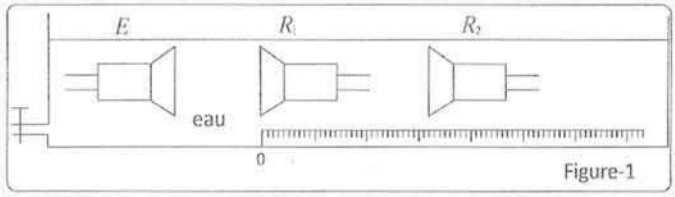


Figure-1

1- Au début, R_1 et R_2 sont placés au niveau de la graduation 0 sur une règle graduée, à ce moment; les deux courbes visualisées sont en phase.

- On éloigne R_1 et R_2 suivant la direction de la règle graduée, le signal capté par R_2 se déplace à droite, et les deux courbes deviennent à nouveau en phase lorsque $d = 3cm$ (figure-2).

1.1- Donner la définition de la longueur d'onde λ.

1.2- Ecrire la relation liant λ; la fréquence N de l'onde ultrasonore et sa célérité v.

1.3- Déduire de cette expérience la célérité V_e de l'onde ultrasonore dans l'eau.

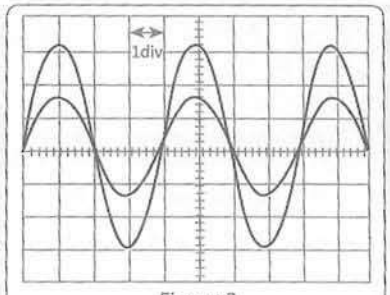


Figure-2

2- Propagation de l'onde ultrasonore dans l'air:

On garde le montage précédent, avec R_1 et R_2 aux mêmes positions $(d = 3cm)$, et on fait évacuer l'eau du bassin.

On observe que les deux signaux captés par R_1 et R_2 sont décalés l'un par rapport à l'autre.

2.1- Commenter cette observation.

2.2- De quelle distance minimale doit-on éloigner R_1 et R_2 pour que les deux signaux deviennent en phase?

On donne:

vitesse de propagation des ultrasons dans l'air: $V_a = 340m.s^{-1}$.

Solution

1.1- La longueur d'onde est la distance minimale entre deux points ayant le même état vibratoire.

Autre définition:

La longueur d'onde est la distance parcourue par l'onde pendant une période temporelle T de l'onde.

1.2- $\lambda = V.T = \dfrac{V}{N}$

1.3- Appliquons la condition de concordance de phases: $d = k.\lambda$.

- Lorsque $d_0 = 0$ on a $k = 0$.
- Lorsque $d = 3cm$, $d = k.\lambda$ avec $k = 1$

donc: $\lambda = d = 3cm$.

$$v_e = \frac{\lambda_e}{T} = \frac{3.10^{-2}}{4.5.10^{-6}}$$
$$= 1500m.s^{-1}$$

2.1- Considérons la condition $d = k.\lambda$, qu'on peut aussi écrire: $d = \dfrac{k.V.T}{N}$.

En passant de l'eau à l'air, la vitesse de l'onde change de valeur, le décalage observé pour les deux signaux est dû au fait que la condition $d = k.\lambda_a$ n'est pas remplie, lorsque $d = 3cm$.

2.2- La distance d' qui permet d'avoir une concordance de phases dans l'air est telle que: $d' = k.\lambda_a \quad (k \in \mathbb{N}^*)$

Or: $d' > d$,

alors: $k.\lambda_a > d$

$$k > \frac{d}{\lambda_a} = \frac{d}{V_a.T}$$
$$= \frac{3.10^{-2}}{340.2.10^{-5}}$$
$$= 4,4$$

La plus petite valeur de k vérifiant cette condition est: $k_{min} = 5$.

On déduit que:

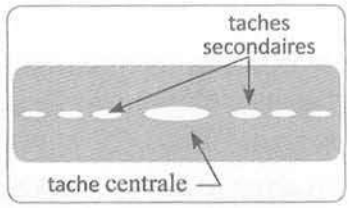
$$d'_{min} = k_{min}.\lambda_a = 5.\lambda_a$$
$$= 5.340.2.10^{-5}$$
$$= 3,4cm$$

R_1 et R_2 étaient distants de $3cm$, il fallait donc déplacer R_2 de $0,4cm$.

3 Les ondes lumineuses

1 Diffraction par une fente:

Si on place une fente fine sur le trajet d'un faisceau de lumière issu d'une source Laser on observe des taches de diffraction dans la direction perpendiculaire à la fente qui a diffracté la lumière.



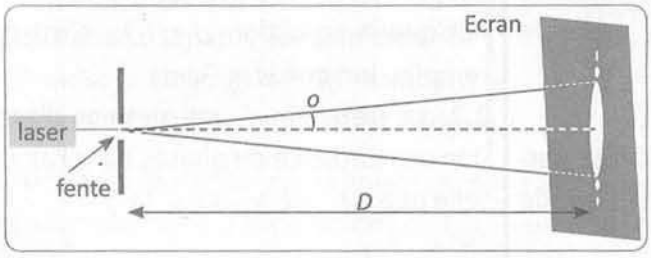
la diffraction de la lumière par un fil est semblable à la diffraction par une fente.

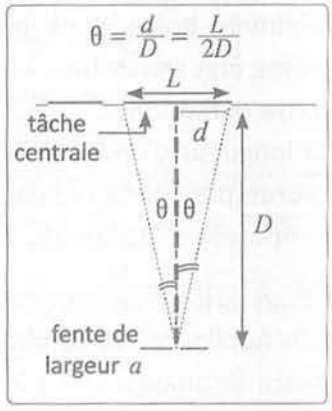
2 Conclusion:

Comme les ondes mécaniques, le phénomène de diffraction montre que la lumière est de nature ondulatoire.

Ecart angulaire de diffraction.

Réalisons la diffraction d'un faisceau laser par une fente.





Dans le cas de la diffraction d'une onde lumineuse monochromatique de longueur d'onde λ, par une fente de largeur a (ou un fil de diamètre a), l'écart angulaire de diffraction θ a pour expression: $\theta = \frac{\lambda}{a}$

Avec
- θ : écart angulaire (rad)
- λ : longueur d'onde dans le vide (m)
- a : largeur de la fente (m)

Longueur d'onde: Si L est la largeur de la tache centrale, $d = \frac{L}{2}$ et $\tan\theta = \frac{L}{2D}$.
On pourra vérifier si θ est très petit alors $\theta \approx \tan\theta$.

$$\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D} \Rightarrow \lambda = \frac{a.L}{2D}$$

II- Propagation de la lumière dans les milieux transparents:

1 Lumière visible:

L'oeil humain n'est sensible qu'à certaines fréquences (ou longueur d'onde), celles correspondant à la lumière du visible. Dans ce domaine, les fréquences sont comprises entre $7,5.10^{14}Hz$ et $3,8.10^{14}Hz$..

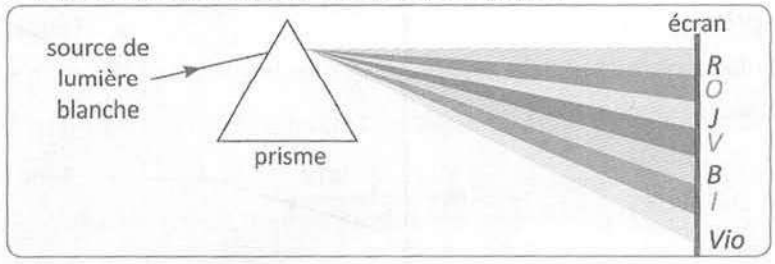
Plus simplement, les longueurs d'onde dans le vide correspondant à ce domaine sont comprises entre $400nm$ et $800nm$ $(1nm = 10^{-9}m)$.

La lumière blanche est composée de toutes les radiations visibles.

2 La lumière polychromatique:

La lumière blanche (qui peut-être assimilée à celle du soleil) est une onde polychromatique. Elle est constituée de nombreuses radiations monochromatiques de fréquences (ou longueurs d'onde) différentes.

Newton a constaté qu'en éclairant un prisme avec de la lumière blanche, celle-ci sortait du prisme en étant déviée et qu'elle se décomposait en lumières de toutes les couleurs de l'arc-en-ciel. Il en a déduit que la lumière blanche est composée de toutes ces couleurs et que le prisme a pour effet de les séparer.



Il existe aussi des lumières polychromatiques qui ne sont constituées que de quelques radiations de longueurs d'onde différentes. Dans ce cas, on obtient par diffraction ou dispersion de cette radiation, un spectre de raies (spectres discontinus) dont les raies correspondent aux longueurs d'onde constituant la lumière initiale (exemple: lampe à vapeur de mercure).

3 Définition de l'indice de réfraction:

L'indice de réfraction (n) d'un milieu est défini comme le rapport de la vitesse de la lumière dans le vide (c) par la vitesse de la lumière dans ce milieu (v): $n = \frac{c}{v}$

Dans un milieu matériel la vitesse de la lumière ne peut être supérieure à celle possédée dans le vide donc un indice de réfraction est toujours supérieur ou égal à 1.

Indice de **réfraction des milieux les plus courants:**

Milieu	Air	Eau	Verre	Cristal	Diamant
indice	1,00	1,3	1,5	1,8	2,5

Loi de Cauchy:

En optique, on appelle loi de Cauchy une relation qui donne la variation de l'indice de réfraction en fonction de la longueur d'onde: $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$

λ : longueur d'onde mesurée dans le vide

A et B sont des constantes caractéristiques du milieu dans le cas du verre on trouve.

$A = 1,51$ et $B = 4,91.10^3 nm^2$

III- Dispersion de la lumière:

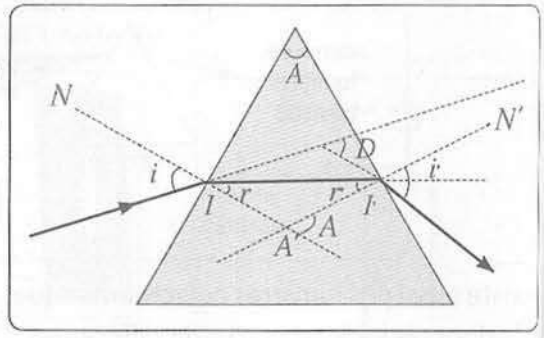
On envoie un faisceau étroit polychromatique constitué d'une lumière rouge $\lambda_R = 800nm$ et une lumière violette $\lambda_V = 400nm$ sur un dioptre séparant l'air de l'eau.

Après réfraction, on constate que les deux lumières se séparent: on dit que la lumière se disperse et le phénomène est appelé dispersion.

D'après la loi de Cauchy, l'indice d'un milieu n'est pas constant; il dépend de la longueur d'onde de la lumière émise. Le milieu de propagation donne à chaque lumière monochromatique un indice de réfraction.

Formules du prisme:

Conservez seulement le trajet du rayon; nommez les angles successifs i, r, r', i' et D.



Lois de Snell-Descartes: $\sin i = n \sin r$ et $\sin i' = n \sin r'$.

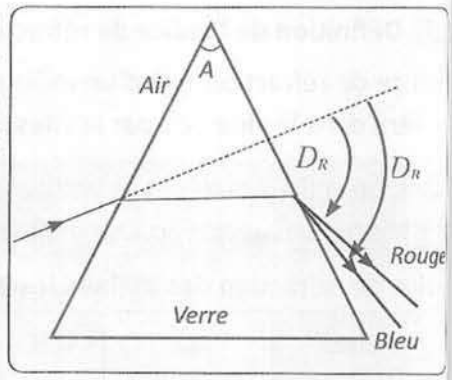
Le quadrilatère $AIA'I'$ est inscriptible. On a donc le triangle $IA'I'$: $A = r + r'$

$$D = i - r + i' - r' = i + i' - A$$

Dispersion d'une lumière blanche:

Le verre du prisme est un milieu dispersif. En effet, l'indice du verre dépend de la longueur d'onde de la radiation incidente qui le traverse: la valeur de l'indice n du milieu dispersif croît avec la fréquence de la lumière.

La lumière blanche est ainsi décomposée en fonction des différentes longueurs d'onde des radiations qui la constituent. A chaque longueur d'onde correspond une couleur différente. On obtient ainsi un spectre continu constitué de toutes les couleurs de l'arc-en-ciel.



1 Mots manquants:

a- Le phénomène que subit un faisceau lumineux lorsqu'il traverse une petite ouverture est un phénomène de .....(1).....

Il constitue une preuve de la nature .....(2)..... de la lumière.

b- Chaque lumière .....(3)..... correspond à une radiation de .....(4)..... bien déterminée.

c- La longueur d'onde dans le vide d'une radiation visible est comprise entre ....(5)..... (radiation de couleur .....(6).....) et .....(7)..... (radiation de couleur .....(8).....)

d- Dans un milieu transparent d' .....(9)..... n, la célérité de la lumière est $v = ...$ (10)..... Si le milieu est .....(11)....., v dépend de la .....(12)..... des radiations.

Solution

a- 1- Diffraction	2- ondulatoire	7- $800nm$	8- rouge
b- 3- monochromatique	4- fréquence	d- 9- indice	10- $v = \frac{c}{n}$
c- 5- $400nm$	6- violette	11- dispersif	12- fréquence

2 Vrai ou faux?

a- La couleur d'une radiation lumineuse dépend de sa fréquence. Vrai Faux

b- La fréquence d'une lumière monochromatique dépend du milieu traversé.

Vrai Faux

c- La longueur d'onde d'une radiation lumineuse dépend du milieu traversé.

Vrai Faux

d- La diffraction d'une lumière monochromatique se produit sans changement de fréquence. Vrai Faux

e- La diffraction de la lumière blanche s'accompagne d'une décomposition de la lumière. Vrai Faux

Solution

a- Vrai	b- Faux	c- Vrai	d- Vrai	e- Vrai

3 QCM:

a- Dans un milieu transparent d'indice n, la longueur d'onde d'une radiation lumineuse dont la longueur d'onde dans le vide est λ_0 devient:

$\square \frac{\lambda_0}{n}$ $\square \lambda_0 n$ $\square \lambda_0$

b- La fréquence d'une onde lumineuse de longueur d'onde dans le vide $\lambda_0 = 550nm$

est:

- ☐ $5,45.10^{14}Hz$
- ☐ $5,45.10^{5}Hz$
- ☐ $165Hz$
- ☐ $1,65.10^{11}Hz$
- ☐ $1,83.10^{-15}Hz$
- ☐ $1,83.10^{6}Hz$

On donne: $c = 3.10^{8}m.s^{-1}$

c- Une radiation lumineuse dont la longueur d'onde dans le vide est $750nm$ est une radiation:

- ☐ rouge
- ☐ verte
- ☐ bleue
- ☐ non visible

Solution

a- on a:

- le vide: $\lambda_o = \frac{c}{\upsilon}$ (1)
- dans le milieu d'indice n: $\lambda = \frac{V}{\upsilon}$ (2)

$\Rightarrow \frac{\lambda}{\lambda_o} = \frac{V}{c} = \frac{1}{n}$;

donc: $\lambda = \frac{\lambda_o}{n}$

b- $\upsilon = \frac{c}{\lambda_o} = \frac{3.10^{8}}{550.10^{-9}}$

$= 5,45.10^{14}Hz$

c- rouge.

1 Une onde lumineuse monochromatique peut se propager dans plusieurs milieux transparents d'indice n. Compléter le tableau suivant:

	vide	eau	verre
longueur d'onde $\lambda(nm)$	550		
indice n		1,33	
Célérité $v(m.s^{-1})$	$3,00.10^8$		$2,00.10^8$
Fréquence $v(Hz)$			

Solution

• Dans le vide:

- calcul de n: $n = \frac{c}{c} = 1$
- calcul de υ:

on a: $\upsilon = \frac{c}{\lambda}$

A.N.: $\upsilon = \frac{3.10^8}{550.10^{-9}} = 5,45.10^{14} Hz$

• Dans l'eau:

- Lors de la propagation d'une onde monochromatique d'un milieu à un autre, elle conserve sa fréquence et sa couleur:
- calcul de la vitesse:

on a: $n = \frac{c}{v}$ et $v = \frac{c}{n}$

A.N.: $v = \frac{3.10^8}{1,33}$

$= 2,26.10^8 m/s$

Calcul de λ dans l'eau:

On a: $\upsilon = \frac{v}{\lambda}$ donc: $\lambda = \frac{v}{\upsilon}$

A.N.: $\lambda = \frac{2,26.10^8}{5,45.10^{14}}$

$\lambda = 4,146.10^{-7} m$

$= 414,6mm$

• Dans le verre:

La fréquence et la couleur restent inchangées:

- Calcul de n: $n = \frac{c}{v} = \frac{3.10^8}{2.10^8} = 1,5$
- Calcul de λ:

$$\upsilon = \frac{v}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{v}{\upsilon} = \frac{2.10^8}{5,45.10^{14}}$$

$$= 3,67.10^{-7} m$$

$$\lambda = 367nm$$

2 Une fente de largeur a est éclairée avec une lumière monochromatique rouge de longueur d'onde dans le vide: $\lambda = 633nm$.

Sur un écran situé à la distance: $D = 3m$ de la fente, on visualise une figure de diffraction.

1- Décrire et dessiner la figure de diffraction obtenue.

2- Définir, à l'aide d'un schéma, le demi-diamètre angulaire θ de la tache centrale de diffraction.

3- Quelle relation lie cet écart angulaire θ et la largeur a de la fente?

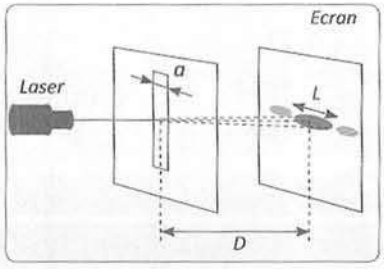
4- Établir la relation liant $\tan\theta$ à la distance D et à la largeur L de la tache centrale

de la figure de diffraction. On donne $\tan\theta (\theta \text{ en radians})$.

5- Calculer la largeur a de la fente si la largeur L de la tache centrale de diffraction vaut $12,0cm$.

Solution

1- Figure de diffraction:



On obtient l'écran une figure de diffraction formée d'une tache centrale, étendue, de direction perpendiculaire à celle de la fente et entourée de petites taches dans la même direction.

2- Voir schéma

3- Relation entre θ et a:

Pour la diffraction de la lumière avec un fente ou fil: $\theta = \frac{\lambda}{a}$.

4- Relation entre $\tan\theta$ et L et D:

De la figure: $\tan\theta = \frac{\frac{L}{2}}{D} = \frac{L}{2D}$

Etant donné que: $\tan\theta = \theta$.

on écrit: $\theta = \frac{L}{2D}$

5- Calcul a:

on a: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ et $\theta = \frac{L}{2D}$

donc: $\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$

D'où: $a = \frac{\lambda.2D}{L}$

A.N.:

$$a = \frac{633.10^{-9} \times 2 \times 3}{12.10^{-2}}$$

$$a = 3,165.10^{-5}m$$

$$a = 31,65\mu m$$

3 Un faisceau de lumière parallèle monochromatique, de longueur d'onde λ, produit par une source laser est envoyé sur un fil vertical, de diamètre a (a est de l'ordre du dixième de millimètre). On place un écran à une distance D de ce fil; la distance D est grande devant a (voir la figure-1).

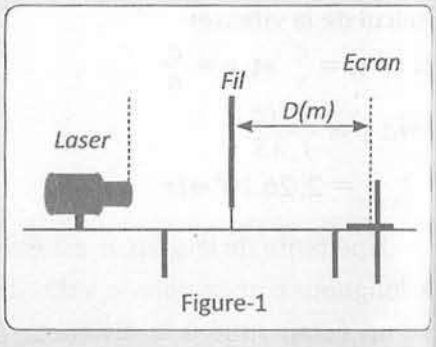


Figure-1

1- La figure-2 ci-dessous présente l'expérience vue de dessus et la figure observée sur l'écran.

Quel renseignement sur la nature de la lumière ce phénomène apporte-t-il ? Nommer ce phénomène.

2- Faire apparaître sur la figure-2 l'écart angulaire ou demi-angle de diffraction θ et la distance D entre l'objet diffractant (en l'occurrence le fil) et l'écran.

3- En utilisant la figure - 2 exprimer l'écart angulaire θ en fonction des grandeurs L et D sachant que pour de petits angles exprimés en radian: $\tan\theta \simeq \theta$.

4- Quelle expression mathématique lie les grandeurs θ, λ et a ? (On supposera que la loi est la même que pour une fente de largeur a). Préciser les unités respectives de ces grandeurs physiques.

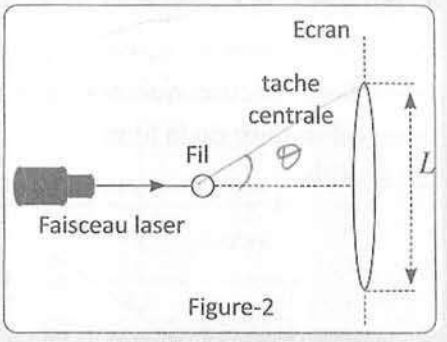


Figure-2

5- En utilisant les résultats précédents, montrer que la largeur L de la tache centrale de diffraction s'exprime par: $L = 2\lambda.\frac{D}{a}$

6- On dispose de deux fils calibrés de diamètres respectifs $a_1 = 60\mu m$ et $a_2 = 80\mu m$

On place successivement ces deux fils verticaux dans le dispositif présenté par la figure-1.

On obtient sur l'écran deux figures de diffraction distinctes notées A et B (voir la figure-3).

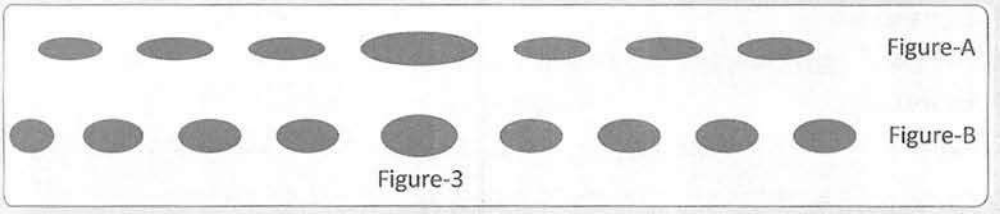


Figure-3

Associer, en le justifiant, à chacun des deux fils la figure de diffraction qui lui correspond.

7- On cherche maintenant à déterminer expérimentalement la longueur d'onde dans le vide λ de la lumière monochromatique émise par la source laser utilisée.

Pour cela, on place devant le faisceau laser des fils calibrés verticaux.

On désigne par « a » le diamètre d'un fil. La figure de diffraction obtenue est observée sur un écran blanc situé il une distance $D = 2,50m$ des fils. Pour chacun des fils, on mesure la largeur L de la tache centrale de diffraction.

- On trace la courbe $L = F\left(\frac{1}{a}\right)$ (voir la figure-4).

La lumière émise par la source laser est dite monochromatique. Quelle est la signification de ce terme?

8- Donner l'équation de la courbe $L = F\left(\frac{1}{a}\right)$ et en déduire la longueur d'onde λ dans le vide de la lumière monochromatique constitutive du faisceau laser utilisé.

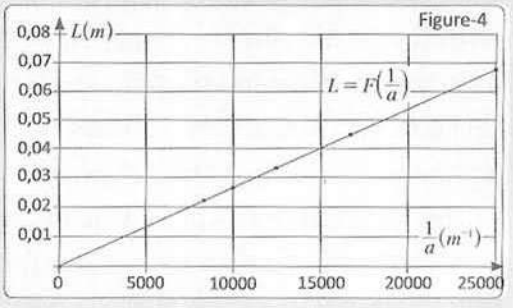


Figure-4

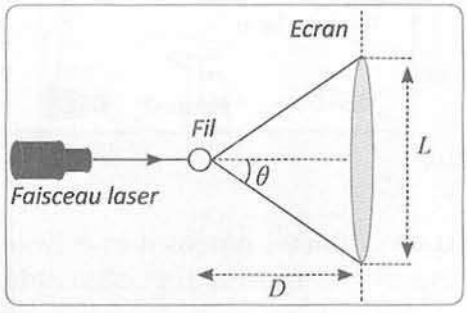
9- Calculer la fréquence de la lumière monochromatique émise par la source laser.

Solution

1- Nature de la lumière:

L'expérience met en évidence le phénomène de diffraction qui montre le caractère ondulatoire de la lumière.

2- Légendes:



3- Expression:

de la figure: $\tan\theta = \frac{L}{2D}$

4- Expression:

On a: $\theta = \frac{\lambda}{a}$

5- On a: $\tan\theta \simeq \theta$

donc: $\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a}$; d'où: $L = \frac{\lambda 2D}{a}$

6- Figure:

On sait que plus les dimensions des fils sont petites, plus la diffraction est importante donc:

- la figure (A) correspond au fil de calibre $a_1 = 60\mu m$.
- la figure (B) correspond au fil de calibre $a_2 = 80\mu m$.

7- Lumière monochromatique:

C'est une lumière ayant une seule couleur, et caractérisée par une longueur d'onde λ dans le vide.

8- Longueur d'onde λ:

Graphiquement L est proportionnelle à $\frac{1}{a}$, donc: $L = K.\frac{1}{a}$.

avec: $K = \frac{\Delta L}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)}$: coefficient directeur.

$$K = \frac{0,04 - 0}{15000 - 0}$$
$$= 2,67.10^{-6} m^2$$

et on a: $K = \lambda.2D$ d'où: $\lambda = \frac{K}{2D}$

A.N.: $\lambda = \frac{2,67.10^{-6}}{2.2,5}$

$$= 534.10^{-9} m = 534nm$$

9- Calcul de la fréquence:

On a: $\lambda = \frac{C}{\upsilon}$ donc: $\upsilon = \frac{C}{\lambda}$

A.N.: $\upsilon = \frac{3.10^8}{534.10^{-9}} = 5,62.10^{14} Hz$.

4 I- On réalise une expérience de diffraction à l'aide d'un laser émettant une lumière monochromatique de longueur d'onde λ. À quelques centimètres du laser, on place successivement des fils verticaux de diamètres connus. On désigne par a le diamètre d'un fil.

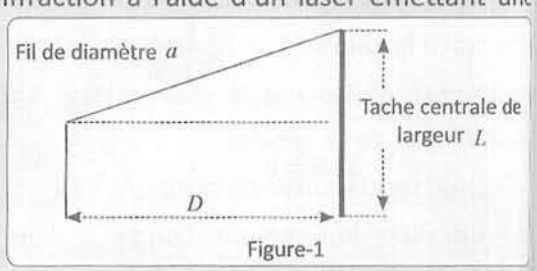


Figure-1

La figure de diffraction obtenue est observée sur un écran blanc situé à une distance $D = 1,60m$ des fils. Pour chacun des fils, on mesure la largeur L de la tache centrale. À partir de ces mesures et des données, il est possible de calculer l'écart angulaire θ du faisceau diffracté (voir figure).

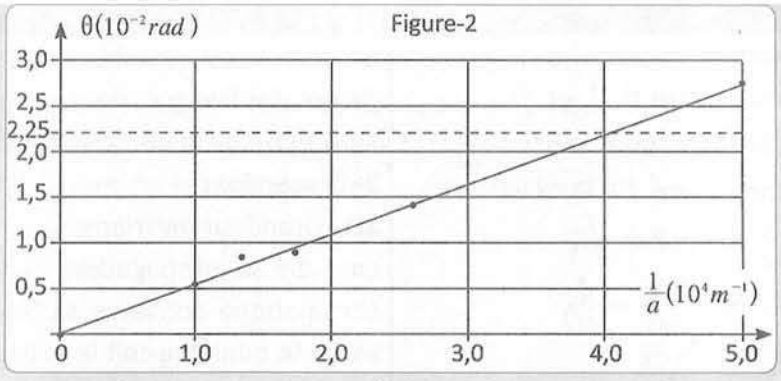


Figure-2

1.1- L'angle θ étant petit, θ étant exprimé en radian, on a la relation: $\tan\theta \approx \theta$. Donner la relation entre L et D qui a permis de calculer θ pour chacun des fils.

1.2- Donner la relation liant θ, λ et a. Préciser les unités de θ, λ et a.

1.3- à partir de la courbe précédente, pourrait-on déterminer la longueur d'onde λ de la lumière monochromatique utilisée.

1.4- En utilisant la figure 2, préciser parmi les valeurs de longueurs d'onde proposées ci-dessous, quelle est celle de la lumière utilisée?

560cm; 560mm ; 560 µm ;560nm

1.5- Si l'on envisageait de réaliser la même étude expérimentale en utilisant une lumière blanche, on observerait des franges irisées.

En utilisant la réponse donnée à la question 2.2., expliquer, de manière concise, l'aspect «irisé» de la figure observée.

2- Dispersion:

Un prisme est un milieu dispersif: convenablement éclairé, il décompose la lumière du faisceau qu'il reçoit.

2.1- Quelle caractéristique d'une onde lumineuse monochromatique est invariante quel que soit le milieu transparent traversé?

2.2- Donner la l'expression de l'indice de réfraction n d'un milieu homogène transparent, pour une radiation de fréquence donnée.

2.3- Rappeler la définition d'un milieu dispersif.

2.4- À la traversée d'un prisme, lorsqu'une lumière monochromatique de fréquence donnée passe de l'air (d'indice $n_a = 1$) à du verre (d'indice $n_v > 1$), les angles d'incidence (i_1) et de réfraction (i_2), sont liés par la relation de Descartes - Snell: $\sin(i_1) = n_v \sin(i_2)$.

Expliquer succinctement, sans calcul, la phrase «Un prisme est un milieu dispersif: convenablement éclairé, il décompose la lumière du faisceau qu'il reçoit».

Solution

1- Diffraction:

1.1- La relation entre θ, L et D:

A partir de la figure, on a: $\tan\theta = \frac{L}{2D}$

1.2- La relation entre L, D, λ et a:

On a: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ et $\tan\theta = \frac{L}{2D}$

or $\tan\theta \approx \theta$ donc: $\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$

1.3- Détermination de λ:

La courbe est une droite, donc: $\theta = K.\frac{1}{a}$

avec: $K = \lambda$: coefficient directeur.

$$K = \frac{\Delta\theta}{\Delta\left(\frac{1}{a}\right)}$$

$$K = \frac{(2,25-0).10^{-2}}{(4-0).10^{4}} = 562,5.10^{-9}m$$

donc: $\lambda = 562,5nm$

1.4- Lumière utilisée:

La lumière utilisée a une longueur d'onde: $\lambda = 560nm$.

1.5- Explication:

D'après 1.2- on a: $\theta = \frac{\lambda}{a}$

Etant donné que la lumière blanche est polychromatique, et que $400nm \leq \lambda \leq 800nm$, plus λ est grande plus θ est grande ce qui donne sur l'écran des franges irisées correspondant au spectre de la lumière blanche.

2- Dispersion:

2.1- Grandeur invariante:

Lors de sa propagation, l'onde monochromatique conserve sa fréquence invariante quel que soit le milieu.

2.2- Indice de réfraction:

Par définition: $n = \frac{C}{v}$

avec: C: célérité de la lumière dans le vide.

v: célérité de la lumière dans le milieu d'indice n.

2.3- Milieu dispersif:

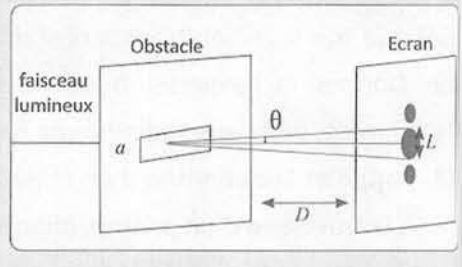
C'est un milieu dans lequel la vitesse de propagation des ondes dépend de la fréquence.

2.4- Explication:

Lorsque λ varie, la vitesse v est alors modifiée, et aussi l'indice n.

L'angle i_2 est alors modifié et par conséquent l'angle de déviation est D.

5



1-Détermination de la longueur d'onde.

Pour mesurer la longueur d'onde λ d'une lumière monochromatique, on réalise l'expérience schématisée ci-contre. cette lumière traverse une fente de largeur $a = 0.22mm$ Il se forme sur un écran situé à une distance $D = 2m$ une tache centrale de longueur $L = 12mm$.

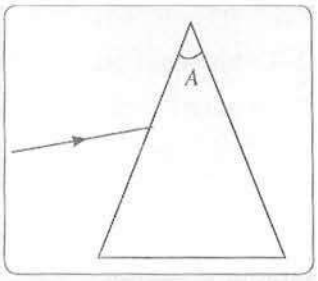
1.1- Quel phénomène est mis en évidence par cette expérience?

1.2- Montrer que $\lambda = \frac{La}{2D}$.

1.3- Calculer λ.

2- Détermination de l'indice de réfraction.

On envoie sous une incidence i un rayon lumineux de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 670nm$ sur la 1ère face d'un prisme d'angle A et d'indice de réfraction n le rayon émerge du prisme avec un angle d'émergence $i' = i$.



2.1- Tracer l'allure de la trajectoire du rayon lumineux à travers le prisme.

2.2- Montrer que:

- $A = 2r$
- $D = 2i - A$
- $n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{D+A}{2}\right)}{\sin\dfrac{A}{2}}$

On donne: $D = 28°$; $A = 30°$

3- On envoie sur le prisme un faisceau de la lumière blanche. Quel phénomène peut-on observer? justifier.

Solution

1.1- Le phénomène mis en évidence par l'expérience est la diffraction de la lumière par une fente.

1.2- La relation:

On a: $\tan\theta = \dfrac{L}{2D}$ et $\theta = \dfrac{\lambda}{a}$

or: $\tan\theta \simeq \theta \Rightarrow \dfrac{L}{2D} = \dfrac{\lambda}{a}$

donc: $\lambda = \dfrac{L.a}{2D}$

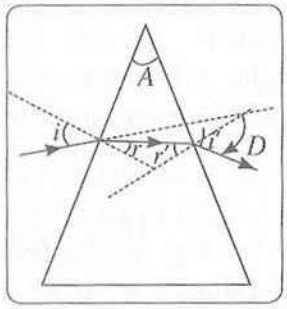
1.3- Calcul de λ :

$$\lambda = \frac{12.10^{-3}.0,22.10^{-3}}{2.2}$$

$$\lambda = 660.10^{-9}m = 660nm$$

2.1- La trajectoire:

(voir figure)



On a: $i' = i$

D'après la loi de Descartes, on a:

$\sin i = n\sin r$ et $\sin i' = n\sin r'$

donc: $r = r'$

et on a: $A = r + r'$ d'où: $A = 2r$

et on a: $D = i + i' - A$.

d'où: $D = 2i - A$

L'indice de réfaction est: $n = \dfrac{\sin i}{\sin r}$

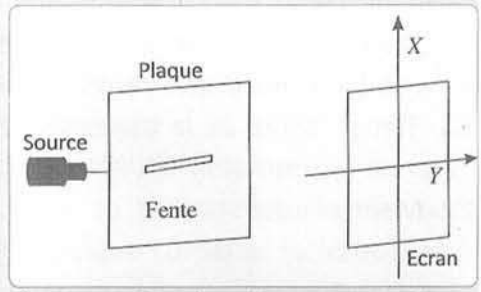
donc: $n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{D+A}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{A}{2}\right)}$

A.N.: $n = \dfrac{\sin\left(\dfrac{28+30}{2}\right)}{\sin\left(\dfrac{30}{2}\right)} = 1,87$

3- On obtient le phénomène de la dispersion de la lumière par prisme du fait que l'indice de réfraction n du prisme dépend de la longueur d'onde λ. La lumière blanche est polychromatique, on obtient alors un spectre de lumière blanche à la sortie du prisme.

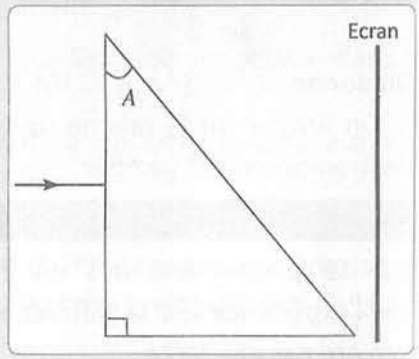
6

1- Détermination de la longueur d'onde:



On réalise l'expérience de la diffraction d'une lumière monochromatique de longueur d'onde λ dans le vide, on place une plaque opaque munie d'un fente horizontale de largeur $a = 1mm$.

sur un écran placé à une $D = 1m$ on observe une figure de diffraction formée de taches lumineuses séparées de zones sombres, au milieu de ces taches, il se forme une tache centrale de longueur $L = 1,4mm$.



1.1- Compléter le schéma ci-contre.

1.2- Donner l'expression de la longueur d'onde λ en fonction de D, a et L puis calculer sa valeur.

1.3- Calculer υ la fréquence de la lumière émise.

On donne: $c = 3.10^8 m/s$.

2- Détermination de l'indice de réfraction.

On envoie perpendiculairement sur la 1ère face d'un prisme d'angle $A = 30°$ un faisceau lumineux polychromatique constitué de deux lumières monochromatiques L_1 et L_2 de fréquences successives: $\upsilon_1 = 3,80.10^{14} Hz$ et $\upsilon_2 = 7,50.10^{14} Hz$.

L'indice de réfraction du prisme pour la lumière L_1 est $n_1 = 1,626$.

2.1- Montrer que la lumière L_1 peut émerger de la 2ème face du prisme.

Après émergence du faisceau lumineux de la 2ème face du prisme les deux rayons R_1 et R_2 tombent sur un écran vertical. L'angle que font les deux rayons est $\alpha = 0.563°$.

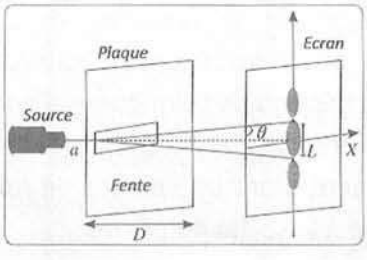
2.2- Tracer la trajectoire du faisceau émergé en précisant les positions des deux rayons R_1 et R_2.

2.3- Montrer que l'indice de réfraction du prisme pour la lumière L_2 est $n_2 = 1,638$.

2.4- En déduire λ_2 la longueur d'onde de la lumière L_2.

Solution

1.1- Schéma: **Voir figure**



1.2- Expression:

Lois de la diffraction de lumière monochromatique par une fente, on a:

$$\lambda = \frac{L.a}{2D}$$

A.N.: $\lambda = \frac{1,4.10^{-3}.10^{-3}}{2} = 700.10^{-9} m$

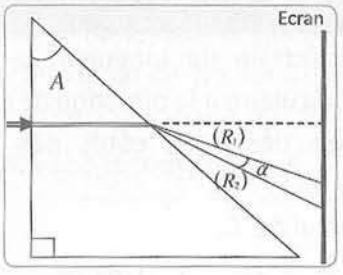
$$\lambda = 700nm$$

1.3- Calcul de la fréquence:

On a: $C = \frac{\lambda}{T} = \lambda.\upsilon$; $\upsilon = \frac{C}{\lambda}$

A.N.: $\upsilon = \frac{3.10^8}{700.10^{-9}}$; $= 4,28.10^{14} Hz$

2.1- Emergence de la lumière L_1 :



On a: $i = 0$ et $\sin i = n_1 \sin r_1$

$r_1 = 0$

On a: $A = r_1 + r'_1$

$r'_1 = A = 30°$

sur la 2ème face on a: $\sin i'_1 = n_1 \sin r'_1$

or: $r_2 = 1,626 \sin 30° = 0,818$

$i'_1 \simeq 55°$

Donc la lumière L_2 émerge du prisme de la 2ème face.

2.2- Les trajectoires:

On sait que plus la fréquence υ est grande, plus la déviation D est grande donc: $D_2 > D_1$ (voir figure).

2.3- Indice n_2:

Pour les deux lumières L_1 et L_2, on a:

$i = 0$ donc: $r = 0$.

d'où: $r'_1 = r'_2 = A$; alors: $i'_2 - i'_1 = \alpha$

donc: $i'_2 = i'_1 + \alpha$

d'où: $n_2 = \frac{\sin i'_2}{\sin r'_2} = \frac{\sin}{\sin}$

$n_2 = 1,638$

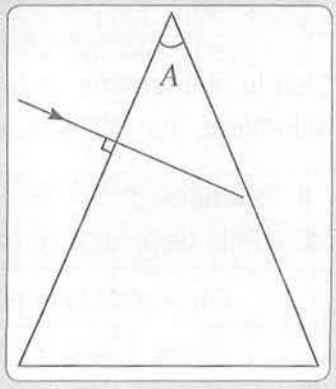
2.4- Valeur de λ_2 :

On a: $\lambda_2 = \frac{C}{\upsilon_2}$

$\lambda_2 = \frac{3.10^8}{7,50.10^{14}} = 4.10^{-7} m$

$\lambda_2 \approx 400nm$

7 On donne la célérité de la lumière dans l'air $c = 3.10^8 m/s$ et l'indice de réfraction de l'air est $n_{air} = 1$.

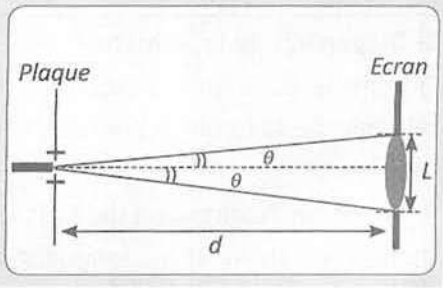


1- Un rayon lumineux L_1 monochromatique de longueur d'onde dans l'air est $\lambda_0 = 0.589\mu m$. Ce rayon est envoyé perpendiculairement sur la 1ère face d'un prisme d'angle $A = 30°$ et d'indice de réfraction pour cette lumière est $n = 1.50$.

1.1- Calculer υ la fréquence de la lumière émise. En déduire λ la longueur d'onde de cette lumière dans le prisme.

1.2- Tracer la trajectoire du rayon lumineux L_1 en déduire D angle de déviation.

2- On place perpendiculairement à la trajectoire du rayon émergé une plaque opaque munie d'une fente de largeur $a = 50\mu m$. On observe sur un écran placé à une distance $d = 2,5m$ le phénomène produit de la lumière.



2.1- Donner le nom de ce phénomène, ainsi

qu'une description de ce qu'on voit sur l'écran.

2.2- Donner l'expression de L_0 longueur de la tache centrale, calculer sa valeur.

2.3- On place l'ensemble {source, plaque, écran} dans un liquide qui donne à la lumière L_1 un indice $n = 2.418$ calculer L la longueur de la nouvelle tache centrale.

Solution

1.1- Calcul de la fréquence υ et de λ dans la prisme:

On a: $\lambda_0 = \frac{C}{\upsilon} \Rightarrow \upsilon = \frac{C}{\lambda_0}$.

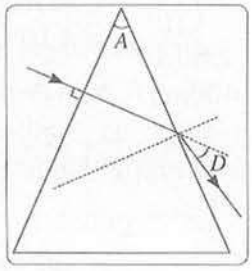
A.N.: $\upsilon = \frac{3.10^8}{0,589.10^{-6}} \simeq 5,1.10^{14} Hz$

Dans le prisme, on a:

$$n = \frac{C}{v} = \frac{\lambda_0}{\lambda} \Rightarrow \lambda = \frac{\lambda_0}{n}$$

A.N.: $\lambda = \frac{0,589}{1,5} \simeq 0,393 \mu m$

1.2-



C'est le phénomène de la diffraction de la lumière, sur l'écran on observe une tache centrale de longueur L_0 étalée perpendiculaire à la direction de la fente entourée des deux côtés des taches petites.

2.2- Calcul de L_0:

On a: $\frac{\lambda_0}{a} = \frac{L_0}{2d} \Rightarrow L_0 = \frac{\lambda_0.2d}{a}$

A.N.:

$$L_0 = \frac{0,589.10^{-6}.2.2,5}{50.10^{-6}} = 0,0589m$$

$$L_0 = 58,9mm$$

2.3- Calcul de L:

On a: $L_0 = \frac{\lambda_0.2d}{a}$; et: $L = \frac{\lambda.2d}{a}$.

donc: $\frac{L}{L_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = \frac{1}{n}$

donc: $L = \frac{L_0}{n}$

A.N.: $L = \frac{58,9}{2,418}$

$= 24,36mm$

8 Données:

La célérité de la lumière dans le vide et dans l'air est $c = 3.10^8 m/s$.

Couleur de la lumière	rouge	violet	jaune
$\lambda(nm)$	768	434	556
n	1.51	1.52	n_J

1- Dispersion de la lumière:

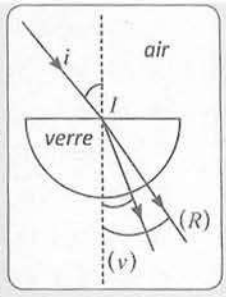
On envoie au point d'incidence I sur la face plane d'un demi-cylindre en verre un faisceau de la lumière blanche, on observe sur l'écran le spectre continu de cette lumière.

1.1- Donner l'expression de λ_R la longueur d'onde de la lumière rouge dans le verre en fonction de n_R et λ_{0R} longueur d'onde de la lumière rouge dans l'air.

1.2- La loi de Cauchy s'écrit: $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$

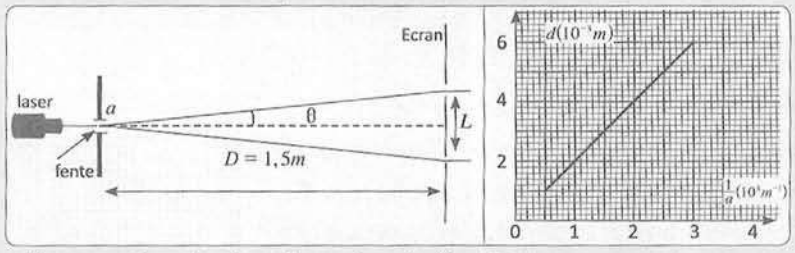
Calculer les constantes A et B caractéristiques du milieu verre

1.3- Déterminer n_J indice de réfraction du verre pour la lumière jaune.



2- Diffraction de la lumière:

On réalise la diffraction d'une lumière de longueur d'onde λ en utilisant une fente de largeur a et un écran E situé à une distance D de la fente. On mesure d la longueur de la tache centrale pour plusieurs valeurs de a. On trace la courbe $d = f\left(\frac{1}{a}\right)$ on obtient la courbe ci-contre.



2.1- Donner l'expression de d en fonction de λ, D,et a.

2.2- Déterminer λ la longueur d'onde de la lumière utilisée.

Solution

1.1- Expression de λ_R:

Par définition: $n_R = \frac{C}{v_R}$ avec:

$C = \frac{\lambda_{0R}}{\upsilon}$ et $v_R = \frac{\lambda_R}{\upsilon}$

donc: $n_R = \frac{\lambda_{0R}}{\lambda_R}$ d'où: $\lambda_R = \frac{\lambda_{0R}}{n_R}$

1.2- Calcul de A et B:

On a: $n = A + \frac{B}{\lambda^2}$; donc: $\begin{cases} n_R = A + \frac{B}{\lambda_R^2} \\ n_v = A + \frac{B}{\lambda_v^2} \end{cases}$

donc: $n_V - n_R = B\left(\frac{1}{\lambda_V^2} - \frac{1}{\lambda_R^2}\right)$

$\Rightarrow B = \frac{n_V - n_R}{\frac{1}{\lambda_V^2} - \frac{1}{\lambda_R^2}}$ et $A = n_R - \frac{B}{\lambda_R^2}$.

A.N.: $B = \frac{1,52 - 1,51}{\frac{1}{(434.10^{-9})^2} - \frac{1}{(768.10^{-9})^2}}$

$B = 1,47.10^{-15}$

$A = 1,51 - \frac{1,47.10^{-15}}{(768.10^{-9})^2} = 1,508$

1.3- Détermination de n_j: $n_j = A + \frac{B}{\lambda_j^2}$

A.N.: $n_j = 1,508 + \frac{1,47.10^{-15}}{(0,556.10^{-6})^2}$

$= 1,513$

2.1- Expression de L:

On a: $\theta = \frac{\lambda}{a}$ et $\tan\theta = \frac{L}{2D}$

donc: $\frac{L}{2D} = \frac{\lambda}{a} \Rightarrow L = \frac{\lambda.2D}{a}$

2.2- Calcul de λ:

Graphiquement: $L = K.\frac{1}{a}$

avec: $K = \lambda.2D$ coefficient directeur.

$K = \frac{(6-4).10^{-3}}{(3-1).10^{-3}} = 10^{-6}m^2$

Donc: $\lambda = \frac{K}{2D}$

$\Rightarrow \lambda = \frac{10^{-6}}{2.0,5}$

$= 500.10^{-9}m$

$\lambda = 500nm$

9 On envoie la lumière d'un laser de longueur d'onde dans le vide $\lambda = 400nm$ sur une fente de largeur a. on observe sur un écran situé à $D = 2,5m$ de la fente plusieurs taches, au centre il y a une tache centrale de longueur $L = 10cm$.

1.1- Quelle est la couleur de la lumière émise par le laser? Donner ses caractéristiques.

1.2- Calculer a la largeur de la fente.

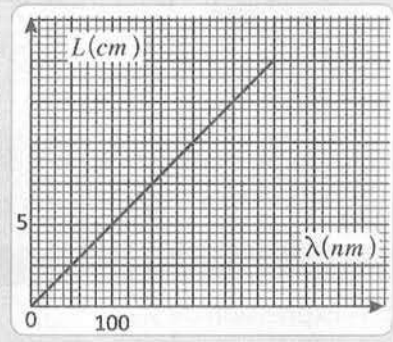
2- On envoie sur la même fente une lumière polychromatique formée de deux lumières monochromatique le rouge et la violette de longueur d'onde respectives $\lambda_R = 800nm$ et $\lambda_V = 400nm$.

2.1- établir l'expression de L la longueur de la tache centrale en fonction de D, a et λ.

2.2- Calculer le rapport $\frac{L_R}{L_V}$.

2.3- Décrire ce qu'on peut observer sur l'écran.

3- On remplace la fente par un fil d'araignée de diamètre d en gardant la même distance D. On éclaire successivement ce fil par plusieurs radiations monochromatiques et on mesure pour chaque cas L la longueur de la tache centrale. On trace la courbe $L = f(\lambda)$ schématisée ci-contre.



3.1- Donner l'équation mathématique de la courbe.

3.2- En déduire d le diamètre du fil.

Solution

1.1- Couleur émise:

L'onde monochromatique de longueur d'onde $\lambda = 400nm$ correspond à la lumière violette.

1.2- Calcul de a:

On a: $\frac{\lambda}{a} = \frac{L}{2D}$; $a = \frac{\lambda.2D}{L}$

A.N.: $a = \frac{400.10^{-9}.2.2,5}{10.10^{-2}} = 2.10^{-5}m$

$a = 20\mu m$

2.1- Expression de L:

On a: $L = \frac{\lambda.2D}{a}$

2.2- Calcul de $\frac{L_R}{L_V}$:

On a: $L_R = \frac{\lambda_R.2D}{a}$ et $L_V = \frac{\lambda_V.2D}{a}$

donc: $\frac{L_R}{L_V} = \frac{\lambda_R}{\lambda_V}$

A.N.: $\frac{L_R}{L_V} = \frac{800}{400} = 2$.

2.3- Observation:

On observe deux taches centrales superposées rouge et violette, mais la tache rouge plus étalée.

3.1- Equation de la courbe:

La courbe est une droite, donc: $L = K.\lambda$

3.2- Valeur de d:

On a: $L = \lambda.2D.\frac{1}{d}$ et $L = K.\lambda$

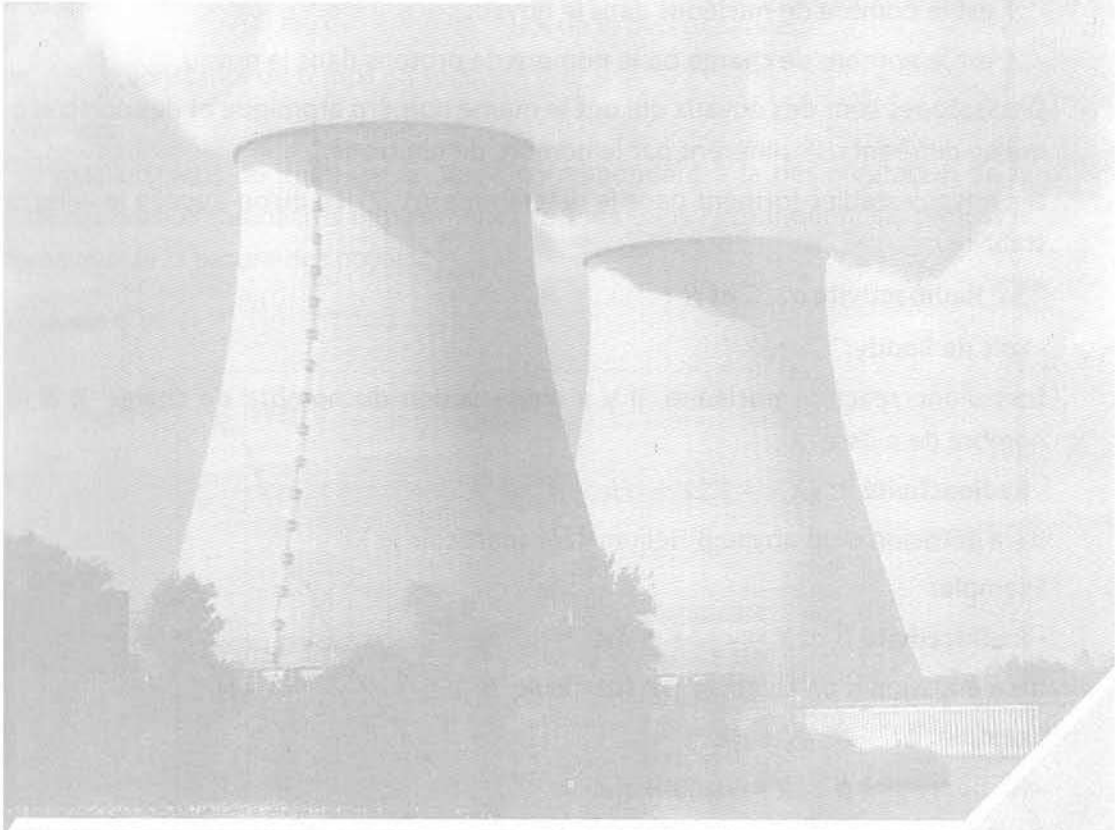
donc: $K = \frac{2D}{d}$ d'où: $d = \frac{2D}{K}$

K est le coefficient directeur.

$$K = \frac{(10-0).10^{-2}}{(200-0).10^{-9}} = 5.10^{5}m$$

D'où: $d = \frac{5}{5.10^{-5}} = 10^{-5}m = 10\mu m$

Physique



NUCLÉAIRE

4 Décroissance radioactive

1 Détection des noyaux radioactifs:

La radioactivité est une réaction nucléaire spontanée avec émission d'une particule et parfois de rayonnement.

2 Stabilité et instabilité des noyaux:

Le symbole d'un noyau atomique est ${}^{A}_{Z}X$ **:**

- A est le nombre de nucléons dans le noyau;
- Z est le nombre de charge ou le nombre de protons dans le noyau.

Des isotopes sont des noyaux qui ont le même numéro atomique et des nombres de masse différents. Ils diffèrent par le nombre de neutrons.

Les noyaux stables forment dans le diagramme (N,Z) ce qu'on appelle le vallée de stabilité.

3 Radioactivité α, β^- et β^+:

- Lois de Soddy:

Lors d'une réaction nucléaire, il y a conservation du nombre de charge Z et du nombre de masse A.

- Radioactivité α: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A-4}_{Z-2}Y + {}^{4}_{2}He$.

Il y a émission d'un noyau d'Hélium ${}^{4}_{2}He$ (particule α).

Exemple:

- Radioactivité β^-: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z+1}Y + {}^{0}_{-1}e$.

Il y a émission d'un électron ${}^{0}_{-1}e$ (particule β^-).

Exemple: ${}^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{7}N + {}^{0}_{-1}e$.

- Radioactivité β^+: ${}^{A}_{Z}X \longrightarrow {}^{A}_{Z-1}Y + {}^{0}_{+1}e$.

Il y a émission d'un positon ${}^{0}_{1}e$ (particule β^+).

Exemple: ${}^{80}_{35}Br \longrightarrow {}^{80}_{34}Se + {}^{0}_{+1}e$.

- Le rayonnement γ accompagne parfois la désintégration. Il correspond à la désexcitation du noyau fils Y obtenu: $Y^* \longrightarrow Y + \gamma$.

Exemple: $P_O^* \longrightarrow P_O + \gamma$.

4 Loi décroissance radioactive:

- Un noyau radioactif, instable, se transforme spontanément au bout d'une durée

plus ou moins longue en un autre noyau, plus stable. Il est impossible de prédire l'instant précis auquel un noyau particulier se désintégrera, mais on sait mesurer précisément la probabilité de ce phénomène.

- **Dans un échantillon de matière contenant** $N(t)$ noyaux radioactifs à l'instant t, la variation ΔN du nombre de noyaux radioactifs pendant la durée Δt (en seconde) est donnée par la relations:

$\Delta N = -\lambda N(t)\Delta t$, **avec** λ **constante de désintégration radioactive du nucléide** (s^{-1})

• L'évolution de la population moyenne d'un ensemble de N_0 noyaux radioactifs initialement présents suit une fonction exponentielle de la forme:

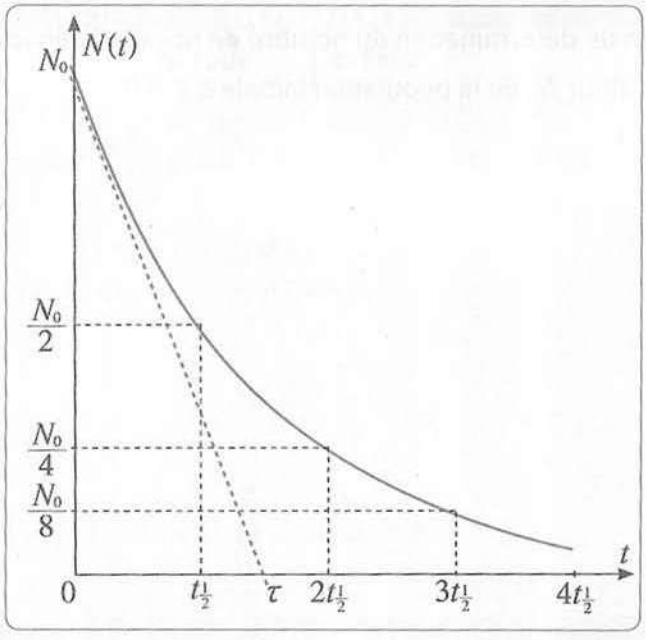
$$N(t) = N_0 e^{-\lambda t} = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$$ loi de la décroissance.

avec $\tau = \frac{1}{\lambda}$ constante de temps en seconde (s).

• Demi-vie.

• On appelle temps de demi-vie la durée correspondant à la désintégration de la moitié des noyaux radioactifs initialement présents dans l'échantillon. Ce temps ne dépend que de la nature des noyaux.

On montre que: $t_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} = \tau \ln 2$.



5 Activité d'une source et effet biologique:

- L'activité a d'un échantillon est égale au nombre moyen de désintégrations par seconde:

définie par: $a = -\frac{dN}{dt}$

Elle se mesure en becquerels (Bq).

$1Bq = 1$ désintégration par seconde.

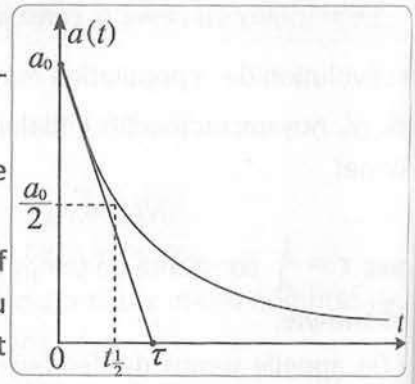
- L'activité est proportionnelle au nombre de noyaux et inversement proportionnelle à la demi-vie:

on montre: $a = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \times N = \lambda . N$

- L'activité a suit la même loi de décroissance exponentielle que le nombre de noyaux radioactifs.

Elle est divisée par deux au bout d'une durée égale à la demi-vie.

- L'action biologique du rayonnement radioactif dépend de l'activité a de la source, de l'énergie du rayonnement et de la manière dont le rayonnement est absorbé.



6 Datation:

La datation nécessite:

- de connaître la constante radioactive de l'échantillon radioactif utilisé;
- d'avoir un moyen de détermination du nombre de noyaux radioactifs à la date;
- de connaître la valeur N_0 de la population initiale à $t = 0$.

1 **Trouver les mots manquants:**

a- La désintégration des noyaux au niveau microscopique est... mais la décroissance du nombre de noyaux radioactifs dans un échantillon suit une la loi...

b- La... est la durée nécessaire pour que la moitié de l'échantillon soit désintégrée.

c- Un... correspond à une désintégration par seconde.

Le nombre moyen de désintégrations par seconde dans une source radioactive s'appelle son...

Solution

a- aléatoire - de décroissance. | **b-** demi-vie **c-** Becquerel - Activité

2 **Vrai ou Faux?**

a- Dans un échantillon radioactif, le nombre moyen de désintégrations par seconde est indépendant de la taille de l'échantillon.

b- L'activité d'un échantillon se mesure en secondes.

c- La demi-vie est une durée caractéristique propre à chaque échantillon de noyau radioactif.

d- Les effets biologiques du rayonnement sur l'homme ne dépendent que du nombre de particules reçues

Solution

a- Faux **b-** Faux | **c-** Faux **d-** Faux

3 **QCM:**

a- Le nombre de noyaux radioactifs à un instant t est donné par:

☐ $N = N_0 e^{\lambda t}$; ☐ $N = -N_0 e^{\lambda t}$;

☐ $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$; ☐ $N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} t}$;

b- Quelles sont les expressions de τ correctes?

☐ $\tau = t_{\frac{1}{2}}$; ☐ $\tau = \frac{1}{\lambda}$;

☐ $\tau = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$; ☐ $\tau = \frac{\ln 2}{\lambda}$;

☐ $\tau = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}$; ☐ $\tau = \frac{1}{t_{\frac{1}{2}}}$;

c- Par définition, l'activité d'une source est égale à:

☐ $\frac{\Delta N}{-\Delta t}$; ☐ $-\frac{\Delta t}{\Delta N}$; ☐ $-N\Delta t$.

Solution

a- $N = N_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ et $N = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} t}$

b- $\tau = \frac{1}{\lambda} = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}$

c- $-\frac{\Delta N}{\Delta t}$

4 Compléter les équations des désintégrations nucléaires en indiquant le type de radioactivité (α, β^+, β^- et émission γ) et en déterminant les valeurs de A et Z ainsi que la nature des particules q émises.

1- ${}^{238}_{92}U \longrightarrow {}^{A}_{Z}Th^* + {}^{4}_{2}He$

${}^{A}_{Z}Th^* \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + \gamma$

2- ${}^{A}_{Z}X' \longrightarrow {}^{32}_{16}S + {}^{0}_{-1}e$

3- ${}^{A}_{27}Co \longrightarrow {}^{53}_{Z}Fe^* + {}^{0}_{1}e$

${}^{53}_{Z}Fe^* \longrightarrow {}^{A'}_{Z}Y' + \gamma$

4- ${}^{12}_{7}N \longrightarrow {}^{12}_{6}C + q$

5- ${}^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{14}_{7}N + q$

6- ${}^{212}_{83}Bi \longrightarrow {}^{208}_{81}Tl + q$

Solution

On applique les lois de Soddy.

1- La désintégration de type α

Pour: ${}^{A}_{Z}Th^* \begin{cases} 238 = A + 4 \\ 92 = Z + 2 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = 234 \\ Z = 90 \end{cases}$

donc: ${}^{234}_{90}Th^*$

Pour: ${}^{A}_{Z}X$ on trouve ${}^{234}_{90}X = Th$

2- La désintégration de type β^-

Pour: ${}^{A}_{Z}X' \begin{cases} A = 32 \\ Z = 16 - 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = 32 \\ Z = 15 \end{cases}$.

donc: ${}^{32}_{15}X' \equiv {}^{32}_{15}P$.

3- La désintégration de type β^+.

Pour: ${}^{53}_{Z}Fe^* \begin{cases} A = 53 \\ 27 = Z + 1 \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = 53 \\ Z = 26 \end{cases}$

donc: ${}^{53}_{26}Fe^*$ et ${}^{53}_{27}Co \equiv {}^{A}_{27}Co$

4- La particule q.

La désintégration est de type β^+ donc q est un positon ${}^{0}_{+1}e$.

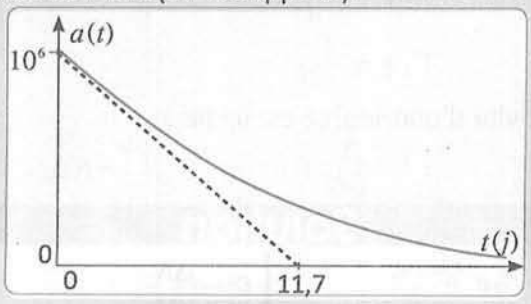
5- La particule q.

La désintégration est de type β^- donc q ${}^{0}_{-1}e$ est un électron.

6- La particule q.

La désintégration est de type α donc q ${}^{4}_{2}He$ est une particule α.

2 L'iode 131 est utilisée en médecine. Elle est radioactive β^-. Le graphe ci-dessous représente l'activité en fonction du temps, d'un échantillon contentant de l'iode comme unique radioélément (on le suppose).



1- Quelle est l'unité de a ? A quoi correspond-elle?

2- Mesurer la constante de temps τ.

En déduire les valeurs de λ (constante de désintégration) et $t_{\frac{1}{2}}$ (durée de demi-vie).

3- Que vaut l'activité initiale a_0 ?

En déduire N_0 le nombre initial de radionucléides.

4- Exprimer $a(t)$, puis $N(t)$ en fonction de t, a_0 et τ.

5- Calculer a et N pour $t = 1,0$ an et conclure.

Solution

1- Unité de a.

- a s'exprime en becquerel:

$1Bq$ correspond à 1 désintégration par seconde.

2- Valeurs de τ et de λ.

- Avec la tangente à l'origine, on lit directement $\tau = 11,7j = 1,0 \times 10^6 s$.

$t_{\frac{1}{2}} = \ln 2 \times \tau = 7,0 \times 10^5 s$ et

$\lambda = \frac{1}{\tau} = 9,9 \times 10^{-7} s^{-1}$.

3- L'activité.

- $a_0 = a(t=0) = 10^6 Bq$ (par lecture graphique)

et: $N_0 = \frac{a_0}{\lambda} = a_0 \times \tau = 1,0 \times 10^{12}$ noyaux.

4- Expression de $a(t)$.

- $a(t) = a_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$ et $N(t) = N_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$

5- Calcul de A et N.

- $a(1an) = 10^6 \times e^{-\frac{365}{11,7}}$

$= 2,8 \times 10^{-8} Bq$

$N(1an) = 10^6 \times (1,0 \times 10^6) \times e^{-\frac{365}{11,7}}$

$= 2,8 \times 10^{-2} < 1\, noyau.$

Au bout d'un an, le patient n'a plus de noyaux d'iode 131 provenant de cette injection, dans son organisme, ils sont totalement désintégrés.

3 L'isotope 210 du Polonium $Po(Z=84)$ est un élément radioactif du type α.

1- Ecrire l'équation de désintégration produite en précisant les lois utilisées.

2- La demi-vie du Polonium $^{210}_{84}Po$ est $t_{\frac{1}{2}} = 138$ jours. A l'instant $t = 0$, on considère un échantillon de masse $m_0 = 42g$ de Polonium 210.

a- Calculer l'activité a_0 à l'instant $t = 0$ du $^{210}_{84}Po$ de cet échantillon.

b- A l'instant t_1, l'activité sera $a_1 = \frac{a_0}{10}$. Calculer t_1.

Voici un extrait du tableau périodique des éléments: $^{81}Tl - {}_{82}Pb - {}_{83}Bi$.

$_{81}Tl$	$_{82}Pb$	$_{83}Bi$	$_{84}Po$	$_{85}AT$	$_{86}Ra$	$_{87}Fr$

La masse molaire de Polonium $M = 210g.mol^{-1}$.

Le nombre d'Avogadro: $N = 6.10^{23} mol^{-1}$.

Solution

1- Equation de la désintégration.

Au cours de la réaction de la désintégration, il y a:

- Conservation du nombre de nucléons.
- Conservation du nombre de charge Z.

L'équation de désintégration s'écrit alors:

$$^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{206}_{82}Pb$$

2.a- Calcul de l'activité a_0.

L'activité a_0 du Polonium est le nombre de la désintégration par unité de temps; celle-ci est proportionnelle au nombre de noyaux N_0 non désintégrés à cette date, soit: $a_0 = \lambda N_0$.

Cherchons une relation entre le nombre de noyaux N_0 et la masse l'échantillon m_0:

La quantité de matière n_0 (à $t = 0$) est:

$$n_0(mol) = \frac{N_0}{N_A(mol^{-1})}$$

$$= \frac{m_0(g)}{M(g.mol^{1})} \Longrightarrow N_0 = \frac{N_A.m_0}{M}$$

$$a_0 = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} \cdot \frac{m_0 N}{M}$$

$$= \frac{0,693 \times 42 \times 6.10^{23}}{(138 \times 24 \times 3600) \times 250}$$

$$= 1,46.10^{10} Bq$$

b- Calcule de t_1.

A l'instant t_1, l'activité sera: $a_1 = \frac{a_0}{10}$.

Selon la loi de décroissance radioactive on a: $a(t_1) = a_0.e^{-\lambda t_1}$

$$\frac{a_0}{10} = a_0.e^{-\lambda t_1} \Longrightarrow \frac{1}{10} = e^{-\lambda t_1}$$

donc: $\lambda t_1 = \ln 10 \Longrightarrow t_1 = \frac{\ln 10}{\lambda}$

$$= \frac{\ln 10}{\ln 2} \times T$$

$$= \frac{2,3}{0,693} \times 138j$$

$$= 458j$$

4 Pour passer un examen médical dans un hôpital, un malade ingère une dose d'iode 131 de masse égale $1\mu g$. Le temps de demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$ de cet isotope radioactif est de 8,0 jours. L'iode 131 se désintègre naturellement en émettant des rayonnements β^-.

1- écrire l'équation de la désintégration de l'iode 131.

2- Déterminer la masse de la substance radioactive encore présente dans l'organisme un mois après l'injection.

3- Au bout de quelle durée la masse de la substance radioactive restante sera-t-elle égale à 1% de sa valeur initiale.

Solution

1- Equation:

En se désintégrant par radioactivité β^-, un noyau radioactif d'iode 131 émettant un électron selon l'équation suivante:

$$^{131}_{53}I \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$$

On applique les lois de conservation.

- Conservation du nombre de nucléons $A + 0 = 131$, donc: $A = 131$;
- Conservation de la charge électrique $Z - 1 = 53$, donc: $Z = 54$.

$Z = 54$ est le numéro atomique de l'élément xénon de symbole Xe.

L'équation de la désintégration de l'iode 131 s'écrit donc: ${}^{131}_{53}I \longrightarrow {}^{131}_{54}Xe + {}^{0}_{-1}e$.

2- Détermination de m :

- Le nombre de noyaux radioactifs d'iode 131 encore présents dans l'organisme un mois après l'injection est donnée par la loi de décroissance: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$, avec N_0 nombre de noyaux initialement présents.
- La masse radioactive restante est proportionnelle au nombre de noyaux. à la date t elle est donnée par la relation: $m(t) = m_0 e^{-\lambda t}$, avec m_0 masse initiale d'iode 131.
- Au bout d'un mois, soit 30 jours, il reste donc: $m_1 = m_0 e^{-30\lambda}$,

avec $m_0 = 1\mu g = 10^{-6} g$ et $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$.

Application numérique:

$$m_1 = 1 \times \exp\left[-\left(\frac{\ln 2}{8,0} \times 30\right)\right]$$
$$= 7,4.10^{-2}\mu g$$

3- Détermination de t :

La durée t au bout de laquelle la masse de la substance radioactive restante est égale à 1% de la masse initiale est donnée par la relation de décroissance suivante: $m(t) = m_0 e^{-\lambda t} = 10^{-2} \times m_0$, soit:

$e^{-\lambda t} = 10^{-2}$.

Donc: $-\lambda t = \ln(10^{-2}) = -2 \times \ln 10$ avec $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$.

soit: $-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} t = -2 \times \ln 10$;

et: $$t = 2 \times \ln 10 \times \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}$$

A.N: $$t = 2 \times \ln 10 \times \frac{8,0}{\ln 2}$$
$$= 53j$$

5 Pour dater les eaux de nappes souterraines, on peut utiliser le chlore 36 qui est radioactif de type β^- de constante radioactive $\lambda = 2,30 \times 10^{-6} an^{-1}$ ou le silicium 32 demi-vie 132 ans. Les eaux de surface ont une teneur en chlore 36 constante.

On donne: ${}_{17}Cl - {}_{16}S - {}_{14}Si$.

Des études sur un forage ont montré que l'eau de la nappe souterraine ne contenait plus que 39% de la quantité de chlore 36 mesurée dans les eaux de surface.

1- Ecrire l'équation de la désintégration du chlore 36 et calculer sa demi-vie.

2- Calculer l'âge de la nappe souterraine.

3- Pourquoi n'a-t-on pas utilisé le silicium 32 pour cette étude?

Solution

1- Equation de désintégration.

$${}^{36}_{17}Cl \longrightarrow {}^{35}_{16}X + {}^{0}_{-1}e$$.

${}^{35}_{16}X$ est isotope du soufre donc ${}^{36}_{16}S$.

2- Age de la nappe.

D'après la loi de décroissance radioactive on écrit: $n(t) = n_0 e^{-\lambda t}$.

$$e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}} t} = \frac{n(t)}{n_0} = p.$$

donc: $t = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln}\ln\left(\frac{1}{p}\right)$.

A.N: $t = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{1}{p}\right)$.

$$t = \frac{1}{2,30.10^{-6}}\ln\left(\frac{100}{39}\right)$$

$$t = 4,09.10^5 ans$$

3- Source de silicium.

La détermination de l'âge de la nappe ne peut pas se faire avec le silicium puisque l'âge de la nappe est supérieur à $5.t_{\frac{1}{2}}$ du silicium ce qui rend très faible la quantité du silicium dans les eaux de la nappe.

6 Au laboratoire d'un lycée on dispose une source contenant du césium $137(^{137}Cs)$. L'activité initiale de cette source est $a_0 = 1,5 \times 10^5 Bq$. Le césium 137 est radioactif de type β^-, sa demi-vie est de 30,2ans.

1- écrire l'équation de la désintégration du césium 137. Utiliser une classification périodique des éléments.

2.a- Calculer la constante radioactive du césium 137.

b- Calculer la masse de césium 137 dans cette source.

3.a- Ecrire la loi donnant l'activité de cette source en fonction du temps.

b- En déduire l'activité de cette source un an plus tard.

c- Que peut-on en conclure sur l'activité de cette source durant une séance de travaux pratiques de deux heures?

d- Cette source n'est plus utilisable lorsque son activité devient inférieure à $0,3 \times 10^5 Bq$ Déterminer la durée pendant laquelle elle est encore utilisable.

Données: masse molaire atomique du césium 137: $136,9 g.mol^{-1}$.

$N_A = 6,022 \times 10^{23} mol^{-1}$.

Solution

1- Equation de désintégration:

$$^{137}_{55}Cs \longrightarrow {}^{137}_{56}X + {}^{0}_{-1}e.$$

$^{137}_{56}X$ correspond à $^{137}_{56}Ba$.

2. a- Calcul de λ

On a: $\lambda = \frac{1}{\tau} = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$.

A.N.:

$$\lambda = \frac{\ln 2}{30,2 \times 363 \times 24.3600}.$$

$$\lambda = 7,28.10^{-10} s^{-1}.$$

b- Calcul de la masse

On a: $a_0 = \lambda.N_0$; $a_0 = \lambda \frac{m_0}{M}.N_A$.

donc: $m_0 = \frac{a_0.M}{\lambda.N_A}$.

A.N: $m_0 = \frac{1,5.10^5.136,9}{7,28.10^{-10}.6,022.10^{23}}$.

$$m_0 = 4,68.10^{-8} g.$$

3.a- Loi

D'après la loi de décroissance radioactive on écrit: $a(t) = a_0 e^{-\lambda t}$.

b- Calcul de $a(t_1)$ après 1an.

On a: $a(t_1) = a_0 e^{-\lambda t} = a_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}.t_1}$.

A.N.: $a(t_1) = 1,5.10^5 e^{-\frac{\ln 2}{30,2}.1}$.

$$a(t_1) = 1,47.10^5 Bq.$$

c- En séance de $T.P$.

Pendant 2 heures l'activité de la source est presque constante.

d- Durée d'utilisation.

On a: $a(t) = a_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}.t}$.

la source est utilisée si:

$$a(t) \geq 0,3.10^5 \; ; \; a_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}.t} \geq 0,3.10^5$$

donc: $t \leq \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \ln\left(\frac{a_0}{0,3.10^5}\right)$.

$$t \leq \frac{30,2}{\ln 2} \ln\left(\frac{1,5.10^5}{0,3.10^5}\right).$$

$$t \leq 70,12 ans.$$

7 **(Extrait BAC. SVT 2016)**

La radioactivité est utilisée dans plusieurs domaines, en médecine la radiothérapie utilise des substances radioactives telles que le fluorodeoxyglucose symbolisé par FDG qui contient le noyau du fluor ${}^{18}_{9}F$ radioactif.

L'injection intraveineuse d'un malade par FDG permet de suivre les rayonnements émis en utilisant des caméras spéciales.

Données:

noyau	${}^{18}_{10}Ne$	${}^{18}_{9}F$	${}^{18}_{8}O$	${}^{14}_{7}N$
$\frac{E_l}{A}$ (MeV /nucléon)	7,338	6,629	7,765	7,473
	Demi-vie de ${}^{18}_{9}F$ $t_{\frac{1}{2}} = 110\,\text{min}$			

1- Désintégration du noyau ${}^{18}_{9}F$; le fluor ${}^{18}_{9}F$ est radioactif de type β^+.

1.1- Ecrire l'équation de désintégration du noyau de fluor ${}^{18}_{9}F$, en désignant de noyau Fils.

2.1- Parmi les propositions suivantes, une seule est juste laquelle?

a- Le noyau du fluor ${}^{18}_{9}F$ comporte 18 neutrons et 9 protons.

b- La masse du noyau du fluor ${}^{18}_{9}F$ est inférieure à la somme des masses de ses nucléons.

c- L'énergie de liaison d'un noyau s'exprime en MeV/nucléon.

d- La constante d'activité s'exprime par la relation: $\lambda = t_{\frac{1}{2}}.\ln 2$.

3.1- Déterminer le noyau le plus stable parmi: ${}^{14}_{7}N - {}^{18}_{8}O - {}^{18}_{10}Ne$ justifier votre réponse.

2- Injection d'un malade par FDG.

La réalisation d'une radioathérapie pour un malade nécessite son injection par une injection FDG d'activité $a = 5.10^8 Bq$. Cette injection a été préparée à l'hôpital à $5h$ du matin à cet instant son activité est a_0 le malade a été injecté à $10h$ du matin le même jour.

montrer que $a_0 = 3,3.10^9 Bq$.

Solution

1.1- ${}^{18}_{9}F \longrightarrow {}^{18}_{8}X + {}^{0}_{-1}e$

${}^{18}_{8}X$ est isotope de l'oxygène ${}_{8}O$.

donc: ${}^{18}_{8}X \equiv {}^{18}_{8}O$

2.1- La proposition vraie:

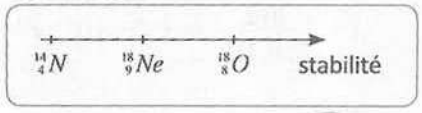
b- la masse du noyau du fluor ${}^{18}_{9}F$ est inférieure à la somme des masses de ses nucléons.

3.1- Comparons l'énergie de liaison par nucléons des noyaux.

$$\mathscr{E}({}^{18}_{8}O > \mathscr{E}({}^{18}_{9}Ne) > \mathscr{E}({}^{14}_{7}N)).$$

On sait que plus $\mathscr{E}$ est grand plus le noyau est stable.

donc:



2- Valeur de a_0.

D'après loi de décroissance on écrit:

$$a(t) = a_0 e^{-\lambda t}.$$

Donc: $a_0 = a(t).e^{\lambda t}$; $a_0 = a(t)e^{\frac{\ln 2 t}{t_{\frac{1}{2}}}}$

avec: $t = 10h - 5h = 5h$

$t = 5 \times 60 = 300\,\text{min}$

A.N.: $a_0 = 5.10^8 e^{\frac{\ln 2.300}{110}}$;

$a_0 = 3,3.10^9 Bq$.

8 (BAC. PC 2008)

Le domaine de la médecine reste l'un des domaines où la radioactivité connait plusieurs applications. utilisant plusieurs éléments radioactifs pour le diagnostic, ou le traitement, Parmi ces éléments le sodium $^{24}_{11}Na$ permet de suivre l'écoulement du sang dans le corps humain.

1- Le nucléide sodium $^{24}_{11}Na$ est radioactif, sa désintégration produit le magnésium $^{24}_{12}Mg$.

1.1- Ecrire l'équation de désintégration de $^{24}_{11}Na$; en précisant la nature de la radioactivité.

1.2- Calculer la constante λ de la radioactivité de ce nucléide sachant que la demi-vie du sodium 24 est $t_{\frac{1}{2}} = 15h$.

2- Lors d'un accident une personne a perdu un volume de sang. Pour déterminer le volume perdu du sang, on injecte dans le corps de cette personne à l'instant $t_0 = 0$ un volume $v_0 = 5,00mL$ d'une solution de sodium 24 de concentration $C_0 = 10^{-3} mol/L$

2.1- Déterminer la quantité n_1 du sodium $^{24}_{11}Na$ restant dans le sang à l'instant $t_1 = 3h$

2.2- Calculer l'activité de cet échantillon à cet instant t_1 (on donne $N_A = 6,02.10^{23}$ nombre d'Avogadro)

2.3- à l'instant $t_1 = 3h$, l'analyse d'un volume $v_2 = 2,00mL$ du sang pris de la personne a donné la quantité $n_2 = 2,1.10^{-9} mol$ de sodium $^{24}_{11}Na$.

En déduire le volume V_p du sang perdu, sachant que le corps humain contient $5,00L$ de sang et que la répartition du sang dans le corps est uniforme.

Solution

1.1- $^{24}_{11}Na \longrightarrow {}^{24}_{12}Mg + {}^{0}_{-1}e$.

La nature du désintégration: β^-.

1.2- Calcule λ.

on a: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$.

A.N: $t_{\frac{1}{2}} = 15h = 15.3600 = 5,4.10^4 s$.

$$\lambda = \frac{\ln 2}{5,4.10^4} = 1,28.10^{-5}.s^{-1}.$$

2.1- Détermination de n_1.

La quantité de matière introduite dans le sang du patient (à $t = 0$) instant d'injection est $n_0 = C_0 V_0$,

d'après la loi de décroissance on a:

la quantité de sodium restante est:

$$n_1 = n_0 e^{-\lambda t} = C_0 V_0 e^{-\lambda t}.$$

A.N: $n_1 = 10^{-3}.5.10^3 e^{-1,28.10^{-5}.3.3600}$.

$n_1 \approx 4,35.10^{-6} mol$.

2.2- Activité.

on a: $a_1 = \lambda.N_1$.

N_1 étant le nombre de noyaux de sodium à t_1.

$a_1 = \lambda.N_A.n_1$

A.N: $a_1 = 1,28.10^{-5}.6,02.10^{23}.4,35.10^{-6}$

$= 3,35.10^{13} Bq$

2.3- Valeur de V_P.

La concentration de sodium radioactive est homogène dans le sang donc:

$\frac{n_1}{V} = \frac{n_2}{V_2}$.

- n_1: la quantité de sodium dans le volume V à t_1.
- n_2: la quantité de sodium dans le volume V_2 à t_1.

donc: $V = \frac{n_1}{n_2}.V_2$.

A.N.: $V = \frac{4,35.10^{-6}}{2,1.10^{-6}} = 4,14L$.

Le volume V_P perdu à l'instant t_1.

$V_P = V_i - V$.

$V_P = 5 - 4,14 = 0,86L$.

9 Datation d'une roche lunaire.

Lors de l'excursion d'Appolo 11, les astronautes ont apporté avec eux une roche lunaire. Des mesures ont été faites sur les quantités de potassium radioactives $^{40}_{19}K$ et l'argon $^{40}_{20}Ar$ produit par désintégration dans de la roche. On suppose que l'argon n'est formé que par la désintégration du potassium 40 au cours du temps à partir de l'instant $t = 0$ date de la formation de la roche, sachant qu'elle ne contient que des nucléides de potassium 40 dont le nombre est N_0.

Données: $M(^{40}K) = 40 g.mol^{-1}$ masse molaire du potassium.

$V_m = 24L.mol^{-1}$ volume molaire.

$N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}$ nombre d'Avogadro.

$t_{\frac{1}{2}} = 1,5.10^9 ans$ demi-vie du potassium 40.

1- Définir un nucléide.

2- Identifier le type de radioactivité lors de la désintégration du potassium 40. Justifier votre réponse, donner le mécanisme de la réaction.

3- Ecrire l'équation du désintégration.

4- Calculer la constante radioactive λ du potassium 40.

5- l'échantillon contient à l'instant t_1 une masse $m = 1,66.10^{-6} g$ de potassium 40 et un volume $V = 8,2.10^{-3} mL$ du gaz d'argon. Soit N_k et N_{Ar} les nombres des nucléides du potassium et des nucléides d'argon.

dans l'échantillon à l'instant t_1 tel que: $N_0 = N_{Ar} + N_k$

5.1- Etablir la relation: $t_1 = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \ln\left(1 + \frac{V.M(k)}{m.V_m}\right)$.

5.2- Calculer t_1.

5.3- Calculer l'activité de l'échantillon à l'instant t_1.

Solution

1- Définition:

On appelle nucléide, l'ensemble de noyaux ayant même nombre de protons et même nombre de nucléons.

2- Type de désintégration:

Le potassium 40 se désintègre pour donner Argon $^{40}_{20}Ar$ en libérant un électron $^{0}_{-1}e$ donc le type est β^-.

Tout se passe comme si un neutron se transformait en un proton et libérait un électron selon la réaction:

$$^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{1}_{1}p + {}^{0}_{-1}e$$

3- $^{40}_{19}K \longrightarrow {}^{40}_{20}Ar + {}^{0}_{-1}e$

4- On a: $\lambda = \dfrac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$

A.N.: $\lambda = \dfrac{\ln 2}{1,5.10^9.365 \times 24.3600}$

$$\lambda = 1,47.10^{-17} s^{-1}$$

5.1- D'après la loi de la décroissance radioactive: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$

avec: $N(t) = N_k$ et: $N_0 = N_k + N_{Ar}$

donc: $N_k = (N_k + N_{Ar})e^{-\lambda t_1}$

$$e^{-\lambda t_1} = \frac{N_k}{N_k + N_{Ar}}$$

d'où: $-\lambda t_1 = \ln\left(\dfrac{N_k}{N_k + N_{Ar}}\right)$

$$t_1 = \frac{1}{\lambda}\ln\left(\frac{N_k + N_{Ar}}{N_k}\right)$$

$$t_1 = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}\ln\left(1 + \frac{N_{Ar}}{N_k}\right)$$

et on a: $N_k = n_k.N_A = \dfrac{m}{M(k)}.N_A$

et: $N_{Ar} = n_{Ar}.N_A = \dfrac{V}{V_m}N_A$

donc: $t_1 = \dfrac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}\left(1 + \dfrac{\frac{V}{V_m}.N_A}{\frac{m}{M(k)}.N_A}\right)$

$$t_1 = \frac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2}\ln\left(1 + \frac{V.M(k)}{V_m.m}\right)$$

5.2- $t_1 = \dfrac{1,5.10^9}{\ln 2}\ln\left(1 + \dfrac{8,2.10^{-6}.40}{24.1,66.10^{-6}}\right)$

$$t_1 = 4,81.10^9 ans.$$

5.3- on a: $a_1 = \lambda.N(t_1)$;

$$a_1 = \lambda.\frac{m}{M(k)}.N_A$$

A.N.:

$$a_1 = 1,47.10^{-17}.\frac{1,66.10^{-6}}{40}.6,02.10^{23}$$

$$a_1 = 0,37Bq.$$

10 Le noyau de polonium $^{210}_{84}Po$ se désintègre spontanément pour se transformer en un noyau de plomb $^{206}_{Z}Pb$ avec émission d'une particule α.

Cet exercice se propose d'étudier le bilan énergétique de cette transformation ainsi que l'évolution de cette dernière au cours du temps.

1- Ecrire l'équation de cette transformation nucléaire en déterminant le nombre Z.

2- Soit $N_0(Po)$ le nombre de noyaux de polonium dans un échantillon à l'instant de date $t = 0$ et $N(Po)$ le nombre de noyaux restant dans le même échantillon à un instant de date t.

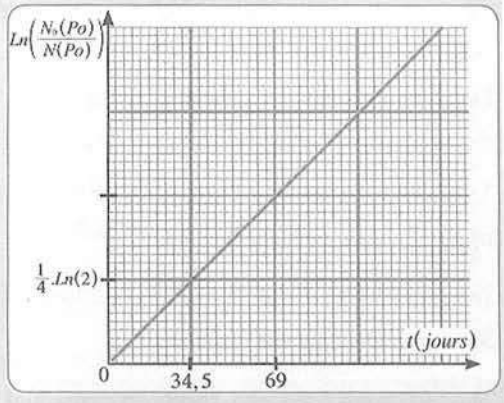
2.1- On désigne par N_D le nombre de noyaux de polonium désintégrés l'instant de date $t = 4.t_{\frac{1}{2}}$.

Choisir la proposition juste parmi les propositions suivantes:

a- $N_D = \frac{N_0(Po)}{8}$; b- $N_D = \frac{N_0(Po)}{16}$; c- $N_D = \frac{N_0(Po)}{4}$; d- $N_D = \frac{15N_0(Po)}{16}$.

2.2- La courbe ci-dessous représente les variations de $Ln\left(\frac{N_0(Po)}{N(Po)}\right)$ en fonction du temps.

A l'aide de cette courbe, déterminer en jour la demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$.



2.3- Sachant que l'échantillon ne contient pas du plomb à $t = 0$, déterminer en jour, l'instant t_1 pour lequel:

$\frac{N(Pb)}{N(Po)} = \frac{2}{5}$, où $N(Pb)$ est le nombre de noyaux de plomb formés à cet instant.

Solution

1- ${}^{210}_{84}Po \longrightarrow {}^{206}_{Z}Pb + {}^{4}_{2}He$

La loi de Soddy donne:

$$Z = 84 - 2 = 82$$

2.1- La proposition juste est (b).

Justification:

$$\frac{N}{N_0} = e^{-\lambda t} = e^{-\lambda.4.t_{\frac{1}{2}}} = e^{-4\ln 2} = e^{Ln-4}$$

$$= 2^{-4} = \frac{1}{16}, \frac{N^1}{N^0} = 1 - \frac{1}{16} = \frac{15}{16}$$

2.2- $Ln\frac{N_0}{N} = e^{\lambda t}$; $Ln\frac{N_0}{N} = \lambda.t$

La pente: $\lambda = \frac{1}{4}.\frac{Ln2}{34,5}$

$$t_{\frac{1}{2}} = \frac{Ln2}{\lambda} = 4.34,5$$

$$= 138 jours$$

2.3- Il y a conservation des noyaux Po:

$$N_0(P_0) = N(P_0) + N(Pb)$$

$$\frac{N(Pb)}{N(P_o)} = \frac{N_o(P_o) - N(P)}{N(Po)}$$

$$= \frac{N_o(Po)}{N(Po)} - 1 = e^{\lambda t} - 1$$

$$e^{\lambda t} = \frac{N(Pb)}{N(Po)} + 1 = \frac{2}{5} + 1 = \frac{7}{5}$$

$$\lambda t = Ln\frac{7}{5} \rightarrow t = \frac{Ln(7/5)}{Ln2}.t_{1/2} = 67j.$$

11 On peut dater l'âge d'une matière animale ou végétale grâce aux éléments radioactifs. L'isotope ${}^{14}_{6}C$ du carbone, radioactif β^-, de demi-vie $t_{\frac{1}{2}} = 5730 ans$, est présent dans l'atmosphère sous forme de dioxyde de carbone, en proportion infime mais constante par rapport à l'isotope ${}^{12}_{6}C\left(r_0 = \frac{N_0(carbone\,14)}{N_0(carbone\,12)} \simeq 10^{-12}\right)$

Les végétaux absorbent le dioxyde de carbone atmosphérique et fixent l'isotope 14 du carbone dans leur tissu. Tous les êtres vivants consommant des plantes absorbent également cet isotope. Au cours de leur vie, végétaux, animaux et humains en contiennent une proportion constante ($r_0 \simeq 10^{-12}$). Après la mort, l'isotope ${}^{14}_{6}C$ n'est plus absorbé. Sa teneur diminue au rythme des désintégrations radioactives. La

mesure de l'activité d'un échantillon permet d'évaluer le rapport r, donc la date de sa mort.

Données: $N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}$, $M(^{12}C) = M = 12 g.mol^{-1}$, $1an = 365 jours$.

Pour déterminer l'âge t d'une momie des Pharaons, trouvée en 1980, des chercheurs ont prélevé une masse $m = 100mg$ de matière organique de cette momie.

Les analyses effectuées ont montré que cette masse contient la proportion $\rho = 10\%$ de carbone et que son activité radioactive vaut $a = 1,16mB$.

1- Montrer que le nombre N_0 de noyaux $^{14}_{6}C$ dans la masse m, à la date t_0 où le Pharaon meurt est: $N_0 = \frac{r_0.m.\rho.N_A}{M}$.

2- En déduire a_0 l'activité de l'échantillon le Pharaon était en vie.

3- Calculer l'âge de la momie.

Solution

1- $N_0(^{14}C) = r_0.N(^{12}C)$

$$N_0(^{12}C) = n_0(^{12}C).N_A = \frac{m(^{12}C)}{M(^{12}C)}.N_A$$

$$\rho = \frac{m(C)}{m}$$

$$= \frac{m(^{12}C) + m(^{14}C)}{m}$$

Comme $m(^{14}C)$ est négligeable devant $m(^{12}C)$; $\rho = \frac{m(^{12}C)}{m}$;

alors: $N_0(^{12}C) = \frac{\rho.m.N_A}{M}$

D'où: $N_0(^{14}C) = \frac{r_0.\rho.m.N_A}{M}$

2- $a_0 = \lambda_0.N_0(^{14}C)$

$$= \frac{(Ln2).r_0.\rho.m.N_A}{t_{\frac{1}{2}}.M}$$

$$a_0 = \frac{Ln2.10^{-12}.10^{-1}.10^{-1}.6,02.10^{23}}{5730.365.24.3600.12}$$

$$\simeq 1,92mBq.$$

3- $a = a_0 e^{-\lambda t}$; $\frac{a_0}{a}$

$$= e^{\lambda t}$$

$$\lambda t = Ln\frac{a_0}{a}$$

$$t_{\frac{1}{2}}.Ln2, t = Ln\left(\frac{a_0}{a}\right);$$

$$t = t_{\frac{1}{2}}.Ln\left(\frac{a_0}{a}\right).\frac{1}{Ln2}$$

$$t = \frac{5730.Ln(1,92/1,16)}{Ln2}$$

$$\simeq 4165ans$$

5 Noyaux, masse et énergie

I- Equivalence masse-energie.

1 Energie au repos et relation d'Einstein:

Toute particule ayant une masse m et au repos possède une energie massique E telle que: $E = m.c^2$

2 Equivalence masse-energie:

Un système dont la masse diminue de $\Delta m = m_{avant} - m_{après}$ libère l'énergie:

$$|\Delta E| = \Delta m.c^2 .$$

3 Unité de masse atomique (u).

Par définition: $1u = \frac{1}{12} m(^{12}C)$ (masse d'un atome de carbone)

$= 1.66054 \times 10^{-27} kg$

$= 931.494 MeV.c^{-2}$

Exemples:

Particule	$m(kg)$	$m(u)$	$m(MeV.c^{-2})$
Proton	$1,672622 \times 10^{-27}$	1,007276	938,272
Neutron	$1,674927 \times 10^{-27}$	1,008665	939,565
Electron	$9,109382 \times 10^{-25}$	0,000549	0,510999

4 Utilisation des unités et relations.

Energie	=	Masse	×	c^2
$E(J)$	=	$m(kg)$	×	$(2,998 \times 10^8 m.s^{-1})^2$
$E(MeV)$	=	$m(u)$	×	$(931,494 MeV/C^2)$
$E(MeV)$	=	$m(MeV.c^{-2})$	×	c^{2*}

II- Energies de liaison d'un noyau

1 Défaut de masse d'un noyau:

• $m(nucléons\ séparés) > m(noyau = nucléons\ liés)$

• $\Delta m = défaut\ de\ masse\ du\ noyau\ (> 0)$

$= m(nucléons\ séparés) - m(noyau)$

$$\Delta m = [Z.m_p + (A-Z)m_n] - m\left({}^{A}_{Z}X\right)$$

2 Energie de liaison d'un noyau:

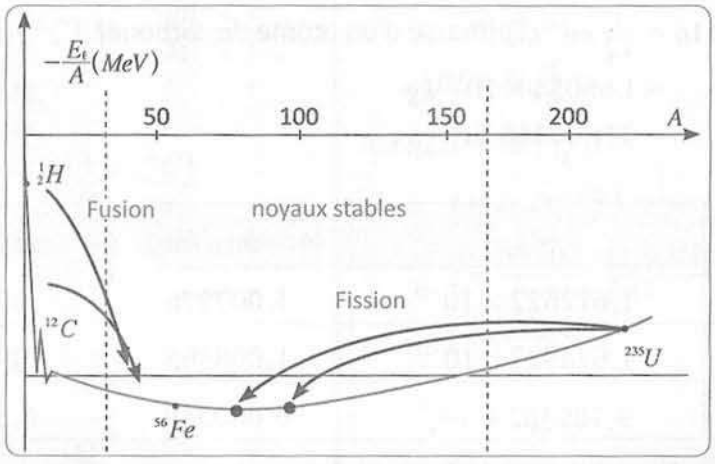
• $E_\ell = \Delta m.c^2$

• E_ℓ est l'énergie à fournir au noyau au repos pour séparer ses nucléons et pour qu'ils restent immobiles

3 Energie de liaison par nucléon:

• $\frac{E_\ell}{A}$ est l'énergie de liaison par nucléon (ou plutôt par nombre de nucléons), donc c'est l'énergie à fournir à chaque nucléon pour séparer tous les nucléons (chaque nucléon possédant l'énergie $-\frac{E_\ell}{A}$).

• Courbe d'Aston: $-\frac{E_\ell}{A}$ en fonction de A.



III- Réactions nucléaires

1 Généralités:

• Il existe deux types de réactions: les réactions spontanées (α, β, γ) ou les réactions provoquées (fission et fusion).

• Au cours d'une réaction, il y a conservation de la charge électrique (Z) et du nombre de nucléons (A). (lois de soddy)

• La variation de masse est: $\Delta E = \Delta m.c^2$.

2 Fission et fusion:

2.1- La fission nucléaire

C'est une réaction nucléaire provoquée au cours de laquelle un noyau lourd ($A > 200$) sous l'impact d'un neutron thermique donne deux noyaux légers.

Exemple: ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{139}_{53}I + {}^{94}_{39}Y + {}^{1}_{0}n$

2.2- La fusion nucléaire:

C'est une réaction nucléaire aucours de laquelle deux noyaux légers forment un noyau plus lourd au cours d'un choc.

Exemple: ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{1}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{1}_{0}n$

	Fission	**Fusion**
Réaction	(1 noyau instable $+ {}^{1}_{0}n$) 2 noyaux stable, (+particule(s))	(2 noyaux instables) 1 noyau stable (+ particule(s))
Noyau (x) père (s)	$A \geq 200$	$A \leq 20$
Amorçage	choc avec un neutron thermique	choc des 2 noyaux légers
Energie libérée	$E_{fission} < E_{fusion}$ (à masses égales)	

IV- Energie liberée par une reaction nucléaire

Soit la reaction nucléaire:

$$ {}^{A_1}_{Z_1}X_1 + {}^{A_2}_{Z_2}X_2 \longrightarrow {}^{A_3}_{Z_3}X_3 + {}^{A_4}_{Z_4}X_4 $$

Il y a deux façons de calculer l'énergie liberée par une transformation nucléaire:

- En utilisant les énergies de liaisons des noyaux:

$$\Delta E = [(E_\ell(X_1) + E_\ell(X_2)) - (E_\ell(X_3) + E_\ell(X_4))]$$

- En utilisant la variation de masse:

$$\Delta E = [(m(X_3) + m(X_4)) - (m(X_1) + m(X_2))]c^2$$

1 Vrai ou faux:

Répondre pour vrai ou faux:

1- La masse d'un noyau atomique est supérieure à la somme des masses des nucléons qui le constituent.

2- L'énergie de liaison est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau pour dissocier ses protons.

3.a- Lorsque le nombre de masse du noyau augmente, l'énergie de liaison du noyau augmente.

b- Lorsque le nombre de masse du noyau augmente, la stabilité du noyau diminue.

Solution

1- Faux ; **2-** Faux. | **3.a-** Faux. ; **3.b-** Faux.

2 QCM:

Choisir les bonnes réponses.

1- L'énergie de liaison d'un noyau atomique:

a- est l'energie à fournir au noyau pour dissocier ses constituants;

b- est une grandeur toujours négative:

c- est récupérée par le milieu extérieur lors de la constitution du noyau;

d- peut s'exprimer en MeV ou en MeV-nucléon-1.

2- Pendant une réaction nucléaire:

a- La masse du système se conserve;

b- L'augmentation de masse du système s'exprime en unité de masse atomique u;

c- L'énergie libérée s'exprime en MeV/c^2;

d- Le système cède de l'énergie au milieu extérieur.

3- Une réaction nucléaire:

a- Spontanée est exoénergétique;

b- Spontanée est endoénergétique;

c- Provoquée est exoénergétique;

d- Provoquée est endoénergétique.

4- Au cours d'une réaction nucléaire, la variation de masse d'un système peut s'exprimer:

a- en kilogramme, unité du système international;

b- en MeV;

c- en unité de masse atomique u;

d- en MeV/c^2.

Solution

1- a ; **2-** d | **3-** a et c. ; **4-** c et d.

1 Compléter les équations suivantes en justifiant les calculs et en précisant la nature des transformations nucléaires (fission fusion, radioactivité β^+, β^-, α),

a- ${}^{235}_{92}U + {}^{1}_{0}n \longrightarrow {}^{139}_{54}Xe + {}^{95}_{Z}Sr + x\,{}^{1}_{0}n$

b- ${}^{235}_{92}U \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{A}_{Z}Th$

c- ${}^{30}_{15}P \longrightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{1}e$

d- ${}^{2}_{1}H + {}^{3}_{Z}X \longrightarrow {}^{4}_{2}He + x\,{}^{1}_{0}n$

e- ${}^{124}_{53}I \longrightarrow {}^{0}_{1}e + {}^{A}_{Z}Te$

f- ${}^{131}_{Z}I \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{A}_{54}Xe$.

Solution

Par application de la régle de soddy on complète les réactions:

a- c'est une fission nucléaire provoquée:

$Z = 38$ et $x = 2$.

b- c'est une réaction nucléaire spontanée de type: $Z = 90$

c- c'est une réaction nucléaire spontanée de type β^+ avec ${}^{30}_{14}X \equiv {}^{30}_{14}Si$.

d- c'est une fusion nucléaire:

$A = 15$ et $Z = 14$.

$\begin{cases} x = 1 \\ Z = 1 \end{cases}$ donc: ${}^{3}_{Z}X \equiv {}^{3}_{1}H$

e- c'est une réaction nucléaire spontanée de type β^+.

$\begin{cases} A = 124 \\ Z = 52 \end{cases}$

f- c'est une réaction nucléaire spontanée de type β^-.

$Z = 53$; $A = 131$.

2 Un noyau de béryllium $\left({}^{10}_{4}Be\right)$ a pour masse $10,0113\,u$.

1- Donner sa composition.

2- Calculer son défaut de masse.

3- En déduire son énergie de liaison, puis son énergie de liaison par nucléon (en MeV et en J).

4- Calculer la masse d'un atome de ${}^{10}B$ (en u).

Données: $m_n = 1,00866\,u$; $m_p = 1,00727\,u$; $m_e = 0,00055\,u$.

Solution

1- $Z = 4$ et $N = A - Z = 10 - 4 = 6$:
4 protons, 6 neutrons.

2-

$$\Delta m = [Z.m_p + (A-Z).m_n] - m(noyau)$$
$$\Delta m = [4 \times 1,00727 + 6 \times 1,008\,66] - 10,0113$$
$$= 6,974 \times 10^{-2} u$$

3- Energie:

$$E_\ell(MeV) = \Delta m(u) \times 931,5$$
$$= 64,96\ MeV$$
$$= 1,041 \times 10^{-11}\ J$$

$$\frac{E_\ell}{A} = \frac{E_\ell}{10} = 6,496\ MeV$$
$$= 1,041 \times 10^{-12}\ J$$

4- Calcul de $m(Be)$.

$$m(atome) = m(noyau) + Z \times m_{e^-}$$

A.N:

$$m(atome) = 10,0113 + 10 \times 0,00055$$
$$\approx 10,0168\ u$$

3 L'energie de liaison par nucléon pour le noyau de carbone $14(^{14}C)$ est:

$$\mathscr{E} = 7,30 MeV/nucleon$$

1.a- Définir l'énergie de liaison d'un noyau.

b- Calculer l'energie de liaison pour le noyau de carbonne 14

2.a- Définir le défaut de masse d'un noyau

b- Calculer le défaut de masse pour le noyau ^{14}C.

3- En deduire la masse du noyau de ^{14}C.

on donne: $14 = 931,5\ MeV/nucléon$
$mp = 1,00728u$
$mn = 1,00867u$

Solution

1.a- l'énergie de liaison.
C'est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau au repos pour le dissocier en ses nucléons isolés et au repos.
donc: $E_\ell = A.\mathscr{E}$.

b- On a: $\mathscr{E} = \frac{E_\ell}{A}$

A.N: $E_\ell(^{14}C) = 14.7,30$
$= 102,2MeV$

2.a- du défaut de masse
Pour un noyau $^{A}_{Z}X$, le défaut de masse s'écrit:

$$\Delta m = Z.mp + (A-Z)mn - m\left(^{A}_{Z}X\right)$$

b- On a: $E_\ell = \Delta m.c^2$
donc: $\Delta m = \frac{E_\ell}{c^2}$.

$$\Delta m = \frac{102,2}{931,5MeV.c^{-2}.c^2}$$
$$= 0,10972u$$

3- masse du noyau ^{14}C.

on a: $\Delta m = 6 \times m_p + 8m_n - m\left(^{14}_{6}C\right)$.

donc: $m\left(^{14}_{6}C\right) = 6m_p + 8m_n - \Delta m$

$m(^{14}C) = 6.1,00728 + 8.1,00867 - 0,1097$
$m(^{14}C) = 14,0033u$

4

1- Calculer l'énergie de liaison du noyau de polonium $^{210}_{84}Po$, puis celle du noyau de plomb $^{206}_{82}Pb$.

2- En déduire l'énergie de liaison par nucléon pour ces deux noyaux.

3- Comparer la stabilité des noyaux de polonium $^{210}_{84}Po$ et de plomb $^{206}_{82}Pb$.

Données: $m\left(^{210}_{84}Po\right) = 210,0482u$; $m\left(^{206}_{82}Pb\right) = 205,93684$

$m_p = 1,007276u$; $m_n = 1,008665u$

$1u = 931,5\ MeV.c^{-2}$.

Solution

1- On a: $E_l = \left(Z.mp + (A-Z)m_n - m\left(^{A}_{Z}X\right)\right)c^2$

• Pour le noyau $^{210}_{84}Po$.

$E_l(Po) = (82.m + (210-82)m_n - m(Po))c^2$

$E_l(Po) = (82.1,007276 + 128.1,008665 - 210,0482) \times 931,5 MeV.c^{-2}.c^2$

$E_l(Po) = 1544,24\ MeV$

• Pour le noyau:

$E_l(Pb) = (82mp + (206-82)m_n - m(Pb))c^2$

$= 82.1,007276 + 124.1,008665 - 205,9368.9294,5 MeVc^{-2}.c^2$

$= 1615,49 MeV$

2- On a: • $\mathscr{E}(^{210}Po) = \dfrac{E_l(Po)}{A}$

$= \dfrac{1544,24}{210}$

$= 7,69\ MeV/nucléon$

$\mathscr{E}(Pb) = \dfrac{E_l(Pb)}{A}$

$= \dfrac{1615,49}{206}$

$= 7,84\ MeV/nucleon$

3- Comparaison de la stabilité on a: $\mathscr{E}(Pb) > \mathscr{E}(Po)$

donc le noyau ^{206}Pb est plus stable que le noyau de ^{210}Po.

5

1.a- Calculer en MeV l'énergie correspondant à une variation de 1u: (u unité de masse atomique).

b- Calculer en MeV l'énergie de liaison par nucléon du noyau de carbone $^{14}_{6}C$.

c- Le nucléide $^{14}_{6}C$ est radioactif β^-. Ecrire l'équation traduisant la désintégration en indiquant les lois utilisées.

2- Dans un laboratoire, on a enrichi un échantillon en $^{14}_{6}C$, celui-ci contient actuellement $10^{-6}g$ de $^{14}_{6}C$. Sachant que demi-vie du carbone $^{14}_{6}C$ est de $t_{\frac{1}{2}} = 5570$ ans

a- Quelle masse m de carbone $^{14}_{6}C$ contiendra l'échantillon à $t = 22280$ ans?

b- Calculer l'activité $a(t)$ de cet échantillon après cet instant.

Données: $1u = 1,66.10^{-27}kg$; $1eV = 1,6.10^{-19}J$; $c = 3.10^{8}ms^{-1}$;

$N_A = 6.10^{23}mol^{-1}$; $m_p = 1,00728u$; $m_n = 1,00866u$

masse du noyau $^{14}_{6}C$: $14,00324u$; masse atomique molaire du $^{14}_{6}C$: $14gmol^{-1}$.

Extrait du tableau de classification périodique:

Numéro atomique	4	5	6	7	8
Symbole	Be	B	C	N	0

Solution

1.a- Calcul de l'energie:

$1MeV = 10^6.1,6.10^{-19}J = 1,6.10^{-13}J$

Energie de masse de l'unité de masse atomique u:

$$E = 1uc^2$$
$$= \frac{1.660 * 10^{-27} * (2.9979.10^8)^2 J}{1,602 * 10^{-13} J.MeV^{-1}}$$
$$= 931,5MeV$$

b- Energie de liaison par nucléon du noyau de carbone 14:

$E_\ell = (Zm_p + (A-Z)m_n - m_C).c^2$

$E_\ell = (6.1,00728 + 8.1,00866 - 14,00324).931.5$

$= 102,20MeV$

$\mathscr{E} = \frac{E\ell}{A} = \frac{102,2}{14} = 7,3Mev/nucléon.$

c- $^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{0}_{-1}e + {}^{14}_{7}N$

2.a- $m = m_o e^{-\lambda t} = m_o e^{-\ln 2.\frac{t}{t_{1/2}}} = m_o e^{-(\ln 2).A}$

$= m_o e^{-4\ln 2} = \frac{m_o}{e^{4\ln 2}}$

$= \frac{m_o}{2^4} = \frac{m_o}{16}$

$= e^{a\ln x} = x^a$

Soit: $m = (1/16).10^{-6} = 6.25.10^{-8}g.$

b- Calcul de l'activité:

(à $t_{1/2} = 22280$ ans): Le nombre de noyaux $N(t)$ restants à la date t est:

$N(t) = N_o e^{-\lambda t}$ et l'activité.

$a(t) = \frac{-dN}{dt} = \lambda.N_O e^{-\lambda t} = \lambda.N(t).$

avec: $\lambda = \frac{Ln2}{t_{\frac{1}{2}}}$.

et On a: $N(t) = N_A n = N_A.(m/M).$

donc: $a = \frac{Ln2}{t_{\frac{1}{2}}}.\frac{N_A.m}{M}$

Dans ce calcul $t_{\frac{1}{2}}$ doit être exprimée en secondes!

$$a = \frac{Ln2}{5570.365.243600}\frac{6.10^{23}.6.25.10^{-8}}{14}$$
$$= 10,6Bq$$

6 On considère le nucléide $^{56}_{26}Fe$ l'isotope le plus important du fer.

On donne: $m(^{56}_{26}Fe) = 55,9349u$; $m(^{1}_{1}p) = 1,0073u$; $m(^{1}_{0}n) = 1,0087u$;
$1u = 931,5MeV.c^{-2}$

1- Donnez la composition du noyau de fer 56.

2- Donnez l'équation de décomposition de ce noyau en ses constituants.

3- Calculez le défaut de masse lié à cette décomposition.

4- En déduire l'énergie mise en jeu lors de cette décomposition.

5- Calculez l'énergie de liaison par nucléon pour cet isotope.

6- Cet élément est-il stable?

Solution

1- Le nucléide $^{56}_{26}Fe$ contient 56 nucléons (nombre de masse A) dont 26 protons (nombre de chargez Z). On détermine le nombre de neutrons par la relation:

$N = A - Z = 56 - 26 = 30$ neutrons.

Le fer 56 contient 26 protons et 30 neutrons.

2- D'après les informations de la première question, on peut écrire:

$$^{56}_{26}Fe \longrightarrow 26\,^{1}_{1}p + 30\,^{1}_{0}n$$

3- Le défaut de masse se détermine par:

$\Delta m = [26 \times 1,0073 + 30 \times 1,0087] - 55,9349$
$= 0,5159u$

Le défaut de masse lié à cette décomposition est: $\Delta m = 0,5159u$

4- Le défaut de masse est déterminé en unité de masse atomique. On calcule l'énergie en MeV par la relation:

$\Delta E = \Delta m \times 931,5$
$= 0,5159 \times 931,5 = 480,6MeV$

Le défaut de masse lié à cette décomposition est: $\Delta E = 480,6MeV$.

5- L'énergie de liaison par nucléon se calcule par:

$$\frac{E_\ell}{A} = \frac{480,6}{56} = 8,58MeV/nucléons$$

6- Cette valeur est l'une des plus grandes relevées sur la courbe d'Aston, donc le fer 56 est très stable.

7 On considère le noyau de deutérium $^{2}_{1}H$ de masse $m = 2,01345u$.

Données: $1u = 1$ unité de masse atomique = $1,6605.10^{-27}kg$, masse du proton: $m_p = 1,007276u$; masse du neutron: $m_n = 1,008665u$.

1- Calculer son défaut de masse. Exprimer le résultat en unités de masse atomique, puis en kilogrammes.

2- En déduire son énergie de liaison (en MeV), puis son énergie de liaison par nucléon.

3- L'énergie de liaison par nucléon du tritium $^{3}_{1}H$ est de $0,610MeV$. Le noyau de tritium est-il plus stable que le noyau de deutérium?

Solution

1- $\Delta m = Zm_p + (A-Z)m_n - m$,

$= 1m_p + (2-1)m_p - m$

$= 2,491.10^{-3}u$

soit en kg : $\Delta m = 4,136.10^{-30}kg$.

2- $E_\ell = \Delta m.c^2 = 2,481.10^{-3}u.c^2$

$= 2,491.10^{-3}.931,5$

$= 2,327MeV$

Le noyau de deutérium contient 2 nucléons. L'énergie de liaison par nucléon et donc:

$$E(^2_1H) = \frac{E_\ell(^2_1H)}{2} = \frac{2,327}{2}$$

$$E(^2_1H) \simeq 1,16MeV/nucléon$$

3- L'énergie de liaison par nucléon est plus élevée pour le noyau de deutérium que pour le noyau de tritium. Le noyau de deutérium est donc plus stable que le noyau de tritium.

8 On considère les trois noyaux de bore suivants: ^8_5B, $^{10}_5B$ et $^{11}_5B$.

1- Compléter le tableau suivant:

Noyau	^8_5B	$^{10}_5B$	$^{11}_5B$
Défaut de masse		$6,752.10^{-2}$	
Masse (u)			
Énergie de liaison (MeV)			75,06
Énergie de liaison par nucléon (MeV)	3,76		

On donne: $m_p = 1,00827u$; $m_n = 1,00866u$ et $1u = 931,5MeV.c^{-2}$

2- Classer ces trois noyaux par ordre de stabilité croissante.

Solution

1-

Noyau	^8_5B	$^{10}_5B$	$^{11}_5B$
Défaut de masse (u)	$3,229.10^{-2}$	$6,752.10^{-2}$	$8,058.10^{-2}$
Masse (u)	8,035	10,017	11,013
Énergie de liaison (MeV)	30,08	62,90	75,06
Énergie de liaison par nucléon (MeV)	3,76	6,29	6,82

2- Les noyaux les plus stables ont des énergies de liaison par nucléon les plus fortes, les noyaux suivants sont classés du moins stable au plus stable: ^8_5B, $^{10}_5B$ et $^{11}_5B$.

9 Lors du fonctionnement d'une centrale nucléaire, un neutron initie la fission d'un noyau d'uranium 235. On obtient du tellure 138, du zirconium et trois nucléons identiques.

$m(^1_1p) = 1,0073u$; $m(^1_0n) = 1,0087u$; $m(^{235}_{92}U) = 235,044u$; $m(^{138}_{52}Te) = 137,901u$

$m(^A_{40}Zr) = 94,9077u$; $1u = 931,5MeV.c^{-2}$.

1- Ecrire l'équation de cette réaction en déterminant A et en identifiant les nucléons obtenus.

2- Déterminez la variation de masse puis l'énergie mise en jeu.

3- Quelle énergie peut-on libérer si on utilise $1g$ d'uranium 235, soit $2,55.10^{21}$ radio-éléments? On donnera la réponse en MeV puis en J.

4- Une tonne équivalent pétrole (tep) libère une énergie de $4,2.10^{10}J$. Combien de tep libère $1g$ d'uranium 235?

Solution

1- A partir des informations de l'énoncé, on a: ${}_0^1n + {}_{92}^{235}U \longrightarrow {}_{52}^{138}Te + {}_{40}^{A}Zr + 3({}_Z^1X)$

$$\begin{cases} 1+235 = 138 + A + 3\times 1 \\ 0+92+52+40+Z \end{cases} \Longrightarrow \begin{cases} A = 95 \\ Z = 0 \end{cases}$$

Le nucléon est donc un neutron. Finalement l'équation de la transformation est:

$${}_0^1n + {}_{92}^{235}U \longrightarrow {}_{52}^{138}Te + {}_{40}^{95}Zr + 3{}_0^1n$$

2- La variation de masse se détermine par:

$$\Delta m = [m(Te) + m(Zr) + 3\times m({}_0^1n)] - [m({}_0^1n) + m({}_{92}^{235}U)]$$

$$\Delta m = [137,901 + 94,9077 + 3\times 1,0087] - [1,0087 + 235,044]$$

$$= -0,218u$$

L'énergie mise en jeu par cette transformation se détermine par:

$$\Delta E = \Delta m.c^2 = -0,218\times 931,5$$

$$= -203MeV$$

La fission d'un noyau ${}^{235}U$ libère $203MeV$

3- Puisque $1g$ d'uranium 235 contient $2,55.10^{21}$ radio-éléments, l'énergie libérée par cette masse est:

$$E = 2,55.10^{21}\times(203) = 5,99.10^{23}MeV$$

Cette énergie exprimée en MeV donne en J:

$$E = 5,99.10^{23}\times 1,602.10^{-13} = 9,60.10^{10}J$$

L'énergie libérée par la fission de $1g$ d'uranium 235 est de $5,99.10^{23}MeV$ soit $9,60.10^{10}J$.

4- La conversion de cette énergie en tep s'écrit:

$$E = \frac{9,60.10^{10}}{4,2.10^{10}} = 2,3tep$$

10 Dans une centrale nucléaire à eau pressurisée, le combustible est de l'oxyde d'uranium enrichi à 4% environ en uranium 235 fissile. L'isotope 238 néanmoins présent à 96% n'est pas fissile mais fertile car il donne naissance à un noyau fissile, le plutonium 239, suite à la capture d'un neutron rapide et à deux désintégrations β^-.

La transmutation de l'uranium 238 est toutefois moins fréquente dans un réacteur à neutrons lents que dans un surgénérateur, dans lequel les neutrons ne sont pas ralentis.

a- D'où proviennent les neutrons capturés par l'uranium 238?

b- En utilisant les données, écrire l'équation de la capture d'un neutron rapide par le noyau d'uranium 238 puis celle des désintégrations β^- qui se succèdent jusqu'au plutonium 239.

c- Écrire l'équation d'une fission du plutonium, donnant naissance à du tellure 135 et à du molybdène 102. **données:** ${}_{94}P_U$; ${}_{93}N_P$; ${}_{42}Mo$; ${}_{52}Te$.

Solution

a- Les neutrons capturés, par l'uranium 238 proviennent de la fission de l'uranium 235.

b- $^{238}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{239}_{92}U$;

$^{239}_{92}U \longrightarrow ^{239}_{93}Np + ^{0}_{-1}e$;

$^{239}_{93}Np \longrightarrow ^{239}_{94}Pu + ^{0}_{-1}e$.

c- $^{239}_{94}Pu + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{139}_{52}Te + ^{102}_{42}Mo + 3(^{1}_{0}n)$

11 Soit la réaction: $^{1}_{0}n + ^{235}_{92}U \longrightarrow ^{91}_{36}Kr + ^{A}_{Z}Ba + 3^{1}_{0}n$

1- Déterminer les valeurs de A et Z.

2- Pourquoi n'a-t-on pas simplifié par $^{1}_{0}n$ chaque terme de l'équation?

- S'agit-il d'une réaction spontanée ou provoquée? De quel type? La représenter sur la courbe d'Aston.

- A priori, où se produit cette réaction? Centrale nucléaire, soleil...

3- Calculer la variation de masse Δm de cette réaction en u; en déduire l'énergie ΔE de cette réaction. En déduire l'énergie libérée $E_{lib} = |\Delta E|$

Données: $m(^{1}_{0}n) = 1,009u$; $m(^{235}U) = 235,044u$; $m(^{91}_{36}Kr) = 90,923u$; $m(^{A}_{Z}Ba) = 141,916u$; $1u = 931,5MeV.c^{-2}$.

4- Faire un schéma énergétique de la réaction faisant apparaître les énergies de liaisons (E_ℓ); en déduire l'expression de l'énergie ΔE en fonction de E_ℓ de chaque élément, et préciser pourquoi $E_\ell(^{1}_{0}n) = 0MeV$.

5- En déduire l'énergie de liaison par nucléon $\mathscr{E}$ pour le krypton-91

Données:

Nucléide	$^{235}_{92}U$	$^{A}_{Z}Ba$
$\mathscr{E}$ **en** MeV **par nucléon**	7,59	8,31

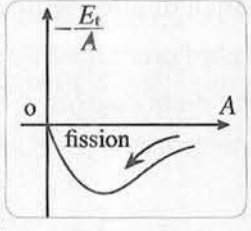
Solution

1- $Z = 56$, $A = 142$

2- Si on simplifie le neutron de gauche, l'équation se présente comme celle d'une réaction spontanée.

C'est une réaction provoquée; il s'agit d'une fission nucléaire.

Cette réaction se produit dans les centrales nucléaires.



3- Calcul de Δm.

$\Delta m = (^{91}Kr) + m(^{142}Ba) + 3m_n - m_n - m(^{235}U)$

$\Delta m = 90,923 + 141,916 + 2.1,009 - 235,044$

$= -0,187u$

$\Delta E = \Delta m.c^2 = -0,87.931,5 = -174,2MeV$

$E_{lib} = |\Delta E| = 174,2MeV$

4- Le neutron n'est lié à aucun autre nucléon, donc: $E_\ell(^{1}_{0}n) = 0$.

5- Diagramme ci-contre

$E_\ell(K) + E_\ell(Ba) = E_\ell(U) - \Delta E$

$\Delta E = E_\ell(U) - E_\ell(K) - E_\ell(Ba)$

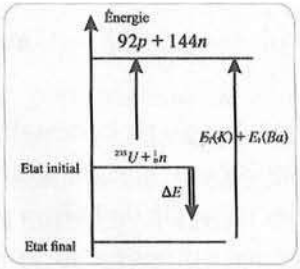
$E_\ell(Kr) = E_\ell(U) - E_\ell(Ba) - \Delta E$

$$\mathscr{E}(Kr) = \frac{E_\ell(Kr)}{A} = \frac{E_\ell(Kr)}{91}$$

$$\mathscr{E}(Kr) = \frac{1}{91}[235.\mathscr{E}(U) - 14\mathscr{E}(Ba) - \Delta E]$$

$$= \frac{1}{91}[235.7,59 - 142.8,31 + 174,2]$$

$$= 8,547 MeV/nucléon$$



12

1- On considère les deux nucleïdes $^{235}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$ du radioélément d'Uranium.

Que peut-on dire de ces 2 variétés?

Calculer l'energie de liaison par nucléon de l'uranium 235 en MeV/nucléon.

2- On considère la réaction suivante: $^{235}_{92}U + {}^1_0n \longrightarrow {}^{95}_{39}Y + {}^A_ZI + 2\,{}^1_0n$

Donner le nom de ce type de réaction puis déterminer A et Z en précisant les lois utilisées.

3- Le demi-vie radioactive $^{95}_{39}Y$ est de 10 minutes. Un échantillon contient 10^6 noyaux $^{95}_{39}Y$ à l'instant $t = 0$. Combien en restera-t-il au bout d'une heure?

On donne:

Masse d'un proton: $m_p = 1,00727u$

Masse d'un neutron: $m_n = 1,00865u$

Masse d'un noyau d'uranium: $m\left(^{235}_{92}U\right) = 234,9934u$

$1u = 931,5 MeV.C^{-2}$

Solution

1- Calcul de $E_\ell(^{235}U)$ et $E(^{235}U)$.

Les deux radioélements sont des isotopes de l'uranuim.

On a:

$$E_\ell = [Z.m_p + (A-Z)m_n - m(^{235}U)]c^2$$

$$E_\ell = [92.mp + (235-92)m_n - m(^{235}U)]c^2$$

A.N:

$$E_\ell = [92.1,00727 + 143.1,00865 - 234,9934].931,5$$
$$= 1781,39 Mev$$

d'où: $\mathscr{E} = \frac{E\ell}{A}$

$$\mathscr{E} = \frac{1781,39}{235} = 7,58 MeV/nucleon$$

2- Valeur de A et Z

C'est une réaction de fission nucléaire

Selon les lois de soddy on a:

$$\begin{cases} 235 + 1 = 95 + A + 2 \\ 92 + 0 = 39 + Z \end{cases}$$

donc: $A = 139$ et $Z = 53$

3- Calcul de N à $t = 1h$

On a: $N(t) = N_0 e^{-\lambda t}$ avec: $\lambda = \frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}$.

donc: $N(t) = N_0 e^{-\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}t}$.

A.N:

$$N(t) = 10^{-6} e^{-\frac{\ln 2}{10}.60} = 1,56.10^4 noyaux$$

13 Le rubidium $^{85}_{37}Rb$ est un noyau stable alors que le rubidium 89 est émetteur β^-.

1- Définir l'energie de liaison d'un noyau.

2- Calculer les énergies de liaison de ces deux isotopes.

3- Calculer l'énergie de liaison par nucléon.

4- Classer ces isotopes d'après leur stabilité.

5.a- Ce résultat confirme-t-il la radioactivité du rubidium 89?

b- Ecrire la réaction de désintégration de cet isotope. Quel est le noyau-fils produit?

Données:

$m(^{85}Rb) = 84,89144u$; $m(^{89}Rb) = 88,89193u$; $m_n = 1,00866u$; $m_p = 1,00728u$.

$1u$ correspond à $931,5MeV$.

Solution

1- Définition:

L'énergie de liaison d'un noyau c'est l'énergie libérée qu'il faut à un noyau au repos pour dissocier ses nucléons et restent repos.

2- Calcul de E_ℓ

$$E_\ell = \left[(Z.m_p + (A-Z).m_n) - m\left(^A_Z X\right)\right].c^2$$

• Rubidium 85: $Z = 37$; $A - Z = 85 - 37 = 48$

$$Z.m_p + (A-Z).m_n - m\left(^A_Z X\right) = [37 \times 1,00728 + 48 \times 1,00866 - 84,89144]u$$

$$= 0,79360u$$

D'où: $E_\ell = 0,79360 \times 931,5 = 739,2MeV$

• Rubidium 89: $Z = 37$; $A - Z = 89 - 37 = 52$

$$\Delta m = Z.m_p + (A-Z).m_n - m\left(^A_Z X\right)$$

$$= [37 \times 1,00728 + 52 \times 1,00866 - 88,89193]u = 0,82775u$$

D'où: $E_\ell = 0,82775 \times 931,5 = 771,0MeV$

3- Calcul de $\mathscr{E}$

Calculons $\frac{E_\ell}{A}$ pour chacun des deux isotopes.

Rubidium 85: $\frac{E_\ell}{A} = \frac{739,2}{85} = 8,70MeV$ **/nucléon.**

Rubidium 89: $\frac{E_\ell}{A} = \frac{771,0}{89} = 8,66MeV$ **/nucléon.**

4- Stabilité:

L'énergie de liaison par nucléon du rubidium 89 est plus faible que celle du rubidium 85. Le rubidium 89 est moins stable que le rubidium 85.

5.a- Résultat:

Le noyau de rubidium 89 peut se désintégrer; il est donc instable. Cette

propriété est conforme au calcul des énergies de liaison par nucléon qui montre que le rubidium 89 est moins stable que le rubidium 85.

b- Equation

Ecrivons l'équation de la réaction de désintégration β^- du rubidium 89:

$$^{89}_{37}Rb \longrightarrow {}^{A}_{Z}X + {}^{0}_{-1}e$$

D'après la conservation du nombre de masse: $89 = A + 0$; donc $A = 89$.

D'après la conservation du nombre de masse: $37 = Z - 1$; donc $Z = 38$.

En consultant la classification périodique, nous obtenons le noyau fils:

$^{89}_{38}Sr$ qui est un noyau de strontium.

14 Le radium $\left(^{226}_{88}Ra\right)$ se désintègre spontanément en radon $\left(^{222}_{86}Rn\right)$.

1- Ecrire la réaction de désintégration et préciser son type.

2- Calculer la variation de masse Δm de cette réaction

3- En déduire l'énergie libérée par cette réaction, en MeV et en J.

4- Quelle énergie libérerait un gramme de radium dans ces conditions?

Donner cette valeur en MeV et en J.

Données: $m(Ra) = 226,02540u$; $1Mev = 1,6.10^{-13}J$

$m(Rn) = 222,01757u$; $m\left(^{4}_{2}He\right) = 4,00260u$.

Solution

1- Equation:

$^{226}_{88}Ra \longrightarrow {}^{222}_{86}Rn + {}^{4}_{2}He$ émission α spontanée.

2- Calcul de Δm:

On a:

$$\Delta m = m(Ra) + \left[m(Rn) + m\left(^{4}_{2}He\right)\right] - m(Ra)$$

$$= -5,23 \times 10^{-3}u$$

Variation relative:

$$\frac{|\Delta m|}{m_{avant}} = \frac{\Delta m}{m(Ra)}$$

$$= 2,3 \times 10^{-5}(0,0023\%)$$

3- Calcul de l'énergie:

$$|\Delta E(MeV)| = |\Delta m(u)| \times 931,5$$

$$= 4,87MeV$$

soit: $|\Delta E| = 7,80 \times 10^{-13}J$.

4- Calcul de l'énergie totale:

Quantité de noyaux dans $1g$:

$$N = n(mol) \times N_A = \frac{m}{M} \times N_A$$

$$E_{tot} = |\Delta E| \times N = |\Delta E|.\frac{m}{M}N_A$$

A.N.:

$$E_{tot} = |\Delta E| \times \frac{10^{-3}}{(226 \times 10^{-3})} \times 6,022 \times 10^{23}$$

$$E_{tot} = 1,30 \times 10^{22}MeV = 2,08 \times 10^{9}J$$

15 Les données suivantes pourront être utiles:

Noyaux masse	$^{7}_{3}Li$	$^{1}_{1}H$	$^{1}_{0}n$	$^{4}_{2}He$	$^{14}_{7}N$	$^{17}_{8}O$
(u)	7,0144	1,0073	1,0087	4,0015	14,0031	16,9991

1- On considère le noyau de lithium ${}^{7}_{3}Li$. Définir l'énergie de liaison de ce noyau,puis déterminer sa valeur en MeV.

2- Des noyaux de lithium ${}^{7}_{3}Li$ sont bombardés par des protons. On obtient seulement des particules α.

a- Ecrire l'équation de la réaction nucléaire en énonçant les lois utilisées.

b- On détecte, en plus des particules α, un rayonnement γ.

Expliquer l'origine de ce rayonnement.

c- Calculer l'énergie libérée par cette réaction nucléaire. Sous quelle forme cette énergie est-elle libérée?

3- Les parcticules α précédentes sont utilisées pour transformer des noyaux d'azote

${}^{14}_{7}N$ immobiles, en des noyaux d'oxygène ${}^{17}_{8}O$.

a- Ecrire l'équation de cette réaction, en précisant quel autre noyau apparaît.

b- Déterminer la variation de masse au cours de cette réaction.

Quelle conclusion, sur le plan énergétique, peut-on en tirer?

Solution

1- Energie de liaison:

c'est l'énergie qu'il faut fournir à un noyau immobile pour dissocier ses nucléons et restent immobiles.

Elle s'exprime:

$$E_\ell = \left[Z.m_P + (A-Z)m_n - m\binom{X}{Z}\right]c^2$$

$$E_\ell(Li) = (3.m_P + (7-3)m_n - m(Li))c^2$$

A.N.:

$$E_\ell(Li) = (3.1,0073 + 4.1,0087 - 7,0144) \times 931,5$$

$$E_\ell(Li) = 39,40MeV \cdot$$

2. a- Equation de le réaction:

$${}^{7}_{3}Li + {}^{1}_{1}H \longrightarrow {}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He$$

c'est une réaction de fusion.

b- Origine des rayonnements γ Les rayons γ sont dues à la désexcitation des noyaux - fils qui sont en état excité.

c- Calcul de ΔE.

$$\Delta E = \left[\left(m\left({}^{4}_{2}He\right) + m\left({}^{4}_{2}He\right)\right) - \left(m(Li) + m\left({}^{1}_{1}H\right)\right)\right]c^2$$

$$\Delta E = [2.4,0015 - (7,0144 + 1,0073)].931,5$$

$$\Delta E = -17,42MeV$$

Cette energie est liberée sous forme d'énergie cinétique. acquise par les noyaux fils.

3.a- Equation de la réaction:

$$^{14}_{7}N + ^{4}_{2}He \longrightarrow ^{17}_{8}O + ^{A}_{Z}X$$

$^{A}_{Z}X$ étant la particule liberée, d'après, les lois soddy: $\begin{cases} 14+4=17+A \\ 7+2=8+Z \end{cases}$

donc: $A=1$

$Z=1$

Donc: $^{1}_{1}X$ n'est autre qu'un proton $^{1}_{1}H$

b- Variation de la masse

$$\Delta m = \left(m(0) + m\left(^{1}_{1}H\right)\right) - (m(N) + m(He))$$

$$= (16,9991 + 1,0073) - (14,0031 + 4,0015)$$

$$\Delta m = 1,8.10^{-3} > 0$$

Conclusion: il y a transformation de l'energie en masse.

16 L'isotope 40 du potassium est l'un des principaux noyaux responsables de la radioactivité naturelle, même s'il ne représente que $0,0117\%$ du potassium naturel. 89% de ces noyaux se désintègrent en calcium 40.

1- Définir le mot isotope.

2- Ecrire l'équation de la désintégration du potassium ^{40}K en calcium ^{40}Ca. Préciser le type de radioactivité.

3- Calculer la variation de masse au cours de cette désintégration.

4- Calculer l'énergie libérée pour la transformation d'un noyau en MeV. Comparer le résultat à l'ordre de grandeur de l'énergie libérée par une fission.

5- Un litre de lait a une activité de 80 Bq. En supposant que cette valeur est uniquement due à la désintégration du potassium 40, calculer, en joule, l'énergie libérée quotidiennement par cet échantillon.

Données: $m(^{40}K) = 39,95357u$; masse du noyau de calcium: $^{40}Ca: 39,951620u$.

Solution

1- **Isotope:**

Ce sont des noyaux ayant même nombre de protons Z nais nombre de nucléons A differents.

2- L'équation de la désintégration.

$$^{40}_{19}K \longrightarrow ^{40}_{20}Ca + ^{0}_{-1}e\cdot$$

réaction de type β^-.

3- Calcul de la variation de masse.

$$\Delta m = \left[m(Ca) + m\left(^{0}_{-1}e\right)\right] - m(K)$$

$$= [39,951620 + 5,48579 \times 10^{-4}] - 39,953575$$

$$= -1,406421 \times 10^{-3}u$$

4- Calcul de ΔE.

$$\Delta E = \Delta m.C^2$$

$$= -1,406421 \times 10^{-3} \times c^2 \times 931,5MeV/C^{-2}$$

$$\Delta E = -1,31MeV$$

- **La comparaison:**

L'énergie libérée par la fission nucléaire est très grande par rapport à l'énergie libérée par la désintégration spontannée.

5- Calcul de l'énergie libérée par 1L de lait.

Soit N le nombre de noyaux de ^{40}K contenu dans un litre de lait.

On a: $a = \frac{-\Delta N}{\Delta t} = -\frac{O-N}{\Delta t} = \frac{N}{\Delta t}$

$N = a.\Delta t$

L'énergie E liberée par 1L de lait pendant une journée:

$1 noyau \longrightarrow |\Delta E|$; N *noyaux* $\longrightarrow E$

$E = N.|\Delta E|$;

$E = a.\Delta t\,.|\Delta E|$

A.N.: $E = 80.24.360.131.1,6 \times 10^{-13}$

$E = 1,44 \times 10^{-6} J$.

17 Le cobalt $^{60}_{27}Co$ est radioactif β^-, avec une demi-vie $t_{\frac{1}{2}}$ de 5,3 ans.

Le noyau-fils est émis Ni dans un état excité, il revient à l'état fondamental en émettant un rayonnement γ d'énergie 1,33 MeV. Ce rayonnement γ est utilisé dans le traitement de certains cancers.

1- Ecrire la réaction de désintégration β^-.

2- Ecrire la réaction correspondant à la désexcitation du noyau-fils.

3- Calculer l'énergie libérée par la désintégration d'un noyau de cobalt. Sous quelle forme cette énergie est-elle libérée?

4- Calculer l'énergie acquise pour les rayonnements β^-.

5- Le rayonnement β^- ne doit pas atteindre le patient, en cours de traitement. Quel type de filtre faut-il utiliser?

Données: énergie de masse du cobalt: *55814,64 MeV*; énergie de masse du nickel: *55811,23MeV* ; *m(e)=5,48579.10⁻⁴u.* masse d'électron.

Solution

1- Equation de désintégration β^- :

$$^{60}_{27}Co \longrightarrow {}^{60}_{28}N_i + {}^{0}_{-1}e$$

2- Equation de la désexcitation:

$$^{60}_{28}Ni^{*} \longrightarrow {}^{60}_{28}Ni + \gamma$$

3- Calcul de ΔE.

On a: $\Delta E = \Delta m \times C^2$

$$\Delta E = \left[m(Ni) + m\left({}^{0}_{-1}e\right) - m(Co)\right]c^2$$

$$= \underbrace{m(Ni) \times c^2} + \underbrace{m\left({}^{0}_{-1}e\right) \times c^2} - \underbrace{m(Co)c^2}$$

$$E(Ni) + m(e^-).c^2 - E(Co).$$

A.N.:

$$\Delta E = 55811,23 + 5,48579 \times 10^{-4} \times \not{c}^2 \times 931,5 MeV/\not{c}^2 - 55814,64$$

$$\Delta E = -2,898 MeV$$

4- Energie de rayonnement β^-.

Par conservation d'energie.

$$|\Delta E| = E(\beta^-) + E(\gamma)$$

$$E(\beta^-) = (\Delta E) - E(\gamma).$$

A.N.:

$$E(\beta^-) = 2,898 - 1,33 = 1,568 MeV$$

cette énergie est libérée sous forme d'énergie cinétique.

5- Protection:

On doit utiliser une plaque de quelques centimètres d'epaisseur en aluminuim ou en verre.

18 Dans un réacteur nucléaire, l'une des réactions est la suivante:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{140}_{Z}Xe + X\,^{1}_{0}n$$

1- Déterminer les valeurs de Z et de X.

2.a- Calculer la valeur de masse associée à cette réaction nucléaire.

b- Calculer, en J puis en MeV, l'énergie libérée par la fission d'un noyau d'uranium 235.

3.a- Calculer l'énergie libérée par la fission de 5.00g d'uranium 235.

b- Calculer la masse de pétrole libérant, par combustion, la même énergie.

Données:

$m(^{235}U) = 234,99332u$; $m(^{94}Sr) = 93,89446u$; $m(^{140}Xe) = 139,89195u$;

$m\left(^{1}_{0}n\right) = 1,00866u$.

Pouvoir calorifique du pétrole: $42MJ.kg^{-1}$

$1MeV = 1,6022 \times 10^{-13}J$; $c = 2,9979 \times 10^{8}m.s^{-1}$

$N_A = 6,022 \times 10^{23}mol^{-1}$; $1u = 1,66054 \times 10^{-27}kg$.

Solution

1- Détermination des valeurs Z et x.

Les valeurs de x et Z doivent vérifier les lois de conservation:

$235 + 1 = 94 + 140 + x_0$ soit $x = 2$;

$92 = 38 + Z$, soit $Z = 54$.

L'équation s'écrit:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{94}_{38}Sr + ^{140}_{54}Xe + 2\,^{1}_{0}n$$

2.a- Calcul de Δm.

$|\Delta m| = |(^{235}U) + m_n - m(^{94}Sr) + m(^{140}Xe) - 2.m_n|$

A.N: $|\Delta m| = 0,19825u$.

b- Calcul de ΔE.

D'après la relation d'équivalence masse-énergie: $|\Delta E| = |\Delta m.c^2|$.

A.N.: En J.

$|\Delta E| = 0,19825 \times 1,66054 \times 10^{-27} \times (2,9979 \times 10^{8})^2$

$|\Delta E| = 2,9587 \times 10^{-11}J$

En MeV:

$$|\Delta E| = \frac{2,9587 \times 10^{-11}}{1,6022 \times 10^{-13}} = 184,66MeV$$

3.a- Calcul de E.

La masse molaire atomique de l'uranium 235 est voisine de $235g.mol^{-1}$.

Dans 5,00g d'uranium, la quantité de matière est:

$$n = \frac{5,00}{235} = 2,13 \times 10^{-2}mol.$$

Le nombre de noyaux est: $N = n.N_A$;

$N = 2,13 \times 10^{-2} \times 6,022 \times 10^{23}$, soit $1,28 \times 10^{22}$ atomes.

L'énergie libérée par la fission de 5,00g d'uranium 235 vaut: $E_T = N.|\Delta E|$

A.N.:

$E_T = 2,9587 \times 10^{-11} \times 1,28 \times 10^{22}$

$= 3,79 \times 10^{11}J$

b- Calcul de m.

La masse de pétrole nécessaire pour produire autant d'énergie serait égale à:

$$m = \frac{3,79 \times 10^{11}}{42 \times 10^{6}} = 9,0 \times 10^{3}kg$$

Soit 9 tonnes.

19 On considère la réaction nucléaire d'équation: ${}^{4}_{2}He + {}^{4}_{2}He \longrightarrow {}^{8}_{4}Be$.

1- De quel type de réaction s'agit-il?

2- Rappeler la définition de l'énergie de liaison.

3- Quelle est l'énergie nécessaire pour dissocier un noyau d'hélium en nucléons?

4- Quelle est l'énergie nécessaire pour former un noyau de béryllium?

5- Etablir le bilan énergétique de cette réaction.

6- Cette réaction s'accompagne-t-elle d'une libération ou d'une consommation d'énergie?

Données:

noyau	${}^{4}_{2}He$	${}^{8}_{4}Be$
énergie de liaison (MeV)	28,293	56,494

Solution

1- Type de réaction:
fusion nucléaire (réaction provoquée).

2- Définition de l'énergie de liaison.
C'est l'energie qu'il faut fournir à un noyau immobile pour le dissocier en ses nucléons immobiles

3- L'énergie nécessaire.
Pour dissocier un noyau de ${}^{4}_{2}He$:

$$E_\ell\left({}^{4}_{2}He\right) = 28,293MeV$$

4- L'énergie nécessaire Pour former un noyau de ${}^{B}_{4}Be$ est:

$$E_p\left({}^{B}_{4}Be\right) = 56,494\ MeV$$

5- Bilan énergétique:

$$\begin{aligned}\Delta E &= E_\ell(He) + E_\ell(He) - E_\ell(Be)\\ &= 2E_\ell(He) - E_\ell(Be)\\ &= 2(28,293) - 56,494\\ \Delta E &= +0,092MeV\end{aligned}$$

6- Energie de la réaction:
Au cours de la réaction, il y a une augmentation de la masse.
$\Delta m.c^2 = \Delta E > 0 \Longrightarrow \Delta m > 0$ donc il y a une transformation de l'énergie en masse = consommation d'énergie.

20 En 1937, Perrier et Segré obtiennent du technétium un des deux éléments de numéro atomique inférieur à 92 n'existant pas dans la nature) en bombardant des noyaux de molybdène par des deutons. L'un des isotopes obtenu est issu de la réaction nucléaire suivante:

$${}^{96}_{42}Mo + {}^{2}_{1}H \longrightarrow {}^{97}_{43}Tc + {}^{1}_{0}n$$

L'isotope radioactif ${}^{99}_{43}Tc$ du technétium et actuellement très utilisé en imagerie médicale. Injecté dans l'organisme par voie intraveineuse, il se fixe plus ou moins bien sur l'organe étudié suivant son état physiologique ou pathologique.

L'observation se fait alors par scintigraphie.

Le technétium 99 est obtenu dans des générateurs molybdène /technétium à partir de l'isotope $^{99}_{42}Mo$ du molybdène, radioactif β^- de temps de demi-vie égal à 2,8 jours.

1.a- Ecrire l'équation à la désintégration du molybdène 99 en technétium 99.

b- Rappeler la définition du temps de demi-vie. Pourquoi est-on contraint de produire le technétium directement sur son lieu d'utilisation?

2- Déterminer, en MeV, l'énergie libérée lors de la désintégration d'un noyau de molybdène 99.

Données: $n^{99}_{42}(M_o) = 98,88437u$; $n\left(^{99}_{43}T_c\right)m_{Tc} = 98,88235u$.

$m_e = 55.10^{-5}u$; masse de l'électron. $1u = 931,5MeV/c^2$; $c = 3,00.10^8 m.s^{-1}$.

Solution

1.a- Equation:

L'équation de la désintégration s'écrit:

$$^{99}_{42}Mo \longrightarrow {}^{99}_{43}Tc + {}^{0}_{-1}e$$

b- Demi-vie

- Le temps de demi-vie d'une espèce radioactive est la durée au bout de laquelle la moitié des noyaux radioactifs de cette espèce présents dans un échantillon de matière se sont désintégrés.
- Le temps de demi-vie du technétium 99, noyau qui n'existe pas à l'état naturel et qui est donc très instable, est trop faible pour autoriser un cycle production-transport- stockage délocalisé par rapport au lieu d'utilisation. En revanche, le temps de demi-vie du molybdène 99, de l'ordre de 3 jours, peut s'inscrire dans un cycle normal.

2- Calcul de ΔE.

- Soit l'équation de la désintégration d'un noyau de molybdène 99:

$$^{99}_{42}Mo \longrightarrow {}^{99}_{43}Tc + {}^{0}_{-1}e.$$

- La masse Δm au cours de cette désintégration est:

$$|\Delta m| = (m_{Tc} + m_e) - m_{Mo}$$

En utilisant les valeurs numériques, on obtient:

$|\Delta m| = 98,88437u - (98,88235 + 0,00055)$

Soit, $= 1,47.10^{-3}u$

- D'après la relation d'équivalence entre la masse et l'énergie,

$|\Delta E| = |\Delta m|c^2$, d'où: $\Delta E = 1,37\ MeV$.

21 Une centrale nucléaire de type REP (Réacteur à Eau ordinaire Pressurisée) utilise comme combustible du minerai d'uranium enrichi en uranium $^{235}_{92}U$.

1- L'uranium naturel est un mélange contenant 99,3% d'uranium $^{238}_{92}U$ et 0,7% d'uranium $^{235}_{92}U$. Que représentent les nombres 92 ; 235 et 238 dans les écritures

précédentes? Comment appelle-t-on ces atomes?

2- Un noyau d'uranium $^{235}_{92}U$ peut absorber un neutron. Dans l'une des réactions alors possibles, il y a apparition de deux nucléides radioactifs: $^{144}_{56}Ba$ et $^{89}_{36}Kr$. Ecrire l'équation de cette réaction. S'agit-il d'une fission ou d'une fusion nucléaire? Justifier la réponse.

3- Au cours de la réaction précédente, chaque noyau d'uranium 235 libère en moyenne une énergie de 200 MeV. Le rendement énergétique d'une centrale nucléaire se définit comme la fraction de l'énergie libérée par les réaction nucléaires convertie en énergie électrique. Une «tranche» de la centrale nucléaire (de type REP) fournit une puissance électrique de 920 MW avec un rendement de 30%. Calculer, en kilogramme, la consommation journalière d'uranium 235 dans cette centrale.

Données: - Masse d'un noyau d'uranium 235: 235u ; unitè de masse atomique:

$$1u = 1,66.10^{-27}kg$$

- Charge élémentaire: $e = 1,602.10^{-19}C$.

Solution

1- Isotopes.

Dans les écritures $^{235}_{92}U$ et $^{238}_{92}U$:

- Le nombre 92 est le numéro atomique de l'élément uranium: le noyau d'uranium contient 92 protons.
- Le nombre 235 est le nombre de masse du noyau $^{235}_{92}U$, c'est-à-dire le nombre de nucléons (protons+neutrons) contenus dans ce noyau.
- Le nombre 238 est le nombre de masse du noyau $^{238}_{92}U$, c'est-à-dire le nombre de nucléons (protons+neutrons) contenus dans ce noyau.

L'uranium 235 et l'uranium 238 sont deux isotopes de l'uranium naturel.

2- La réaction proposée par l'énoncé s'écrit:

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{144}_{56}Ba + ^{89}_{36}Kr + ^{A}_{Z}X$$

En appliquant les lois de conservations, on obtient:

$235 + 1 = 144 + 89 + A$, d'où: $A = 3$.

$0 + 92 = 56 + 36 + Z$, d'où: $Z = 0$.

Le nucléide $^{A}_{Z}X = ^{3}_{0}X$ représente donc 3 neutrons: $3.^{1}_{0}n$

$$^{235}_{92}U + ^{1}_{0}n \longrightarrow ^{144}_{56}Ba + ^{89}_{36}Kr + 3^{1}_{0}n.$$

Il s'agit d'une réaction de fission nucléaire: le noyau d'uranium se fractionne en deux noyaux plus légers et libère trois neutrons.

3- Calcul de la masse l'énergie électrique:

$$W_{eL} = P_{el}.\Delta t = 920.10^{6} \times (3600 \times 24)$$
$$= 7,95.10^{13}J$$

L'énergie W_u libérée par les réactions nucléaires en une journée est donc:

$$W_U = \frac{W_{el}}{0,3} = \frac{7,95.10^{13}}{0,3} = 2,56.10^{14} J$$

• Calculons l'énergie W_1 fournie par un kilogramme d'uranium 235, sachant qu'un noyau fournit en moyenne une énergie de 200 MeV:

$$W_1 = \frac{200 \times 1}{235 \times 1,60.10^{-27}} = 5,13.10^{26} MeV.kg^{-1}$$

Soit: $W_1 = 5,13.10^{26} \times 1,602.10^{-13}$

$$= 8,21.10^{13} J.kg^{-1}$$

La centrale consomme donc, en une journée la masse:

$$m = \frac{W_U}{W_1} = \frac{2,65.10^{14}}{8,21.10^{13}} = 3,23kg$$

d'uranium 235.

22 Datation par le carbone 14.

Toutes les plantes absorbent le carbone C qui se trouve dans l'atmosphère (^{12}C et ^{14}C) à travers le dioxyde de carbone de telle sorte que le rapport du nombre $N(^{14}C)_0$ des noyaux de carbone 14 à celui des noyaux du carbone $N(C)_0$ dans les plantes reste constant durant leur vie: $\frac{N(^{14}C)_0}{N(C)_0} = 1,2.10^{-12}$.

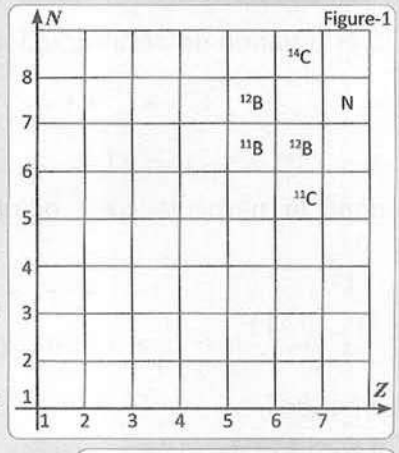
A partir de l'instant où la plante meurt, ce rapport commence à diminuer à cause de la désintégration du carbone 14 qui est un isotope radioactif.

Données:

- Demi-vie du carbone 14: $t_{\frac{1}{2}} = 5730$ ans;
- Masse molaire du carbone: $M(C) = 12,0 g.mol^{-1}$;
- Constante d'Avogadro:

$N_A = 6,02.10^{23} mol^{-1}$; $1an = 3,15.10^7 s$.

- Le noyau du carbone 14 est radioactif β^-, sa désintégration donne un noyau $^{A}_{Z}Y$.

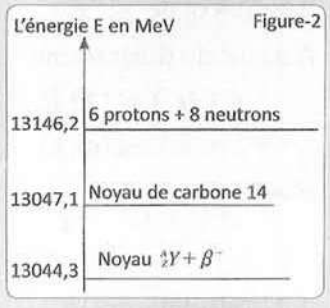


1- La figure (1) donne une partie du diagramme de segré (Z,N).

1.1- Ecrire l'équation de la transformation nucléaire du carbone 14 en déterminant le noyau fils $^{A}_{Z}Y$.

1.2- La désintégration du noyau du carbone $^{11}_{6}C$ donne un noyau de bore $^{A'}_{Z'}B$.

Ecrire l'équation de cette transformation nucléaire en déterminant A' et Z'.



2- A l'aide du diagramme énergétique représenté dans la figure (2):

2.1- Trouver l'énergie de liaison par nucléon du noyau de carbone 14.

2.2- Trouver la valeur absolue de l'énergie produite par la désintégration d'un noyau du carbone 14.

3- On veut déterminer l'âge d'un morceau de bois très ancien, pour cela on y prélève

à un instant un échantillon de masse $m = 0,295g$, on trouve que cet échantillon donne 1,40 désintégration par minute. On considère que ces désintégrations proviennent uniquement du carbone 14 qui se trouve dans l'éachantillon étudié.
On prélève d'un arbre vivant un morceau de même masse que l'échantillon précédent $m = 0,295g$, on trouve que le pourcentage massique du carbone dans ce morceau est 51,2%.
3.1- Calculer le nombre de noyaux du carbone C et le nombre de noyaux du carbone 14 dans le morceau qui a été prélevé de l'arbre vivant.
3.2- Déterminer l'âge du morceau de bois ancien.

Solution

1.1- Equation de désintégration ^{14}C.

$$^{14}_{6}C \longrightarrow {}^{A}_{Z}Y + {}^{0}_{-1}e(\beta^-)$$

avec: $A = 14$ et $Z = 7$.

donc: ${}^{A}_{Z}Y \equiv {}^{14}_{7}N$

1.2- Equation de désintégration de ^{11}C.

$$^{11}_{6}C \longrightarrow {}^{A'}_{Z'}B + {}^{0}_{+1}e$$

Avec: $Z' = 5\,;\, A' = 11$

donc le particule n'est qu'un positon ${}^{0}_{+1}e$.

${}^{11}_{6}C \longrightarrow {}^{11}_{5}B + {}^{0}_{+1}e$ (désintégration de type β^+).

2.1- Calcul de $\mathscr{E}(^{14}C)$. $\mathscr{E}(^{14}C) = \dfrac{E_\ell(^{14}C)}{14}$

A partir du diagramme:

$$E_\ell(^{14}C) = 131463 - 13047,1$$
$$= 99,1MeV$$

Donc: $\mathscr{E}(^{14}C) = \dfrac{99,1}{14}$

$$= 7,07MeV/nucléon$$

2.2- Calcul de ΔE:

d'après le diagramme:

$$|\Delta E| = |13044,3 - 13047,1|$$
$$|\Delta E| = 2,8MeV$$

3.1- Calcul de $N(C)_0$ et $N(^{14}C)$:

On a: $n(C) = \dfrac{m(C)}{M(C)} = \dfrac{N(C)_0}{N_A}$

Donc: $N(C)_0 = \dfrac{m(C)}{M(C)} \times N_A$

$$N(C)_0 = \frac{51,2}{100} \times \frac{0,295}{12} \times 6,02 \times 10^{23}$$
$$N(C)_0 = 7,5 \times 10^{21} noyaux$$

On a: $\dfrac{N(^{14}C)_0}{N(C)_0} = 1,2.10^{-12}$

$$N(^{14}C)_0 = 1,2.10^{-12} \times N(C)$$
$$= 1,2 \times 10^{-12} \times 7,5 \times 10^{21}$$
$$N(^{14}C)_0 = 9.10^9 noyaux$$

3.2- L'âge du bois:

On a: $a(t) = a_0 e^{-\lambda t}$

Donc: $t = \dfrac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \ln\left(\dfrac{a_0}{a_{(t)}}\right)$

avec: $a(t) = \dfrac{1,40}{60} Bq$ et $a_0 = \lambda N(^{14}C)_0$

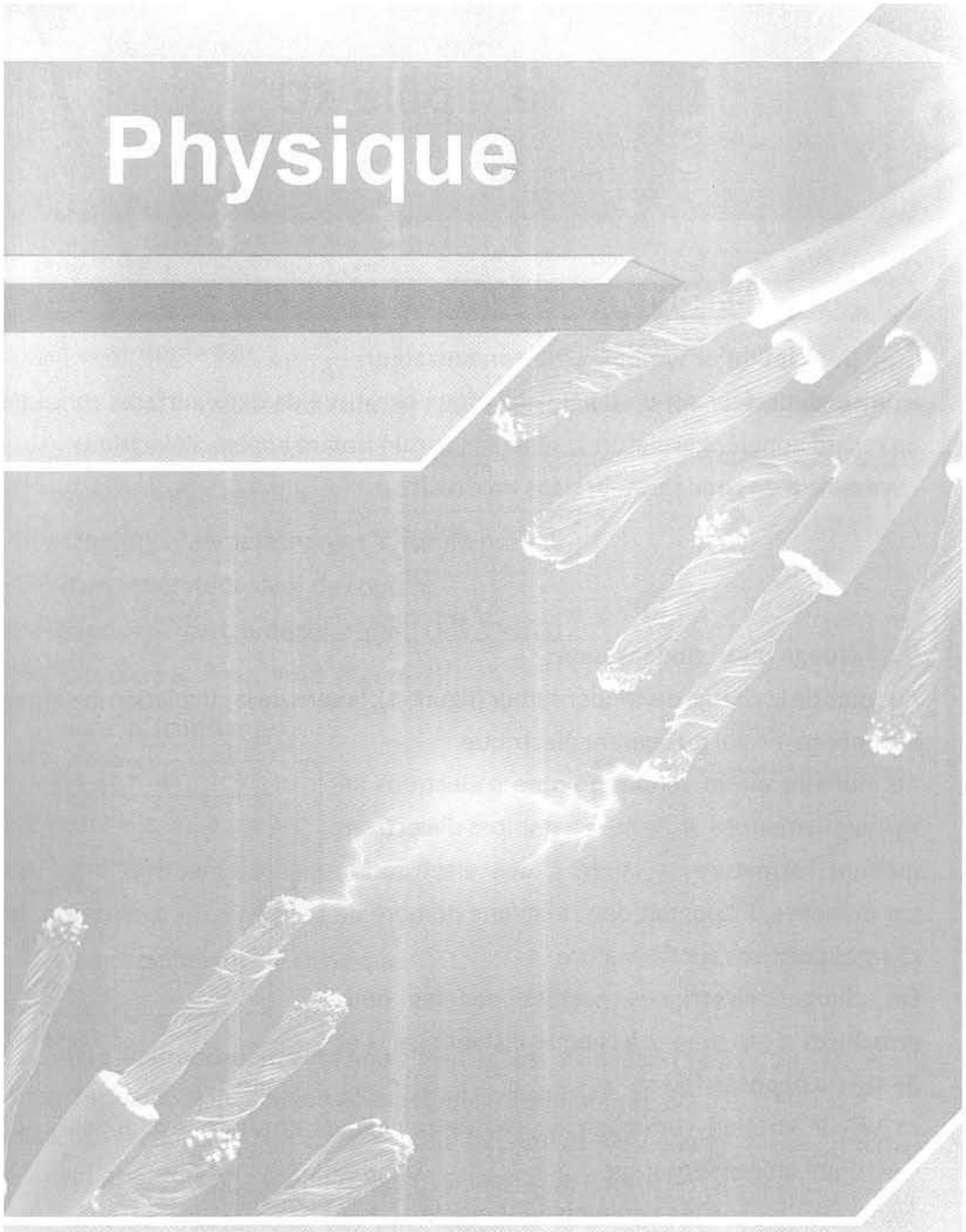
Donc: $t = \dfrac{t_{\frac{1}{2}}}{\ln 2} \ln\left(\dfrac{a_0}{\frac{\ln 2}{t_{\frac{1}{2}}}.N(^{14}C)_0}\right)$

A.N.:

$$t = \frac{5730}{\ln 2} \ln\left(\frac{\frac{1,40}{60}}{\frac{\ln 2}{5730 \times 3,15.10^7}.9,10^9}\right)$$

$$t \simeq 5581 ans$$

Physique



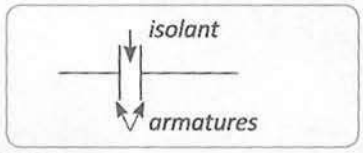
ELECTRICITE

6 Le dipôle RC

I- Le condensateur:

1 Description et symbole d'un condensateur:

- Un condensateur est un dipôle électrique constitué de deux surfaces conductrices en regard appelées armatures, séparées par un isolant appelé diélectrique.
- Symbole d'un condensateur dans un circuit:



2 Charge d'un condensateur:

Au cours de la charge du condensateur (figure-1), le sens de la circulation des électrons est opposé à celui du courant électrique.

Au moment où un certain nombre d'électrons arrive sur l'armature B, le même nombre d'électrons quittent l'armature A, suite à une électrisation par influence. Il apparaît donc le même nombre de charges positives sur l'armature A.

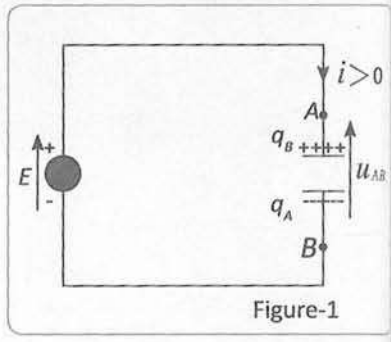


Figure-1

Les charges électriques portées par les deux armatures A et B sont à chaque instant égales et de signes opposés $(q_A = -q_B)$.

La valeur absolue commune de ces deux charges notée q est appelée charge électrique du condensateur.

$|q_A| = |q_B| = q$; q en coulomb de symbole (C).

Remarque:

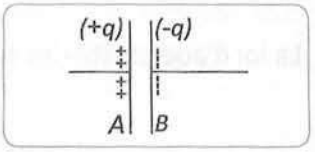
La charge q est liée au nombre N de charges élémentaires accumulées par chaque électrode.

Si par exemple $q = 6,4.10^{3}C$, alors; le nombre N est:

$$N = \frac{q}{e} = \frac{6,4.10^{3}}{1,6.10^{-19}} = 3,2.10^{22} charges$$

3 Relation charge-intensité de courant:

Le courant électrique représente le débit de circulation des charges électriques. Si à une date t, l'armature A accumule la charge q; à la date $(t+\Delta t)$ elle accumulera la charge $(q+\Delta q)$.



Pendant la durée Δt, sa charge varie de Δq et l'intensité moyenne du courant pendant cette durée est: $I = \dfrac{\Delta q}{\Delta t}$.

Lorsque $\Delta t \to 0$; l'intensité du courant tend vers une valeur limite appelée intensité instantanée du courant et définie par: $i = \dfrac{dq}{dt}$.

4 Relation charge-tension:

L'étude expérimentale de la charge d'un condensateur à l'aide d'un générateur idéal de courant.

figure-(2) nous permet de déduire que: (1): $u_{AB} = f(t)$ est linéaire, alors $u_C = u_{AB} = a.t$ (figure-3).

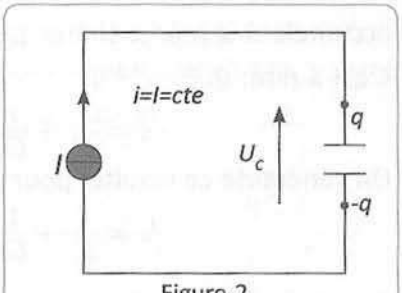


Figure-2

Or, $\dfrac{dq}{dt} = i = I_0$ (constante)

Alors, $q = I.t + cte$

condition initiale de: q à $t = 0$, $q = 0$, car le condensateur est initialement déchargé, donc: $cte = 0$.

D'où la relation $q = I.t$ (2).

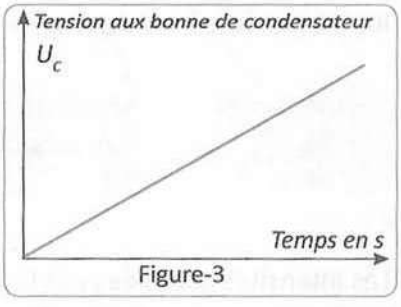


Figure-3

On déduit en combinant (1) et (2) que:

$\dfrac{q}{I} = \dfrac{u_C}{a}$, alors: $q = \dfrac{I}{a}.u_C = cte.u_C$

La constante de proportionnalité entre q et u_C est caractéristique du condensateur. On l'appelle: capacité du condensateur et elle est symbolisée par C. $q = C.u_C$

La valeur de la capacité d'un condensateur dépend de ses caractéristiques internes: surface des armatures, la distance qui les sépare et la nature de l'isolant.

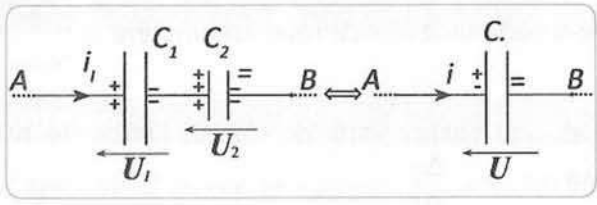
Dans le système international des unités, l'unité de la capacité C est le farad de symbole (F).

$1F = \dfrac{1C}{V}$ ← Coulomb, ← Volt

5 Association de condensateurs:

5.1- Association en série:

La loi d'addictivité des tensions permet d'écrire:



$u = u_1 + u_2$, c'est-à-dire: $\frac{q}{C} = \frac{q_1}{C_1} + \frac{q_2}{C_2}$

Les trois condensateurs sont traversés par le même courant et par conséquent, ils accumulent la même charge pendant la même durée.

C'est-à-dire: $q_1 = q_2 = q$

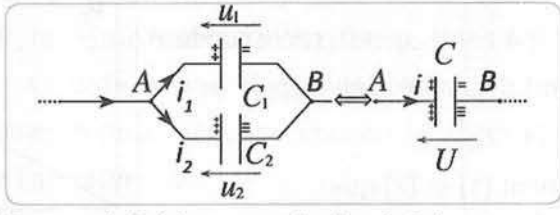
$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

On généralise ce résultat pour plusieurs condensateurs et on écrit:

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} + \frac{1}{C_3} + ... = \sum_i \frac{1}{C_i}$$

5.2- Association en parallèle:

Ici, les tensions sont égales: $u_1 = u_2 = u$.



Les intensités sont liées par la loi des noeuds: $i = i_1 + i_2$

les charges accumulées par les trois condensateurs obéissent donc à la même relation:

$q = q_1 + q_2$ ou encore: $CU = C_1U_1 + C_2U_2$.

Puisque $U = U_1 = U_2$, on déduit que: $C = C_1 + C_2$

généralisation: $C = \sum_i C_i$.

Exercice d'application 1

On considère deux condensateurs de capacités respectives:

$C_1 = 200\mu F$ et $C_2 = 300\mu F$.

1- Quelle est la capacité du condensateur équivalent lorsque ces deux condensateurs sont montés en parallèle puis en série?

2- En déduire l'intérêt de chaque association.

Solution

1- Capacité équivalente:

- Montage parallèle: $C = C_1 + C_2 = 500\mu F$.

- Montage série: $\frac{1}{C_e} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2} \Rightarrow C_e = \frac{C_1 C_2}{C_1 + C_2}$ $C' = \frac{200.300}{200+300} = 120\mu F$

2- Intérêt:

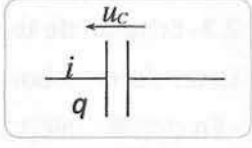
- L'association série permet de diminuer la capacité de le condensateur dans un circuit.

- L'association parallèle permet d'augmenter la capacité, car: $C' < C_1$ et $C' < C_2$.

6 Energie emmagasinée par un condensateur:

La puisssance électrique instantée échangée par un dipôle et le circuit est: $p = u.i$.

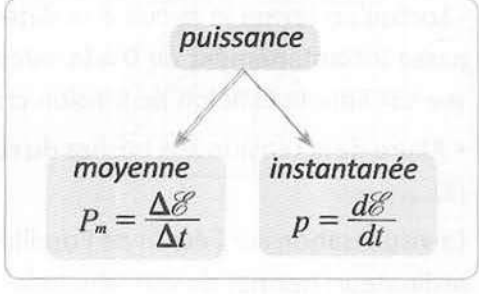
Dans le cas où ce dipôle est un condensateur, on a: $u = u_C$ et $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$



Alors: $p = u_C.C.\frac{du_C}{dt} = C.u_C.\frac{du_C}{dt}$

D'autre part, la puissance électrique instantanée est liée à l'énergie électrique ξ_e par la relation: $p = \frac{d\xi_e}{dt}$

On a alors: $\frac{d\xi_e}{dt} = C.u_C.\frac{du_C}{dt}$



D'où l'expression:

$$(J) \rightarrow \quad \xi_e = \frac{1}{2} C.u_C^2 \quad \leftarrow (V)$$
$$\uparrow$$
$$(F)$$

On peut aussi l'exprimer en fonction de la charge q. $\xi_e = \frac{1}{2}.C\left(\frac{q}{C}\right)^2 = \frac{1}{2C}q^2$.

Notons que cette énergie varie dans le temps au cours de la charge ou de la décharge du condensateur:

Exercice d'application 2

Un condensateur de capacité $C = 47\mu F$ stocke au cours de sa charge une énergie de $15,84mJ$ à une date t.

Quelle est à cette date la tension aux bornes de ses armatures?

Solution

On a: $\xi_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$ alors: $u_C = \sqrt{\frac{2\xi_e}{C}}$ $(u_C > 0)$

$$u_C = \sqrt{2.\frac{15,84.10^{-3}}{220.10^{-6}}} = 12V$$

II- Le dipôle RC :

1 Réponse du dipôle RC à un échelon de tension croissante:

2.1- Définition du dipôle RC :

On appelle dipôle RC, le dipôle obtenu par l'association en série d'un condensateur de capacité C et d'un conducteur ohmique de résistance R. figure (1)

2.2- Echelon de tension croissante:

La tension aux bornes du dipôle RC est u_{DB} figure (2).

- En circuit ouvert, on a: $u_{DB} = 0$.

- Lorsqu'on ferme le circuit à la date $t = 0$, la tension u_{DB} passe instantanément de 0 à la valeur E, ce saut subi par u_{DB} est appelé échelon de tension croissante figure (2).

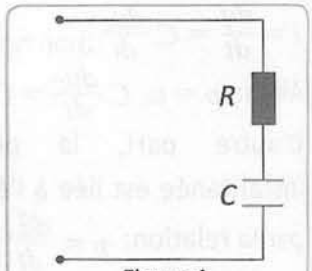


Figure-1

• Allure de la tension aux bornes du condensateur: La figure (3).

La visualisation sur l'écran de l'oscilloscope (ou ordinateur) permet de voir l'évolution des deux tensions: $u_{DB} = E$ aux bornes du dipôle RC et $u_{DA} = u_C$ aux bornes du condensateur figure (4).

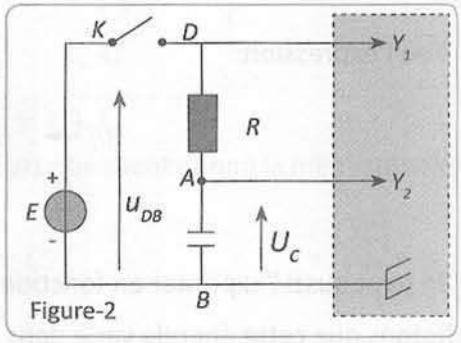


Figure-2

• Allure de la tension au borne du résistor:

En utilisant la loi d'additivité des tensions, on a: $u_{DB} = u_{DA} + u_{AB}$.

C'est-à-dire: $E = u_R + u_C$ d'où: $u_R = E - u_C$ ou encore: $u_R(t) = E - u_C(t)$.

Or, $u_R = Ri$ (loi d'ohm).

$u_C(t)$ est croissante de 0 à E, donc $u_R(t)$ est décroisssante de E à 0.

L'intensité $i(t) = \frac{1}{R}u_R(t)$ a une allure semblable à celle de $u_R(t)$.

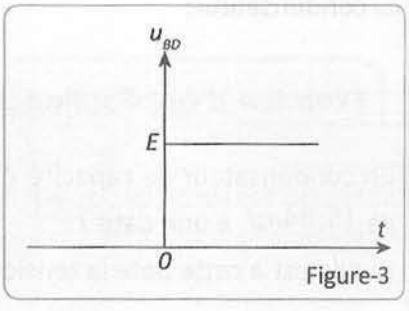


Figure-3

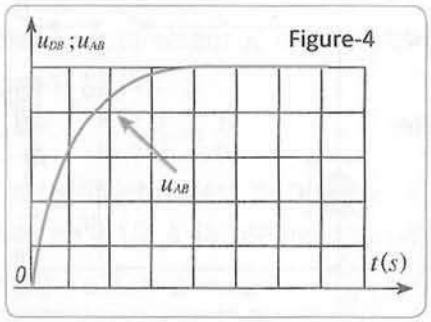


Figure-4

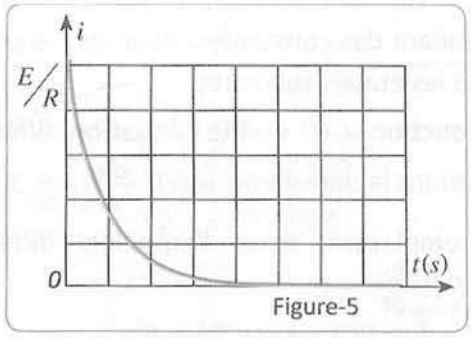


Figure-5

Remarque:

l'allure de $u_R(t)$ peut être visualisée à l'aide de l'oscilloscope.

2.1.3- Influence de R et C : (fig-6)

Les paramètres R et C agissent de la même façon sur l'évolution de $u_C(t)$.

Courbe (a) obtenue à: $C = 0,5\mu F$ et $R = 300\Omega$.

Courbe (b) obtenue avec: $C = 0,1\mu F$ et $R = 300\Omega$.

Courbe (c) obtenue avec: $C = 0,1\mu F$ et $R = 100\Omega$

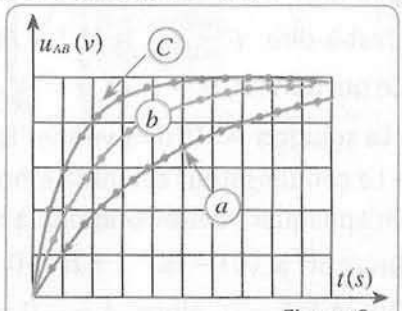


Figure-6

2.2- Etude théorique de la charge d'un condensateur:

2.2.1- Equation différentielle vérifiée par u_C.

La loi d'additivité des tensions permet d'écrire:

$$u_{DA} + u_{AB} = u_{DB} = E$$

$$u_C + u_R = E$$

On applique la loi d'ohm au conducteur ohmique, $u_R = R.i$.

On a alors: $u_C + Ri = E$ (1)

Exprimons l'intensité du courant en tenant compte de la convention du sens conventionnel choisi:

On a: $i = \frac{dq}{dt}$, or: $q = C.u_C$,

alors: $i = \frac{d(C.u_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

En revenant à la relation (1), on a donc:

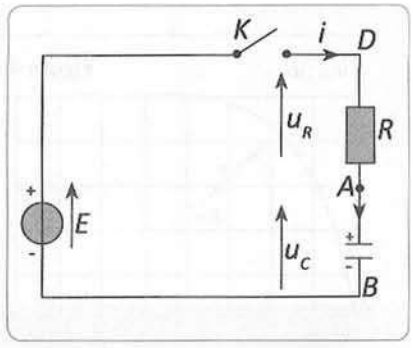
$$u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = E$$

- Cette expression est appelée équation différentielle Les constantes R, C et E représentent les paramètres du circuit étudié.

2.2.2- Solution de l'équation différentielle:

On montre en mathématiques que la solution de cette équation différentielle est:

$u_C(t) = A.e^{-\alpha t} + B$, où A, B et α des constantes dépendant des constantes. Pour les déterminer on utilise les étapes suivantes:



- La fonction $u_C(t)$ vérifie l'équation différentielle:

Exprimons la dérivée de $u_C(t)$: $\frac{du_C}{dt} = -A.\alpha.e^{-\alpha t}$.

En remplaçant dans l'équation différentielle: $u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = E$

$Ae^{-\alpha t} + B + RC(-A.\alpha.e^{-\alpha t}) = E$;

$Ae^{-\alpha t}(1 - RC.\alpha) = E - B$

Les termes deux $(1 - RC.\alpha)$ et $(E - B)$ sont constants, alors que le terme $(e^{-\alpha t})$ est variable.

L'égalité dans cette expression ne peut être vérifiée que si ces deux termes constants sont nuls.

C'est-à-dire: $E - B = 0$ et $1 - RC.\alpha = 0$

Ce qui donne: $B = E$ et $\alpha = \frac{1}{RC}$.

- La solution $u_C(t)$ doit vérifier les conditions initiales du circuit:

• Le condensateur est initialement non chargé, alors: $u_C(0) = 0$

En appliquant cette condition à l'expression de $u_C(t)$,

On écrit: $u_C(0) = A.e^{-\alpha t} + B = 0$

Ou: $A + B = 0$, alors: $A = -B = -E$

D'où: $u_C(t) = -Ae^{-\alpha t} + B = -Ee^{-\alpha t} + E = E(1 - e^{-\alpha t})$

- En résumé, la tension $u_C(t)$ s'exprime comme suit:

$u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{RC}})$

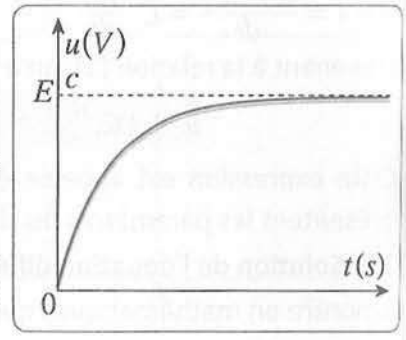
Signalons que la tension augmente beaucoup plus vite au début de la charge, puis, plus lentement avant d'atteindre une valeur limite: $u_C(\infty) = E$.

2.2.3- Constante de temps du dipôle RC:

• Définition: On appelle constante de temps d'un dipôle RC, la durée $\tau = R.C$.

• Vérification de sa dimension.

$$[\tau] = [R][C] = \frac{[U]}{[I]} \cdot \frac{[q]}{[U]} = \frac{[I][\Delta t]}{[I]} = [\Delta t]$$



• Détermination graphique de la valeur τ:

1ère méthode: utilisation de la tangente à la date $t = 0$.

La tangente à la courbe de $u_C(t)$ à la date $t = 0$, coupe l'asymptote horizontale $(u_C = E)$ au point M

d'abscisse t_M.

Le coefficient directeur K de cette tangente a pour expression fig (1).

$$K = \frac{du_C}{dt} = \frac{E-0}{t_M - 0} = \frac{E}{t_M}$$

Or, ce coefficient n'est autre que la valeur de la dérivée de $u_C(t)$ à la même date $t = 0$ En effet,

$$u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} \rightarrow \frac{du_C}{dt} = \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

A $t = 0$, on a: $\left(\frac{du_C}{dt}\right)_0 = \frac{E}{\tau}e^{-0} = \frac{E}{\tau}$

Identifions donc les deux valeurs de K:

$K = \frac{E}{t_M} = \frac{E}{\tau}$, d'où: $t_M = \tau$.

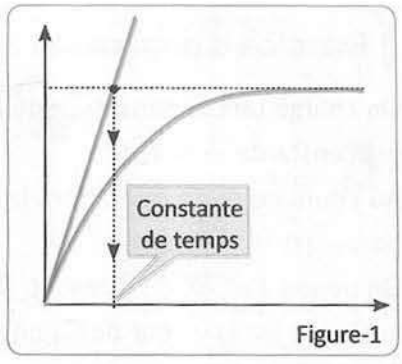


Figure-1

Deuxième méthode: utilisation de la courbe de $u_C(t)$ à la date $t = \tau$,

$u_C(\tau) = E(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$ sur la figure on lit la valeur τ abscisse correspondant à $u_C = 0,63E$.

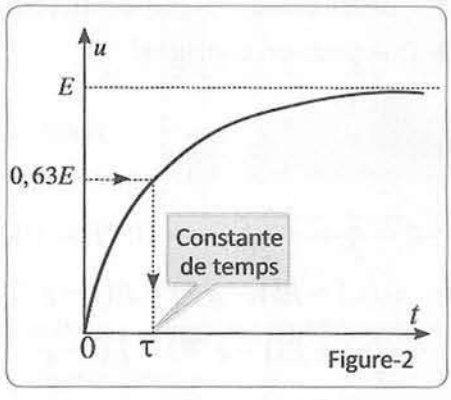
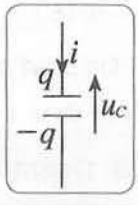


Figure-2

2.2.4- Nature du courant électrique:

D'après la convention choisie, on a: $i = \frac{dq}{dt}$ et avec $q = C.u_C$, on obtient:

$i = C.\frac{du_C}{dt}$.



Or: $u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$, alors: $\frac{du_C}{dt} = \frac{E}{C}e^{-\frac{t}{\tau}}$;

Donc: $i = \frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

Soit, en tenant compte de l'expression de la constante de temps, $i = \frac{CE}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

La constante de temps $\tau = RC$ de ce circuit peut être également tirée en exploitant la grandeur $i(t)$:

- Soit en utilisant la tangente à $(t = 0)$.
- Soit en utilisant l'expression de $i(t)$.

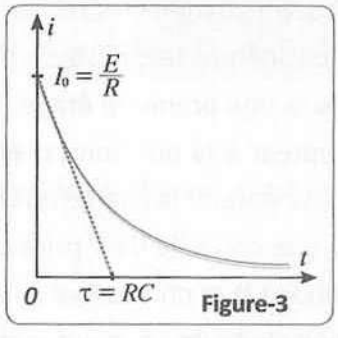


Figure-3

$i(t = \tau) = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = 0,37I_0$.

Remarque:

On peut montrer que l'intensité $i(t)$ vérifie l'équation différentielle $i + RC\frac{di}{dt} = 0$.

Exercice d'application 3

On charge un condensateur de capacité C à l'aide d'un générateur dont la tension est constante $E = 12V$.

Au cours de cette opération, la tension u_C aux bornes du condensateur s'exprime par: $u_C(t) = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

On donne $\tau = RC = 20ms$ et $R = 200\Omega$.

1- Quelle est la valeur de C ; en (F) et en (μF) ?

2- Quelles valeurs prend u_C aux dates suivantes $t_1 = \tau$; $t_2 = 2\tau$ et $t_3 = 5\tau$?

3- Que peut-on conclure?

Solution

1- $C = \frac{\tau}{R} = \frac{20.10^{-3}}{200} = 10^{-4}F = 100\mu F$.

2- $u_C(t_1) = E(1 - e^{-\frac{\tau}{\tau}}) = E(1 - e^{-1}) = 0,63E$

$u_C(t_2) = E(1 - e^{-\frac{2\tau}{\tau}}) = E(1 - e^{-2}) = 0,56E$

$u_C(t_3) = E(1 - e^{-5}) = 0,993E \simeq E$

3- On peut conclure que le condensateur est pratiquement totalement chargé à partir de la date $t = 5\tau$.

2.3- Circuit RC soumis à un échelon de tension décroissante:

2.3.1- Equation différentielle vérifiée par la tension u_C :

Considérons le montage de la figure ci-contre.

Dans une première étape, réalisons la charge du condensateur en basculant l'interrupteur à la position (1) et gardons ce circuit de charge fermé quelques secondes pour obtenir la charge quasi totale du condensateur $(u_C = E)$.

A une nouvelle date prise comme origine des temps $(t = 0)$, on bascule K à la position (2) et on observe à l'aide du voltmètre ou oscilloscope que la tension u_C subit une chute de sa valeur initiale E, à une valeur nulle. On dit que le condensateur se décharge à travers le conducteur ohmique équivalent au circuit (2) et de résistance équivalente $(R = r_0 + r)$.

- On représente le circuit de cette décharge et on garde le même sens conventionnel du courant utilisé dans le circuit de charge (cirduit 1).

Dans ce cas, la loi d'additivité des tensions permet d'écrire, $u_C + u_{r_0} + u_r = 0$

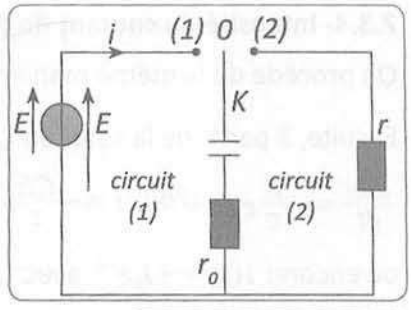
C'est-à-dire: $u_C + r_0 i + ri = 0$

ou encore: $u_C + Ri = 0$

En utilisant les expressions $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.u_C$.

Il vient, $i = \frac{d}{dt}(C.du_C) = C.\frac{du_C}{dt}$.

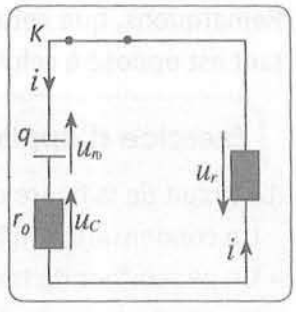
Alors: $u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = 0$



2.3.2- Solution de l'équation différentielle et expression de la tension $u_C(t)$.

La solution de l'équation différentielle obtenue se présente souvent sous la forme:

$u_C(t) = Ae^{-\alpha t}$ ou $u_C(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$



- Exprimons α et τ en fonction des paramètres du circuit.

Remplaçons l'expression de $u_C(t)$ et de sa dérivée dans l'équation différentielle:

$Ae^{-\alpha t} + RC(-\alpha A)e^{-\alpha t} = 0$; $Ae^{-\alpha t}[1 - RC.\alpha] = 0$

Pour que cette expression s'annule à n'importe quelle date t, avec un terme constant et non nul qui est: $(e^{-\alpha t})$, il faut que: $1 - RC\alpha = 0$, c'est-à-dire:

$$\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$$

$\tau = RC$: constante de temps du circuit de décharge du condensateur.

Remarque:

le circuit de décharge et le circuit de charge peuvent avoir des constantes de temps différentes, lorsqu'ils ne contiennet pas les mêmes conducteurs ohmiques.

- **Expression de la constante A :**

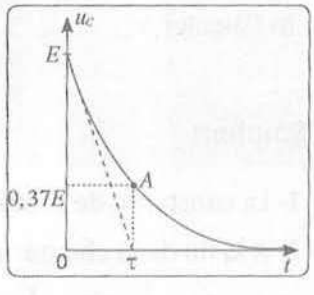
Utilisons la condition initiale de décharge:

En effet, à $t = 0$, le condensateur est totalement chargé sous la tension E. C'est-à-dire $u_C(t = 0) = E$.

En prenant la solution $u_C(t)$ à la date $t = 0$, on a:

$u_C(0) = Ae^0 = A$.

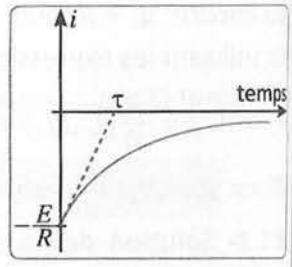
On a: $A = E$ et $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$.



- La détermination graphique de τ se fait de la même manière que dans le cas de la charge:
- Soit à partir de la tangente à la courbe de $u_C(t)$ à $t = 0$.
- Soit en exploitant directement cette courbe à la date $t = \tau$, date à laquelle:

$u_C = Ee^{-\frac{t}{\tau}} = Ee^{-1} \simeq 0,37E$.

2.3.4- Intensité du courant de décharge.



On procède de la même manière, $i = \frac{dq}{dt} = c.\frac{du_c}{dt}$

Ensuite, à partir de la solution $u_c = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$, on a:

$\frac{du_c}{dt} = -\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$, d'où: $i = -\frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

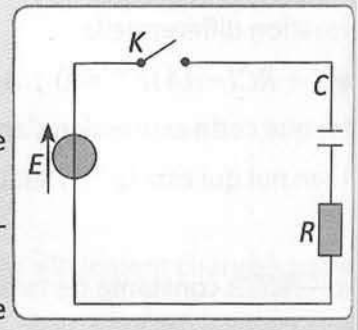
ou encore: $i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ avec: $I_0 = \frac{E}{R}$.

Remarquons, que cette intensité est négative, ce qui signifie que le sens de ce courant est opposé à celui obtenu au cours de la charge.

Exercice d'application 4

Le circuit de la figure ci-contre comprend:

- Un condensateur initialement non chargé, de capacité $C = 250\mu F$.
- Un générateur de tension constante: $E = 20V$.
- Un conducteur ohmique de résistance: $R = 8K\Omega$.
- Un interrupteur K.



1- Quelle est la valeur de la constante de temps de ce circuit?

2- Quelle est en mJ, l'énergie maximale que peut stocker le condensateur dans ce circuit?

3- La tension aux bornes du condensateur, à une date t au cours de la charge du condensateur a pour expression: $u_c = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$.

3.1- Exprimer l'énergie emmagasinée par le condensateur à la date $t_1 = \tau$, en fonction de $\xi_{e_{max}}$. Calculer cette énergie.

3.2- on considère la date t_2 à laquelle le condensateur stocke 50% de son énergie maximale?

a- Exprimer t_2 en fonction de τ.

b- Calculer τ_2.

Solution

1- La constante de temps du circuit RC est: $\tau = R.C = 8.10^3.250.10^{-6} = 2s$

2- A la fin de la charge: $u_c = u_{c_{max}} = E$

alors, $\xi_e = \frac{1}{2}CE^2 = \frac{1}{2}.250.10^{-6}(20)^2 = 5.10^{-3}J = 5mJ$

3.1- A la date $t = \tau$ on a, $u_c = E(1 - e^{-1})$

alors, $\xi_e = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}.C.E^2(1-e^{-1})^2 = \frac{1}{2}.250.10^{-6}.(20)^2(1-e^{-1})^2$

$\simeq 2.10^{-3}J = 2mJ$

3.2- On a: $\xi_e = 50\%.\xi_{e_{max}}$

On peut écrire: $\frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}.\xi_{e_{max}} = \frac{1}{2}.\frac{1}{2}CE^2$

D'où: $u_C^2 = \frac{1}{2}E^2$, ce qui donne: $u_C = \pm\frac{E}{\sqrt{2}}$

Or: u_C est positive, donc: $u_C = \frac{E}{\sqrt{2}}$

En revenant à l'expression de u_C en fonction de temps:

On a: $u_C = E(1-e^{-\frac{t_2}{\tau}}) = \frac{E}{\sqrt{2}}$

ou encore: $1-e^{-\frac{t_2}{\tau}} = \frac{1}{\sqrt{2}}$

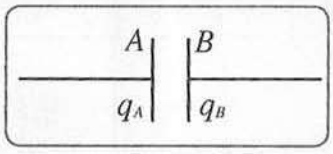
Ce qui donne: $e^{-\frac{t_2}{\tau}} = 1-\frac{1}{\sqrt{2}}$

D'où: $t_2 = -\tau Ln\left(1-\frac{1}{\sqrt{2}}\right) = 1,228\tau = 2,45s$.

Bilan du cours

Le condensateur:

- Un condensateur est constitué de deux surfaces conductrices en regard, appelées armatures. Celles-ci sont séparées par un isolant appelé diélectrique.

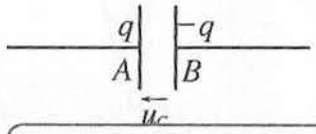


- Les charges électriques portées par les armatures sont de signes opposés et de même valeur absolue, commune appelée charge du condensateur noté q.

- **Relation charge-tension:**

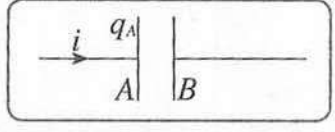
$$q = C.u_C$$

(C) (F) (V)

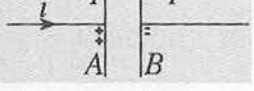


- **Relation charge-intensité:**

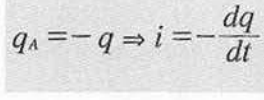
$$i = \frac{dq_A}{dt}$$



$q_A = q \Rightarrow i = \frac{dq}{dt}$



$q_A = -q \Rightarrow i = -\frac{dq}{dt}$



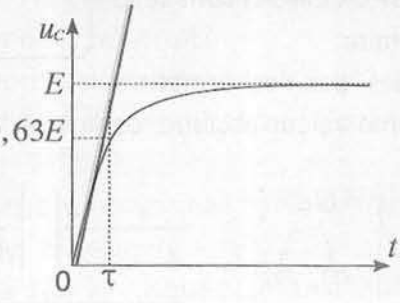
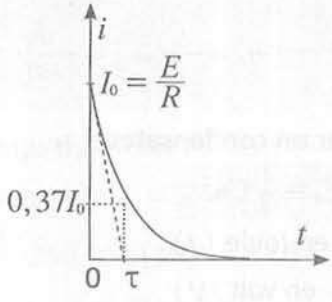
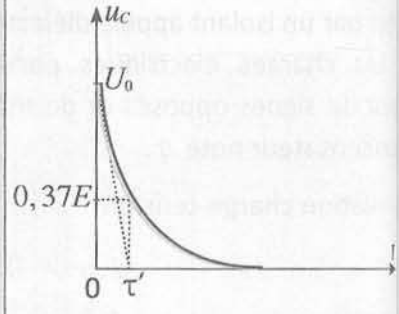
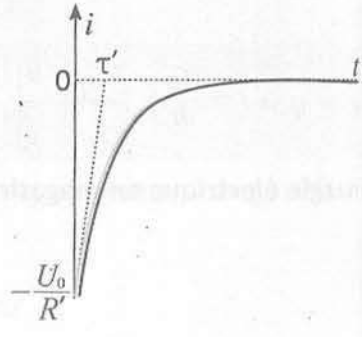
- **Energie électrique emmagasinée par un condensateur:**

$$\xi_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$$

ξ_e en Joule (J)

U_C en volt (V)

C en Farad (F)

	Charge du condensateur	Décharge du condensateur
Equations différentielles	$u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = E$ $i + RC\frac{di}{dt} = 0$	$u_C + R'C.\frac{du_C}{dt} = 0$ $i + R'C.\frac{di}{dt} = 0$
Solutions des équations différentielles	$u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ $i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$	$u_C = u_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$ $i = -\frac{u_0}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$
Constante de temps	$\tau = R.C$	$\tau' = R'.C$
Allure des courbes	 	 

1 Trouver les mots manquants:

a- Le courant électrique dans un circuit correspond à un ... de charges.

b- Un ...est constitué de deux surfaces conductrices appelées ...séparées par un isolant.

c- La charge de l'armature A d'un condensateur est... à la tension U_{AB} à ses bornes.

d- Le coefficient de proportionnalité est appelé... du condensateur et s'exprime en... noté...

e- Le produit $R \times C$ est appelé ..... d'un dipôle RC. Il est homogène à une... et s'exprime en...

Solution

1-

a- Déplacement

b- Condensateur -armatures

c- Proportionnelle

d- Capacité - Farad - F

e- Constante de temps - durée - seconde.

2 Vrai ou faux?

1-

a- La charge d'un condensateur est proportionnelle à la tension à ses bornes.

b- Le temps de charge d'un dipôle RC est d'autant plus petit que le produit $R \times C$ est plus petit.

c- Lors de la charge d'un condensateur sous une tension U donnée, l'énergie emmagasinée par le condensateur est d'autant plus grande que sa capacité est grande.

2-

a- La durée caractéristique τ d'un dipôle RC est la même pour la charge et la décharge du dipôle RC.

b- Le produit RC peut s'exprimer en seconde.

c- Il faut attendre une durée égale à τ pour considérer que le condensateur est totalement chargé.

d- Lorsque le régime permanent ou stationnaire est atteint, la tension aux bornes d'un condensateur est toujours nulle.

e- L'énergie emmagasinée par un condensateur est proportionnelle à la tension aux bornes du condensateur.

Solution

2.1-

a- Vrai

b- Vrai

c- Vrai

2.2-

a- Vrai

b- Vrai

c- Faux

d- Faux

e- Faux

3 Q.C.M

1-

a- La relation charge-intensité pour un condensateur en convention récepteur s'écrit:

• $i = -\frac{dq}{dt}$ • $q = \frac{di}{dt}$ • $i = \frac{dq}{dt}$

b- Soit un dipôle RC. Si on double la résistance du conducteur ohmique, le temps de charge:

• est doublé ;

• est divisé par deux.

c- Lors de la décharge d'un condensateur dans un conducteur ohmique, la courbe représentant les variations de la tension aux bornes du condensateur en fonction du temps est:

• une droite linéaire;

• une droite affine;

• une courbe exponentielle.

d- Un condensateur de capacité $C = 2,2\mu F$ chargé sous une tension $U = 1,5V$ emmagasine une énergie voisine de:

• $2,5\mu F$; • $2,5\mu J$; • $5,0\mu J$; • $1,7\mu J$

2- La charge d'un condensateur diminue de $12,0\mu C$ en $2,5ms$. L'intensité moyenne du courant qui traverse le circuit est:

a- $4,8mA$;

b- $-4,8mA$

c- $30\ nA$

3- La tension aux bornes d'un condensateur de capacité $C = 22,0nF$ est $u = 7,85V$. Quelle est la charge du condensateur?

a- $2,80nC$;

b- $173nC$;

c- $-2,80\ nC$

4- Lorsqu'un condensateur de capacité C est chargé par un courant constant d'intensité $I = 120\mu A$ pendant $3,0ms$, la tension à ses bornes vaut $u = 6,0V$. La

capacité C vaut:

a- $C = 60\mu F$;

b- $C = 60\ nF$;

c- $C = 20\ nF$.

5- La constante de temps d'un dipôle $RC(R = 120k\Omega, C = 0,22\mu F)$ est:

a- $\tau = 26,4s$;

b- $\tau = 26,4ms$

c- $\tau = 1,83\mu s$

6- L'énergie d'un condensateur de capacité $C = 560\mu F$ aux bornes duquel existe une tension de $16,0V$ est:

a- $E = 8,96 \times 10^{-3}J$;

b- $E = 71,7 \times 10^{-3}J$;

c- $E = 2,51 \times 10^{-6}J$.

Solution

3.1-

a- $i = \frac{dq}{dt}$

b- doublé

c- une courbe exponentielle

d- $2,5\mu J$

3.2- a

3.3- b

3.4- c

3.5- b

3.6- b

1 Un condensateur de capacité $C = 0,50\mu F$ est chargé pendant une durée: $t = 3,5s$. Le générateur délivre un courant électrique d'intensité constante $I = 0,60\mu A$.

1- Calculer la charge accumulée sur l'armature positive.

En déduire la charge accumulée sur l'armature négative.

2- Combien vaut la tension aux bornes du condensateur.

Solution

1- La charge

On a: $q = C.U = I.t$

A.N.:

$$q = 0,60.10^{-6}.3,5$$

$$q = 2,16.10^{-6}.C$$

Sur l'armature négative on a:

$$q' = -q = -2,16.10^{-6}C$$

2- La tension

On a: $q = C.U_C$

$$u_C = \frac{q}{C}$$

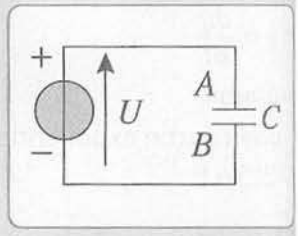
A.N.: $U_C = \frac{2,16.10^{-6}}{0,50.10^{-6}}$

$$u_C = 4,32V$$

2 Un condensateur, de capacité $C = 100nF$, est chargé au préalable sous tension constante: $U = 10V$.

1- Calculer les charges Q_A et Q_B portées respectivement par les armatures A et B.

2- Quelle est la charge des condensateur.



Solution

1- L'armature A porte le charge positive donc: $q = Q_A = C.U$

A.N.: $Q_A = 100.10^{-9}.10$

$$= 10^{-6}C$$

L'armature B porte la charge négative:

$$q_B = -Q_A$$

$$Q_B = -10^{-6}C$$

2- $q = Q_A = |Q_B|$

$$= 10^{-6}C$$

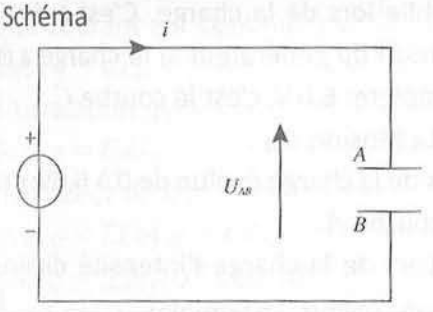
3 L'armature A d'un condensateur porte la charge $Q_A = 550nC$ lorsqu'il est soumis à une tension $u_{AB} = 24,0V$.

1- Sur un schéma, indiquer les polarités des armatures et représenter la tension u_{AB} ainsi que le sens du courant électrique en convention récepteur.

2- Quelle est la capacité de ce condensateur?

Solution

1- Schéma



2- La capacité

On a: $q = Q_A = C.U_{AB}$

$$C = \frac{Q_A}{U_{AB}}$$

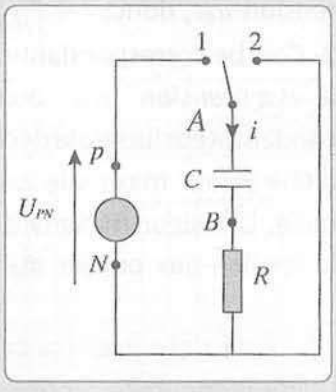
A.N.: $C = \frac{550.10^{-9}}{24}$

$$C \simeq 22,92.10^{-9} F$$

$$C \simeq 23nF$$

4 On réalise le montage du circuit ci-après comportant un dipôle (R,C).

on étudie les variations de la tension aux bornes du condensateur ainsi que les variations de l'intensité du courant dans le circuit lors de la charge, puis lors de la décharge du condensateur.



- Le condensateur est initialement déchargé. A l'instant $t = 0$, l'interrupteur est basculé en position 1.

Un dispositif informatisé permet d'acquérir simultanément la tension u_{AB} aux bornes du condensateur et u_{BN} aux bornes du conducteur ohmique.

Données: $u_{PN} = 6,0V; R = 2000\Omega$

1- Indiquer, en justifiant la réponse, laquelle de ces tensions u_{AB} ou u_{BN} représente à un coefficient constant près:

a. la charge q_A de l'armature A du condensateur ;

b. l'intensité i du courant.

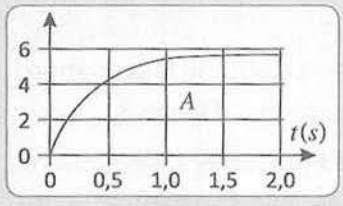
2- Quel est, parmi les graphiques suivants $(A,B,C \text{ et } D)$, celui qui correspond:

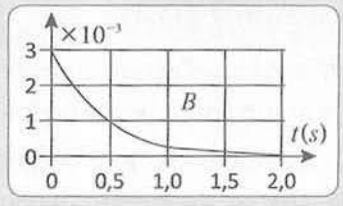
a- à la tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de la décharge;

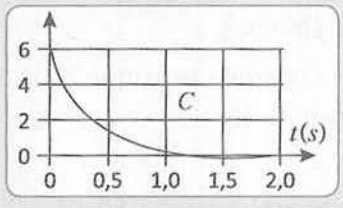
b- à la tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de la charge ;

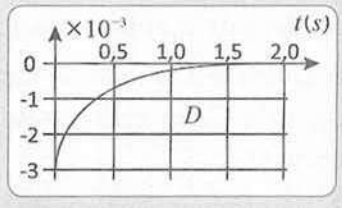
c- à l'intensité i du courant dans le circuit lors de la charge ;

d- à l'intensité i du courant dans le circuit lors de la décharge?









Solution

1.a- Charge q_A la charge portée par l'armature positive d'un condensateur est proportionnelle à la tension aux bornes du condensateur. Ainsi q_A est proportionnelle à u_{AB} (A est situé côté interrupteur sur le schéma), donc: $q_A = C.u_{AB}$.

b- la tension aux bornes d'un conducteur ohmique est proportionnelle à l'intensité du courant qui le traverse. Ainsi l'intensité i du courant est proportionnelle à la tension u_{BN}, donc: $i = \frac{u_{BN}}{R}$.

2- Courbe correspondante:

a- La tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de la décharge diminue d'une valeur maximale jusqu'à la valeur nulle. La valeur maximale correspond à la tension aux bornes du condensateur établie lors de la charge. C'est-à-dire la tension du générateur si la charge a été complète: 6,0 V; c'est la courbe C.

b- La tension u_{AB}:

lors de la charge évolue de 0 à 6,0V: c'est la courbe A.

c- Lors de la charge l'intensité diminue d'une valeur maximale: $i_{max} = i_0 = \frac{E}{R}$ jusqu'à une valeur: c'est la courbe B $i_{max} = \frac{6,0}{2000} = 3,10^{-3}A$, la valeur est cohérente avec le graphique B.

d- Lors de la décharge le courant est opposé à celui de charge, donc considéré négatif dans la convention récepteur.

Ainsi la valeur initiale est:

$-i_0 = -3,0.10^{-3}A$ et tend vers une valeur nulle lorsque le condensateur est déchargé donc la courbe D.

5 Pour déterminer la capacité d'un condensateur on utilise le montage représenté sur le document Figure - 1.

Le générateur utilisé est un générateur de courant qui débite un courant d'intensité constante:

$i = I = 0,200mA$..

Un système d'acquisitions permet d'obtenir les variations de la tension u_C en fonction du temps: Figure-2.

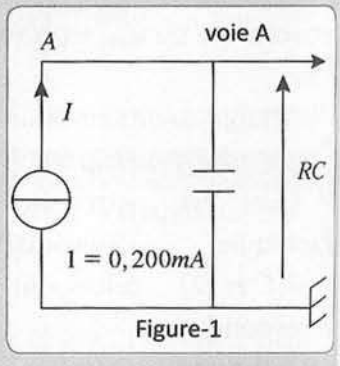


Figure-1

1- Quelle est la relation entre l'intensité I du courant, la charge électrique q portée par l'armature A du condensateur et la durée t de charge?

2- Quelle est la relation liant la charge électrique q, la capacité C du condensateur et la tension u_{AM} à ses bornes?

3- Déterminer la valeur de la charge q à $t = 250ms$.

4- Quelle est la valeur de la capacité C du condensateur?

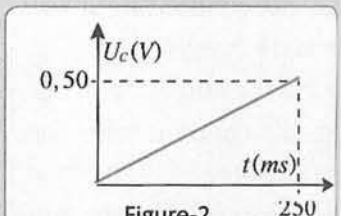


Figure-2

Solution

1- Le courant est continu: $I = \frac{dq}{dt} = \frac{q}{t}$.
avec ($q = q_A$).

2- La relation q.
On a: $q = C.U_C$

3- La valeur de q.
On a: $q = I.t$ et $q = C.U_C$
A.N.: $q = 250.10^{-3}\ 200.10^{-6}$

$$q = 50.10^{-6}C$$

4- La valeur de C.
à $t = 250ms$ on a: $u_C = 0,50V$
donc: $q = C.U_C$

$$C = \frac{q}{U_C}$$

A.N.: $C = \frac{50.10^{-6}}{0,50} = 10^{-4}F$

6 Un condensateur initialement déchargé de capacité $C = 1,0uF$, est branché en série avec un conducteur ohmique de résistance $R = 10k\Omega$ (figure-1). La tension aux bornes du générateur est: $E = 5,00V$. A l'instant $t = 0$, on ferme le circuit. La tension u_{AB} (t); enregistrée au cours de la charge, est représentée graphiquement. (figure-2).

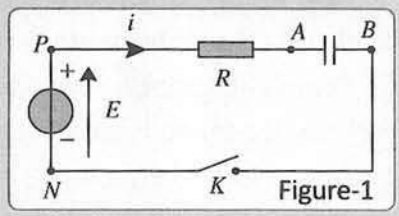


Figure-1

1- Etablir l'équation différentielle de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur lors de sa charge.

2- La solution de l'équation différentielle est de la forme: $u_{AB}(t) = A[1 - \exp(-\alpha.t)]$
Déterminer A et α en fonction de E, R et C.

3- Exprimer la constante de temps τ en fonction de α.
Calculer u_C pour $t = \tau$.

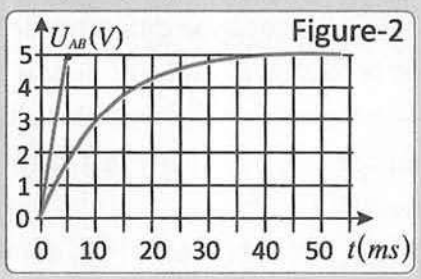


Figure-2

4- Trouver la valeur numérique de τ à l'aide du graphique. La valeur trouvée est-elle compatible avec les valeurs des composantes données au début de l'énoncé?

Solution

1- Equation différentielle:
Appliquons la loi d'Ohm et la loi d'addition des tensions dans une circuit en série:
$u_{PA} = R.i$ et $u_{PN} = E$; $u_{PN} = u_{PA} + u_{AB}$;
soit: $E = R.i + u_C$
avec: $i = \frac{dq_A}{dt}$ et $q_A = C.u_{AB} = C.u_C$,
donc: $i = C.\frac{du_C}{dt}$
D'où: $E = R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C$

2- Détermination de A et de α:
Expérimentalement, lorsque:

$$t \longrightarrow \infty, u_C = E$$

Avec la solution proposée dans l'énoncé, lorsque $t \longrightarrow \infty, u = A$. Donc: $A = E$.
Portons la solution $u_C = E.[1 - \exp(\alpha.t)]$ dans l'équation différentielle:

$$E = R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C = R.C.\alpha.E.$$
$$\exp(-\alpha.t) + E.[1 - \exp(-\alpha.t)]$$
$$E = E + E.\exp(-\alpha.t).(R.C.\alpha - 1).$$

Cette relation étant vérifiée quel que soit t si: $R.C.\alpha - 1 = 0$, soit: $\alpha = \frac{1}{R.C}$.

3- Constante du temps.

La constante de temps τ est égale à $\frac{1}{a}$; soit: $\tau = R.C$.

Pour: $t = \tau : u_C = E\left(1 - \frac{1}{e}\right) = 0,63E$;

soit: $u_C(\tau) = 0,63 \times 5,00$

$= 3,15V$

Le condensateur est chargé à 63% de sa valeur maximale.

4- Valeur de τ :

La tangente à la courbe à l'origine donne: $\tau = 10ms$.

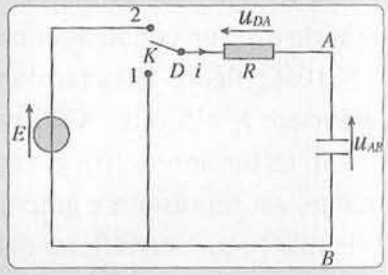
La valeur déterminée à partir des données: de R et C donne:

$\tau = 10 \times 10^3 \times 10^{-6}$

$= 1,0 \times 10^{-2}s = 10ms$

Les valeurs trouvées sont donc cohérentes.

7 On étudie la décharge du condensateur d'un dipôle (R,C) avec le montage ci-contre.



1- Comment doit-on procéder pour étudier la décharge du condensateur?

2- Lors de la décharge, quels sont les signes de la tension $u_{AB} = u_C$ et de l'intensité i du courant?

3- Etablir l'équation différentielle qui régit l'évolution de la tension u_C au cours de la décharge du condensateur.

4- A la date $t = 0$, le condensateur est chargé sous une tension E. Vérifier que la fonction $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$ est bien solution de l'équation différentielle établie à la question 3.

5- Des résultats précédents, déduire l'expression de l'intensité du courant i.

6- Comparer l'intensité du courant à la date $t = \tau$, à l'intensité initiale.

Solution

1- Etude de decharge

On place l'interrupteur en position 2. On attend une durée suffisante pour réaliser la charge du condensateur, puis on bascule l'interrupteur en position 1 pour réaliser la décharge.

2- Signe de i de u_C.

Durant la décharge, la tension u_{AB} est positive, car l'armature reliée au point A porte des charges positives. La charge q_A diminue. Donc: $i = \frac{dq_A}{dt} < 0$.

3- Equation différentielle lors de la décharge, la tension u_{DB} est nulle.

$u_{DB} = 0 = u_{DA} + u_{AB} = R.i + u_C$.

Exprimons i en fonction de u_C:

$q = C.u_C$ et $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

donc: $0 = R.C.\frac{du_C}{dt} + u_C$

4- On a: $u_C(t) = E.e^{-\frac{t}{\tau}}$;

et: $\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{\tau}.E.e^{-\frac{t}{\tau}}$

dans l'équation différentielle ;

On obtient:

$$R.C.\left(-\frac{1}{\tau}.E.e^{-\frac{t}{\tau}}\right) + E.e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$E.e^{-\frac{t}{\tau}}.\left(1-\frac{R.C}{\tau}\right)=0$.

Cette relation est vérifiée pour toute valeur de t, si $\tau = R.C$.

5- Expression de i:

$i = C.\frac{du_C}{dt}$; or

$\frac{du_C}{dt} = -\frac{1}{R.C}.(E.e^{-\frac{t}{\tau}})$

D'où: $i = -\frac{E}{R}.e^{-\frac{t}{\tau}} = -I_0.e^{-\frac{t}{\tau}}$

I_0 est la valeur absolue de l'intensité au début de décharge.

6- Comparaison:

On a: $t = \tau, i(\tau) = -I_0.e^{-1}$

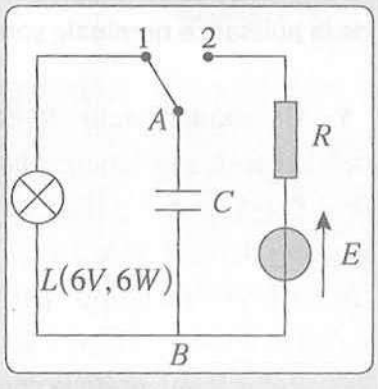
$= -\frac{I_0}{e}$

A la date: $t = 0, i(0) = -I_0$;

d'où: $\frac{i(\tau)}{i(0)} = \frac{1}{e} = 0,37$.

A la date $t = \tau$, l'intensité du courant de décharge ne vaut que 37% de sa valeur initiale.

8 Un appareil photographique jetable avec flash incorporé est alimenté par des piles électriques. A l'intérieur de l'appareil, on observe un circuit électrique qui comporte notamment un condensateur et un conducteur ohmique. Lors de la prise d'une photographie avec flash, le condensateur emmagasine de l'énergie fournie par les piles pendant quelques secondes, puis la restitue dans une lampe en moins de 0,1 ms. La lampe émet alors un éclair lumineux intense.



On peut modéliser le principe du flash par le schéma ci-contre.

Données: $C = 3,3mF$; $R = 2,2k\Omega$; $E = 6V$

1- Sur quelle position doit être basculé le commutateur afin que le condensateur puisse se charger?

2- Quelle est la constante de temps de charge τ du dipôle (R,C)?

3- Quelle est l'énergie E_e emmagasinée par le condensateur à la fin de la charge?

4- Le commutateur est basculé maintenant en position1.

a- La puissance nominale de la lampe et la tension nominale à ses bornes sont reliées par la relation $\mathcal{P} = \frac{U^2}{r}$ avec r, la résistance interne de la lampe.

Evaluer la valeur de la résistance de la lampe.

b- Quelle est la constante de temps τ_D de décharge? Calculer la puissance d'éclair et conclure.

Solution

1- Position:

le condensateur se charge lorsqu'il est dans le circuit du générateur: l'interrupteur doit être en position 2.

2- Valeur de τ :

$\tau_C = R.C$ parconséquent,aveclesvaleurs indiquées: $\tau_C = 2,2.10^3 \times 3,3.10^{-3}$

$= 2,2 \times 3,3 = 7,3s$

3- L'énergie stockée:

est: $E_e = \frac{1}{2}C.E^2$

$E_e = \frac{1}{2} \times 3,3.10^{-3} \times 6^2 = 59mJ$

4- Valeur de r :

La résistance interne de la lampe est: $r = \frac{U^2}{\mathscr{P}}$.

Or les valeurs de la tension nominale et de la puissance nominale sont indiquées sur le schéma: $U = 6V$ et $\mathscr{P} = 6W$.

Ainsi: $r = \frac{6^2}{600} = 0,06\Omega$.

b- Calcul de τ_D :

lorsque le condensateur se décharge, la constante de temps est: $\tau_D = r.C$, avec r, valeur de la résistance interne de la lampe.

A.N.: $\tau_D = 0,06 \times 3,3.10^{-3} = 2,10^{-4}s$

L'énergie transférée est égale à E_e, pendant une durée égale à τ_D. En conséquence:

$$\mathscr{P}_{moy} = \frac{E_e}{\tau_D} = \frac{0,06}{2,10^{-4}} = 300W$$

La lampe émet un éclair lumineux intense, car la puissance est importante: l'énergie est libérée en une durée très courte!

9 Un condensateur de capacité $C = 100uF$, initialement chargé, se décharge dans une résistance $R = 500\Omega$, à partir d'un instant qui sera prise pour origine des dates (Figure-1).

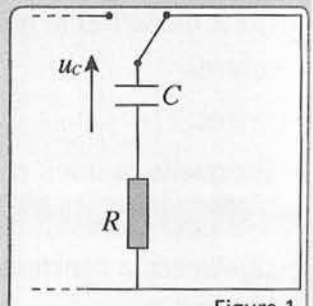


Figure-1

Un système d'acquisition permet d'obtenir la tension u_C en fonction du temps: Figure 2

1- Calculer la valeur de la constante de temps τ du dipôle (R,C).

2- Vérifier graphiquement sa valeur.

3- Quelle est la valeur de la tension initiale $u_C(0)$ aux bornes du Condensateur?

4- Quelle est la valeur de l'énergie initiale du condensateur?

5- Quelle est la valeur de l'énergie finale du condensateur?

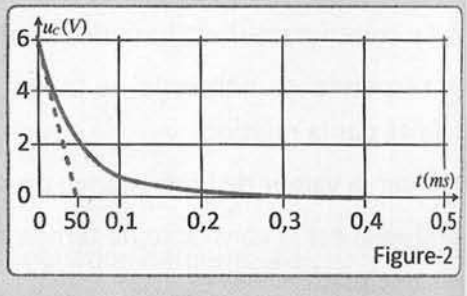


Figure-2

6- Calculer la valeur de l'énergie dissipée lors de la décharge complète. Sous quelle forme s'est dissipée cette énergie?

Solution

1- Calcul de τ

on a: $\tau = Rc$

A.N.: $\tau = 100.10^{-6}.500$

$\tau = 5.10^{-2}s$

2- Vérification:

à partir du graphe on trouve $\tau = 0,05s$

3- Valeur de $u_C(0)$.

à l'instant $t = 0$ on trouve:

$u_C(0) = 6V$

4-Valeur de $\mathscr{E}_e(0)$:

On a: $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$

à: $t = 0$

$\mathscr{E}_e(0) = \frac{1}{2}Cu_C^2(0)$

$E_e(0) = \frac{1}{2}.100.10^{-6}(6)^2$

$= 1,8.10^{-3}J$

$= 1,8mJ$

5- Valeur de $\mathscr{E}_e$ final.

Le condensateur se décharge totalement donc: $u_C(t = \infty) = 0$

d'où: $\mathscr{E}_e(t = \infty) = 0$

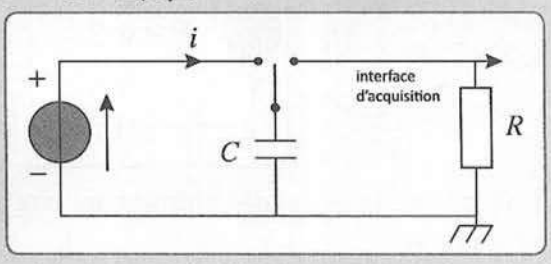
6- Energie dissipée.

$\Delta\mathscr{E}_e = \mathscr{E}_e(\infty) - \mathscr{E}_e(0)$

$= -1,8mJ$

Cette énergie est dissipée sous forme de chaleur dans la résistance.

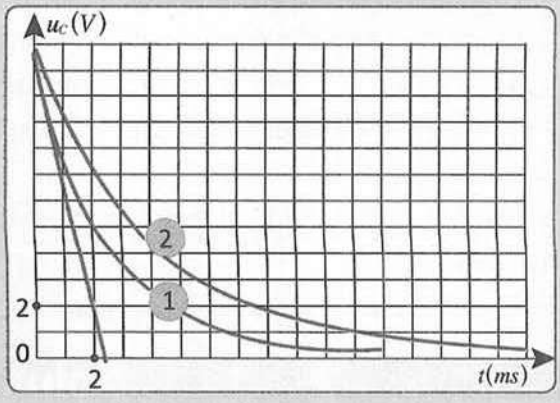
10 On charge un condensateur de capacité $C = 2,5\mu F$ avec une tension E. On étudie la décharge de ce condensateur dans un conducteur ohmique de résistance R à l'aide d'une interface reliée à un ordinateur. On choisit comme origine des dates (t=0) l'instant auquel on ferme le circuit de décharge on obtient la courbe 1 ci-après.



1.a- Déterminer graphiquement la constante de temps τ du dipôle RC. En déduire la valeur de R.

b- A partir d'une analyse dimensionnelle, montrer que la constante de temps τ est homogène à une durée.

c- Quelle est la valeur de la tension E ? En déduire la valeur I_0 de l'intensité du courant au début de la décharge.



2- On remplace la résistance R par une résistance R' inconnue.

On obtient alors la courbe 2. Quelle résistance est la plus faible? Justifier qualitativement.

Solution

1.a- Graphiquement à $\tau = 2,5ms$

- On a: $\tau = RC$ donc: $R = \frac{\tau}{C}$

$$R = \frac{2,5.10^{-3}}{2,5.10^{-6}} = 1000\Omega$$

$$R = 1K\Omega$$

b- Analyse dimensionnelle:

on a: $\tau = R.C$

donc: $[\tau] = [R].[C]$; $[\tau] = \frac{[U].[q]}{[I].[U]}$

$$[\tau] = \frac{[I][T]}{[I]} = [T]$$

c- Valeurs de E et de I_0 graphiquement

$E = 12V$.

et on a: $I_0 = \frac{E}{R}$

$$I_0 = \frac{12}{1000}$$

$$= 12.10^{-3}A = 12mA$$

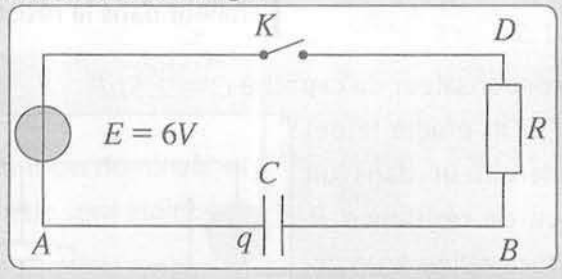
2- D'après les deux graphes on a:

$\tau' > \tau$; $R'.C > R.C$

donc: $R' > R$

d'ou: R est le plus faible.

11 Dans le circuit ci-dessous, on ferme l'interrupteur K à l'instant $t = 0$. Le condensateur est initialement déchargé.



1- Quelle est la valeur de la tension u_{AB} aux bornes du condensateur à $t = 0$? lorsqu'il est chargé?

2- Exprimer la tension u_{BD} aux bornes de la résistance en fonction de R, C et u_{AB}.

3- En déduire l'équation différentielle vérifiée par $u_{AB}(t)$.

4- La solution de cette équation différentielle est du type:

$u_{AB}(t) = K_1 + K_2 e^{-kt}$, avec K, K_1 et K_2 constantes.

En considérant la valeur de u_{AB} pour $t = 0$ et lorsque $t \longrightarrow \infty$, déterminer l'expression de $u_{AB}(t)$.

5- Vérifier que $u_{AB}(t)$ est bien solution de l'équation différentielle établie à la question 3.

6- A partir de $u_{AB}(t)$, établir les expressions de $q(t)$ et $i(t)$.

Solution

1- Valeurs de u_{AB} :

- à l'instant $t = 0$: $u_{AB}(0) = 0$
- Lorsque le condensateur est chargé:

$u_{AB} = E = 6V$

2- Expression de u_{BD}.

On a: $u_{BD} = u_R = Ri$

et on a: $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_{AB}}{dt}$

donc: $u_{BD} = RC.\frac{du_{AB}}{dt}$.

3- Equation différentielle.

a loi d'additivité des tensions donne:

$$u_{AB} + u_{BD} = E$$

donc: $u_{AB} + R.C\frac{du_{AB}}{dt} = E$

4- Expression de u_{AB}.

On a: $u_{AB} = K_1 + K_e e^{-Kt}$

à $t = 0$: $K_1 + K_2 = 0$

à $t = \infty$; $K_1 + 0 = E$

donc: $K_2 = -K_1 = -E$

donc: $u_{AB} = E(1 - e^{-Kt})$

5- Solution de l'équation

On a: $u_{AB} = E(1 - e^{-Kt})$ et:

$$\frac{du_{AB}}{dt} = E.Ke^{-Kt}$$

On remplace dans l'équation:

$$E - Ee^{-Kt} + \mathrm{Re}EKe^{-Kt} = E$$

$$Ee^{-Kt}[-1 + Rc.K] = 0$$

donc: $-1 + \mathrm{Re}.K = 0$

d'où: $K = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$

donc: $u_{AB} = E(1 - e^{-t/\tau})$

6- Expressions de $q(t)$ et $i(t)$

On a: $q(t) = C.u_{AB}(t)$ donc:

$$q(t) = CE(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$$

et: $$i = C\frac{du_{AB}}{dt}$$

$$i(t) = C[E(1 - e^{-t/\tau})]' = C.\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

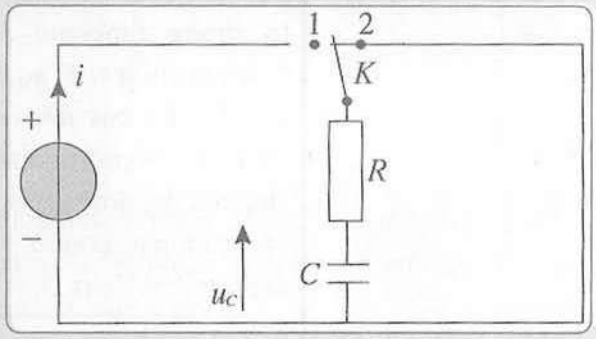
$$i(t) = \frac{\not{C}E}{R\not{C}}e^{-t/\tau}$$

$$i(t) = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}} = I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \ ;$$

avec: $$I_0 = \frac{E}{R}.$$

12 Le circuit ci-dessous comporte:

- Un générateur de force électromotrice $E = 12,0V$
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 2,40k\Omega$.
- Un condensateur de capacité $C = 2,20\mu F$.



L'interrupteur K permet, dans la position 1, de relier le dipôle RC au générateur et, dans la position 2, de court-circuiter le dipôle RC.

1- On ferme K dans la position 1 à la date $t = 0$

a- Etablir l'équation différentielle traduisant les variations de la tension u_c aux bornes du condesateur en fonction du temps.

b- La solution de l'équation a la forme $u_c = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ déterminer A et τ.

c- Calculer la constante de temps τ du circuit.

d- Construire la courbe représentant les variations de u en fonction du temps après

avoir tracé l'asymptote et la droite tangente à l'origine de cette courbe.

e- Etablir l'expression de la relation $i(t)$ traduisant les variations de l'intensité du courant qui traverse le circuit au cours de l'expérience.

2- Quelle est, au cours de la charge, l'expression de l'énergie du condensateur en fonction du temps?

En appelant E_{Cm} l'énergie du condensateur à la fin de la charge, calculer le rapport $\frac{E_C}{E_{Cm}}$ à la date $t = \tau$.

3- L'interrupteur K est maintenant fermé dans la position 2 à une nouvelle date t

a- Ecrire l'équation différentielle à laquelle obéit u au cours de cette phase de l'expérience.

b- Cette équation différentielle à la forme $u(t) = Be^{\frac{-t}{\tau}}$ déterminer B et τ en supposant que K avait été fermé suffisamment longtemps dans la position 1 pour que la charge du condensateur soit terminée.

c- Etablir la relation traduisant les variations de l'intensité du courant $i(t)$ au cours de la décharge.

Solution

1.a- Equation différentielle .

La loi d'addition des tensions donne:

$u + Ri = E$

avec: $i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du}{dt}$

On obtient donc: $u + RC\frac{du}{dt} = E$

b- Détermination de A et τ

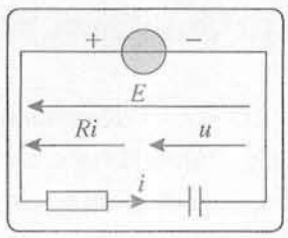
On a: $\frac{du}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

Donc: $A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} + RC\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = E$

$$A\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right)e^{-\frac{t}{\tau}} + A - E = 0$$

Cela impose que:

$\{A = E$ et $\tau = RC$.

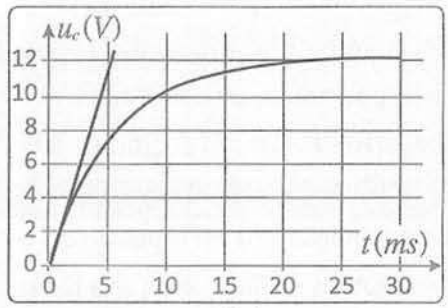


c- La constante de temps du circuit est: $\tau = RC$, soit $\tau = 5,28ms$.

d- L'asymptote horizontale a pour équation: $u_c = E$. Ici, $u = 12,0V$.

La droite tangente à l'origine coupe l'asymptote $u = E$ au point d'abscisse τ.

En plus de ces deux droites, on peut chercher les coordonnées de deux points éloignés des droites pour tracer la courbe. Par exemple, pour $t = 5ms$, $u = 7,35V$ et pour $t = 10ms$, $u = 10,2V$.



e- L'expression de $i(t)$ est donnée par $i = C\frac{du}{dt}$, soit: $i = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$.

En remplaçant E, R et $\tau = RC$ par leurs valeurs respectives, on obtient:

Soit: $i = 5,00e^{-189t}$, où i est exprimé en milliampère (mA).

2- Expression de l'énergie:

L'énergie maximale du condensateur est celle qu'il a reçue lorsque t tend vers l'infini, soit: $E_{Cm} = 1,58 \times 10^{-4} J$

Lorsque $t = \tau$, la quantité cherchée est donc: $\frac{Ec}{Ec_m} = (1 - e^{-1})^2$;

soit: $\frac{Ec}{Ec_m} = 0,400$

L'énergie du condensateur est donc égale à 40,0% de sa valeur maximale à la date $t = \tau$.

3.a- Le schéma simplifié du circuit est maintenant celui de la figure ci-dessous.

La loi d'addition des tensions conduit à:

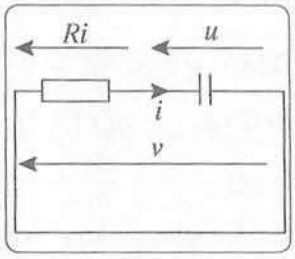
$u + Ri = 0$; $u + RC\frac{du}{dt} = 0$

b- $u_c(0) = B = E$ et $\tau = RC$

$u = Ee^{-\frac{t}{RC}}$

Donc:

$u = 12,0e^{-189t}$



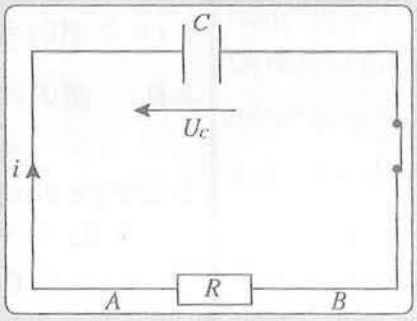
c- L'intensité est donnée par:

$i = C\frac{du}{dt}$; donc:

$i = \frac{-E}{R}e^{-\frac{t}{RC}}$.

Soit: $i = -5,00e^{-189t}$, où i est exprimé en mA.

13 On charge un condensateur de capacité $C = 50\mu F$ sous une tension $E = 20V$ et on le branche à un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$.



1.a- Etablir l'équation différentielle vérifieé par la charge q du condensateur.

b- La solution équation différentielle est de la forme $q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$.

Déterminer l'expression de Q_0 et τ.

2- Donner les expressions de l'intensité du courant $i(t)$ et de la tension $u_C(t)$ en fonction de E, R et C.

3- Le condensateur est supposé totalement déchargé si: $q = \frac{Q_0}{100}$, Q_0 étant la charge du condensateur à $t = 0$, trouver la valeur R' de la résistance pour que la décharge se fasse en 1 seconde.

4- Calculer l'énergie Ee_0 emmagasinée dans le condensateur à l'instant $t = 0$.

5- Déterminer l'énergie dissipée par effet joule dans le conducteur ohmique lors de la décharge complète.

Solution

1.a- Par additivité des tensions:

$$u_C + u_R = 0$$

$u_C + Ri = 0$ avec: $i = C\frac{du}{dt}$ et $u_C = \frac{q}{c}$

Donc: $\frac{q}{c} + Rc.\frac{dq}{dt} = 0$

Donc: $q + Rc\frac{dq}{dt} = 0$

b- On a: $q(t) = Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

avec: $\frac{dq}{dt} = -\frac{Q_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

On remplace dans l'équation:

$$Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} - RC\frac{Q_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$$

$$Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\left[1 - \frac{RC}{\tau}\right] = 0$$

Cette expression se vérifie $\forall t$ si:

$$1 - \frac{RC}{\tau} = 0 \Longrightarrow \tau = RC$$

• à $t = 0$: $q(t) = 0 = Q_0 = CE$

2- On a: $i(t) = \frac{dq}{dt}$

$$i(t) = \left(Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\right)'$$

$$= -\frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= -\frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$i(t) = -I_0 e^{-\frac{t}{\tau}} \text{ avec } I_0 = \frac{E}{R}$$

et on a: $u_C(t) = \frac{q(t)}{C}$

$$u_C(t) = \frac{CE}{C}e^{-\frac{t}{\tau}} = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$$

3- On a: $q(t = 1s) = \frac{Q_0}{100}$

$$Q_0 e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{Q_0}{100}$$

$$-\frac{t}{\tau} = \ell n\left(\frac{1}{100}\right)$$

$$\frac{1}{R'C} = +\ell n 100$$

$$R' = \frac{1}{C\ell n 100}$$

A.N.: $R' = \frac{1}{50.10^{-6}\ell n 100}$

$$R' = 4343\Omega$$

$$= 4,3K\Omega$$

4- On a: $\mathscr{E} = \frac{1}{2}Cu_c^2$

à $t = 0$ $\mathscr{E}(0) = \frac{1}{2}Cu_c^2(0) = \frac{1}{2}CE^2$

A.N.: $\mathscr{E}(0) = \frac{1}{2}50.10^{-6}(20)^2$

$$= 10^{-2}J$$

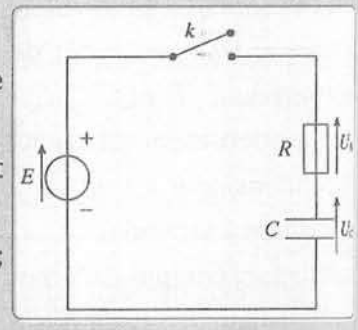
5- Energie dissipée lors de la décharge:

$$\Delta E = \mathscr{E}(\infty) - \mathscr{E}(0)$$

$$= 0 - 10^{-2} = -10^{-2}J$$

14 Les capacités des condensateurs normaux sont de l'ordre microfarad (μF) tandis que des supracondensateurs sont de l'ordre kilofarad $(10^3 F)$

On considère le circuit ci-contre, formé de:



• Un générateur de tension de force électromotrice $E = 6V$;

• Un condensateur normal de capacité C, initialement déchargé ;

• Un conducteur ohmique de résistance $R = 65\Omega$ et ;

• Un interrupteur K.

A l'instant $t = 0$ on ferme le circuit, le condensateur se charge.

1- Montrer que l'équation différentielle s'écrit:

$$\frac{du_C}{dt}+\frac{1}{RC}u_C=\frac{E}{RC}.$$

2- La solution de l'équation est: $u_C(t)=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$.

Trouver les expressions de la constante A et τ (constante du temps).

3- En déduire la valeur de C sachant que $\tau=6,5.10^{-4}s$.

4- Calculer l'énergie électrique $\mathscr{E}_e$ emmagasinée dans le condensateur en régime permanent.

5- On remplace le condensateur normal par un supracondensateur de capacité $C_1=10^3F$ et on ferme le circuit.

a- Quel est l'effet de ce changement sur la durée de la charge.

b- Soit $\mathscr{E}_1$ l'énergie éléctrique dans le supracondensateur.

A la fin de la charge; calculer $\frac{\mathscr{E}_{e1}}{\mathscr{E}_e}$.

Solution

1- Equation différentielle

Par additivité des tensions:

$$u_R+u_C=E$$

$$R.i+u_C=E$$

$$RC\frac{du_C}{dt}+u_C=E$$

donc: $\frac{du_C}{dt}+\frac{I}{RC}u_C=\frac{E}{RC}$

2- On a: $u_C=A(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

donc: $\frac{du_C}{dt}=\frac{A}{C}e^{-\frac{t}{\tau}}$

D'où:

$$\frac{A}{RC}-\frac{A}{RC}e^{-\frac{t}{\tau}}+\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}=\frac{E}{RC}$$

$$Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{1}{\tau}-\frac{1}{RC}\right)+\left(\frac{A}{RC}-\frac{E}{RC}\right)=0$$

L'équation est vérifiée si :

$$\begin{cases}\frac{1}{\tau}-\frac{1}{RC}=0\\ \frac{A}{RC}-\frac{E}{RC}=0\end{cases}\Rightarrow\begin{cases}\tau=RC\\ E=RC\end{cases}$$

3- On a: $\tau=RC$; $C=\frac{\tau}{R}$

A.N.: $C=\frac{6,5.10^{-4}}{65}$

$=10^{-5}F$

$=10\mu F$

4- On a: $\mathscr{E}_e=\frac{1}{2}CU_C^2$

En régime permanent $U_C=E$

Donc: $\mathscr{E}_e=\frac{1}{2}CU_C^2$

En régime permanent $U_C=E$

Donc: $\mathscr{E}_e=\frac{1}{2}CE^2$

A.N.: $\mathscr{E}_e=\frac{1}{2}.10^{-5}.6^2$

$=1,8.10^{-4}J$

5.a- On a: $\tau=RC$ et $\tau_1=RC_1$

et $C_1>C$ donc $\tau_1>\tau$

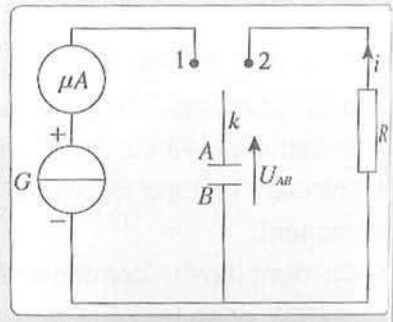
donc la durée de charge est d'autant plus grande.

b- On a: $\frac{\mathscr{E}_{e1}}{\mathscr{E}_e}=\frac{1}{2}\frac{C_1E^2}{\frac{1}{2}CE^2}=\frac{C_1}{C}$

$\frac{\mathscr{E}_{e1}}{\mathscr{E}_e}=\frac{10^3}{10^{-5}}$

$=10^8$

15 On étudie le comportement d'un condensateur des capacité C dans un circuit série. (ci-contre)



Pour cela, on réalise le montage schématisé ci-contre où:

• G est un générateur de courant idéal,

• K est un interrupteur qui permet de charger le condensateur (K en position 1) ou de le décharger (K en position 2) à travers le conducteur ohmique de résistance $R = 10k\Omega$.

Un dispositif (non représenté) relève à intervalles de temps réguliers, la tension $u_{AB} = u_C$ aux bornes du condensateur.

1- A la date $t = 0$, le condensateur étant entièrement déchargé, on place l'interrupteur k en position 1, le microampèrmètre indique alors une valeur constante $I_0 = 10\mu A$.

On a représenté ci-après (graphe 1) la courbe donnant la tension u_c en fonction du temps t.

1.1- Eablir la relation qui lie u_C, C, I_0 et t.

1.2- A l'aide du graphe figure 1, déterminer la capacité C du condensateur.

2- Lorsque la tension aux bornes du condensateur égale $U_0 = 6V$, on bascule K en position 2 à l'instant $t = 0$.

2.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_c aux bornes du condensateur à une date t.

2.2- Cette équation différentielle admet une solution de la forme $u_c(t) = Ae^{-\frac{t}{\tau}}$, où A et τ sont des constantes. Déterminer les valeurs de A et τ.

Calculer la valeur de u_c à $t = 5\tau$. Quelle remarque peut-on faire? Donner la signification physique de τ.

2.3- A l'aide d'un logiciel, on a tracé la courbe donnant le logarithme népérien de u_c en fonction du temps, soit $Lnu_c = f(t)$ (figure 2).

Retrouver la valeur de C.

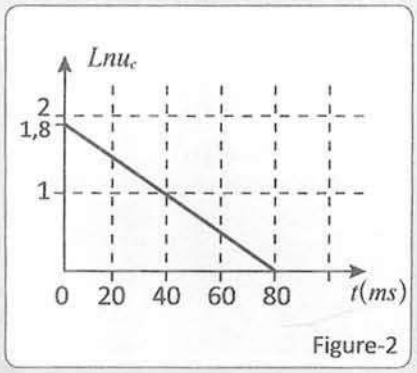


Figure-2

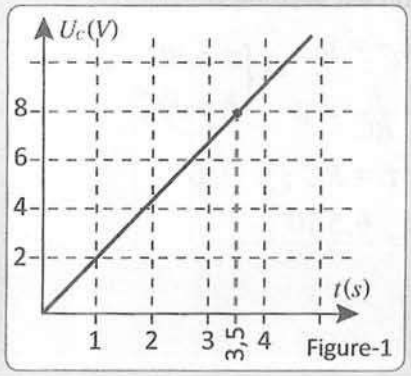


Figure-1

Solution

1- La relation

Au cours de l'étude de charge du condensateur on a:

$I_0 = \frac{q}{t}$ et $q = C.U_C$

donc: $I_0 = \frac{C.U_C}{t}$

1.2- Valeur de C

On a: $U_C = \frac{I_0}{C}.t$.

le graphe - 1 montre que U_C est proportionnelle à t : $U_C = k.t$ avec:

$$k = \frac{I_0}{C}$$
$$= \frac{8-0}{3,5-0}$$
$$= 2,28 v/s$$

Donc: $$C = \frac{I_0}{k}$$
$$C = \frac{10.10^{-6}}{2,28}$$
$$\simeq 4,38.10^{-6} F$$
$$\approx 4,4 uF$$

2.1- Equation différentielle:

par additivité des tensions on écrit:

$$U_C + U_R = 0$$
$$U_C + Ri = 0$$
$$U_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$$

2.2- Valeurs de A et de τ.

On a: $U_C = Ae^{-}\frac{t}{\tau}$

avec $\frac{dU_C}{dt} = -\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

Donc: $Ae^{-\frac{t}{\tau}+RC}\left(-\frac{A}{\tau}\right)e^{-\frac{t}{\tau}} = 0$

$$Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(1-\frac{RC}{\tau}\right) = 0$$

Alors: $1 - \frac{RC}{\tau}$

$= 0 \Longrightarrow \tau = RC$

A.N.: $\tau = 10.10^3.4,38.10^{-6}$

$\tau = 4,38.10_s^{-2}$

$\tau = 43,8\ ms$

$\simeq 44ms$

à $t = 0$; $U_C(0) = U_0$

$A = U_0 = 6V$

à: $t_1 = 5\tau$;

On a: $u_C(t_1) = u_0 e^{-\frac{5\tau}{4}} = u_0 e^{-5}$

$u_C(t_1) = 6e^{-5} = 0,04 \simeq 0$

Le condensateur est déchargé.

τ est la constante de temps qui permet d'estimer le temps de la charge ou la décharge du condensateur.

2.3- Valeur de C :

On a: $u_C = u_0 e^{-\frac{t}{\tau}}$

donc: $\ell nu_C = \ell nu_0 - \frac{t}{\tau}$

Le graphe (2) a pour équation:

$$\ell nu_C = a.t + b$$

avec: $b = \ell nu_0 \simeq 1,8$

et: $a = -\frac{1}{\tau}$

$= \frac{0-1,8}{(80-0).10^{-3}}$

$= -22,5 s^{-1}$

$\tau = 0,044 s$

$\simeq 44ms$

On a: $\tau = RC$

$C = \frac{\tau}{R}$

A.N.: $C = \frac{44.10^{-3}}{10.10^3}$

$C \simeq 4,4 \mu F$

16 L'objet de cet exercice est d'étudier le principe de fonctionnement d'une minuterie permettant d'éteindre une lampe automatiquement au bout d'une durée t_0 réglable.

Dans le montage du circuit électrique (Figure-1) M est un composant électronique qui permet l'allumage de la lampe L tant que la tension aux bornes du condensateur est inférieure à une tension limite, caractéristique du composant, notée U_t (dans tout l'exercice, on fixera $U_t = 20V$). La f.é.m. du générateur idéal de la tension est $E = 30V$.

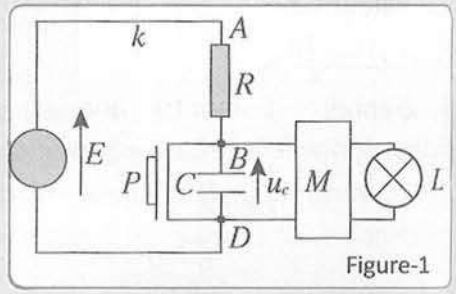


Figure-1

A l'instant initial $(t = 0s)$, le condensateur est déchargé. On ferme l'interrupteur k, le bouton-poussoir P est relâché.

1- On souhaite visualiser les variations de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps à l'aide d'un oscilloscope à mémoire. Indiquer les branchements à réaliser (voie 1 et masse).

2- Montrer que l'équation différentielle donnant les variations de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur en fonction du temps est de la forme:

$$u_C(t) + R.C.\frac{du_C(t)}{dt} = E$$

3.a- En vérifiant que la fonction du temps $u_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ est solution de l'équation différentielle précédente, trouver les expressions de A et de τ.

3.b- Quelle est la valeur de u_C en régime permanent?

3.c- Quel est le nom donné à la constante τ? A l'aide d'une analyse dimensionnelle, donner l'unité de la constante τ.

4- La représentation graphique de la fonction $u_C(t)$ est donnée sur la figure 2.

Faire apparaître sur ce graphe sans aucune justification:

- La tension E;
- La constante τ;
- Les régimes permanent et transitoire.

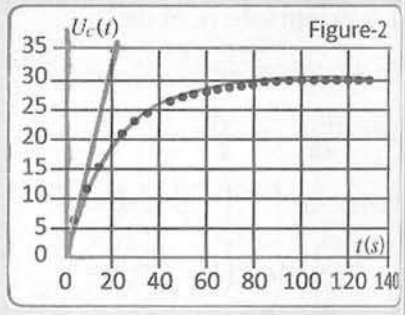


Figure-2

5- Calculer la valeur de la constante τ pour $R = 100k\Omega$ et $C = 200\mu F$.

6.a- Donner l'expression littérale de la date t_0 à laquelle la tension aux bornes du condensateur atteint la valeur limite U_t en fonction de U_t, E et τ (t_0 est la durée d'allumage de la lampe).

6.b- Calculer la valeur de t_0 et vérifier la validité du résultat à l'aide du graphe $u_C(t)$

(figure-2)

7- Quel(s) paramètre (s) du montage peut-on modifier sans changer le générateur afin d'augmenter la durée d'allumage de la lampe?

En fixant $C = 200\mu F$, quelle valeur doit-on donner à la résistance R pour obtenir une constante de temps d'une minute?

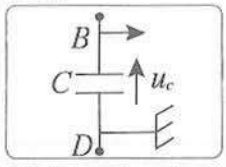
8- On appuie sur le bouton-poussoir. Que vaut la tension aux bornes du condensateur? La comparer à U_t. Que se passe-t-il pour la lampe dans les cas suivants:

8.a- La lampe est déjà allumée?

8.b- La lampe est éteinte?

Solution

1- Branchement:



2- Par additivité des tensions:

$$u_R + u_C = E$$

Donc: $R.i(t) + u_C(t) = E$,

or $i(t) = \frac{dq}{dt}$ et $q(t) = C.u_C(t)$

$$R.C.\frac{du_C(t)}{dt} + u_C(t) = E$$

3.a- Si $u_C(t) = A.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ alors:

$\frac{du_C(t)}{dt} = \frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}}$ par conséquent:

$$R.C.\frac{A}{\tau}.e^{-\frac{t}{\tau}} + A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E$$

$$\left(R.C.\frac{A}{\tau} - A\right).e^{-\frac{t}{\tau}} + A = E$$ pour que cette expression soit vérifiée quel que soit t, il faut que $R.C.\frac{A}{\tau} - A = 0$ et que $A = E$ ainsi $\tau = RC$.

3.b- En régime permanent $\frac{du_C}{dt} = 0$, donc: $u_C = E = 30V$.

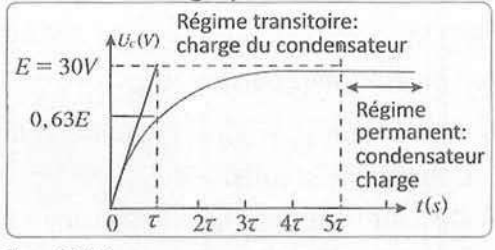
3.c- τ est la constante de temps.

$$[\tau] = [R.C] = [R].[C] = \frac{[U]}{[I]}.\frac{[Q]}{[U]}$$

et on a: $[Q] = [I].[T]$, par conséquent:

$[\tau] = \frac{[I].[T]}{[I]}$. τ s'exprime en s.

4- Valeurs: voir graphe:



$E = 30V$

5- La constante de temps τ est:

$$\tau = R.C = 100.10^3 \times 200.10^{-6} = 20s$$

6.a- Expression de t_0:

$U_t = E.(1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}})$. Par conséquent:

$$\frac{U_t}{E} = (1 - e^{-\frac{t_0}{\tau}}) \Leftrightarrow -\frac{t_0}{t} = 1 - \frac{U_t}{E} \Leftrightarrow -\frac{t_0}{\tau} = \ln\left(1 - \frac{U_t}{E}\right) \Leftrightarrow t_0 = -\tau.\ln\left(1 - \frac{U_t}{E}\right)$$

6.b- $t_0 = -20 \times \ln\left(1 - \frac{20}{30}\right) = 22s$

7- Pour augmenter τ, il est possible d'augmenter R *ou* C.

pour $\tau = 1\,\text{min} = 60s$

on: $\tau = \text{RC}$

donc: $R = \frac{\tau}{C} = \frac{60}{200.10^{-6}} = 300k\Omega$

8- Lorsque l'on appuie sur le bouton-

poussoir :
le condensateur est court-circuité, donc $u_C = 0V$.

8.a- Si la lampe est déjà allumée, la «minuterie» a été réinitialisée (la tension aux bornes du condensateur est nulle lorsque l'on relâche le bouton-poussoir et celui-ci se charge), et donc la lampe brille pendant une durée t_0.

8.b- Si la lampe est initialement éteinte, celle-ci s'allume pendant une durée t_0.

17 Les paramètres du circuit schématisé ci-contre sont: $E = 30V$; $R = 25K\Omega$.
Le condensateur est initialement déchargé.

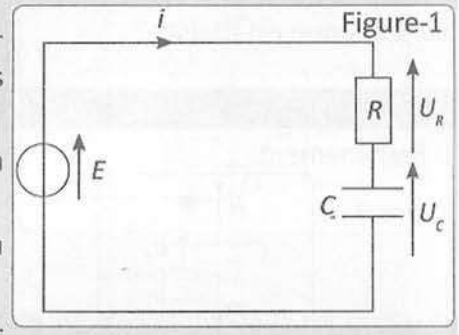


Figure-1

On ferme le circuit à la date: $t = 0$ et on enregistre l'évolution des tensions u_C et u_R au cours du temps.

1- Attribuer chacune des tensions u_C et u_R à la courbe qui lui convient.

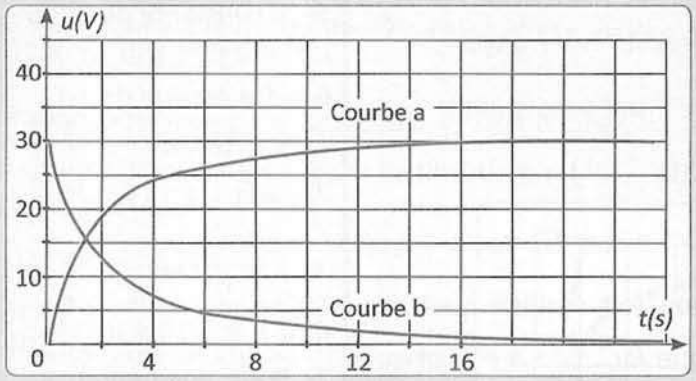
2- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C.

3- En déduire que la tension u_R vérifie l'équation différentielle suivante: $u_R + \tau.\frac{du_R}{dt} = 0$ avec: $\tau = RC$.

4- Vérifier que $u_R = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$ est solution de l'équation différentielle précédente.

5- Déterminer la valeur de C.

6- Calculer l'énergie $\mathscr{E}_e$ emmagasinée par le condensateur à la date où les courbes a et b se croisent.



Solution

1- On a: $u_C + u_R = E$.
Le condensateur est initialement non chargé: $u_C(t = 0) = 0$
Donc: $u_R(0) = E$

Par suite: La courbe a représente u_C et b représente u_R.

2- $u_C + u_R = E$;

$$u_R = Ri = R.\frac{dq}{dt} = RC.\frac{du_C}{dt}$$

Alors: $u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = E$ (1)

3- $u_R + u_C = E$, donc: $u = E - u_R$

en dérivant:

$$\frac{du_C}{dt} = \frac{dE}{dt} - \frac{du_R}{dt} = 0 - \frac{du_R}{dt}$$

L'équation (1) donne:

$$(E - u_R) + RC\left(-\frac{du_R}{dt}\right) = E$$

Ou encore: $E - u_R - RC.\frac{du_R}{dt} = E$

D'où: $u_R + RC\frac{du_R}{dt} = 0$

4-

$$u_R + RC.\frac{du_R}{dt} = Ee^{-\frac{t}{\tau}} + RC\left[-\frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}\right]$$

$$= Ee^{-\frac{t}{\tau}}\left[\underbrace{1 - \frac{RC}{\tau}}_{=0}\right] = 0$$

5- $\tau = RC$;

d'où: $C = \frac{\tau}{R} = \frac{2}{25.10^3}$

$= 8.10^{-5}F$

6- Lorsque les deux courbes se coupent on a: $u_R = u_R$

Or, $u_C + u_R = E$ ce qui donne $2u_C = E$

Alors: $u_C = \frac{1}{2}E = 15V$

$\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}C.u_C^2 = \frac{1}{2}.8.10^{-5}.(15)^2$

$= 9.10^{-3}J$

18 On réalise le circuit électrique représenté dans la figure-1 qui est constitué de:

- (G): Générateur de tension de force électromotrice.
- (D): Conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$
- (C) Condensateur de capacité C.
- K: Interrupteur de courant.

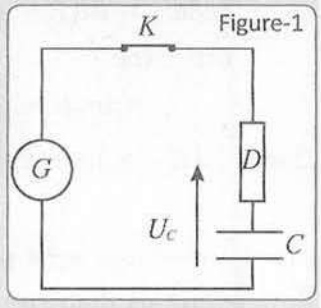


Figure-1

Le condensateur est dechargé initialement, on ferme l'interrupteur à l'instant $t = 0$.

1- Etablir l'équation différentielle de la tension u_C aux bornes du condensateur.

2- La solution de l'équation s'écrit: $u_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec la constante A et τ la constante du temps du dipôle RC.

Montrer que: $\ell n(E - u_C) = -\frac{1}{\tau}.t + \ell nE$

3- La figure-2 donne la variation de $\ell n(E - u_C)$ en fonction de temps. Trouver les valeurs de E et de τ.

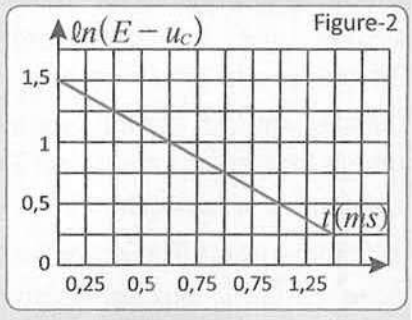


Figure-2

4- Soit E_e l'énergie emmagasinée par le condensateur à l'instant $t = \tau$ et E_{emax} son énergie maximale ; calculer le rapport $\frac{Ee}{E_e\max}$.

5- Calculer la valeur C' du condensateur C' associé au condensateur C, pour que la constante du temps prenne la valeur $\tau' = \frac{\tau}{3}$, en justifiant la nature de l'association (en parallèle ou en série).

Solution

1- Equation différentielle

La loi d'additivité des tensions:

$$u_C + u_R = E\,;\, u_C + RC\frac{du_C}{dt} = E$$

2- La relation:

On a: $u_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

Donc: $\frac{du_C}{dt} = \frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

On remplace dans l'équation.

$$A - Ae^{-\frac{t}{\tau}} + \mathrm{Re}\frac{A}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = E$$

$$(A - E) + Ae^{-\frac{t}{\tau}}\left(\frac{RC}{\tau} - 1\right) = 0$$

Donc: $\begin{cases} A = E \\ RC = \tau \end{cases}$

Donc: $u_C(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = E - Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

$$Ee^{-\frac{t}{\tau}} = E - u_C$$

$$\ell nEe^{-\frac{t}{\tau}} = \ell n(E - u_C)$$

$$\ell nE - \ell ne^{-\frac{t}{\tau}} = \ell n(E - u_C)$$

Donc: $\ell n(E - u_C) = -\frac{t}{\tau} + \ell nE$

3- Valeurs de E et de τ.

A l'instant $t = 0$ on a: $u_C = 0$

Donc: $\ell nE = 1,5\,;\, E \simeq 4,5V$

La courbe a pour équation:

$$\ell n(E - U_C) = at + b$$

avec: $a = -\frac{1}{\tau} = \frac{0,5 - 1,5}{(1-0).10^{-3}}$

$$= \frac{1}{\tau} = 10^3 \Longrightarrow \tau = 10^{-3}s = 1ms$$

4- $\frac{E_e}{E_{emax}} = \frac{\frac{1}{2}CU_C^2}{\frac{1}{2}CE^2} = \left(\frac{Ee^{-1}}{E}\right) = e^{-2}$

$$= 0,135$$

5- On a: $\tau' = \frac{\tau}{3}$

$$RCe = \frac{RC}{3}\,;\, Ce = \frac{C}{3}$$

$Ce < C$ donc l'association est en série:

$$\frac{1}{Ce} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'}\,;$$

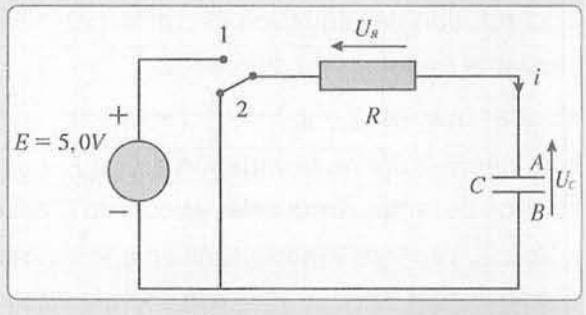
$$\frac{3}{C} = \frac{1}{C} + \frac{1}{C'}$$

$$\frac{1}{C'} = \frac{2}{C} \Longrightarrow C' = \frac{C}{2}$$

19 Le montage schématisé ci-après permet d'étudier l'évolution de la tension u_C aux bornes d'un condensateur de capacité C en série avec une résistance R. Le commutateur positions a deux positions 1 et 2.

Une interface, reliée à un ordinateur, permet de saisir les valeurs intantanées de la tension u_C.

Initialement, le commutateur est depuis longtemps en position 2 et le condensateur est déchargé.



1- Comment faut-il brancher l'oscilloscope pour obtenir la courbe donnant l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur en fonction du temps?

2- Montrer que, lors de la décharge, l'équation différentielle vérifiée par la tension u_C est de la forme: $u_C + \frac{1}{\alpha}\frac{du_C}{dt} = 0$.

3- La solution de l'équation différentielle précédemment établie est de la forme:

$u_C = Ae^{-kt} + B$.

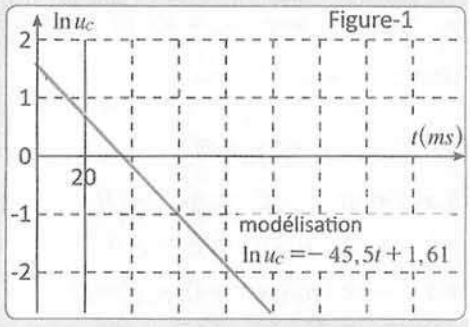
a- A partir d'une condition initiale et des paramètres du circuit. Déterminer l'expression des constantes A, B et K. Montrer que la tension u_C peut se mettre sous la forme: $u_C = Ee^{-\alpha t}$.

b- La tension u_C est exprimée en volt. Etablir l'expression du logarithme népérien de sa valeur, noté $\ln u_C$.

On rappelle que: $\ln ab = \ln a + \ln b$;

$Lna^x = x \ln a$; $\ln e = 1$.

c- On a tracé, à l'aide d'un logiciel, la courbe représentant Lnu_C en fonction du temps Figure-1.

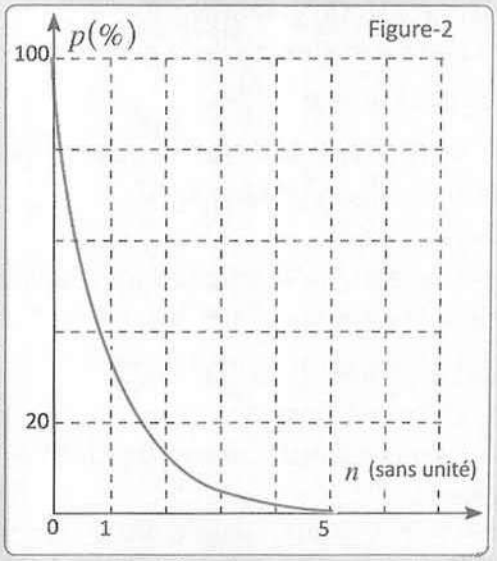


Montrer que l'allure de cette courbe est en accord avec l'expression obtenue au 3.b. Quelle valeur de la constante de temps semble-t-elle en accord avec les résulats de la modélisation: $\tau = 0,46ms$; $\tau = 2,2ms$; $\tau = 22ms$?

4- Le logiciel permet de créer deux nouvelles grandeurs:

- $p = 100\frac{u_C}{E}$ représentant le pourcentage de charge restant à la date t ;
- $n = \frac{t}{\tau}$ représentant la durée de la décharge en unité de constante de temps (c'est-à-dire quand $t = \tau$, $n = 1$; $t = 2\tau$, $n = 2$, etc.).

La courbe de la Figure-2 représente p en fonction de n.



a- Pour $n = 1$, déterminer graphiquement le pourcentage de charge restante.

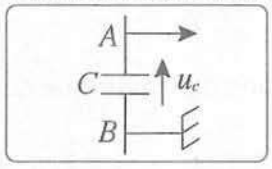
b- Pour quelle valeur de n, la décharge peut-elle être considérée comme terminée?

c- Quelle est la durée minimale pendant laquelle le commutateur doit rester dans la position convenable pour que la charge du condensateur puisse être considérée comme totale?

Solution

1- Manipulation:

On doit brancher les bornes du condensateur aux entrées d'un oscilloscope.



2- Par additivité des tensions, on a:

$u_C + u_R = 0$ avec $u_R = Ri$ et $i = C\frac{du_C}{dt}$

Donc: $U_C + RC\frac{du_C}{dt} = 0$

D'où: $\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$

3.a- On a: $u_C = Ae^{-Kt} + B$

• à $t = 0$: $u_C(0) = E = A + B$

• à $t \to \infty$: $u_C(\infty) = 0 \Rightarrow B = 0$

donc: $A = E$

et on a:

$$\frac{du_C}{dt} = -KAe^{-Kt} = -Ku_C = -\frac{1}{RC}u$$

donc: $K = \frac{1}{\tau}$; d'où: $u_C(t) = Ee^{-\frac{t}{\tau}}$

b- On a: $\ln u_C = \ln(Ee^{-\frac{t}{\tau}})$

donc: $\ln u_C = \ln E - \frac{t}{\tau}$.

c- Il s'agit d'une fonction affine de pente: $-\frac{1}{\tau}$.

Par analogie on déduit que:

$$-\frac{1}{\tau} = -4,45 \Rightarrow \tau = 0,022s$$

$$\tau = 22ms$$

4.a- Pour $n = 1$ on trouve $p = 35\%$.

b- Valeur de n:

tel que $p = 0$ graphiquement $n = 5$ donc: $t = 5\tau$.

c- Durée de charge:

La décharge et la charge du condensateur se font de la même manière donc la durée minimale de la charge est 5τ.

20 On dispose d'un condensateur de capacité $C = 200\mu F$ totalement chargé sous une tension $E = 10V$. Pour étudier sa décharge à travers un résistor de résistance R, on réalise le circuit de la figure suivante. Le circuit est fermé à partir de la date $t = 0$. On donne $R = 0,5K\Omega$.

1- En tenant compte de la convention de ce circuit, établir l'équation différentielle suivante: $u_c + RC.\frac{du_C}{dt} = 0$

2- Vérifier à partir de cette équation que: $\tau = RC$ a la dimension d'un temps.

3- Calculer τ.

4- Sachant que la solution de l'équation différentielle précédente s'écrit: $u_C(t) = Ae^{-\alpha t}$.

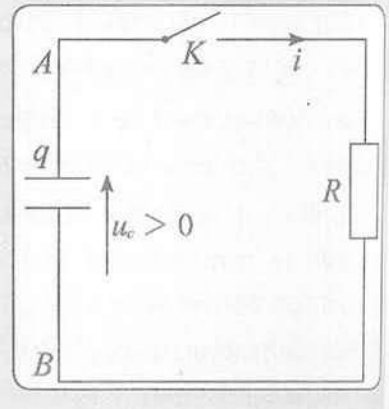
Montrer que: $A = E$ et $\alpha = \frac{1}{\tau}$

5- Calculer à l'instant $t = 0$:

a- L'énergie électrique emmagasinée par le condensateur.

b- L'intensité du courant traversant le circuit.

6- A quelle date le condensateur perd 75% de son énergie initiale?



Solution

1- La tension u_C étant positive, la charge portée par l'armature A est donc positive, et celle portée par B est négative.

Alors: $i = \frac{dq_B}{dt} = -\frac{dq}{dt}$

$$= -\frac{d(Cu_C)}{dt} = -C\frac{du_C}{dt}$$

La loi d'additivité des tensions s'écrit:

$$u_C + u_R = 0$$

Le résistor est orienté en convention générateur, donc: $u_R = -Ri$

Alors: $u_C - Ri = 0$

Ou encore: $u_C - R\left(-C.\frac{du_C}{dt}\right) = 0$

C'est-à-dire: $u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = 0$

2- On déduit de l'équation différentielle que: $\tau = RC = -\frac{u_C}{\frac{du_C}{dt}}$

D'où: $[\tau] = \frac{[U]}{\frac{[U]}{[T]}} = [T]$

3- $\tau = R.C = 0,5.10^3.200.10^{-6} = 0,1s$

4- Dérivons $u_C(t)$ et remplaçons dans l'équation différentielle:

$$\frac{du_C(t)}{dt} = -A\alpha e^{-\alpha t}$$

L'équation $u_C + RC.\frac{du_C}{dt} = 0$ devient:

$$Ae^{-\alpha t} + RC(-A.\alpha.e^{-\alpha t}) = 0$$

$$Ae^{-\alpha t}[1 - RC.\alpha] = 0$$

Puisque t varie; cette équation n'est vérifiée que lorsque: $1 - RC.\alpha = 0$; c'est-à-dire: $\alpha = \frac{1}{RC} = \frac{1}{\tau}$

Déterminons A à partir des conditions initiales du circuit; à savoir: $u_C(0) = E$

On a alors: $u_C(0) = E = Ae^{-0} = A$

5.a- $\mathscr{E}_e(t) = \frac{1}{2}Cu_C^2(t)$

A la date $t = 0$,

$$\mathscr{E}_e(0) = \frac{1}{2}CE^2$$

$$= \frac{1}{2}.2.10^{-4}.10^2$$

$$= 10^{-2}J$$

b- $i = -C.\frac{du_C}{dt} = -C.(-A.\alpha.e^{-\alpha t})$

$$= \frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

$$= \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

6- Si le condensateur perd 75% de son énergie intiale, cela signifie qu'il emmagasine 25% de cette énergie à la date t.

On peut donc écrire:

$$\mathscr{E}_e(t) = \frac{25}{100}.\mathscr{E}_e(0)$$

Ou encore: $\frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{4}.\frac{1}{2}CE^2$

En remplaçant $u_C(t)$, il vient:

$$(E.e^{-\frac{t}{\tau}}) = \frac{1}{4}.E^2$$

Alors: $e^{-\frac{2t}{\tau}} = \frac{1}{4}$

D'où: $-\frac{2t}{\tau} = Ln\frac{1}{4} = -Ln4$

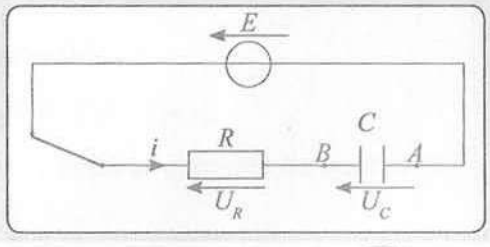
Donc: $t = \frac{\tau}{2}Ln4 = -\tau Ln2$

$$t = 0,069s = 69ms$$

21 Pour étudier la réponse du dipôle RC à un échelon montant de tension, on considère le circuit schématisé ci-contre.

La tension u_C a pour expression:

$u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ avec: $\tau = RC$:



constante de temps du circuit.

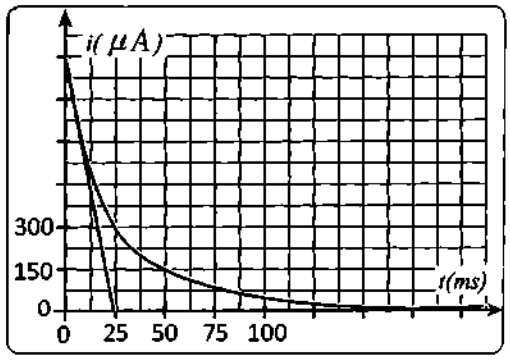
On donne: $E = 36V$.

1- Montrer que l'intensité i du courant vérifie l'équation différentielle suivante:

$i + \tau \frac{di}{dt} = 0$.

2- Exprimer i à la date en fonction de E, R et t.

3- En utilisant la courbe ci-contre, déterminer les valeurs de R et C en $K\Omega$ et nF.



La droite figurant sur ce document représente la tangente à la courbe $i(t)$ à la date $t = 0$.

Solution

1- Première méthode:

Loi d'additivité des tensions:

$u_C + u_R = E$

Ou encore: $\frac{q}{C} + Ri = E$

q est lié à i par la relation $i = \frac{dq}{dt}$:

dérivons donc cette expression par rapport au temps.

$\frac{1}{C}.\frac{dq}{dt} + R.\frac{di}{dt} = 0$ car: $E = cte$

C'est-à-dire: $\frac{1}{C}.i + R\frac{di}{dt} = 0$

Donc: $i + RC\frac{di}{dt} = 0$

2- $i = \frac{dq}{dt} = \frac{d(Cu_C)}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

$u_C = E(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$= E - Ee^{-\frac{t}{\tau}} \Rightarrow \frac{du_C}{dt}$

$= \frac{E}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

D'où: $i = \frac{CE}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E}{R}e^{-\frac{t}{\tau}}$

3- A la date $t = 0$, on a:

$$i(0) = \frac{E}{R}e^0 = \frac{E}{R}$$

D'après le graphe:

$i(0) = 900\mu A$

$= 9.10^{-4}A$

$R = \frac{E}{i(0)} = \frac{36}{9.10^{-4}}$

$= 4.10^4\Omega$

$= 40K\Omega$

$C = \frac{\tau}{R} = \frac{25.10^{-3}}{4.10^4}$

$= 6,25.10^{-7}$

$= 625nF$

7 Le dipôle RL

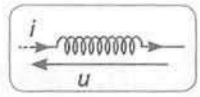
I- La bobine:

1 Présentation:

Une bobine est un dipôle électrique formé par un fil de cuivre sous forme de spires.

2 Tension électrique:

En convention récepteur, la tension électrique aux bornes d'une bobine est exprimée par la relation suivante: $u = ri + L\frac{di}{dt}$



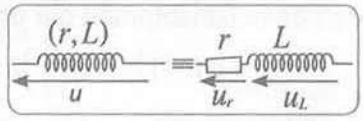
r: résistance de la bobine, elle dépend de la longueur du fil, de sa section et de la nature du fil.

L: constante caractérisant les spires, appelée coefficient d'inductance de la bobine.

La valeur de L dépend du nombre de spires, de la surface d'une spire;
de leur surface, de la longueur de la bobine et de l'isolant dans les spires.

L'unité de L est le Henry de symbole (H).

$u = u_r + u_L = ri + L\frac{di}{dt}$



3 Cas particulier: bobine idéale:

Une bobine est considérée comme idéale lorsque son comportement résistif est négligeable.

En posant $r = 0$, on a $u = u_L = L.\frac{di}{dt}$

4 Unité de l'inductance, équation aux dimensions:

$L = \frac{u}{\frac{di}{dt}}$, $[L] = \frac{[U][\Delta t]}{[I]}$, d'où $1H = 1.V.A^{-1}.s$

5 Comportement d'une bobine en courant continu:

En courant continu, on a $i = I = cte$, alors $\frac{di}{dt} = 0$, d'où $u = r.i$

Dans ce cas, la bobine se comporte comme un conducteur ohmique de résistance r.

Exercice d'application

On dispose d'une bobine de résistance $r = 20\Omega$ et de coefficient d'inductance $L = 0,5H$.

1- Déterminer la tension u aux bornes de cette bobine lorsqu'elle.

est traversée par un courant continu d'intensité $15mA$.

2- La bobine est traversée par un courant dont l'intensité instantanée est: $i(t) = 4t + 5.10^{-2}$ (unités S.I). Exprimer u en fonction du temps.

Déterminer dans ce cas la valeur de cette tension à la date $25ms$

Solution

1- $u = ri + L\frac{di}{dt} = ri\left(car \frac{di}{dt} = 0\right)$, $u = 20.75.10^{-3} = 3V$

2- On a $\frac{di}{dt} = 4$ et $L = 0,5H$; alors $u = ri + L\frac{di}{dt} = 20i + 2$

c'est-à-dire, $u = 20(4t + 5.10^{-2}) + 2 = 80t + 3$

A la date $t_1 = 25ms$

$u_1 = 80t_1 + 3 = 80.2,5.10^{-2} + 3 = 2 + 3 = 5V$

6 Energie magnétique emmagasinée par une bobine:

Puissance instantanée consommée par une bobine:

$$p = u.i = \left(ri + L\frac{di}{dt}\right)i = ri^2 + L.\frac{di}{dt}.i = P_{th} + P_m$$

P_{th} : puissance thermique due à la résistance gaspillée par effet Joule

P_m : puissance due au comportement inductif (puissance magnétique)

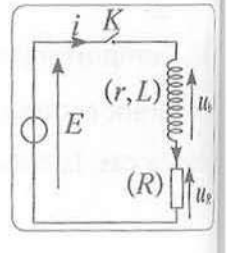
$$P_m = \frac{d\mathscr{E}_m}{dt} = Li.\frac{di}{dt} \Rightarrow \mathscr{E}m = \frac{1}{2}Li^2 + cte$$

Si on considère que l'énergie électrique de la bobine est nulle en absence de courant, alors, la constante est nulle; d'où:

(J) $\longrightarrow \mathscr{E}_m = \frac{1}{2}L.i^2 \longleftarrow$ (A) ; (H) $\longrightarrow$

II- Etablissement de courant dans un circuit RL :

1 Equation différentielle vérifiée par l'intensité $i(t)$:



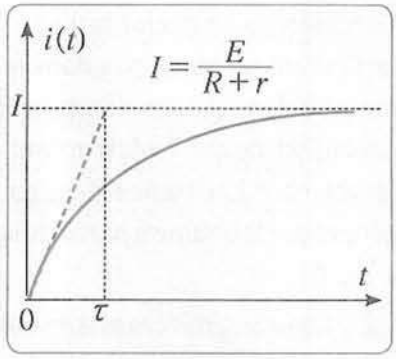
Selon la loi d'additivité des tensions:

$$u_b + u_R = E$$

$$ri + L\frac{di}{dt} + Ri = E$$

$(r+R)i + L\frac{di}{dt} = E$

$i + L.\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r}$ (1)



2 Expression de $i(t)$:

La solution de l'équation différentielle précédente est:

$i(t) = Ae^{-\frac{1}{\tau}t} + B$

On a alors: $\frac{di}{dt} = -\frac{1}{\tau}Ae^{\frac{-t}{\tau}}$

En revenant à (1) on écrit.

$Ae^{-\frac{1}{\tau}t} + B + \frac{L}{R+r}.\left(-\frac{1}{\tau}Ae^{\frac{-t}{\tau}}\right) = \frac{E}{R+r}$

Ou encore: $Ae^{\frac{-t}{\tau}}\left[1 - \frac{1}{\tau}.\frac{L}{R+r}\right] = \frac{E}{R+r} - B$

Pour que cette égalité soit vérifiée $(\forall t)$, il faut que:

$\begin{cases} 1 - \frac{1}{\tau}.\frac{L}{R+r} = 0 \text{ alors: } \tau = \frac{L}{R+r} \text{ Constante de temps du circuit } (RL) \\ B = \frac{E}{R+r} \end{cases}$

La condition initiale $i(0) = 0$, permet d'écrire:

$i(0) = 0 = A.e + B$, ce qui donne $A = -B = -\frac{E}{R+r}$

L'expression de l'intensité de courant est $i(t) = \frac{E}{R+r}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$I = \frac{E}{R+r}$: intensité de courant en régime permanent.

La présence de la bobine fait retarder l'établissement de courant dans le circuit.

3 Tension $u_R(t)$:

$u_R(t) = Ri(t) = R.\frac{E}{R+R}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) = u_R.(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

En régime permanent $u_R(t) \to u_R = RI = R.\frac{E}{R+r}$

$u_R(t)$ a la même allure que $i(t)$

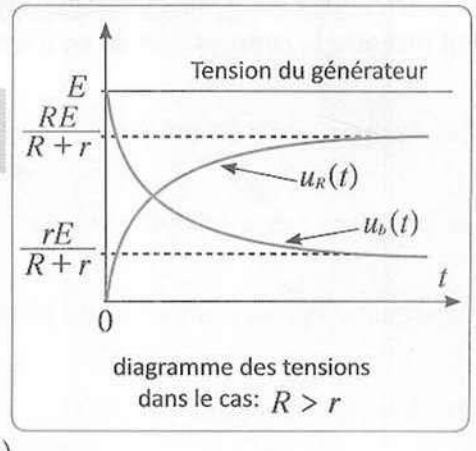


diagramme des tensions dans le cas: $R > r$

4 Tension aux bornes de la bobine:

$u_b = E - u_R = E - R.i(t) = E - R\frac{E}{R+r}((1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

$= E\left[1 - \frac{R}{R+r} + \frac{R}{R+r}e^{-\frac{t}{\tau}}\right] = \frac{E}{R+r}[r + \mathrm{R}e^{-\frac{t}{\tau}}]$

Remarque:

On peut établir l'équation differentielle vérifiée par $u_R(t)$ ou $u_b(t)$ en utilisant les lois d'additivité des tensions.

III- Rupture de courant dans un circuit RL :

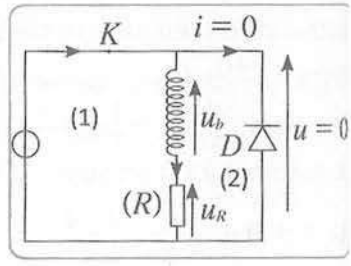
1 Introduction:

Considérons un circuit fermé (circuit (1)).

Le courant ne passe pas dans la diode électroluminescente D.

montée dans le sens non-passant.

Lorsqu'on ouvre l'interrupteur K; la diode s'allume, témoignant l'existence d'un courant dans le circuit (2) généré par la bobine à partir de la date d'ouverture de K, à $t = 0$.



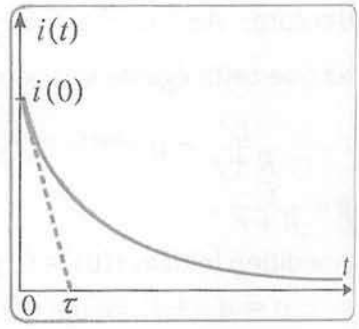
2 Equation différentielle vérifiée par $i(t)$:

Dans le circuit (2), on a:

$u_b + u_R = 0$

$ri + L\frac{di}{dt} + Ri = 0$

$(R+r)i + L.\frac{di}{dt} = 0$ $\qquad i + \frac{L}{R+r}\frac{di}{dt} = 0$



3 Expression de $i(t)$:

Par analogie avec la décharge d'un condensateur on a:

$i = i(0).e^{-\frac{t}{\tau}} = I.e^{-\frac{t}{\tau}}$ $\quad \tau = \frac{L}{R+r}$

A l'ouverture du circuit, l'intensité du courant s'annulle progressivement, la bobine fait retarder la suppression du courant qui la traverse.

1 Trouver les mots manquants:

1-

a- Une bobine est constituée d'un long fil de cuivre enroulé sur un cylindre et est caractérisée par sa .....et son.....

b- La bobine.....aux variations de l'intensité du courant électrique.

c- Une bobine est purement inductive si sa.....est nulle.

d- Il existe une durée caractéristique d'un dipôle RL : la ..... de..... Elle est notée.....et s'exprime en.....

2-

a- Une bobine de résistance r est équivalente à l'association ... d'une bobine de résistance négligeable et d'un...

b- La tension u_L est... à la ..... de l'intensité par rapport au temps.

c- Le coefficient de proportionnalité définit l'... de la bobine et s'exprime en... (symbole...).

d- Le rapport $\tau = \frac{L}{R}$ est appelé..... du dipôle RL. Il est homogène à un...

Solution

1- a- résistance - Inductance
b- s'oppose
c- résistance interne
d- constante - temps - τ seconde

2-a- en sérié conducteur ohmique
b- proportionnelle - dérivée
c- Inductance - Henry -H
d- Constante du temps -temps.

2 Vrai ou faux?

1.a- Pour un dipôle RL d'inductance L donnée, l'établissement du courant est d'autant plus lent que la résistance R est petite.

b- L'établissement du courant dans un dipôle RL est d'autant plus rapide que le rapport $\frac{R}{L}$ est plus petit.

c- L'énergie stockée dans une bobine est d'autant plus grande que son inductance est plus faible.

d- En régime permanent, une bobine aux bornes de laquelle on applique une tension constante est équivalente à un conducteur ohmique.

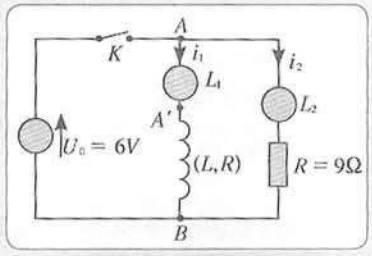
2.a- Le quotient $\frac{L}{R}$ s'exprime en s.

b- Il faut attendre une durée égale à 5τ pour considérer que le régime permanent est atteint.

c- Pour un dipôle RL, si on double la valeur de R, la constante de temps est divisée par 2.

d- L'énergie emmagasinée dans une bobine est proportionnelle à l'intensité du courant qui la traverse.

3- Les deux lampes L_1, et L_2 sont identiques et de résistance $r = 1\Omega$. La bobine a une inductance $L = 1H$ et une résistance $R = 9\Omega$. A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K.



a- A l'instant $t = 0$, on a $i_1 = i_2 = 0$.

b- Une fois le régime permanent établi, on a $i_1 = i_2 = 0,3A$.

c- A l'instant $t = 0$, la tension u_{AB} aux bornes de la bobine vaut $-6V$.

d- Le régime permanent étant établi, on ouvre le circuit: l'intensité traversant la branche AB décroît exponentiellement, la constante de temps ayant pour valeur $\tau = 50ms$.

Solution

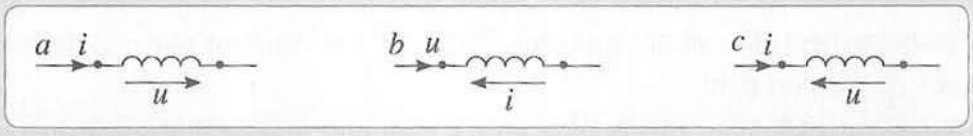
1- a- Vrai
b- Faux
c- Faux
d- Vrai

2- a- Vrai
b- Vrai
c- Vrai
d- Faux

3- a- Vrai
b- Vrai
c- Faux
d- Faux

3 QCM:

1.1- En convention récepteur, la représentation d'une bobine idéale est:



1.2- En convention récepteur, la tension U aux bornes d'une bobine s'écrit:

a- $L\frac{di}{dt} - ri$; b- $L\frac{di}{dt} + ri$;

c- $-L\frac{di}{dt} + ri$; d- $-L\frac{di}{dt} - ri$;

1.3- L'intensité du courant traversant une bobine idéale d'inductance $L = 0,010H$ varie de $\Delta i = 12mA$ pendant une durée $\Delta t = 20\mu s$. La tension u à ses bornes vaut:

a- $6,0V$; b- $6,0mV$; c- $2,4V$.

1.4- Un dipôle RL est constitué d'un conducteur ohmique de résistance $R = 90\Omega$

et d'une bobine d'inductance $L = 10mH$ et de résistance $r = 10\Omega$. Sa constance de temps vaut:

a- $0,10s$; b- $1,0s$; c- $0,10ms$

2-

2.1- Un dipôle RL si on double la résistance du conducteur ohmique, l'établissement du courant est:

a- deux fois plus rapide.

b- deux fois plus lent.

2.2- Lors de l'établissement du courant dans un dipôle RL

La courbe représentant les variations de l'intensité du courant traversant le circuit en fonction du temps est:

☐ a- une courbe exponentielle.

☐ b- une droite linéaire

☐ c- une parabole

☐ d- une droite affine

2.3- Une bobine d'inductance L traversée par un courant d'intensité i emmagasine l'énergie.

☐ a- $E_L = \frac{1}{2}Li$; ☐ b- $E_L = \frac{1}{2}Li^2$; ☐ c- $E_L = \frac{1}{2}Lu^2$.

Solution

1.1- c

1.2- b

1.3- a

1.4- c

2. 2-1: b

2-2: a

2-3: b

1 On réalise un circuit comprenant, placés en série, un générateur de tension constante $U = 4,5V$, une bobine d'inductance *L=0,5H* et de résistance interne $r = 5\Omega$ et un conduteur ohmique de résistance $R = 40\Omega$.

1- Quelle est l'intensité du courant traversant le circuit quand le régime permanent est atteint?

2- Quelle est alors l'energie stockée dans la bobine?

3- Donner l'expression de sa constante de temps τ.

4- Par une analyse dimensionnelle, vérifier que cette constante est bien homogène à une durée.

Solution

1- En régime permanent par additivité des tensions on écrit: $u_L + u_R = E$

$rI + RI = E \Rightarrow 0\ ;\ I = \dfrac{E}{R+r}$

A.N.: $I = \dfrac{46}{40+5}$

$= 0,1A$

2- On a: $\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}LI^2$

A.N.: $\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}0,5(0,1)^2$

$\mathscr{E}_m = 2,5.10^{-3}J$

$= 2,5mJ$

3.1- On a: $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

3.2- $[\tau] = \dfrac{[L]}{[R]}$ avec $[R] = \dfrac{[U]}{[I]}$

et: $[L] = \dfrac{[U]}{[I]}.[T]$

donc: $[\tau] = \dfrac{[U]}{[I]}.[T].\dfrac{[I]}{[U]}$

$[\tau] = [T]$

2

1- Une bobine idéale d'inductance L est parcourue par un courant dont l'intensité varie linéairement de 0 à 1,00 A en $500\mu s$. La tension à ses bornes est alors égale à 10V, calculer la valeur de l'inductance L.

2- L'intensité du courant électrique traversant une bobine AB supposée idéale, d'inductance $L = 150mH$, varie suivant une loi de forme:

$i(t) = -5t + 4$ (*i* est exprimée en ampère et *t* en secondes).

Dans le sens positif choisi, le courant circule de A vers B dans la bobine.

2.1- Que vaut la tension u_{AB} aux bornes de la bobine?

2.2- Quel point (A ou B) se trouve au potentiel le plus élevé?

2.3- A quel instant l'intensité s'annule-t-elle? quelle est alors la valeur de u_{AB} ?

Solution

1- Valeur de L

On a: $u_L = L\dfrac{di}{dt}$

On a: $i = at$ car *i=f(t)* est linéaire.

à: $t = 500.10^{-6} \Rightarrow ; i = I = a.5.10^{-4}$

or: $I = 100A$

donc: $a = 2000V/s$; $i = 2.10^3.t$

La relation (1) donne: $L = \dfrac{u_L}{\dfrac{di}{dt}}$

A.N.: $L = \dfrac{10}{2.10^3} = 5.10^{-3}H$

2.1- On a:

$$u_{AB} = L\frac{di}{dt}$$
$$= 150.10^{-3}(-5) = -0,75V$$

2.2- Le point de potentiel plus élevé

on a: $u_{AB} < 0$ donc: $V_A < V_B$ d'où le $V_A - V_B < 0$

point B a le potentiel le plus élevé

2.3- l'instant t

tel que: $i = 0 \Longrightarrow -5t + 4 = 0$

$$t = \frac{4}{5} = 0,8s$$

donc: $u_{AB} = -0,75V$

3 une bobine d'inductance $L = 0,15H$ et de résistance $r = 12\Omega$ est placée dans un circuit série contenant un générateur de tension continue de valeur $E = 4,5V$ et un conducteur ohmique de résistance $R = 10\Omega$.

1- Représenter le schéma du circuit.

2- Calculer la valeur de la constante de temps τ du cicuit.

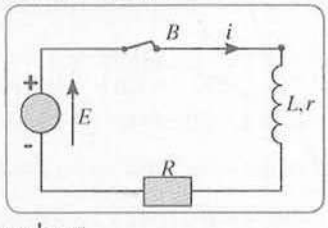
3- Au bout de quelle durée peut-on considérer que le régime permanent est atteint?

4- Le régime permanent étant atteint, quelle est la valeur de l'intensité du courant électrique circulant dans le circuit?

5- Quelle est la valeur de l'énergie emmagasinée dans la bobine en régime permanent?

Solution

1- Schéma du circuit.



2- Valeur de τ

on a: $\tau = \dfrac{L}{R+r}$

A.N.: $\tau = \dfrac{0,15}{10+12} \simeq 6,82.10^{-3}s$

3- Régime permanent atteint après:

$$\Delta t = 5.\tau = 0,034s = 34ms$$

4- En régime permanent:

$$I = \frac{E}{R+r}$$

A.N.: $I = \dfrac{4,5}{22} \simeq 0,20A$

5- L'énergie emmagasinée on a:

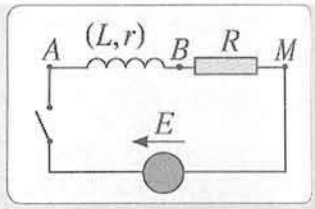
$$\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}Li^2$$

En régime permanent $i = I = 0,20A$.

donc: $\mathscr{E}m = \dfrac{1}{2}.0,15(0,20)^2$

$$\mathscr{E}m = 3.10^{-3}J.$$

4 On considère le circuit schématisé ci-contre



1- Représenter par des flèches les tensions u_L aux bornes de la bobine et u_R aux bornes du conducteur ohmique en respectant la convention récepteur.

2- Donner l'expression de la tension aux bornes de la bobine notée $u_L(t)$.

3- En appliquant la loi d'additivité des tensions, établir l'équation différentielle vérifiée par l'intensité du courant $i(t)$ le circuit.

4- Vérifier que $i(t) = Ke^{\frac{-t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$ peut être une solution de cette équation différentielle à condition que $\tau = \frac{L}{R}$ avec $R_t = R + r$.

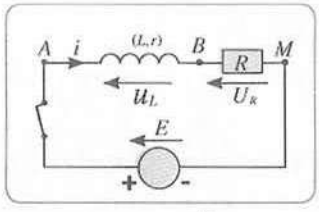
5- Si l'instant de date $t_0 = 0_s$, l'intensité du courant est nulle, montrer que: $K = \frac{E}{R_t}$.

6- Tracer l'allure de la courbe représentant $i(t)$.

7- Indiquer sur celle-ci la constante de temps τ ainsi que la valeur correspondant à $\frac{E}{R_t}$.

Solution

1- Représentation:



2-On a: $u_L(t) = ri + L\frac{di}{dt}$.

3- Equation différentielle:

Par additivité des tensions on écrit:

$$u_R + u_L = E \ ;$$

$$Ri + ri + L\frac{di}{dt} = E$$

$$i + \frac{L}{R+r}\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r} \quad (1)$$

4- on a: $i(t) = ke^{-t/\tau} + \frac{E}{R_t}$

d'où: $\frac{di}{dt} = -\frac{k}{\tau}e^{-t/\tau}$

$$(1) \Rightarrow ke^{-t/\tau} + \frac{E/}{R_t} - \frac{L}{R_t}\frac{k}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{E/}{R_t}$$

$$ke^{-\frac{t}{\tau}}\left(1 - \frac{L}{R_t}\cdot\frac{1}{\tau}\right) = 0$$

l'équation est vérifiée si.

$1 - \frac{L}{R_t}\cdot\frac{L}{\tau} = 0 \Longrightarrow \tau = \frac{L}{R_t}$;

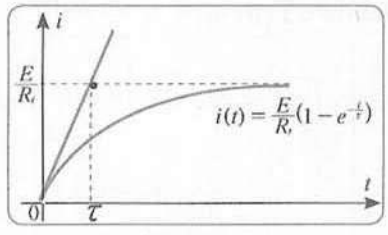
avec: $R_t = R + r$

5- On a: $i(t) = ke^{-\frac{t}{\tau}} + \frac{E}{R_t}$ à $t = 0$:

$$i(0) = ke^0 + \frac{E}{R_t} = 0$$

donc: $k = -\frac{E}{R_t}$

6-



7- On a: $i(t) = \frac{E}{R_t}(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

on régime permanent $t \longrightarrow \infty : e^{-\infty} = 0$

$$i(\infty) = I_0 = \frac{E}{R_t}$$

5 L'objectif de cette étude est de retrouver expérimentalement l'inductance d'une bobine pour la comparer à celle donnée par le fabricant.

Le matériel disponible pour l'ensemble de cet exercice est donné ci-après.

- Une bobine d'inductance dont les indications du fabricant sont $L = 1,0H$ et $r = 10\Omega$;
- Un générateur de tension constante $E = 10V$;
- Un conducteur ohmique de résistance $R = 1,0k\Omega$;
- Un interrupteur simple, des fils de connexion;
- Un système d'acquisition informatisé.

Le schéma du montage réalisé est représenté sur la figure-1 (le système d'acquisition est connecté mais non représenté).

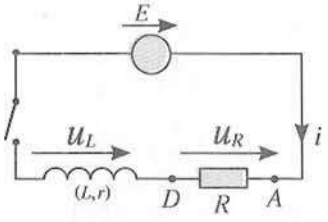


Figure - 1

Une fois le paramétrage du système d'acquisition effectué, on ferme l'interrupteur à l'instant de date $t_0 = 0s$ et on enregistre l'évolution de la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance R en fonction du temps. On obtient l'enregistrement représenté sur la figure-2.

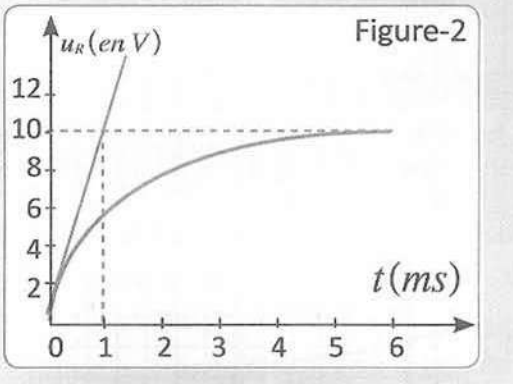


Figure-2

1- Si l'on considère que la résistance r de la bobine est négligeable devant R, montrer que l'équation différentielle de ce circuit, interrupteur fermé, peut s'écrire sous la forme: $E = u_R(t) + \left(\frac{L}{R}\right)\frac{du_R(t)}{dt}$.

2- Le terme $\frac{L}{R}$ correspond à la constante de temps τ de ce circuit montrer que cette constante a la dimension d'un temps (ou d'une durée).

3- Déterminer à partir du graphique de la figure 2 la valeur de la constante de temps τ de ce circuit.

4- En déduire la valeur de L et la comparer avec l'indication du fabricant.

Solution

1- Par additivité des tensions on écrit $u_R + u_L = E \Longrightarrow Ri + L\frac{di}{dt} = E$

d'après la loi d'Ohm on a: $u_R = Ri$ donc: $i = \frac{u_R}{R}$ et $\frac{di}{dt} = \frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$

donc l'équation s'écrit:

$$R.\frac{u_R}{R} + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} = E$$

d'où: $u_R + \left(\frac{L}{R}\right).\frac{du_R}{dt} = E$.

2- On a: $\tau = \frac{L}{R}$; $[\tau] = \frac{[L]}{[R]}$

avec: $[L] = \frac{[U]}{[I]}[T]$ et $[R] = \frac{[U]}{[I]}$.

donc: $[\tau] = \frac{[U]}{[I]}.[T].\frac{[I]}{[U]}$

d'où: $[\tau] = [T]$

3- Graphiquement on trouve $\tau = 1ms$.

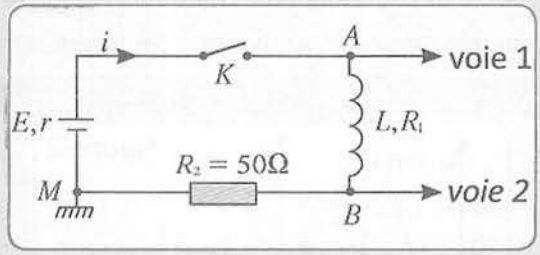
4- On a: $\tau = \frac{L}{R}$

donc: $L = R.\tau$

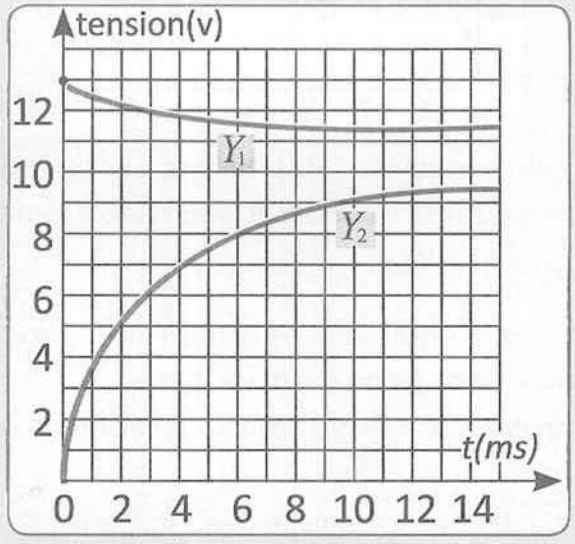
A.N.: $L = 1000.10^{-3}$

$L = 1H$

6 Un ordinateur relié au montage schématisé ci-dessous par une interface appropriée, permet d'enregistrer au cours du temps les valeurs des tensions.



1- A l'instant $t = 0$, on ferme l'interrupteur K et on procède à l'enregistrement. On obtient les courbes $y_1 = f(t)$ et $y_2 = g(t)$.



a- Identifier les courbes y_1 et y_2. Justifier la réponse.

b- A partir de la courbe représentant la variation de l'intensité i du courant, expli-

quer le comportement de la bobine.

c- Donner la valeur de la force électromotrice E de la pile.

2- Lorsque le régime permanent est établi, l'intensité i prend la valeur I_P, tandis que y_2 prend la valeur Y_P.

a- Donner les expressions des tensions U_{AM}, U_{AB} et U_{BM}.

b- Montrer que la bobine a une résistance R_1, non nulle.

c- Calculer successivement les valeurs de l'intensité I_P, de la résistance interne r de la pile et de la résistance R_1.

3- Le circuit étudié peut être caractérisé par sa constante de temps τ. Pour un circuit RL, on pose: $\tau = \frac{L}{R}$.

a- Montrer que la constante τ est bien homogène à un temps.

b- Que représente R dans le circuit? Quelle est sa valeur?

On admet que: $i(t) = A(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$. $A = I_P$.

4.a- Donner la valeur de τ déterminée graphiquement.

b- En déduire la valeur de L. Calculer l'énergie emmagasinée par la bobine quand le régime permanent est établi.

Solution

1.a- Sur la voie 2, la tension visualisée est $U_{BM} = Ri$ à l'instant $t = 0$ on $i(0) = 0$ alors $U_{BM}(0) = 0$, donc la courbe y_2 correspond à U_{BM} et la courbe, y_1 correspond à la tension U_{AM} aux bornes du générateur.

b- On a: $U_{BM} = R_2 i$

donc la courbe $i(t)$ a la même allure que $U_{BM}(t)$, qui montre que l'établissement est retardé par l'existence de la bobine dans le circuit.

c- L'équation caractéristique du générateur s'écrit: $U_{AM} = E - R_1 i$

à l'instant $t = 0$ on a $i = 0$

donc: $U_{AM} = E = 13V$.

2. a- En régime permanent on a:

$U_{BM} = 9,5V$; $U_{AM} = 11,5V$

Selon la loi d'additivité des tensions on a:

$U_{AM} = U_{AB} + U_{BM}$

donc: $U_{AB} = U_{AM} - U_{BM}$

$U_{AB} = 11,5 - 9,5 = 2V$

b- En régime permanent la tension aux bornes de la bobine

$U_{AB} = R_1 I$ car $\frac{di}{dt} = 0$

$U_{AB} = 2 \neq 0$ donc: $R_1 \neq 0$

la bobine est réelle.

c- Calcul de I_P, r et R_1

on a: $U_{BM} = R_2 I_P$

$I_P = \frac{U_{BM}}{R_2}$

$= \frac{9,5}{45} = 0,21A$

$U_{AM} = E - rI_P$

donc: $r = \frac{E - U_{AM}}{I_P}$;

$$r = \frac{13-11,5}{0,21} \approx 7\Omega$$

$$U_{AB} = R_1 I_P \; ; \; R_1 = \frac{U_{AB}}{I_P}$$

$$R_1 = \frac{2}{0,21} \approx 9,5\Omega$$

3.a- Par analyse dimensionnelle on a:

$$[\tau] = \frac{[L]}{[R]} = \frac{[\not U][T]}{[\not I]} \cdot \frac{[\not I]}{[\not U]} = [T] \; ;$$

$$[\tau] = \frac{[\not U][T]}{[\not I]} \cdot \frac{[\not I]}{[\not U]} = [T]$$

b- R représente la résistance du circuit:

$$R = R_1 + R_2 + r$$

En régime permanent:

$$RI_P = E \; ; \; R = \frac{E}{I_P} \; ; \; R = \frac{13}{0,21} = 62\Omega$$

4.a- On a: $U_{BM}(\tau) = 0,63U_{BM_{max}}$

$$= 0,63.9,5 \simeq 6V$$

Correspond graphiquement à $\tau \simeq 3ms$

b- Valeur de L et:

on a: $\tau = \frac{L}{R}$; $L = R.\tau$

A.N.: $L = 62.3.10^{-3}$

$$= 0,186H$$

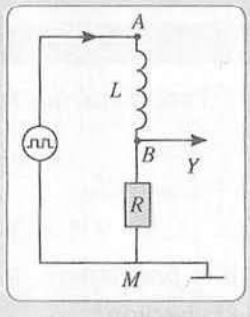
L'énergie emmagasinée par le bobine en régime permanent:

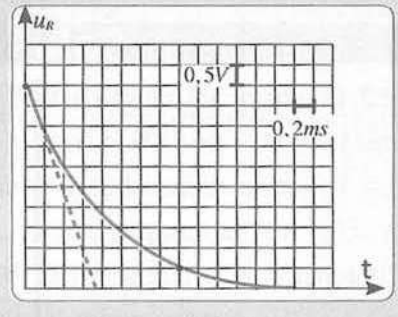
$$\mathscr{E}m = \frac{1}{2}LI_P^2$$

$$= \frac{1}{2}.0,180(0,21)^2$$

$$= 4,1.10^{-3}J$$

7 On réalise le montage ci-contre afin de déterminer l'inductance L d'une bobine de résistance interne négligeable. On visualise à l'aide d'un oscilloscope la tension U_R aux bornes de la résistance, la courbe obtenue au cours de la rupture du courant est représentée sur la figure-1.





1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par U_R lors de la rupture du courant.

2- Montrer que $U_R(t) = RI_0e^{-t/\tau}$ est solution de l'équation et exprimer τ.

3- Montrer que la tangente à la courbe à l'instant $t = 0$ coupe l'axe des temps en $t = \tau$.

4- Déduire le valeur de l'inductance L; on donne $R = 200\Omega$.

Solution

1- Par additivité des tensions on écrit:

$$u_R + u_L = 0$$

avec $u_L = L\frac{di}{dt}$ et $i = \frac{u_R}{R}$

$$\frac{di}{dt} = \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} \text{ donc: } u_R + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} = 0$$

2- On a: $u_R = RI_0e^{-t/\tau}$; $\frac{du_R}{dt} = -\frac{RI_0}{\tau}e^{-t/\tau}$

donc: $RI_0e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{L}{R}.\frac{I_0R}{\tau}e^{-t/\tau} = 0$

$$I_0e^{-\frac{t}{\tau}}\left[R - \frac{L}{\tau}\right] = 0$$

donc: $R-\frac{L}{\tau}=0$; d'où: $\tau=\frac{L}{R}$

3- L'équation de la tangente s'écrit:

$$u_R(t)=\left(\frac{du_R}{dt}\right)_{t=0}(t-0)+u_R(0)$$

$$u_R(t)=-\frac{RI_0}{\tau}e^0(t-0)+RI_0e^0$$

$$=RI_0\left(1-\frac{t}{\tau}\right)$$

$u_R(t)=0$ si: $1-\frac{t}{\tau}=0$ donc: $\underline{t=\tau}$.

La tangente coupe l'axe des abscisses en $t=\tau$.

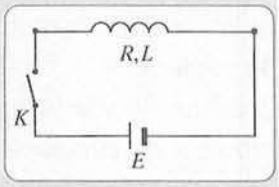
4- On a: $\tau=\frac{L}{R}$

Graphiquement $\tau=0,7ms$

$L=R.\tau$; $L=200.0,7.10^{-3}$;

$L=0,14H$

8 Une bobine d'induction de résistance R et d'inductance L est branchée aux bornes d'une batterie d'accumulateurs de force électromotrice E et de résistance interne négligeable (schéma ci-contre).



On ferme l'interrupteur K à la date $t=0$, le courant s'établit dans le circuit.

1- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution du courant $i(t)$ au cours du temps.

2- Vérifier que $i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$, où $\tau=\frac{L}{R}$, est bien solution de cette équation.

3- Déterminer à l'instant $t=3\tau$ le taux de remplissage énergétique de la bobine défini comme le rapport de l'énergie emmagasinée à cette date à l'énergie maximale qu'elle peut emmagasiner dans ce montage.

4- Le circuit primaire d'une bobine d'allumage automobile peut être ramené au schéma lorsque le rupteur (vis platinées) schématisé par l'interrupteur K est fermé. Ce circuit primaire a pour résistance $R=4,0\Omega$ et inductance $L=4,12.10^{-3}H$.

Quelle doit être la durée minimale de fermeture du rupteur pour que la bobine ait un taux de remplissage au moins égal à celui trouvé précédemment?

Solution

1- On obtient l'équation différentielle suivante: $i+\tau\frac{di}{dt}=\frac{E}{R}(1)$

2- La solution:

Si on dérive $i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{1}{\tau}})$ on obtient $\frac{di}{dt}=\frac{E}{R}\frac{1}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$

En reportant dans l'expression $i+\tau\frac{di}{dt}$ on constate que l'équation (1) est bien vérifée.

3- $E_m(Max)=\frac{1}{2}LI^2$ avec $I=\frac{E}{R}$ au régime permanent.

$$E_m(t)=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}L\left(\frac{E}{R}\right)^2(1-e^{-\frac{t}{\tau}})^2$$

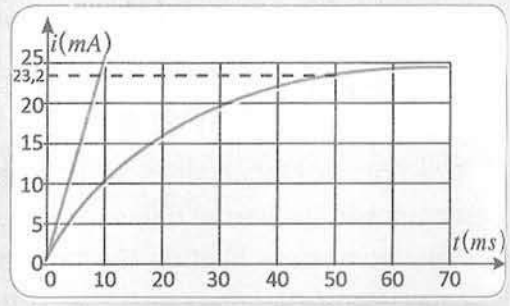
d'où: $\frac{E_m(t)}{E_m(Max)}=(1-e^{-\frac{t}{\tau}})^2$

Application numérique pour $t=3\tau$:

$\frac{E_m(3\tau)}{E_m(Max)}=0,903$ soit 90,3%.

4- La contante de temps τ a pour valeur $\tau=\frac{L}{R}=1,03ms$. Pour avoir un taux de remplissage de 90,3% il faut que l'interrupteur soit fermé pendant un temps $t=3\tau$ soit $t=3,09ms$.

Un circuit est constitué d'un générateur de f.é.m $E = 5,10V$, d'une bobine de résistance r et d'inductance L d'un conducteur ohmique de résistance r' et d'un interrupteur. Lors de la fermeture de l'interrupteur, on a enregistré la tension aux bornes du conducteur ohmique de résistance r', puis on a fait calculer et tracer l'intensité i du courant en fonction du temps t (voir la courbe ci-contre).



1- Faire un schéma du montage permettant de réaliser cette expérience et expliquer la méthode de calcul de l'intensité i du courant.

2- Déterminer la valeur de la constante de temps τ du circuit.

3- Indiquer la durée au bout de laquelle l'intensité du courant a atteint 63% de sa valeur maximale. La comparer à la valeur de τ.

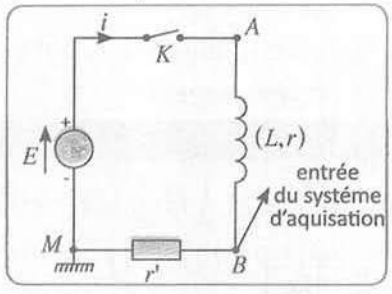
4- Déterminer la valeur de le résistance totale R du circuit.

5- En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

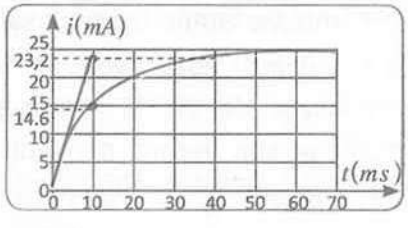
Solution

1- Le schéma du montage est donné ci-dessous.

Pour calculer l'intensité, on utilise la loi d'Ohm aux bornes du conducteur ohmique: $i = \frac{u_{BM}}{r'}$



2- Le point d'intersection entre la tangente à la courbe à la date $t = 0$ et l'asymptote a pour abscisse: $t = \tau = 10ms$.



3- La durée d'après le graphique, la valeur maximale atteinte par l'intensité i du courant est: $i_{max} = 23,2mA$.

Calculons les 63% de cette valeur i_{max} :

$$0,63 \times 23,2 = 14,6mA.$$

Cette valeur est atteinte au bout d'une durée d'environ $10ms$, soit la valeur de τ.

4- Valeur de R Lorsque le régime permanent est atteint, l'intensité du courant est: $I_P = i_{max} = \frac{E}{R}$

Nous en déduisons: $R = \frac{E}{I_P}$;

soit: $R = \frac{5,10}{23,2 \times 10^{-3}}$

$= 220\Omega$

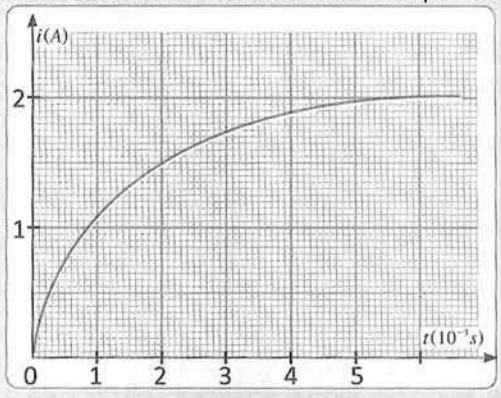
5- Valeur de La constante de temps du circuit est $\tau = \frac{L}{R}$, nous en déduisons $L = R.\tau$.

Donc: $L = 220 \times 10 \times 10^{-3}$

$= 2,2H$

10 Une bobine de résistance R et d'inductance L est branchée aux bornes d'une batterie d'accumulateurs de fém E et de résistance interne négligeable. Un interrupteur K commande l'ouverture et la fermeture du circuit.

Lorsqu'on ferme l'interrupteur K à l'instant $t=0$, le courant s'établit dans le circuit. L'allure du graphe donnant l'intensité du courant en fonction du temps est représentée ci-contre.



1.a- Etablir l'équation différentielle vérifiée par $i(t)$.

b- La solution de l'équation est du type: $i(t)=A+Be^{-Kt}$

Déterminer l'expression des coefficients A, B et k.

En déduire l'expression de $i(t)$.

2.a- Evaluer graphiquement la valeur de τ.

b- Le «taux de remplissage» de la bobine à l'instant t est le rapport entre l'énergie emmagasinée à cet instant et l'énergie maximale qu'elle peut emmagasiner dans ce montage.

Quelle est l'expression de l'énergie emmagasinée par la bobine à l'instant t?

Déterminer le taux de remplissage à $t=3\tau$.

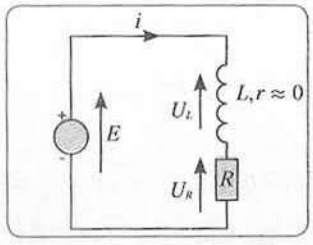
c- Le circuit primaire de la bobine d'allumage de certaines automobiles très anciennes peut être modélisé comme le circuit étudié lorsque le rupteur (schématisé par K) est fermé.

On considère une bobine d'allumage de résistance $R=4,0\Omega$ et d'inductance $L=4,12mH$. Calculer τ.

Quelle doit être la durée minimale de fermeture pour que le taux de remplissage soit au moins égal au précédent?

Solution

1.a- Equation différentielle



On a: $U_R+U_L=E$; $Ri+L\frac{di}{dt}=E$

donc: $i+\frac{L}{R}\frac{di}{dt}=\frac{E}{R}$

b- Expression de A et B et K

On a: $i(t)=A+Be^{-Kt}$

alors: $\frac{di}{dt}=-BKe^{-kt}$

on remplacé dans l'équation on trouve:

$$A+Be^{-Kt}-\frac{L}{R}Ke^{-Kt}=E/R$$

$$Be^{-Kt}\left(1-\frac{L}{R}.K\right)+(A-E/R)=0$$

l'équation a pour solution $\forall t$:

$$\begin{cases}1-\frac{L}{R}K=0\\A-E=0\end{cases}\Longrightarrow\begin{cases}K=\frac{R}{L}=\frac{1}{\tau}\\A=E\end{cases}$$

donc: $i(t)=E-Be^{-\frac{t}{\tau}}$

à: $t=0\ \ i(0)=E-B$

d'où: $B=E/R$;

$$i(t)=\frac{E}{R}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})=I_{max}(1-e^{\frac{1}{\tau}})$$

2.a- On a: $i(\tau)=I(1-e^{-})=0,63.I_{max}$

$$=0,63.2=1,26A$$

graphiquement on trouve: $\tau=1ms$

b- Taux de remplissage à: $t=3\tau$

on a: $\mathscr{E}e=\frac{1}{2}Li^2$ et $\mathscr{E}e_{max}=\frac{1}{2}LI_0^2$

donc: $P=\frac{\mathscr{E}e}{\mathscr{E}e_{max}}=\frac{\frac{1}{2}Li^2}{\frac{1}{2}LI_0^2}=\frac{i^2}{I_0^2}$

$$P=\frac{I_0^2}{I_0^2}(1-e^{-\frac{t}{\tau}})^2$$

A.N.: $P=(1-e^{-\frac{2t}{\tau}})^2$; à $t=3\tau$

$$P=(1-e^{-\frac{6\tau}{\tau}})^2\ ;\ P=0,99$$

c- Calcul de τ.

on a: $\tau=\frac{L}{R}$

A.N.: $\tau=\frac{4,12.10^{-3}}{4}$;

$$\tau\approx 1,03.10^{-3}s$$

$$\backsimeq 1ms$$

- Durée de fermeture:

on a: $P=1-e^{-\frac{2t}{\tau}}\ ;\ e^{-\frac{2t}{\tau}}=1-p$

$$-\frac{2t}{\tau}=\ell n(1-p)\ ;\ t=\frac{-\tau}{2}\ell n(1-p)$$

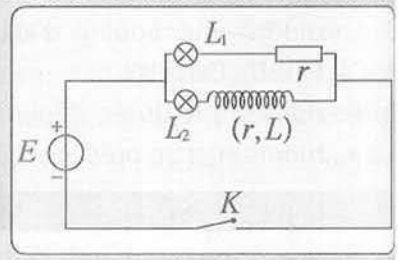
A.N.: $t=-\frac{1,03.10^{-3}}{2}\ell n(1-0,99)$

$$t=2,37ms$$

11 Un circuit série est constitué d'un générateur idéal de tension de fém E, d'une bobine réelle d'inductance L et de résistance r, d'un conducteur ohmique de résistance r' et d'un interrupteur K. À l'instant $t=0$, on ferme brusquement l'interrupteur K.

Données: $E=9,0V\ ;\ L=36mH\ ;\ R=r+r'=180\Omega$.

1- Représenter le schéma du circuit et calculer la valeur I de l'intensité du courant électrique en régime permanent.



2- En régime transitoire, l'intensité i du courant peut s'écrire sous la forme:

$i(t)=I(1-e^{-\frac{t}{\tau}})$

2.1- Montrer que τ est homogène à un temps. Calculer sa valeur.

2.2- L'intensité du courant croît-elle ou décroît-elle en fonction du temps dans le circuit étudié?

2.3- En déduire les valeurs de $i(\tau)$, $i(2\tau)$, $i(3\tau)$, $i(4\tau)$ et $i(4\tau)$.

Que peut-on conclure?

3- On place la bobine dans le circuit schématisé ci-dessous.

Les deux lampes, de résistance r', sont identiques.

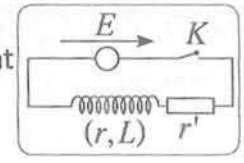
3.1- L'effet de la bobine est-il perceptible à la fermeture du circuit? Justifier.

3.2- Reprendre la question précédente si $L=1,2H$ et $r+r'=10\Omega$.

3.3- On introduit un noyau de fer doux dans la bobine. Que se passe-t-il alors à la fermeture du circuit?

Solution

1- Schéma du circuit:



En régime permanent $\frac{di}{dt}=0$, $u_b = rI$

Donc:

$E = rI + r'I = RI$

$\rightarrow I = \frac{E}{R} = \frac{9}{180} = 5.10^{-2}A$

2.1- L'expression de i permet de déduire:

$$1-e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{i}{I} \rightarrow e^{-\frac{t}{\tau}} = 1-\frac{i}{I}$$

$$-\frac{t}{\tau} = Ln\left(1-\frac{i}{I}\right) \rightarrow t = -\tau Ln\left(1-\frac{i}{I}\right)$$

Donc: cette expression $Ln\left(1-\frac{i}{I}\right)$ est: sans dimension.

Donc τ et t ont la même dimension; celle d'un temps

2.2- $\frac{di}{dt} = \frac{I}{\tau}(e^{-\frac{t}{\tau}}) > 0 \rightarrow i(t)$ est croissante.

2.3-

t	τ	2τ	3τ	4τ	5τ
i	$0,63I$	$0,86I$	$0,95I$	$0,98I$	$0,993I$

En conclusion: A la date $t = 5\tau$, le régime permanent est presque atteint.

3.1- L'effet de la bobine est d'autant plus perceptible que le régime transitoire dure plus longtemps.

Calculons donc la durée: $\Delta t = 5\tau$

$$\Delta t = 5.\frac{L}{r+r'} = 5.\frac{36.10^{-3}}{180} = 1ms$$

cette durée est trop courte pour pouvoir percevoir le retard horaire entre l'allumage de L_2 par rapport à L_1.

3.2- $\Delta t = 5\tau = 5.\frac{L}{r+r'} = 5.\frac{1,2}{10} = 0,6s$

Dans ce cas, le décalage entre (L_1) et (L_2) peut être observé.

3.3- L'introduction d'un noyau de fer dans la bobine change le milieu au sein des spires, entraîne une augmentation du coefficient L et par suite τ augmente. L'effet de la bobine dans ce cas est bien observé.

12 On fait passer dans une bobine de résistance négligeable, un courant électrique variable délivré par un générateur à basse fréquence (GBF) fonctionnant en mode triangulaire. Le circuit réalisé comprend un conducteur ohmique de résistance $R = 100\Omega$ figure-(1). A l'aide d'un oscilloscope bicourbe on visualise la tension aux bornes de la bobine sur la voie y_1 et la tension aux bornes du conducteur ohmique sur la voie Y_2. Les résultats obtenus sont présentés sur les figures 2 et 3.

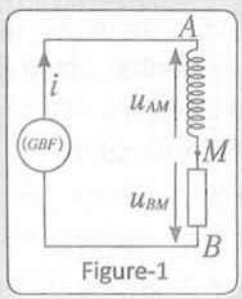


Figure-1

1- Préciser à l'aide du schéma du circuit, comment est branché l'oscilloscope.

2- Montrer que la tension u_{AM} peut s'écrire:

$$u_{AM} = -\frac{L}{R} \times \frac{du_{BM}}{dt}.$$

3- Vérifier que le coefficient d'inductance de la bobine est $L = 25.mH$.

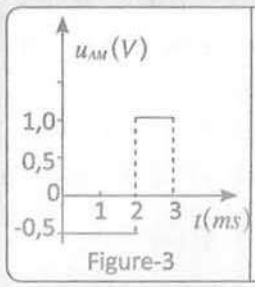


Figure-3

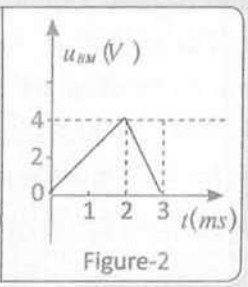
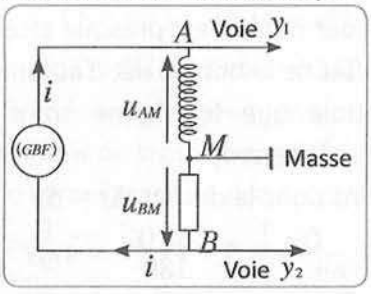


Figure-2

Solution

1- Branchement de l'oscilloscope:



2- Tension de la bobine en convention récepteur: $(r=0): u_{AM} = L.\frac{di}{dt}$

Tension aux bornes du conducteur ohmique orienté ici, en convention générateur: $u_{BM} = -Ri$:

d'où: $i = -\frac{1}{R}u_{BM}$ et $\frac{di}{dt} = -\frac{1}{R}\frac{du_{BM}}{dt}$

La tension u_{AM} s'écrit alors:

$$u_{AM} = L.\frac{di}{dt} = -\frac{L}{R}.\frac{du_{BM}}{dt}$$

3- Graphiquement; dans le même intervalle $[0, 2ms]$.

- $u_{AM=} -0,5V$; - $u_{BM} = K.t$,

d'où: $\frac{du_{BM}}{dt} = K = \frac{4}{2.10^{-3}} = 2.10^3 V/s$

Alors: $L = -\frac{R.u_{AM}}{\frac{du_{BM}}{dt}} = -\frac{R.u_{AM}}{K}$

$$L = -\frac{100.(-0,5)}{2.10^3}$$

$$= 25.10^{-3}H = 25mH$$

13 Un dipôle AC est composé par l'association en série d'une bobine de résistance r et de coefficient d'induction L et d'un résistor de résistance $R = 40\Omega$.

On alimente ce dipôle par un générateur de tension constante E figure (1).

On ferme le circuit à la date $t = 0$, où les points A, B, et C sont reliés à un ordinateur muni d'un logiciel et d'un système d'acquisition des données.

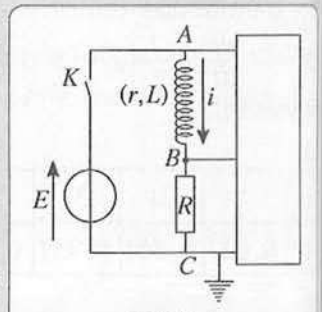


Figure-1

Les résultas obtenus sont présentés sur la figure (2).

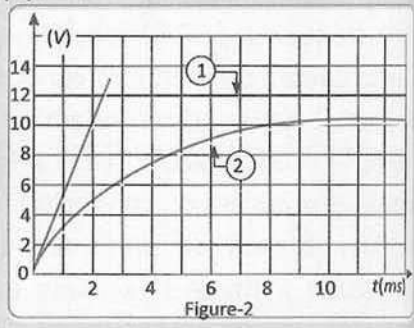


Figure-2

1- Quelles sont les tensions visualisées sur l'écran de l'ordinateur?

Faites associer chacune de ces tensions à la courbe qui lui convient.

2- Calculer la tension aux bornes de la bobine aux dates suivantes:

$t_0 = 0$; $t_1 = 5ms$ et $t > 10ms$

3- Tracer dans le même repère les variations de u_{AB} en fonction de t.

4- Déterminer l'intensité I du courant lorsque le régime permanent est atteint.

5- Montrer que l'équation différentielle vérifiée par l'intensité i est: $i + \tau\frac{di}{dt} = A$ avec: $\tau = \frac{L}{Rt_r}$ et $A = \frac{E}{R+r}$

6- Déterminer r et L.

Solution

1- Les tensions visualisées sont u_{BC} et u_{AC}. $u_{AC} = E$: tension aux bornes du générateur u_{BC}: tension aux bornes du dipôle R.

2- Utilisons la loi d'additivité des tensions:

On a: $u_{AB} + u_{BC} = u_{AC} = E$

à chaque date: $u_{AB} = E - u_{BC}$

à $t_0 = 0$:

$u_{AB}(o) = E - u_{BC}(o) = E - o = E = 12V$

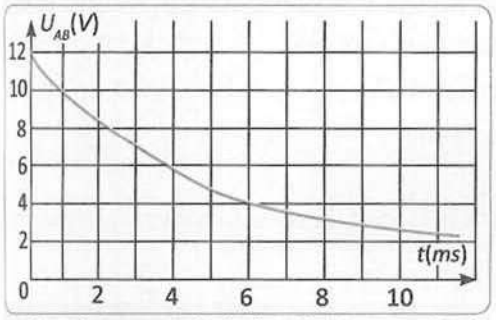
à: $t_1 = 5ms : u_{AB}(t_1) = E - u_{BC}(t_1)$

$= 12 - 8 = 4V$

à: $t > 10ms$

$u_{AB} = E - u_{BC}(\max) = 12 - 10 = 2V$ ·

3- **Allure de u_{AB} en fonction du temps:**



4- L'application de la loi d'Ohm au dipôle BC en régime permanent donne:

$I = \frac{u_{BC}(\max)}{R} = \frac{10}{40} = 0,25A$

5- Loi d'additivité des tensions:

$u_{AB} + u_{BC} = u_{AC} = E$

$ri + L.\frac{di}{dt} + Ri = E$

$(r+R)i + L\frac{di}{dt} = E$

$i + \frac{L}{R+r}.\frac{di}{dt} = \frac{E}{R+r}$

En posant $\frac{L}{R+r} = \tau$ et $\frac{E}{R+r} = A$

On obtient: $i + \tau\frac{di}{dt} = A$

6- Considérons cette équation en régime permanent:

$\frac{di}{dt} = 0$, d'où: $i = I = A = \frac{E}{R+r}$

Donc: $R + r = \frac{E}{I}$

et: $r = \frac{E}{I} - R = \frac{12}{0,25} - 40 = 8\Omega$

Exploitons l'expression de τ.

On a: $\tau = \frac{L}{R+r}$; d'où: $L = \tau(R+r)$

D'après le graphe $\tau = 2.10^{-3}s$.

$L = 2.10^{-3}(40+8)$

$= 9,6.10^{-2}H$

14 Le montage de la figure ci-contre comprend:

- Une bobine b de résistance r et de coefficient d'auto-induction L.
- Un conducteur ohmique de résistance R variable.
- Un générateur idéal de tension constante E.
- Un ampèremètre de résistance négligeable.
- Un interrupteur K.

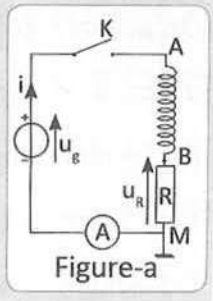


Figure-a

On ferme le circuit à la date $t = 0$.

1- Montrer que la tension u_R aux bornes du conducteur ohmique BM vérifie l'équation différentielle suivante: $u_R + \frac{L}{R+r}\frac{du_R}{dt} = \frac{RE}{R+r}$

2- Sachant que la solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme: $u_R(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$

- Exprimer U_0 en fonction R,r et E et τ en fonction de L,r et R.

3- On fixe la tension du conducteur ohmique sur la valeur $R = R_1$ et on visualise sur un oscilloscope les deux tensions u_g et u_{AB}.

- Les résultats obtenus sont présentés sur la figure b.

- En même temps l'indication affichée par l'ampèremètre se stabilise sur la valeur $I_1 = 50mA$.

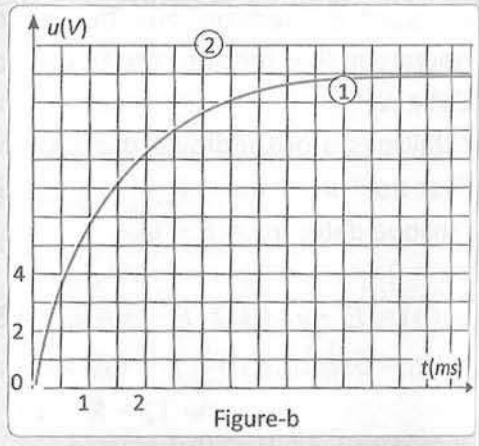


Figure-b

3.1- Justifier que la courbe (1) représente la tension u_{R_1}

- Quelle est la valeur de E ?

3.2- Calculer la valeur de R_1.

3.3- Etablir que: $r = R_1\left(\frac{E}{U_0} - 1\right)$. Calculer r.

3.4- En vous aidant de la courbe (1). Déterminer la valeur de L.

4- On reprend une deuxième expérience en donnant à la résistance R une valeur R_2 dans le but d'obtenir un régime transitoire plus rapide.

4.1- Comparer en justifiant les deux valeurs R_2 et R_1.

4.2- On donne à R_2 une valeur permettant d'avoir $\tau_2 = \frac{1}{4}\tau_1$.

4.2.1- Déterminer R_2.

4.2.2- Quelle est l'intensité I_2 du courant dans le circuit lorsque le régime permanent est établi?

Solution

1- En appliquant la loi d'additivité des tensions on écrit: (1) $u_R + u_b = E$

Or, $u_b = ri + L\frac{di}{dt}$ et $i = \frac{1}{R}u_R$

donc: $u_b = r.\frac{1}{R}u_R + L.\frac{1}{R}\frac{du_R}{dt}$

(1) devient: $u_R + \frac{r}{R}u_r + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} = E$

c'est-à-dire: $u_R\left(1 + \frac{r}{R}\right) + \frac{L}{R}\frac{du_R}{dt} = E$

Ou bien: $u_R(r+R) + L\frac{du_R}{dt} = RE$

D'où: $u_R + \frac{L}{r+R}\frac{du_R}{dt} = \frac{R}{r+R}E$

2- La solution proposée donne:

$$\frac{du_R}{dt} = \frac{U_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}}$$

En revenant à l'équation différentielle on a: $U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}}) + \frac{L}{R+r}.\frac{U_0}{\tau}e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{RE}{R+r}$

$$U_0 e^{-\frac{t}{\tau}}\left[\frac{L}{R+r}.\frac{1}{\tau} - 1\right] = \frac{RE}{R+r} - U_0$$

Cette égalité ne peut être vérifiée que lorsque: $\frac{RE}{R+r} - U_0 = 0$, ce qui donne:

$$U_0 = \frac{RE}{R+r}$$

Et, $\frac{L}{R+r}.\frac{1}{\tau} - 1 = 0$ ce qui donne:

$$\tau = \frac{L}{R+r}$$

3.1- D'après la solution: $u_R(t) = U_0(1 - e^{-\frac{t}{\tau}})$ on remarque bien que: $u_R(0) = 0$.

La courbe de $u_R(t)$ passe par l'origine, il s'agit donc de la courbe (1)

La courbe (2) est celle de u_g,

d'où: $E = 12V$

3.2- La loi d'Ohm appliquée à BM donne:

$$R_1 = \frac{u_R}{I_1} = \frac{11}{50.10^{-3}} = 220\Omega$$

3.3- Lorsque le régime permanent est établi dans ce circuit: $u_b = ri = rI_1$

et: $u_{R_1} = U_0 = R_1 I_1$

L'additivité des tensions s'écrit alors:

$$rI_1 + U_0 = E$$

Avec: $I_1 = \frac{U_0}{R_1}$, on obtient:

$$r.\frac{U_0}{R_1} + U_0 = E$$

Ou encore: $\left(\frac{r}{R_1} + 1\right)U_0 = E$

Ou bien: $\frac{r}{R_1} = \left(\frac{E}{U_0} - 1\right)$

D'où: $r = \left(\frac{E}{U_0} - 1\right)R_1$

A.N. : $r = \left(\frac{12}{11} - 1\right).220 = 20\Omega$

3.4- La tangente n'est pas tracée sur la figure b. On doit utiliser l'expression de $u_R(t)$ à la date $t = \tau$

$$u_R(\tau) = U_0(1 - e^{-1}) = 0,63U_0 = 6,95V$$

La courbe (1) donne $\tau \simeq 1ms$

D'où: $L = (R_1 + r)\tau = 240.10^{-3} = 0,24H$

4.1- Pour atteindre un régime permanent plus rapidement, il faut diminuer la constante τ.

Or τ et R variante en sens inverse:

$$\left(\tau = \frac{L}{R + r}\right).$$

Donc: le régime permanent est plus vite atteint, pour des valeurs de R plus grandes.

4.2- La condition $\tau_2 = \frac{1}{4}\tau_1$ entraîne:

$$\frac{L}{R_2 + r} = \frac{1}{4}.\frac{L}{R_1 + r} \rightarrow 4R_1 + 4r = R_2 + r$$

D'où: $R_2 = 4R_1 - 3r = 4.220 - 3.20$

$$= 820\Omega$$

15 On réalise le montage expérimental de la figure (1), dans le but d'obtenir l'établissement du courant électrique dans un dipôle AB; constitué d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine de coefficient d'induction L et de résistance r.

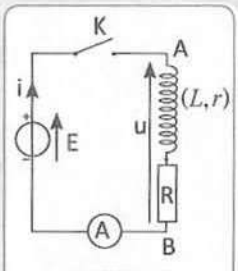


Figure-1

Un générateur idéal applique une tension constante $E = 6,0V$ aux bornes du dipôle.

1.1- On règle la résistance R sur la valeur $R = 150\Omega$ et on ferme le circuit à un instant pris comme origine des dates $(t = 0)$.

Un appareillage convenable a permis d'obtenir les variations de l'intensité de courant i au cours du temps figure (2).

Sur cette figure la droite (T) tangente à la courbe de $i(t)$ à la date $t = 0$ a comme coefficient directeur $a = 100A.s^{-1}$.

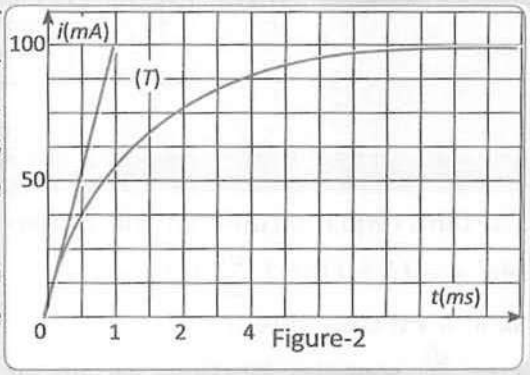


Figure-2

La tension u aux bornes du dipôle AB est exprimée par la relation:

$$u = (R+r)i + L.\frac{di}{dt}$$

1- La grandeur $\left(L.\frac{di}{dt}\right)$ augmente-t-elle ou diminue-t-elle au cours du régime transitoire? justifier.

1.2- Exprimer $\left(\frac{di}{dt}\right)$ à la date $t = 0$; en fonction de E et L

Déterminer la valeur de L.

1.3- Que vaut $\frac{di}{dt}$ pour une date $t > 5ms$? En déduire la valeur de r.

2- On reproduit le même montage précédent en faisant varier la valeur de L et celle de R comme c'est indiqué dans le tableau ci-après:

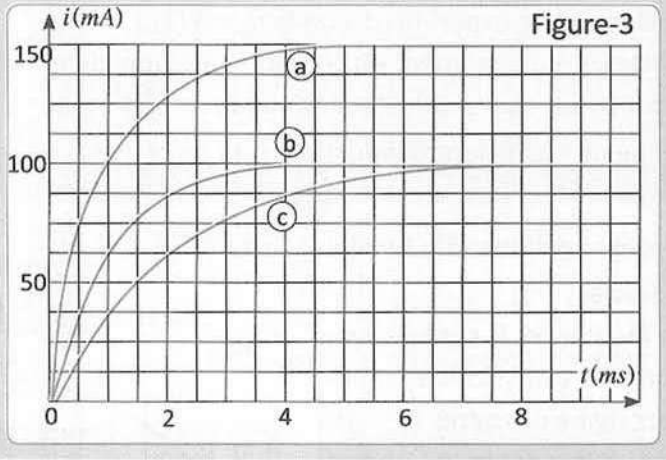
	$r(\Omega)$	$R(\Omega)$	$L(H)$
1er cas	10	50	$L_1 = 6,0.10^{-2}$
2éme cas	10	50	$L_2 = 1,2.10^{-1}$
3éme cas	10	30	$L_3 = 4,0.10^{-2}$

La figure 3 regroupe les courbes (a), (b) et (c) relatives à ces trois expériences.

2.1- Faire correspondre à chacun de ces trois cas, en justifiant, la courbe qui lui convient.

2.2- Quelle valeur R'_2 faut-il donner à R_2 pour que le 2ème et le 3ème cas, aient la même constante de temps.

Figure-3



Solution

1.1- Dans l'équation différentielle proposée: $u = (R+r)i + L.\frac{di}{dt}$ (1)

au a: u est constante $u = E$

i et $\frac{di}{dt}$ sont des fonctions variant en sens opposés.

Et, puisque $i = f(t)$ est croissante (fig 2), la fonction $L\frac{di}{dt}$ est décroissante en fonction de t.

L étant positif, donc $\frac{di}{dt}$ décroît avec t.

1.2- On a la date $t = 0$

$$u = E = (R+r).i(0) + L\left(\frac{di}{dt}\right)_0$$

comme $i(0)=0$, on tire: $\left(\frac{di}{dt}\right)_0=\frac{E}{L}$,

d'où: $L=\frac{E}{\left(\frac{di}{dt}\right)_0}$

A.N.: $L=\frac{6,0(V)}{100(A.s^{-1})}$

$=6,0.10^{-2}H$

1.3- En régime permanent: $\frac{di}{dt}=0$, d'où $E=(R+r)I_{max}$

Donc: $r=\frac{E}{I_{max}}-R=\frac{6}{0,1}-50$

$=10\Omega$

2.1- Le résultat: $E=(R+r)I_{max}$ donne:

$I_{max}=\frac{E}{R+r}$

Cette expression permet de constater que I_{max} est indépendant de L, et dépend uniquement de R tant que E et r sont gardés constants.

- La courbe (a) correspond donc à la résistance la plus petite
- Les courbes (b) et (c) correspondent donc aux deux premiers cas ayant la même valeur de R; qui est $R_1=R_2=50\Omega$

Or la courbe (b) a la dérivée à l'origine $\frac{di}{dt}$ la plus grande (la pente la plus grande).

Et en revenant à: $\left(\frac{di}{dt}\right)_0=\frac{E}{L}$; ou déduit que: $\left(\frac{di}{dt}\right)\nearrow \rightarrow L\searrow$

On déduit que le 1er cas $L_1=6.10^{-2}H$ lui correspond la courbe (b) et le 2ème cas, courbe (c).

2.2- La condition $\tau_2=\tau_3$ permet d'écrire:

$\frac{L_2}{R'_2+r}=\frac{L_3}{R_3+r}\Rightarrow R'_2$

$=\frac{L_2}{L_3}(R_3+r)-r$

$R'_2=\frac{1,2.10^{-1}}{4.10^{-2}}(30+10)-10$

$=110\Omega$

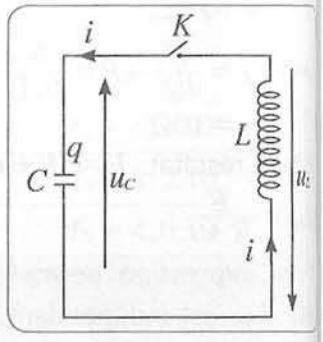
8 Oscillations libres dans un circuit RLC en série

I- CIRCUIT (*LC*) :

1 Equation différentielle vérifiée par u_C:

Considérons le circuit ci-contre où:

- La résistance de la bobine est négligeable.
- Le condensateur est initialement chargé au préalable sous une tension constante E.



Orientons ce circuit en convention récepteur.

La loi d'additivité des tensions nous permet d'écrire:

$u_C + u_b = 0$

$u_C + L\frac{di}{dt} = 0$, or $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_c}{dt}$

alors: $u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$ (1) ou bien $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$ (2)

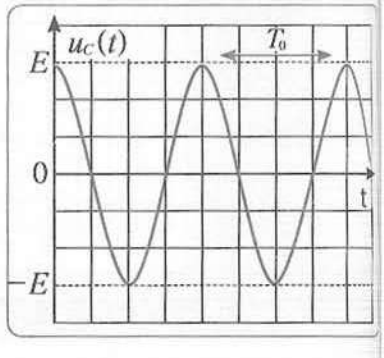
2 Expression de $u_C(t)$:

La solution de cette équation différentielle du 2ème ordre est une fonction sinusoïdale,

qu'on exprime par: $u_C(t) = u_{C_{max}}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

φ : angle (en radians), appelé origine des phases.

La valeur de l'origine des phases φ dépend des conditions initiales de u_C



$$\cos\varphi = \frac{u_C(0)}{u_{Cm}}$$

Par convention: $-\pi < \varphi \leq \pi$

Dans la plupart des cas, on a $u_C(0) = E = u_{C_{max}}$

Dans ces cas: $u_C(t) = u_C(0).\cos\frac{2\pi}{T_0}t$

3 Période propre des oscillations:

$$u_C(t) = E.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0} + \varphi\right)$$

$$\frac{du_C}{dt} = -E.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) \Rightarrow \frac{d^2u_C}{dt^2} = -\left(\frac{4\pi}{T_0}\right)^2.E.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0} + \varphi\right)$$

$$= -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C$$

Soit: $\frac{d^2u_C}{dt}+\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 u_C=0$ (2)

En comparant cette expression avec l'équation différentielle (2) on déduit que:

$\frac{1}{LC}=\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$

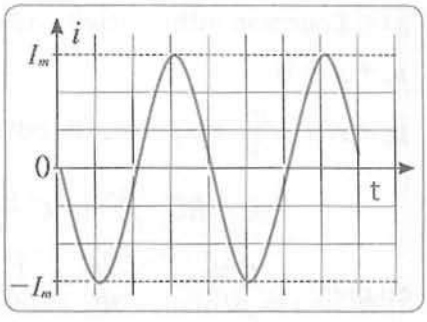
alors: $\frac{1}{\sqrt{LC}}=\frac{2\pi}{T_0}\Rightarrow T_0=2\pi\sqrt{LC}\rightarrow (F)$

T_0 : (s) ; L : (H)

4 Intensité du courant dans le circuit:

$i=C.\frac{du_C}{dt}=-C.E.\frac{2\pi}{T_0}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

Le courant qui passe dans le circuit (LC) est un courant alternatif sinusoïdal de période T_0 et valeur maximale I_m :



$(t)=-I_m\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)=I_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$

$I_m=\frac{2\pi CE}{T_0}=\frac{2\pi CE}{2\pi\sqrt{LC}}=E\sqrt{\frac{C}{L}}$

Dans le cas où $\varphi=0$ on oura: $i(t)=-I_m\sin\frac{2\pi}{T_0}t$.

II- Etude énergétique du circuit idéal (LC) :

1 Equation différentielle:

A une date, l'énergie électrique emmagasinée par le circuit est:

$$E=E_e+E_m=\frac{1}{2}Cu_C^2+\frac{1}{2}Li^2 \quad (1)$$

En l'absence de résistance il n'y a pas d'effet joule, alors l'énergie se conserve: $\frac{d\mathscr{E}}{dt}=0$

En dérivant (1), on écrit: $\frac{dE}{dt}=\frac{d}{dt}\left[\frac{1}{2}.Cu_C^2+\frac{1}{2}Li^2\right]$

$C.u_C.\frac{du_C}{dt}+L.i.\frac{di}{dt}=0\ (\forall t)$, notons que $C\frac{du_C}{dt}=i$, $i\left[u_C+L.\frac{di}{dt}\right]=0\ (\forall t)$

l'intensité i n'est pas nulle $\forall t$. $u_C+LC.\frac{d^2u_C}{dt^2}=0$

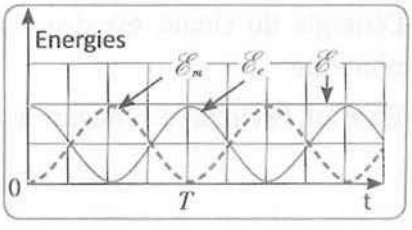
2 Expressions des $\mathscr{E}_e(t)$ et $\mathscr{E}_m(t)$:

si $u_C=E.\cos\frac{2\pi}{T_0}t$; $\mathscr{E}_e=\frac{1}{2}Cu_C^2=\frac{1}{2}C.E^2.\cos^2\frac{2\pi}{T_0}t=\mathscr{E}_{e_{max}}.\cos^2\frac{2\pi}{T_0}t$.

$\mathscr{E}_m=\frac{1}{2}Li^2=\frac{1}{2}L.I_m^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

Or: $I_m=E\sqrt{\frac{C}{L}}$, alors $\mathscr{E}_m=\frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

3 Diagrammes des énergies en fonction du temps:

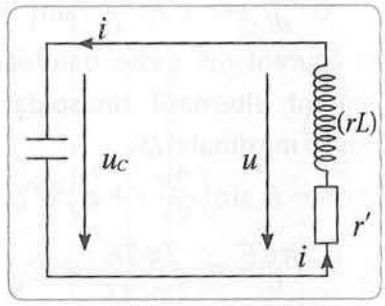


Période de variations des deux énergies: $T=\frac{T_0}{2}$

t	0	$\frac{T_0}{2}$	T_0
u_C	E	$-E$	E
$\mathscr{E}$	$\frac{1}{2}CE^2$	$\frac{1}{2}CE^2$	$\frac{1}{2}CE^2$

III- Oscillations libres dans un circuit RLC :

1 Equation différentielle de u_C:



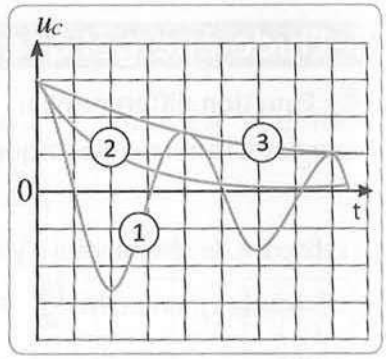
$u_C + u = 0$

$u_C + ri + L\frac{di}{dt} + r'i = 0$, Ou pose $R = r + r'$

$$u_C + RC.\frac{du_C}{dt} + LC.\frac{d^2u_C}{dt} = 0$$

ou bien: $$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{R}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}.u_C = 0$$

2 Régimes des oscillations:



La solution de l'équation différentielle dépend de la valeur donnée à la résistance R du circuit. Trois cas se distinguent:

- Régime pseudo-périodique correspondant aux faibles valeurs de R (courbe (1)).
- Régime apériodique (courbe (3)).
- En élevant progressivement la valeur de R, les oscillations passent du régime pseudo-périodique au régime apériodique. Ces deux régimes sont séparés par un régime intermédiaire, appelé régime critique, (courbe (2)) obtenu pour une valeur particulière R_c appelée résistance critique.

La valeur de R_c dépend de celles de L et C du circuit (on montre que $R_c = 2\sqrt{\frac{L}{C}}$)

3 Aspect énergétique:

L'énergie du circuit est dissipée partiellement, par effet joule dans le conducteur ohmique.

En effet, le circuit emmagasine à la date; l'énergie:

$$\mathscr{E} = \frac{1}{2}Cu_c^2 + \frac{1}{2}Li^2$$

En dérivant par rapport au temps:

$$\frac{d\mathscr{E}}{dt} = \frac{1}{2}C.2u_C.\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2}L.2i\frac{di}{dt}$$

$$= u_C.\underbrace{C.\frac{du_C}{dt}}_{i} + L.i.\frac{di}{dt}$$

$$= u_C.i + L.i.C.\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$= i\left[u_C + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2}\right]$$

En revenant à l'équation différentielle précédente:

$$u_C + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2} = -R.i$$

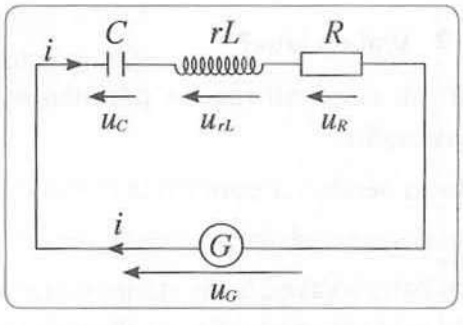
D'où: $\frac{d\mathscr{E}}{dt} = -Ri^2 < 0$

4 Entretien des oscillations sinusoïdales dans le circuit réel (RLC):

Au circuit (RLC), on ajoute un circuit auxiliaire contenant essentiellement une composante électronique appelée amplificateur opérationnel muni d'une alimentation.

Pour simplifier, ce circuit est modélisé par un générateur, G dont la tension (en convention générateur) est: $u_G = Ki$, avec K (en Ω) ajustable.

• **Equation différentille:**



$$u_C + u_{rL} + u_R = u_G$$

$$u_C + ri + L\frac{di}{dt} + R_i = K_i$$

$$u_C + (r + R - K)i + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$u_C + (r + R - K)C\frac{du_C}{dt} + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

Si la valeur de K est choisie de telle façon que: $K = R + r$; l'équation différentielle correspond à celles des oscillations périodiques entretenues.

Le générateur d'entretien (G) compense les pertes de l'énergie par effet joule, dans le circuit.

1 Trouver les mots manquants:

a- La décharge d'un condensateur dans une bobine de résistance nulle provoque l'apparition des.... (1)..... libres et ..... (2).....

b- L'amortissement augmente si la résistance du circuit ..... (3).....

c- Pour de faibles valeurs de résistance, le régime est dit ..... (4)..... pour des valeurs élevées, il devient ..... (5).....

d- Au cours des oscillations, il y a un .... (6)..... d'énergie entre le condensateur et la ... (7).....

e- La diminution de l'..... (8)..... des oscillations amorties s'explique par un transfert d'énergie dans le ..... (9)..... par effet ..... (10).....

f- Dans un circuit idéal LC, l'énergie totale est ..... (11).....

Solution

a- (1) oscillations - (2) périodiques.
b- (3) augmente.
c- (4) pseudo-périodique - (5) apériodique.
d- (6) transfert - (7) bobine
e- (8) énergie - (9) conducteur ohmique - (10) Joule.
f- (11) constante.

2 **Vrai ou faux?**

a- Au cours du régime périodique, l'énergie stockée dans le condensateur reste constante.

b- La période propre est la période des oscillations libres non amorties.

c- L'expression de la période propre T_0 est $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

d- Dans le cas où la résistance du circuit est faible mais non nulle, la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur d'un circuit RLC série évolue de manière rigoureusement sinusoïdale.

e- L'entretien des oscillations d'un circuit RLC série permet d'obtenir des oscillations de période indépendante de L et C.

Solution

a- Faux
b- Vrai
c- Vrai
d- Faux
e- Faux

3 **QCM:**

Soit un condensateur de capacité $C = 10\mu F$, chargé sous une tension $U_0 = 6,0V$, puis branché aux bornes d'un dipôle RL pour lequel $R = 50\Omega$ et $L = 100mH$. Un

circuit oscillant RLC est ainsi constitué.

a- L'énergie stokée initialement dans le condensateur est:

☐ $30\mu J$ ☐ $0,18mJ$ ☐ $360\mu J$

b- L'energie stokée dans le condensateur va être:

☐ intégralement transmise à la bobine:

☐ partiellement transmise à la bobine:

☐ la bobine va emmagasiner une énergie supérieure à celle que contenait le condensateur.

c- Lors de la constitution du circuit RLC, on observe des pseudo-oscillations de pseudo-période:

☐ $6,3ms$ ☐ $6,3\mu s$ ☐ $1\mu s$ ☐ $1\,ms$

d- Si on quadruple la valeur de L, la pseudo-période des oscillations sera:

☐ multipliée par 4 ;

☐ multipliée par 2 ;

☐ divisée par 4.

Solution

a- $0,18mJ$

b- partiellement transmise à la bobine

c- $6,3ms$

d- multipliée par 2.

1 **1-** Exprimer l'équation différentielle régissant l'évolution, au cours du temps, de la charge q d'un condensateur lors des oscillations d'un circuit (L,C) série idéal.

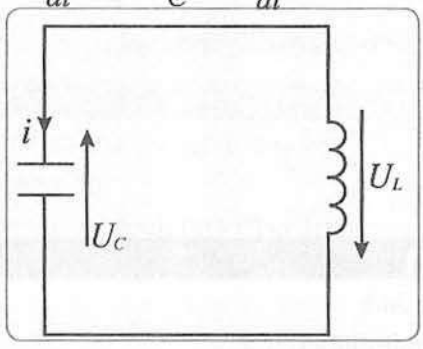
2- Montrer que l'équation horaire : $q(t)=q_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$ est une solution de cette équation différentielle si $T_0=2\pi\sqrt{L.C}$.

3- Déduire de l'équation horaire proposée les conditions initiales, c'est-à-dire les valeurs de la charge du condensateur, de la tension aux bornes du condensateur et de l'intensité du courant à l'instant initial correspondant au début des oscillations.

Solution

1- Par additivité des tensions: $u_C+u_L=0$

$$\frac{q}{C}+L\frac{di}{dt}=0\ ;\ \frac{q}{C}+L\frac{d^2q}{dt^2}=0$$



donc: $\frac{d^2q}{dt^2}+\frac{I}{LC}.q=0$

2- On a: $q(t)=q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$.

Donc: $\frac{dq}{dt}=-q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right).\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)$

et: $\frac{d^2q}{dt^2}=-qm\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

$$\frac{d^2q}{dt^2}=-\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2q$$

$$\frac{d^2q}{dt^2}+\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2q=0$$

de l'équation différentielle on trouve:

$$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2=\frac{1}{LC}\ ;T_0=2\pi\sqrt{LC}$$

3- On a: $q(t)=q_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

donc: $q(t=0)=q_m$ d'ou: $U_c(0)=\frac{q_m}{c}$

et: $i(t)=\frac{dq}{dt}$

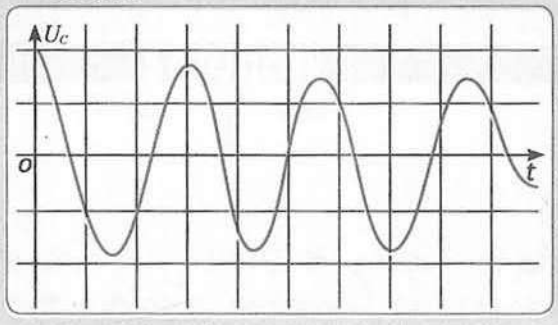
$$=-q_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\sin\left(\frac{2\pi.t}{T_0}\right)$$

donc: $i(0)=0$

2 L'oscillogramme ci-après visualise l'évolution, au cours du temps, de la tension aux bornes du condensateur d'un circuit (L,C) de résistance faible.

Données: $C=6,9\mu F$; sensibilité verticale de l'oscilloscope: $2V.div^{-1}$:

sensibilité horizontale: $1ms.div^{-1}$



1- Quel régime d'oscillations présente la courbe? justifier.

2- Déterminer la période T des oscillations. en déduire la fréquence.

3- Calculer la valeur de l'inductance de la bobine.

4- Calculer l'énergie emmagasinée dans le circuit oscillant.

5- Reproduire l'oscillogramme et indiquer comment il serait modifié si on ajoutait dans le circuit une résistance en série.

Solution

1- Régime d'oscillations:

La courbe présente des oscillations pseudo-périodiques dues à la dissipation d'énergie dans la résistance par effet Joule.

2- Période et fréquence.

de la courbe on trouve:

$$T = 3div \times 1ms/div$$

$$T = 3ms$$

On a: $N = \frac{1}{T}$

$$N = \frac{1}{3.10^{-3}} = 333Hz$$

3- Valeur de L:

On a: $T \approx T_0$

avec: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

Donc: $(2\pi\sqrt{LC})^2 = T^2 ; L = \frac{T^2}{4\pi^2 C}$

A.N.: $L = \frac{(3.10^{-3})^2}{4\pi^2.6,9.10^{-6}}$

$$L \approx 3,3.10^{-2}H$$

$$L \approx 33mH$$

4- Calcul de E:

On a: $E = E_e + E_m$

à $t = 0$; $E_m(t = 0) = 0$

et: $E_e = \frac{1}{2}CU_m^2$

Donc: $E = \frac{1}{2}CU_m^2$

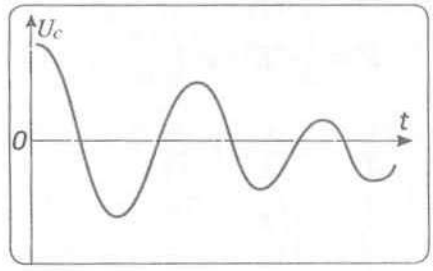
Avec: $U_m = 2 \times 2 = 4V$

A.N.: $E = \frac{1}{2}6,9.10^{-6}(4)^2$

$$= 5,52.10^{-5}J$$

5- Figure de l'oscillogramme:

Si on ajoute une résistance en série on obtient un phénomène d'amortissement plus fort que le précédent de même pseudo-période.



3 Un condensateur de capacité C est initialement chargé sous une tension E. A l'instant de date $t_0 = 0\ s$, il est connecté à une bobine.

1- La bobine est supposée sans résistance.

a- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

b- La solution de cette équation est de la forme: $u_C(t) = E\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

Déterminer l'expression de l'énergie totale $\mathscr{E}$ du circuit LC et montrer qu'elle est constante.

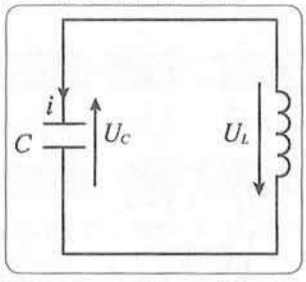
2- La bobine a en réalité une résistance r non nulle.

a- Etablir la nouvelle équation différentielle vérifiée par la tension $u_C(t)$.

b- En utilisant cette équation, montrer que la dérivée par rapport au temps de l'énergie totale $\mathscr{E}$ vaut - $ri^2(t)$ ou $i(t)$ désigne l'intensité du courant.

Solution

1.a- Equation différentielle:



L'additivité des tensions s'écrit

$u_C + u_L = 0$; $u_C + L\frac{di}{dt} = 0$

Avec: $i = C\frac{du_C}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{dt^2}$

Donc: $U_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$

D'où: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{I}{LC}u_C = 0$

b- Expression de l'énergie $\mathscr{E}$.

On a: $\mathscr{E} = \mathscr{E}_e + \mathscr{E}_n$

Avec: $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}Cu_C^2$

$$\mathscr{E} = \frac{1}{2}CE^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

et:

$$\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L\left(C\frac{du_C}{dt}\right)^2$$

$$= \frac{1}{2}LC^2\left[\left(E\cos\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)'\right]^2$$

$$= \frac{1}{2}LC^2E^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

$$= \frac{1}{2}\cancel{L}C^{\cancel{2}}E^2\left(\frac{1}{\cancel{LC}}\right)\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0} + \varphi\right)$$

$$= \frac{1}{2}CE^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

Donc:

$$\mathscr{E} = \frac{1}{2}CE^2\left[\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)\right]$$

$$\mathscr{E} = \frac{1}{2}CE^2$$

2.a- Equation différentielle.

par additivité des tensions on a:

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_C + ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$u_C + r.C\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

b- Energie totale:

On a: $\mathscr{E} = \frac{1}{2}Cu_C^2 + \frac{1}{2}Li^2$

Donc: $\frac{d\mathscr{E}}{dt} = \frac{1}{\cancel{2}}C\cancel{2}u_C\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{2}L\cancel{2}i\frac{di}{dt}$

$$\frac{d\mathscr{E}}{dt} = Cu_C\frac{du_C}{dt} + LC\frac{du}{dt}C\frac{d^2u_C}{dt^2}$$

$$= C\frac{du_C}{dt}\left[u_C + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2}\right]$$

$$= i\left[-rC.\frac{du_C}{dt}\right]$$

donc: $\frac{d\mathscr{E}}{dt} = -ri^2 < 0$

4 Dans un circuit LC série, on désigne respectivement par u_C et i la tension aux bornes du condensateur et l'intensité du courant électrique. (On a, à $t = 0$: $u_C = 0$ et $i = I_0 > 0$).

1- Que vaut la charge q du condensateur à $t = 0$?

2- Etablir l'équation différentielle régissant l'évolution de u_C en fonction du temps.

3- La solution de cette équation différentielle est de la forme:

$$u_C(t) = A\cos(\alpha t + B)$$

a- Exprimer B à partir de la condition initiale.

b- Déterminer l'expression de α.

c- En tenant compte de la condition initiale $i(0)$, montrer que: $A = +I_0\sqrt{\frac{L}{C}}$, grandeur homogène à une tension électrique.

d- Quelle est alors l'expression de $u_C(t)$?

4- En déduire l'expression de la charge $q(t)$ du condensateur, puis celle de l'intensité $i(t)$ du courant. Montrer que les conditions initiales relatives à q et i sont bien vérifiées.

Solution

1- Valeur de q à $t = 0$

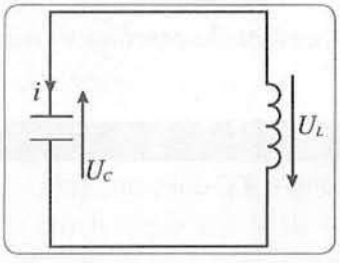
On sait que: $q(t) = C.u_C(t)$ à $t = 0$;

$q(t=0) = C.u_C(t=0)$

Donc: $q(t=0) = 0$

2- Equation différentielle.

par additivité de tension on écrit:



$$u_C + u_L = 0\,;\, u_C + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$u_C + LC\frac{du_C^2}{dt^2} = 0$$

donc: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$

3.a- Expression de B.

On a: $U_C(t) = A\cos(\alpha t + B)$

à $t = 0$: $\cos(B) = \frac{U_C(t=0)}{A} = 0$

donc: $B = \pm\frac{\pi}{2}$ et on a:

$i(t=0) > 0$ donc: $B = -\frac{\pi}{2}$

b- Expression de α

On a: $\frac{dU_C}{dt} = -A\alpha\sin\left(\alpha.t - \frac{\pi}{2}\right)$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} = -A\alpha^2\cos\left(\alpha.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$= -\alpha^2 U_C$$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \alpha^2 U_C = 0$$

à partir de l'équation différentielle.

on trouve: $\alpha^2 = \frac{1}{LC}$

donc: $\alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

c- Expression de A.

on a: $i(t) = C\frac{dU_C}{dt}$

$$= -CA\alpha\sin\left(\alpha.t - \frac{\pi}{2}\right)$$

à: $t = 0$ $i(t=0) = I_0$

$$-CA\alpha\sin\left(-\frac{\pi}{2}\right) = I_0$$

$$A = \frac{I_0}{C.\alpha} = \frac{I_0}{C}\sqrt{LC}$$

donc: $A = I_0\sqrt{\frac{L}{C}}$

d- Expression de $U_C(t)$:

$$U_C(t) = I_0\sqrt{\frac{L}{C}}\cos\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

4- Expression de $q(t)$ et $i(t)$.

on a: $q(t) = CU_C(t)$

$$q(t) = I_0\sqrt{LC}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}} - \frac{\pi}{2}\right)$$

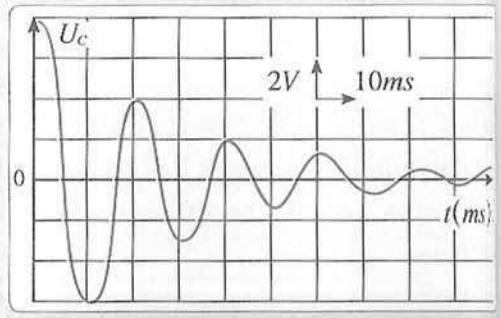
et: $i(t) = C\frac{dU_C}{dt}$

$$= -I_0\sin\left(\frac{1}{\sqrt{LC}}t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$q(0) = I_0\sqrt{LC}.\cos(-\frac{\pi}{2}) = 0$$

$$i(0) = -I_0\sin(-\frac{\pi}{2}) = I_0$$

5 Un circuit série comprend une bobine d'inductance L et de résistance R, et un condensateur de capacité C.



L'oscillogramme ci-contre représente l'évolution, au cours du temps, de la tension aux bornes du condensateur.

1- Déterminer la période et la fréquence des oscillations électriques pseudo-périodiques.

2- Quelle est la cause de l'amortissement des oscillations?

3- On admet que l'amortissement ne modifie pas sensiblement la fréquence des oscillations.

Calculer la capacité du condensateur si l'inductance de la bobine est $L = 0,56H$.

4- a. Calculer l'énergie du condensateur à l'instant correspondant au premier maximum de l'oscillogramme.

b. Calculer l'énergie dissipée par effet Joule entre l'instant du premier maximum et celui du deuxième maximum.

Solution

1- $T = 20ms = 2.10^{-2}s$

d'où: $f = \frac{1}{T} = 50Hz$

2- La résistance du circuit est la cause de l'amortissement des oscillations, suite à la dissipation de l'énergie par effet Joule.

3- $T \approx T_0 = 2\pi.\sqrt{L.C}$;

donc: $C = \frac{T^2}{4\pi^2.L}$

A.N.: $C = 10.10^{-6}F \approx 18\mu F$

4.a- On a: $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}C.u_C^2$.

à l'instant du premier maximum, u_C correspond à 4,0 divisions soit:

$$u_C = 4,0 \times 2 = 8,0V$$

donc: $\mathscr{E}_e = 58.10^{-5}J$

Pour le deuxième maximum, la tension U_C' correspond 2,0 divisions soit:

$$u_C = 2,0 \times 2 = 4,0V$$

donc: $\mathscr{E}_e' = \frac{1}{2}C.u_C'^2 = 14.10^{-5}J$

b- Energie dissipée:

D'après ce qui précède l'énergie dissipée par effet Joule est:

$$\mathscr{E}_J = \mathscr{E}_e - \mathscr{E}_e' = 44.10^{-5}J$$

6 Un oscillateur électrique libre est formé d'un condensateur initialement chargé de capacité $C = 1,0\mu F$, d'un conducteur ohmique de résistance R et d'une bobine d'inductance $L = 0,40H$ et de résistance négligeable.

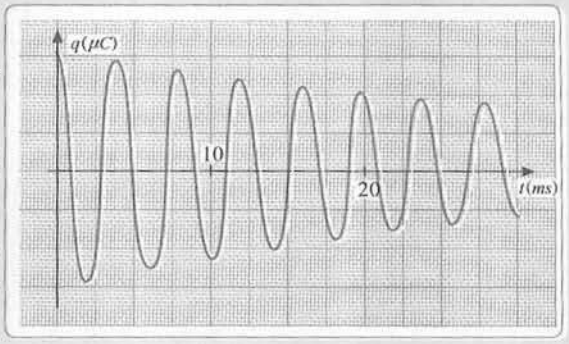
L'enregistrement de la tension aux bornes du condensateur a permis de tracer la courbe ci-contre où q désigne la charge de l'une de ses armatures.

1- Déterminer la pseudo-période T des oscillations.

2- a. établir l'équation différentielle vérifiée par la charge $q(t)$ à chaque instant dans le cas où R est considérée comme nulle.

b- Vérifier qu'avec une période $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ est solution de cette équation.

c- Calculer la période T_0 et comparer à la pseudo-période T.



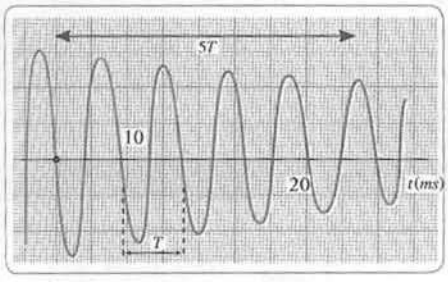
3.a- Quelle différence présente la solution de l'équation différentielle par rapport à la courbe proposée?

Comment qualifie-t-on les oscillations libres obtenues?

b- Quelle est la cause de cette différence?

Solution

1- Sur l'enregistrement, la durée qui sépare les instants de dates $t_1 = 5,0ms$ et $t_2 = 25,0ms$ correspond à cinq pseudo-périodes.

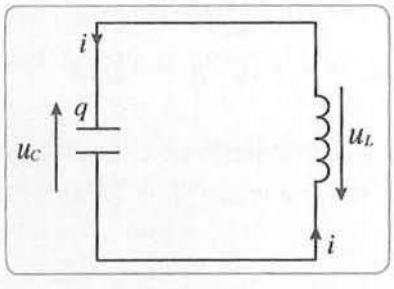


Ainsi $5T = 20,0ms$

donc: $T = \frac{20,0}{5} = 4,00ms$

2.a- Si la résistance R est nulle, le schéma du circuit est celui de la figure ci-dessous.

D'après la loi d'additivité des tensions, $u_L(t) + u_C(t) = 0$ (1)



Compte tenu des orientations choisies:

$q(t) = Cu_C(t)$ avec $u_L(t) = L\frac{di}{dt}$ et $i(t) = \frac{dq}{dt}$.

En reportant ces résultats dans [1], on aboutit alors à $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q(t) = 0$

b- On a: $\frac{dq}{dt} = \frac{2\pi}{T_0}Q_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

et: $\frac{d^2q}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$

D'où:

$$\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}q(t) = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right) + \frac{1}{LC}Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$$

Si $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$ alors $\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$ et l'expression précédente est nulle.

Avec $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$, $q(t) = Q_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t\right)$ est solution de l'équation différentielle.

c- Calcul de T_0

on a:

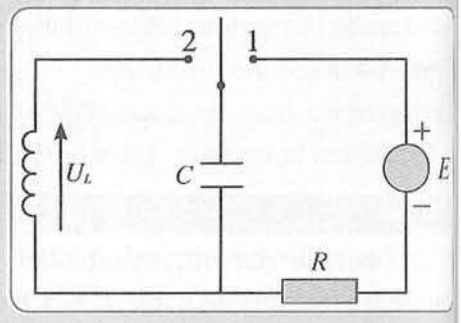
$$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{0,40 \times 1,0 \times 10^{-6}}$$
$$= 4,0 \times 10^{-3}s$$

$T = T_0$

3.a- La solution est une fonction sinusoïdale alors que la courbe ne l'est pas puisque l'amplitude diminue au cours du temps. Les oscillations sont dites amorties.

b- L'amortissement des oscillations est dû à la dissipation d'énergie par effet Joule dans le conducteur ohmique.

7 On réalise le circuit électrique schématisé ci-dessous. On place d'abord l'inverseur en position 1: le condensateur de capacité C est chargé à travers la résistance $R = 1,0k\Omega$ à l'aide d'un générateur de tension de fém $E = 10V$.



Une fois le condensateur totalement chargé, on bascule l'inverseur en position 2:

on constate alors la présence aux bornes de la bobine d'une tension U_L sinusoïdale.

On donne: $L = 0,10H$ et $C = 1,0nF$.

1- Quel appareil montre que la tension U_L est sinusoïdale?

2- Quelle est la fréquence f de la tension U_L?

3- Quelle est l'amplitude V_m de la tension U_L?

4- Calculer l'énergie E_m stockée dans le circuit LC.

5- Quelle est l'amplitude I_m de l'intensité du courant?

Solution

1- à l'aide d'un oscilloscope, on visualise la tension U_L aux bonnes de la bobine.

2- La fréquence.

on soit que: $f = \frac{1}{T_0}$

avec: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$; donc: $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

A.N.: $f = \frac{1}{2\pi\sqrt{0,10.10^{-9}}}$

$f = 15915Hz \approx 16KHz$

3- On a: $u_L + u_C = 0$; $u_L = -u_C$

donc: $V_m = |E| = 10V$

4- $E_m = E_{emax}$

$= \frac{1}{2}CE^2$

$= \frac{1}{2}10^{-9}.10^2 = 5.10^{-8}J$

5- On a: $E_{m_{max}} = E_{emax}$;

$\frac{1}{2}L.I_m^2 = \frac{1}{2}CE^2$;

$I_m = E\sqrt{\frac{C}{L}}$.

A.N.: $I_m = 10\sqrt{\frac{10^{-9}}{0,1}}$

$I_m = 3,2.10^{-2}A = 32mA$

8 Un condensateur de capacité $C = 10,0\mu F$ est initialement chargé sous une tension de $9,00V$. Il est associé à une bobine d'inductance $L = 1,00mH$ dans laquelle il se décharge.

1- Exprimer les énergies $E_m(t)$ et $E_e(t)$ stockées par la bobine et le condensateur à l'instant t. Préciser chacune des grandeurs intervenant dans ces expressions.

2- La tension aux bornes du condensateur peut s'écrire:

$U_C(t) = U_m \cos\left(2\pi \frac{t}{T_0}\right)$

Préciser les valeurs de U_m et T_0.

3- Calculer $E_m(0)$ et $E_e(0)$.

4- Calculer $E_e(2s)$; en déduire $E_m(2s)$

5- En réalité, $E_m(2s) = 0,147\mu J$. Que peut-on en déduire?

Solution

1- Expressions de E_m et E_e

E_e: l'énergie stockée dans le condensateur s'écrit: $E_e = \frac{1}{2}CU_C^2$

C: capacité de condensateur

U_C: la tension à ses bobine

E_m: l'énergie stockée dans la bobine s'écrit: $E_m = \frac{1}{2}Li^2$

L: auto-inductance de la bobine

i: le courant qui passe par la bobine

2- Valeurs de U_m et T_0.

on a: • $U_m = U_{C_{max}} = 9V$; • $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{10^{-3}.10^{-5}} = 2.\pi.10^{-4}s$

$T_0 = 6,28.10^{-4}s$

3- Calcul de $E_m(0)$ et $E_e(0)$.

à $t = 0$ le condensateur est chargée.

donc: $U_C(0) = 9V$ et $i(0) = 0$

d'où: $E_e(0) = \frac{1}{2}CU_C^2(0)$

$= \frac{1}{2}.10^{-5}.9^2 \approx 4,05.10^{-4}J$

et: $E_m(0) = \frac{1}{2}Li^2(0) = 0$

4- Calcul de $E_e(2s)$

on a: $U_C(2s) = 9\cos\left(\frac{2\pi}{2\pi.10^{-4}}.2\right) = 2V$

donc: $E_e(2s) = E_e(0) = 4,05.10^{-4}J$

E_e étant maximale donc E_m sera nulle $E_m(2s) = 0$.

5- Déduction.

on a: $E_m(2s) = 0,147\mu J \neq 0$

donc les oscillations sont pseudo-périodiques tel $T > T_0$ il y a amortissement

9 Un élève a réalisé le montage ci-contre où:

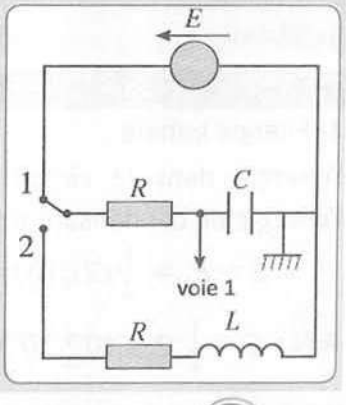
$E = 8,0V$ et $R = 25\Omega$.

Lorsqu'il a basculé l'interrupteur en position-1, il a obtenu l'enregistrement (a) ci-après. En position 2, il a obtenu, l'enregistrement (b).

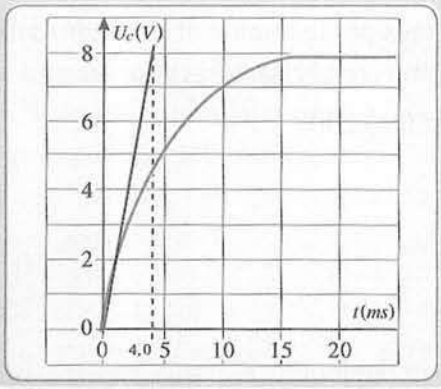
1- Déterminer, à l'aide des courbes, la valeur de la capacité C du condensateur.

2- Déterminer la valeur de l'inductance L de la bobine.

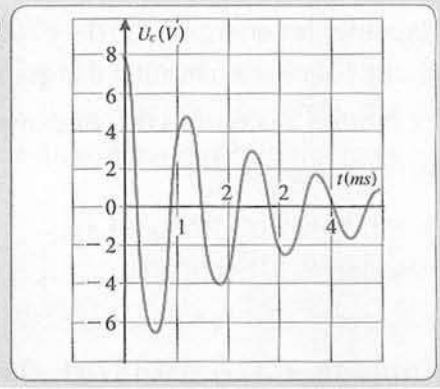
On admettra que la période T des oscillations est égale à la période propre T_0.



(a)



(b)



Solution

1- Quand l'interrupteur est en position 1, on obtient la courbe (a) représentant l'évolution de u_C aux bornes du condensateur du circuit RC, la constante du temps $\tau = 4ms$.

et on a: $\tau = RC$; $C = \dfrac{\tau}{R}$

A.N.: $C = \dfrac{4.10^{-3}}{25}$; $C = 1,6.10^{-4}F$

2- Quand l'interrupteur est en position 2 on obtient la courbe (b) représentant le variation de U_C.

dans le circuit RLC libre.

tel que: $4T = 5ms$

$T = 1,25ms$

et on a: $T \approx T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

$$L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2 . \frac{1}{C}$$

$$L = \left(\frac{1,25.10^{-3}}{2\pi}\right)^2 . \frac{1}{1,6.10^{-4}}$$

$$L = 2,47.10^{-4}H$$

10 Un circuit oscillant non amorti comporte une bobine d'inductance $L = 0,10H$ et un condensateur de capacité $C = 2,2\mu F$.

Le condensateur est initialement chargé sous une tension de $12V$.

1- Calculer l'énergie initiale du circuit oscillant.

2- a. Quelle est la valeur maximale de l'énergie magnétique emmagasinée par la bobine lors des oscillations?

b. Que vaut alors l'énergie électrique du condensateur?

3- Calculer la valeur maximale de l'intensité du courant dans le circuit lors des oscillations.

Solution

1- Energie initiale

l'énergie dans le circuit à $t = 0$ est l'énergie du condensateur:

$$E = E_{e_0} = \frac{1}{2}CU_C^2(0) = \frac{1}{2}CE^2$$

A.N.: $E = \frac{1}{2}.2,2.10^{-6}.10^2 = 1,58.10^{-4}J$

2.a- Les oscillations sont libres et non amorties donc: $E = E_{e_{max}} = E_{m_{max}}$.

Donc: $E_{m_{max}} = 1,58.10^{-4}J$.

b- Lors des oscillations il y a échange d'énergie entre le condensateur et la bobine donc:

$$E = E_{e_{max}} + E_{m_{max}}$$

donc: $E_{e_{max}} = 0$

3- Calcul de I_{max}.

tel que: $E_{m_{max}} = \frac{1}{2} L I_{max}^2$

d'ou: $I_{max} = \sqrt{\frac{2E_{mmax}}{L}}$

A.N.: $I_{max} = \sqrt{\frac{2.1,58.10^{-4}}{0,10}}$

$I_{max} \approx 5,63.10^{-2} A$

11 Le graphique ci-dessous représente les variations de l'énergie $\mathscr{E}_e$ emmagasinée dans le condensateur d'un circuit (L, C) en oscillations non amorties. La capacité du condensateur est $C = 22\mu F$ et l'inductance de la bobine est $L = 1,8.10^{-2} H$.

1- Déterminer ou calculer:

a- L'énergie maximale $\mathscr{E}_{emax}$ emmagasinée dans le condensateur au cours des oscillations;

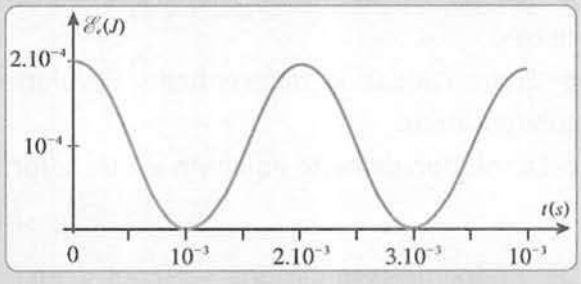
b- l'énergie maximale $\mathscr{E}_{mmax}$ emmagasinée dans la bobine au cours des oscillations;

c- l'amplitude de la tension aux bornes du condensateur;

d- la période des variations de l'énergie du condensateur;

e- la période propre des oscillations et la comparer à celle des variations de l'énergie du condensateur.

2- Reproduire le document et dessiner la courbe représentant les variations de l'énergie $\mathscr{E}_m$ emmagasinée dans la bobine.



Solution

1.a- Calcul de $\mathscr{E}_{emax}$

on a: $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2} C U_C^2$

donc: $\mathscr{E}_{emax} = \frac{1}{2} C U_{Cmax}^2$

du graphe on trouve: $\mathscr{E}_{emax} = 2.10^{-4} J$

b- détermination de $\mathscr{E}_{mmax}$.

Les oscillations sont non amorties

donc: $\mathscr{E}_{mmax} = \mathscr{E}_{emax} = 2.10^{-4} J$

c- détermination de U_{cmax}

on a: $\mathscr{E}_{emax} = \frac{1}{2} C U_{Cmax}^2$; $U_{Cmax} = \sqrt{\frac{2\mathscr{E}_{emax}}{C}}$

A.N.: $U_{Cmax} = \sqrt{\frac{2.2.10^{-4}}{22.10^{-6}}} = 4,26V$

d- De la courbe on trouve: $T_e = 2.10^{-3} s$

e- calcul de T_0

on a: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

A.N.: $T_0 = 2\pi\sqrt{1,8.10^{-2}.22.10^{-0}}$

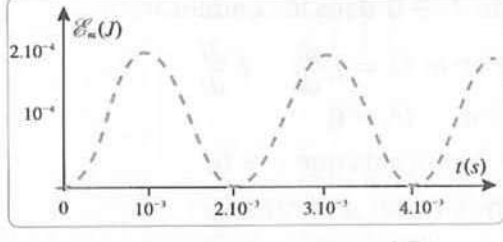
$T_0 = 4.10^{-3} s$

Comparaison: on remarque que:

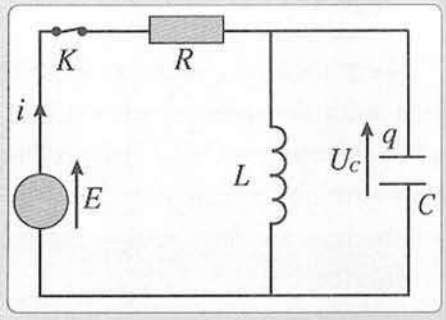
$T_e = \frac{T_0}{2}$

2- Courbe de $\mathscr{E}_m$.

l'énergie magnétique $\mathscr{E}_m$ emmagasinée dans la bobine varie périodiquement et en opposition pour rapport à la variation de $\mathscr{E}_e$.



12 On réalise le montage schématisé ci-contre avec $R = 25\Omega$, $C = 0,45\mu F$, $E = 12,0V$. La valeur de l'inductance L est inconnue.
L'interrupteur K est fermé depuis un temps suffisamment long pour que le régime stationnaire soit établi.



1.a- Justifier que la tension aux bornes de la bobine est nulle.
b- En déduire que la charge du condensateur est nulle et qu'aucun courant ne circule dans la branche contenant le condensateur.
c- Déterminer l'expression et la valeur de l'intensité I_0 du courant circulant dans la bobine.
2- On ouvre l'interrupteur K et on choisit cet instant comme origine des dates.
a- Réaliser un schéma simplifié du circuit correspondant à la situation étudiée dans ce cas.
b- Ecrire l'équation différentielle d'évolution de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.
c- La solution de cette équation est de la forme:

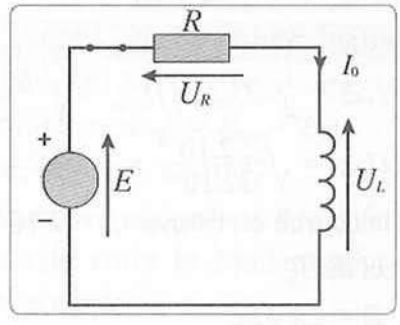
$$u_C(t) = U_m \cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

Déterminer les expressions T_0, U_m et φ en fonction de E, R, C et L.
d- Après enregistrement de $u_C(t)$, on estime la valeur de T_0 à $3,2ms$. En déduire la valeur de l'inductance L de la bobine.

Solution

1.a- Justification.
- le condensateur et la bobine sont en parallèle donc: $U_C = U_L$
- la fermeture de l'interrupteur pour un temps suffisant rend la condensateur chargé donc $I = C^{te}$ un régime permanent s'établit dans la bobine et l'intensité $I_C = 0$ dans le condensateur

et on a: $U_L = L\frac{di}{dt} = L\frac{dI}{dt}$
donc: $U_L = 0$
b- Montrons que $q = 0$;
on sait que: $q = c.U_C$
et on a: $U_C = U_L = 0$
donc: $q = 0$
et on a: $i_C = \frac{dq}{dt} = 0$
c- Expression de I_0.
le circuit équivalent est:

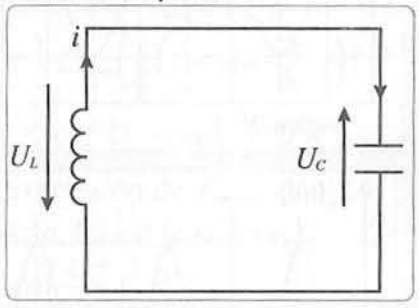


pour additivité des tension on a:

$U_R + U_L = E$; $RI_0 = E$; $I_0 = \frac{E}{R}$.

A.N.: $I_0 = \frac{12}{25} = 0,48A$.

2.a- schéma simplifié.



b- équation différentielle:

par additivité des tensions on écrit:

$U_C + U_L = 0$; $U_C + L\frac{di}{dt} = 0$

avec: $i = c\frac{dU_C}{dt}$ et $\frac{di}{dt} = c\frac{d^2U_C}{dt^2}$

donc: $U_C + LC\frac{d^2U_C}{dt^2} = 0$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C = 0$$

c- Expression de U_m, T_0 et φ

• On a: $U_C = U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

et: $\frac{dU_C}{dt} = -U_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.U_C = 0$$

de l'équation différentielle, on déduit que

$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$

donc: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

• à l'instant $t = 0$ on a:

$U_C(0) = 0$ et: $i(0) = I_0 = \frac{E}{R}$

donc: $\cos\varphi = 0 \Longrightarrow \varphi = \pm\frac{\pi}{2}$

et: $i(0) = -U_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\sin\varphi > 0$

donc: $\sin\varphi < 0 \Longrightarrow \varphi = -\frac{\pi}{2}$

et on a:

• $\mathscr{E}_{e\max} = \mathscr{E}_{m\max}$

$\frac{1}{2}U_m^2 = \frac{1}{2}LI_0^2$; $U_m = \frac{E}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

$U_m = \frac{E}{R}\sqrt{\frac{L}{C}}$

d- Valeur de L

on a: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$; $L = \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2.\frac{1}{C}$

A.N.:

$L = \left(\frac{3,2.10^{-3}}{2.\pi}\right)^2.\frac{1}{0,45.10^{-6}}$

$L = 0,58H$

13 (Extrait BAC PC 2010)

Le condensateur et la bobine emmagasinent de l'énergie. Leur association dans un circuit, permet un échange d'énergie.

Un groupe d'élèves a chargé complètement un condensateur de capacité C sous une tension continue U puis l'ont associé à une bobine d'inductance L et de résistance négligeable (figure)

1- Après avoir copié, la figure-1 représenter les tensions U_C aux bornes du condensateur et la tension U_L aux bornes de la bobine (en convention récepteur).

2- Etablir l'équation différentielle.

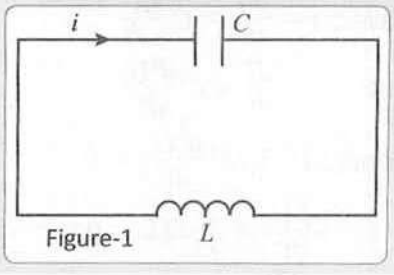


Figure-1

3- La figure 2 représente la variation de la tension U_C en fonction du temps. En exploitant la courbe, écrire l'expression numérique de la tension $U_C(t)$.

4- La figure 3 représente la variation de l'énergie magnétique E_m en fonction du temps.

4.1- Montrer que l'énergie E_m s'écrit:

$$E_m = \frac{1}{4}CU^2\left(1-\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)$$

on rappelle que:

$$\sin^2 x = \frac{1}{2}(1-\cos 2x)$$

4.2- En déduire la valeur maximale de E_{mmax} l'énergie magnétique en fonction de U et C.

4.3- Déterminer la capacité C du condensateur en utilisant la courbe $E_m = f(t)$.

4.4- Trouver la valeur de l'induction L de la bobine.

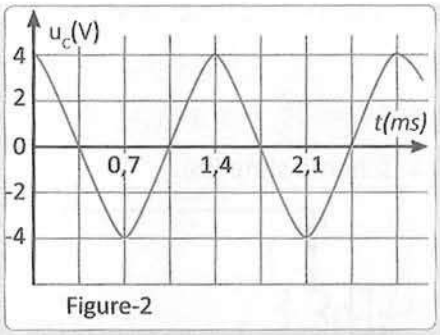


Figure-2

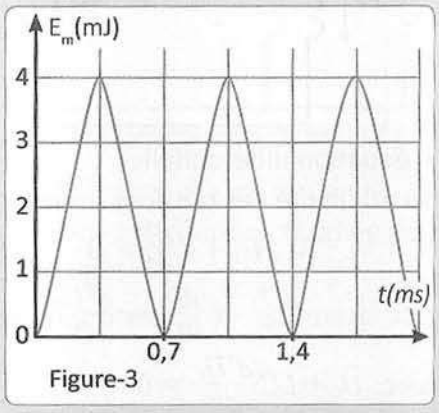
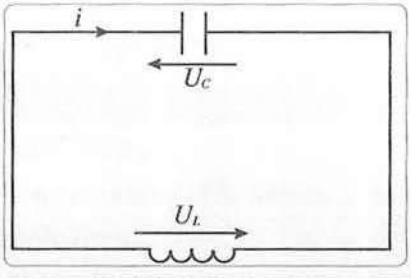


Figure-3

Solution

1- Représentation de U_C et U_L



2- Equation différentielle: par additivité des tensions on écrit: $U_C + U_L = 0$

$$U_C + L\frac{di}{dt} = 0$$

avec: $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{dU_C}{dt}$

et: $\frac{di}{dt} = C\frac{d^2U_C}{dt^2}$

donc: $U_C + LC\frac{d^2U_C}{dt^2} = 0$

$$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C = 0$$

3- Expression de $U_C(t)$

la solution de l'équation différentielle s'écrit: $U_C(t) = U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

avec: $U_m = 4V$; et $T_0 = 1,4ms$

à $t = 0$ $\cos\varphi = \frac{U_C(0)}{U_m} = 1$

donc: $\varphi = 0$

d'où: $U_C(t) = 4\cos\left(\frac{2\pi}{1,4.10^{-3}}.t\right)$

$$U_C(t) = 4\cos(4,49.10^3.t)$$

4.1- Expression de E_m:

on sait que: $E_m = \frac{1}{2}Li^2$

avec:

$$i(t) = C\frac{dU_C}{dt} = C\left(U_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)\right)'$$

$$i(t) = -CU_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$$

donc: $E_m = \frac{1}{2}LC^2U_m^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$

on a: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

alors:

$$E_m = \frac{1}{2}LC^2U_m^2\left(\frac{2\pi}{2\pi\sqrt{LC}}\right)^2.\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t\right)$$

$$= \frac{1}{2}CU_m^2\left(\frac{1}{2}\left(1-\cos\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)$$

$$E_m = \frac{1}{4}CU^2\left(1-\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right)\right)$$

4.2- Expression de E_{mmax}

l'énergie E_m est maximale si:

$1-\cos\left(\frac{4\pi}{T_0}.t\right) = 2$

donc: $E_{mmax} = \frac{1}{4}CU^2 2$.

donc: $E_{mmax} = \frac{1}{2}CU^2$

4.3- Valeur de C

graphiquement on a: $E_{mmax} = 0,4.10^{-3}J$

donc: $C = \frac{2E_{mmax}}{U^2}$

A.N.: $C = \frac{2.0,4.10^{-3}}{4^2}$

$C = 50.10^{-6}F = 50\mu F$

4.4- Valeur de L:

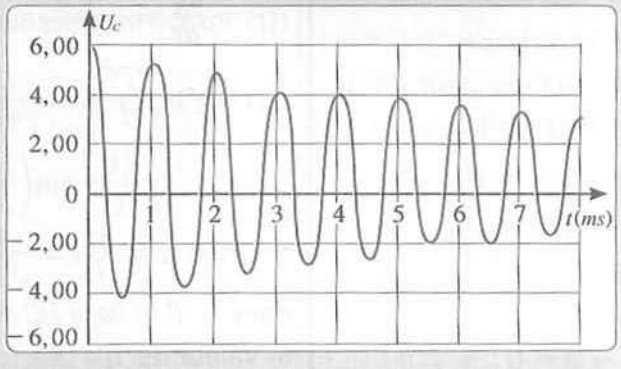
on a: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$;

donc: $L = \left(\frac{T_0}{2\pi}\right)^2.\frac{1}{C}$

A.N.: $L = \left(\frac{1,4.10^{-3}}{2\pi}\right)^2.\frac{1}{50.10^{-6}} \simeq 0,1H$.

14 Un condensateur de capacité $C = 0,25\mu F$ est chargé à l'aide d'un générateur de tension de fém $E = 6,0V$, puis déconnecté du générateur. À la date $t = 0$, le condensateur chargé est relié à une bobine d'inductance L et de résistance r.

L'évolution au cours du temps de la tension u_c aux bornes du condensateur est enregistrée à l'aide d'un ordinateur (le condensateur est étudié en convention récepteur).



1- Comment appelle-t-on le type d'oscillations observées?

2- Comment interpréter la décroissance des oscillations?

3- Établir l'équation différentielle vérifiée par u_c.

4- Mesurer la pseudo-période T' des oscillations.

5- On considère que la résistance r de la bobine est nulle.

a. Écrire la nouvelle équation différentielle vérifiée par u_c.

b. La solution de l'équation s'écrit : $u_c(t) = U\cos(\alpha t + \varphi)$.

Déterminer l'expression des constantes U, α et φ.

c. En déduire les expressions de la charge $q(t)$ du condensateur et de l'intensité $i(t)$

à l'instant t.

d. Quelle est l'expression littérale de la période des oscillations?

6- Calculer la valeur de l'inductance L de la bobine en admettant que la pseudo-période est identique à la période.

Solution

1- Les oscillations obtenues sont pseudo-périodiques.

2- La décroissante des oscillations est due à l'amortissement à cause de la perte d'énergie par effet Joule dans la résistance.

3- Equation différentielle

Par additivité des tensions on écrit:

$$u_C + u_L = 0$$

$$u_C + ri + L\frac{di}{dt} = 0$$

$$u_C + rC\frac{du_C}{dt} + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$$

donc: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{r}{L}\frac{du_C}{dt} + \frac{1}{LC}u_C = 0$

4- Pseudo-période

de la courbe on a: $T' = 1ms$

5- a. L'équation différentielle pour $r = 0$

l'équation précédente s'écrit:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}u_C = 0$$

b. Détermination de U, α et φ

à $t = 0$ $u_C(0) = 6V$

et $u_C(0) = u\cos\varphi > 0$

donc: $\cos\varphi = 1 \Longrightarrow \varphi = 0$

et: $u = 6V$

on a: $\frac{du_C}{dt} = -u\alpha\sin(\alpha t)$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -\alpha^2 u\cos(\alpha t)$$

donc: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \alpha^2 u_C = 0$

de l'équation différentielle

on trouve : $\alpha^2 = \frac{1}{LC}$

$$\alpha = \frac{1}{\sqrt{LC}}$$

d'où $u_C(t) = 6\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$

c. Expression de $q(t)$ et $i(t)$

on a: $q(t) = Cu_C(t)$

$$q(t) = Cu.\cos(\alpha t)$$

$$q(t) = 0,25.10^{-6}.6\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$q(t) = 1,5.10^{-6}\cos\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$i(t) = \frac{dq}{dt} = -\frac{Cu}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$i(t) = -u\sqrt{\frac{C}{L}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

$$i(t) = -\frac{1,5.10^{-6}}{\sqrt{LC}}\sin\left(\frac{t}{\sqrt{LC}}\right)$$

d- On a: $\alpha = \frac{2\pi}{T_0} = \frac{1}{\sqrt{LC}}$

donc: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

6- Valeur de L

on a $T_0 = T = 2\pi\sqrt{LC}$

$$L = \left(\frac{T}{2\pi}\right)^2.\frac{1}{C}$$

A.N.: $L = \left(\frac{10^{-3}}{2\pi}\right)^2.\frac{1}{0,25.10^{-6}} \simeq 0,1H$

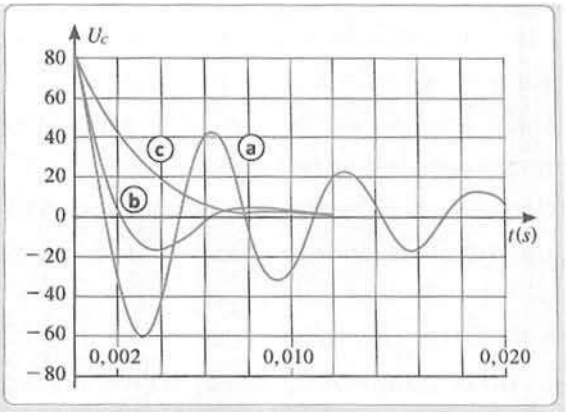
15 Un circuit LC série est constitué par un condensateur de capacité $C = 1,0\mu F$, une bobine d'inductance $L = 1,0H$ et de résistance négligeable, et un interrupteur K. Le condensateur est préalablement chargé et, l'interrupteur K étant ouvert, la tension à ses bornes est $u_c = 80V$. à la date $t = 0$, on ferme K.

1- établir l'équation différentielle à laquelle obéit la tension u_c aux bornes du condensateur.

2- La tension $u_C(t)$ peut se mettre sous la forme:

$$u_C(t) = U\cos\left(2\pi\frac{t}{T_0}+\varphi\right)$$

Déterminer les expressions de U, T_0 et φ, puis les calculer. En déduire la valeur de la fréquence propre du circuit.



3- On refait la même expérience, mais en intercalant un conducteur ohmique de résistance variable en série dans le circuit. On se propose d'observer, avec un oscilloscope, la variation en fonction du temps de la tension u_C aux bornes du condensateur après la fermeture de K à la date $t = 0$.

a- Représenter schématiquement le circuit et les connexions avec l'oscilloscope.

b- On enregistre les oscillogramme pour diverses valeurs de la résistance du conducteur ohmique. Attribuer un oscillogramme à chacune des trois résistances choisies: $R_1 = 2200\Omega$; $R_2 = 100\Omega$; $R_3 = 400\Omega$

Préciser le régime d'oscillations dans chaque cas.

Solution

1- Equation différentielle

Par additivité des tensions on écrit:

$U_C + U_L = 0$

$U_C + L\frac{di}{dt} = 0$ avec $\frac{di}{dt} = c\frac{d^2U}{dt^2}$

donc: $U_C + LC\frac{d^2U_C}{dt^2} = 0$

d'où: $\frac{d^2U_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}U_C = 0$

2- Expression de U, T_0 et φ

on a: $U_C(t) = U\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$

avec: $\frac{d^2U_C}{dt} = -U\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$

et $\frac{d^2U_C}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+k\right)$

$\frac{d^2U_C}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 U_C = 0.$

de l'équation différentielle on trouve

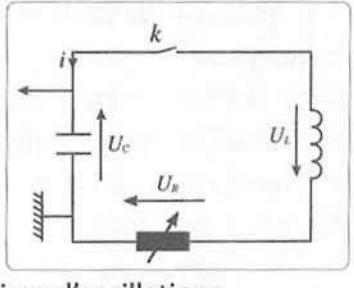
$\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 = \frac{1}{LC}$

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

à $t = 0$ on a: $\cos\varphi = \frac{U_C(0)}{U} = 1$

$\varphi = 0$; et $U_C(0) = U = 80V$

3.a- Schéma du circuit

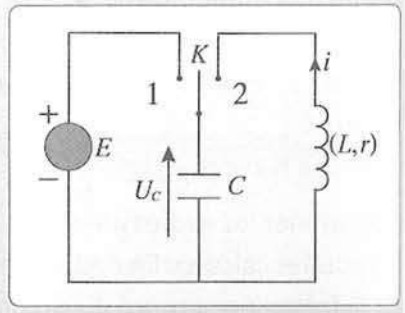


b- Régime d'oscillations

si R augmente, l'amortissement devient plus fort alors on déduit

R	R_1	R_2	R_3
Courbe	c	a	b
Régime	apériodique (Critique)	périodique	apériodique (Sous-critique)

16 On réalise le circuit correspondant au schéma ci-dessous. Le condensateur de capacité $C = 15\mu F$ est préalablement chargé à l'aide d'un générateur idéal de tension continue (interrupteur en position 1).



Il se décharge (interrupteur en position 2) à travers un circuit comportant une bobine d'inductance $L = 1,0H$ et de résistance r.

I- étude du circuit:

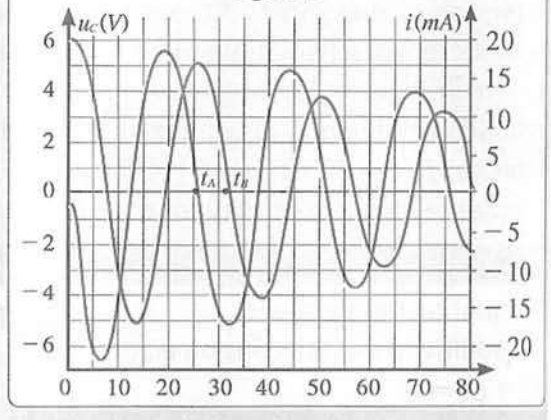
1- Un dispositif d'acquisition relié à un ordinateur permet de suivre, pendant la décharge, d'une part l'évolution de la tension u_C aux bornes du condensateur et d'autre part l'évolution de l'intensité i du courant (figure-1)

a- Déterminer, à partir des courbes, la valeur de la pseudo-période des oscillations.

b- établir la relation entre l'intensité du courant i et la tension u_C aux bornes du condensateur en respectant les conventions indiquées sur le schéma.

c- Entre les instants de dates t_A et t_B (**figure-1**), le condensateur se charge-t-il ou se décharge-t-il? Justifier.

Figure-1



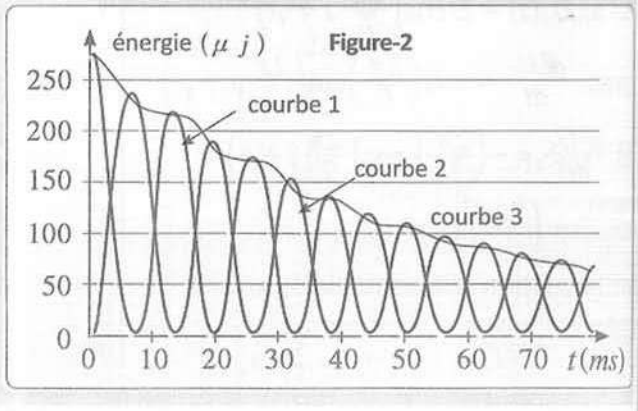
d- à partir de la courbe traduisant $u_C(t)$ et en utilisant la relation établie au I.1.c retrouver la valeur de l'intensité à l'instant de dates t_A et le sens de circulation du courant entre les instants de dates t_A et t_B.

2- étude énergétique:

On souhaite étudier l'énergie totale $\mathscr{E}(t)$ de l'oscillateur électrique. Cette énergie est la somme de l'énergie électrique $\mathscr{E}_1(t)$ emmagasinée dans le condensateur et de l'énergie magnétique $\mathscr{E}_2(t)$ emmagasinée dans la bobine.

Le logiciel utilisé peut calculer, à partir des mesures, les valeurs de ces trois énergies et fournir les courbes donnant leur variation en fonction du temps (**figure-2**).

Figure-2



a- L'origine des dates étant la même pour les courbes des figures 1 et 2, identifier les trois courbes de la figure 2 en

ne justifiant que l'identification de la courbe donnant les variations de l'énergie magnétique.

b- Interpréter brièvement la décroissance de l'énergie totale de l'oscillateur électrique.

II- Modélisation

On suppose maintenant que l'oscillateur ne comporte aucune résistance. Dans ces conditions, la tension u_C aux bornes du condensateur est de la forme:

$u_C(t) = U_m \sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$.

où T_0 est la période propre de l'oscillateur.

1- Calculer la valeur de T_0.

2.a- établir les expressions de:

-l'énergie électrique en fonction de C, U_m, T_0, φ et t;

-l'énergie magnétique en fonction de C, U_m, T_0, φ et t.

b- Montrer que dans ce cas, l'énergie totale de l'oscillateur est conservée.

Solution

I-1.a- Pseudo-période

graphiquement on trouve:

$T = 25ms$.

b- relation entre i et U_C.

on a: $i = \frac{dq}{dt}$ et $q = C.U_C$.

donc: $i = C.\frac{dU_C}{dt}$.

c- charge on décharge:

entre les instants t_A et t_B la valeur de la tension U_C décroît

donc le condensateur se décharge.

d- Valeur et sens de i

à l'instant t_A on a: $U_C(t_A) = 5V$ est maximum donc i sera nul d'ou $i(t_A) = 0$

entre les instants t_A et t_B le condensateur se décharge donc le sens du courant i est opposé au sens conventionnel.

2.a- Identification des courbes.

- La courbe 1 représente la variation de $\mathscr{E}_1$ énergie emmagasinée dans le condensateur car $\mathscr{E}_1(t=0) \neq 0$ du fait que $U_C(t=0) \neq 0$.

- La courbe 2 représente la variation de $\mathscr{E}_e$ énergie emmagasinée dans la bobine car $\mathscr{E}_2(t=0) = 0$ car $i(0) = 0$.

- La courbe 3 représente la variation de $\mathscr{E} = \mathscr{E}_1 + \mathscr{E}_2$ énergie totale.

b- Interprétation:

La décroissance de l'énergie totale en fonction du temps est due au phénomène d'amortissement causé par la dissipation de l'énergie par effet Joule.

II- 1- Calcule de T_0.

on a: $T_0 = 2\pi\sqrt{LC}$

A.N.: $T_0 = 2\pi\sqrt{1.15.10^{-6}}$

$T_0 = 0,024s \simeq 24ms$

2.a- Expression des énergies

- L'énergie électrique:

$\mathscr{E}_1 = \frac{1}{2}CU_C^2$.

$\mathscr{E}_1(t) = \frac{1}{2}CU_m^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$

- L'énergie magnétique

$\mathscr{E}_2(t) = \frac{1}{2}Li^2$.

$i = C\frac{dU_c}{dt} = -CU_m\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

donc:

$\mathscr{E}_2(t) = \frac{1}{2}LC^2U_m^2\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

$= \frac{1}{2}LC^2U_m^2\left(\frac{1}{LC}\right)\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

$\mathscr{E}_2 = \frac{1}{2}CU_m^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$.

b- Conservation de l'énergie totale:

on a: $\mathscr{E}(t) = \mathscr{E}_1(t) + \mathscr{E}_2(t)$

$\mathscr{E} = \frac{1}{2}CU_m^2\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) + \frac{1}{2}CU_m^2\sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$

$\mathscr{E}(t) = \frac{1}{2}CU_m^2\left[\cos^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right) + \sin^2\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)\right]$

$\mathscr{E}(t) = \frac{1}{2}CU_m^2$.

donc: $\mathscr{E}(t)$ est conservée.

17 On se propose dans cet exercice d'étudier l'évolution de l'énergie électrique dans un circuit siège d'oscillations électriques libres.

On réalise pour effecteur cette étude le montage de la figure (1)

Ce circuit contient les éléments suivants:

- Un générateur idéal de tension constante E.
- Un condensateur de capacité $C = 22\mu F$.
- Un conducteur ohmique de résistance R.
- Un interrupteur K.

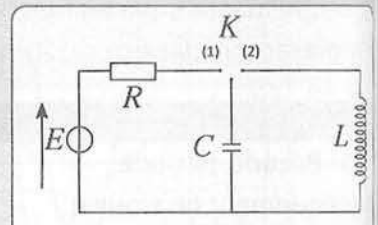


Figure-1

1- Charge du condensateur:

On bascule l'interrupteur à la position (1)

1.1- Calculer la charge Q_{max} du condensateur.

1.2- Calculer l'énergie électrique maximale E_{emax} qu'il emmagasine.

2- Décharge du condensateur à travers une bobine $(L, r = 0)$**:**

On bascule l'interrupteur à la position (2) et on suit l'évolution de la tension u_C au cours du temps à l'aide d'un oscilloscope figure-(2).

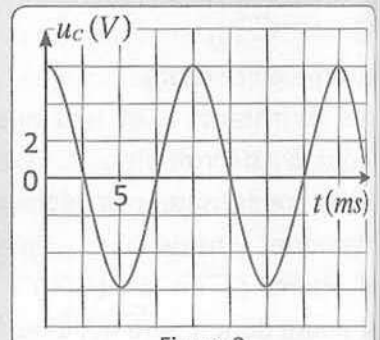


Figure-2

2.1- Etablir l'équation différentielle vérifiée par la charge q.

2.2- La solution de cette équation différentielle est:

$q(t) = Q_{max}\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t+\varphi\right)$.

a- Trouver l'expression de T_0.

b- Comment s'appelle T_0 ? cette nomination est-elle convenable à votre avis ...?

c- Déterminer la valeur de L.

2.3- Montrer que l'intensité du courant i à la date t, s'écrit sons la forme:

$i(t) = I_m\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi'\right)$.

a- Exprimer I_m en fonction de C, E et L. Calculer I_m.

b- Calculer φ'.

2.4- Les figures (3) et (4) proposent deux diagrammes d'énergies des oscillations électriques libres.

a- Laquelle de ces deux figures correspond au circuit étudié dans ce exercice? (justifier).

b- Qu'est-ce qu'on doit ajouter à ce circuit pour que son diagramme d'énergie corresponde à la figure que vous n'avez pas choisie?

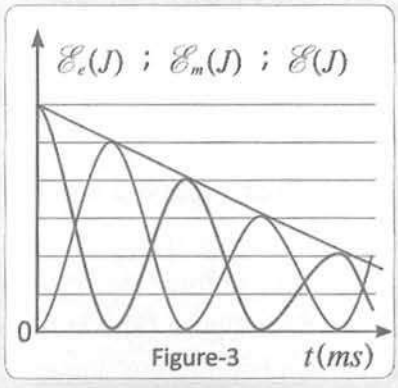


Figure-3

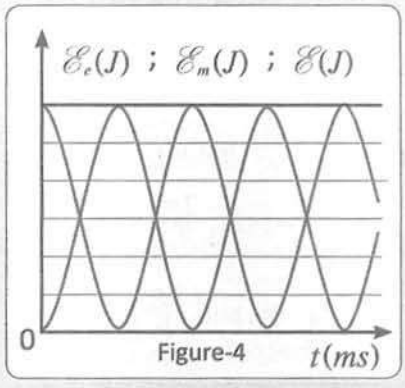


Figure-4

Solution

1.1- Calcul de Q_{max}.

$Q_{max} = C.U_{C_{max}} = 22.10^{-6}.6 = 1,32.10^{-4}C$

1.2- Calcul de $\mathscr{E}_{e_{max}}$:

On a:

$$\mathscr{E}_{e_{max}} = \frac{1}{2}CU_{C_{max}}^2$$

$$\mathscr{E}_{e_{max}} = \frac{1}{2}.22.10^{-6}.36 = 3,96.10^{-4}J$$

1.1- La loi d'additivité des tensions s'écrit pour ce circuit orienté en convention récepteur: $u_C + u_L = 0$.

On a; $u_C = \frac{q}{C}$ et $u_L = L\frac{di}{dt}$

avec: $i = \frac{dq}{dt}$

ce qui donne: $u_L = L\frac{d^2q}{dt^2}$.

Donc:

$$\frac{q}{C} + L.\frac{d^2q}{dt^2} = 0 \Rightarrow q + LC\frac{d^2q}{dt^2} = 0.$$

Ou bien; $\frac{d^2q}{dt^2} + \frac{1}{LC}.q = 0$ (1)

2.2- a- La solution $q(t)$ nous permet d'écrire en dérivant:

$$\frac{dq}{dt} = -\frac{2\pi}{T_0}.Q_{max}\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t + \varphi\right)$$

Ensuite,

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 Q_{max}.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0} + \varphi\right)$$

$$\frac{d^2q}{dt^2} = -\left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2.q(t)$$

Ou bien; $\frac{d^2q}{dt^2} + \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2 q = 0$ (2)

Les équations (2) et (1) sont analogues, ceci permet de déduire que:

$$\frac{1}{LC} = \left(\frac{2\pi}{T_0}\right)^2$$

D'où: $T_0^2 = (2\pi)^2.LC$

Alors: $T_0 = 2\pi\sqrt{L.C}$

2.2-b. T_0 est appelée période propre des oscillations électriques dans le dipôle LC.
Oui; car elle dépend des constantes de circuit qui sont L et C.

2.2- c. On tire L en utilisant l'expression de T_0.

$$L = \frac{T_0^2}{4\pi^2 C} = \frac{(4.2,5.10^{-3})^2}{4\pi^2.22.10^{-6}} = 0,115H$$

2.3-

$$i = \frac{dq}{dt} = Q_{max}\left(-\frac{2\pi}{T_0}\right).\sin\left(\frac{2\pi}{t_0}t+\varphi\right)$$
$$= \frac{2\pi Q_{max}}{2\pi\sqrt{LC}}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$
$$= -\frac{C.E}{\sqrt{LC}}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$
$$= -E\sqrt{\frac{C}{L}}.\sin\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi\right)$$
$$= E\sqrt{\frac{C}{L}}.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}t+\varphi+\frac{\pi}{2}\right)$$

$$I_m = E\sqrt{\frac{C}{L}} = 6\sqrt{\frac{22.10^{-6}}{0,115}} \simeq 83mA$$

On a: $\varphi' = \varphi + \frac{\pi}{2}$

La valeur de φ peut être déterminée en exploitant la figure (2) où $q(t=0) = Q_{max}$

cas $\varphi = \frac{q(0)}{Q_{max}} = \frac{Q_{max}}{Q_{max}} = 1 \Rightarrow \varphi = 0$

Alors: $\varphi' = \varphi + \frac{\pi}{2} = \frac{\pi}{2}\ rad$

2.4- a. Puisque la résistance de la bobine est nulle, il n'y a pas perte d'énergie par effet Joule, l'énergie $\mathscr{E}$ du circuit est conservée.

La figure qui correspond à ce circuit est (4)

2.4- b. Pour obtenir le diagramme d'énergies de la figure (3) il faut ajouter à ce circuit un conducteur ohmique.

18 Un condensateur de capacité C est initialement chargé sous une tension U_0 $(U_0 > 0)$.

On branche les armatures de ce condensateur avec une bobine de coefficient d'induction L et de résistance négligeable (**figure-1**).

Le circuit est fermé à la date $t = 0$.

1- Etablir l'équation différentielle qui régit les variations de la tension $u_C(t)$ aux bornes du condensateur.

2- La solution de cette équation différentielle s'écrit sous la forme:

$u_C(t) = U_m.\cos(2\pi N_0 t)$

Exprimer N_0 et U_m en fonction des paramètres du circuit C et L et U_0.

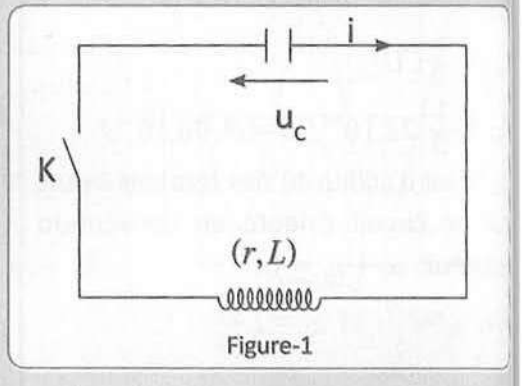


Figure-1

3- Etablir l'expression de l'intensité du courant $i(t)$.

4- Une étude énergétique de ce circuit a permis d'obtenir la figure (**2- a.**) représentant l'énergie magnétique $\mathscr{E}_m$ emmagasinée dans la bobine en fonction de l'intensité du courant i.

La figure **(2-b)** représnete les variations de cette énergie en fonction du temps.

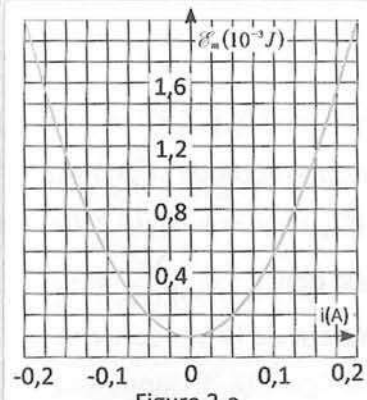


Figure 2-a

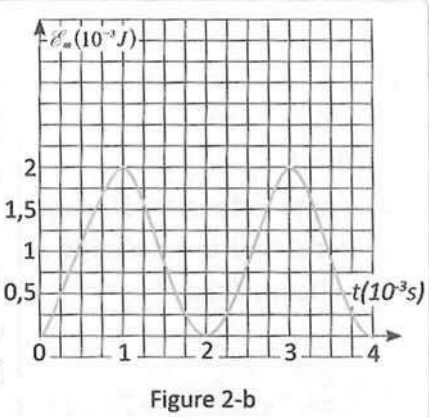


Figure 2-b

4.1- En exploitant la figure 2-a, déterminer l'intensité maximale I_m du courant dans le circuit et la valeur du coefficient d'inductance L.

4.2- Montrer que l'énergie $\mathscr{E}_m(t)$ peut s'écrire: $\mathscr{E}_m(t) = \frac{1}{4}CU_0^2[1-\cos(4\pi N_0 t)]$

On rappelle que: $\sin^2\alpha = \frac{1}{2}[1-\cos(2\alpha)]$

4.3- Vérifier que la période T de $\mathscr{E}_m(t)$ est: $T = \frac{T_0}{2}$; T_0 étant la période propre du dipôle LC.

En déduire la valeur de N_0.

4.4- Déterminer la valeur de la capacité C.

4.5- Montrer que l'énergie totale du circuit se conserve.

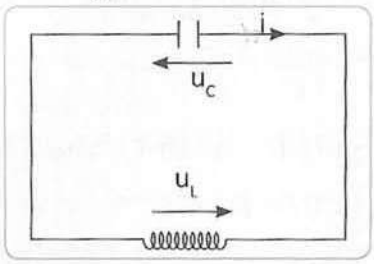
En déduire la valeur de la tenstion U_0. On prend $\pi^2 = 10$.

Solution

1- Loi d'additivité des tensions:

$u_C + u_L = 0$.

Or: $u_L = L.\frac{di}{dt}$



et: $$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$$

$$\Rightarrow \frac{di}{dt} = C\frac{d^2u_C}{ct^2}$$

D'où: $u_C + LC\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$

ou bien: $\frac{d^2u_C}{dt^2} + \frac{1}{LC}.u_C = 0$ (1)

2- Exprimons la dérivée seconde de $u_C(t)$:

On a: $\frac{du_C}{dt} = -U_m(2\pi.N_0).\sin 2\pi N_0 t$

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} = -U_m(2\pi N_0)^2\cos 2\pi N_0 t$$

$$= -(2\pi N_0)^2 U_m \cos 2\pi N_0 t$$

$$= -(2\pi N_0)^2 u_C(t)$$

alors:

$$\frac{d^2u_C}{dt^2} + (2\pi N_0)^2 u_C(t) = 0$$

En identifiant cette expression à l'équation différentielle (1) on déduit que:

$(2\pi N_0)^2 = \frac{1}{LC}$, d'où: $N_0 = \frac{1}{2\pi\sqrt{LC}}$

- L'expression de la tension maximale U_m est obtenue en prenant la tension u_C à la date $t = 0$.

$u_C(0) = U_m \cos 0 = U_m$

Or, $u_C(0)$ représente la tension U_0 sous laquelle le condensateur à été chargé à la fermeture du circuit, donc: $U_m = U_0$

3-

$$i = \frac{dq}{dt} = C\frac{du_C}{dt} = -2\pi N_0 C U_0 \sin(2\pi N_0 t)$$
$$= -I_m \sin(2\pi N_0 t)$$

avec: $I_m = 2\pi N_0 C U_0$

4.1- On utilise l'expression de l'énergie $E_m = \frac{1}{2}Li^2$.

Cette énergie prend sa valeur maximale lorsque l'intensité est maximale $i = I_m$.

Graphiquement:

$E_{m(max)} = 2.10^{-3} J$ et $I_m = 0,2A$.

De l'expression $\mathscr{E}_{m(max)} = \frac{1}{2}L.I_m^2$, on déduit

que: $L = \frac{2\mathscr{E}_{m(max)}}{I_m^2} = \frac{2.2.10^{-3}}{(0,2)^2} = 0,1H$

4.2- $\mathscr{E}_m(t) = \frac{1}{2}L.i^2 = \frac{1}{2}L.I_m^2 \sin^2(2\pi N_0 t)$

$= \frac{1}{2}L.4\pi^2 N_0^2 C^2 U_0^2 - \frac{1}{2}[1 - \cos 4\pi N_0 t]$

$= \frac{1}{4}L4\pi^2.\frac{1}{4\pi^2 LC}.c^2 U_0^2[1 - \cos 4\pi N_0 t]$

$= \frac{1}{4}CU_0^2[1 - \cos 4\pi N_0 t]$

4.3- Si T est période de $\mathscr{E}_m(T)$, alors:

$\mathscr{E}_m(t+T) = \mathscr{E}_m(t)$

$\frac{1}{4}CU_0^2[1 - \cos 4\pi N_0(t+T)] =$

$\frac{1}{4}CU_0^2[1 - \cos 4\pi N_0 t]$

Ceci donne:

$\cos 4\pi N_0(t+T) = \cos 4\pi N_0 t$

ou encore:

$\cos(4\pi N_0 t + 4\pi N_0 T) = \cos 4\pi N_0 t.$

D'où: $4\pi N_0 T = 2\pi \Rightarrow T = \frac{1}{2N_0} = \frac{T_0}{2}$

Autre méthode: $\mathscr{E}_m(t)$ est de la forme: $\mathscr{E}_m(t) = a + b.\cos(4\pi N_0 t)$, sa période est donc: $T = \frac{2\pi}{4\pi N_0} = \frac{T_0}{2}$

Valeur de la fréquence N_0.

La figure (2-b) donne:

$N_0 = \frac{1}{2T} = \frac{1}{2.2.10^{-3}} = 250Hz$

4.4- Determination de C.

$C = \frac{1}{4\pi^2 L.N_0^2} = \frac{1}{4\pi^2.0,1.(250)^2} \simeq 4\mu F$

4.5- Conservation de $\mathscr{E}$:

On a:

$\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}Li^2 = \frac{1}{2}L(-I_m.\sin 2\pi N_0 t)^2$

$\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}L.I_m^2.\sin^2(2\pi N_0 t)$

D'après la réponse (3) On a:

$I_m = 2\pi N_0 C U_0$ et $N_0 = \frac{1}{\sqrt{2\pi LC}}$

D'où: $\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}L.4\pi^2 N_0^2 C^2 U_0^2 \sin^2(2\pi N_0 t)$

Et, $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}CU_0^2\cos^2(2\pi N_0 t)$

Donc:

$\mathscr{E} = \mathscr{E}_m + \mathscr{E}_e$

$\mathscr{E} = \frac{1}{2}CU_0^2[\sin^2(2\pi N_0 t) + \cos^2(2\pi N_0 t)]$

$\mathscr{E} = \frac{1}{2}CU_0^2 = cte$

Valeur de U_0:

Première méthode:

D'après l'expression de I_m:

$I_m = 2\pi N_0 C U_0$,

donc: $U_0 = \frac{I_m}{2\pi N_0 C}$.

$$U_0 = \frac{0,2}{2\pi.250.4.10^{-6}}$$
$$\simeq 31,8V$$

Deuxième méthode à partir des deux expressions: $\mathscr{E}_m = -\frac{1}{2}LI_m^2\sin^2(2\pi N_0 t)$

et: $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}CU_0^2\cos^2(2\pi N_0 t)$;

lorsque: $\sin^2(2\pi N_0 t) = 1$,

$\cos^2(2\pi N_0 t) = 0$ et inversement.

Et par suite:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_{m(max)} + \mathscr{E}_{e(min)} = \mathscr{E}_{e(max)} + \mathscr{E}_{m(min)}$$

$$\mathscr{E} = \frac{1}{2}CU_0^2 = \frac{1}{2}LI_m^2$$

Ce qui permet de déduire que:

$$\mathscr{E} = \mathscr{E}_{m(max)} = \frac{1}{2}CU_0^2$$

$$U_0 = \sqrt{\frac{2\mathscr{E}_{m(max)}}{C}} = \sqrt{\frac{2.2.10^{-3}}{4.10^{-6}}}$$
$$\simeq 31,6V$$

19 On réalise le montage de la figure ci-contre.

Le condensateur est déchargé. On place l'interrupteur à la position (1) pour le charger complétement sous la tension $E = 6V$.

-A une date $t = 0$, on déplace l'interrupteur à la position 2, et à l'aide d'un système d'acquisition des données on visualise sur ordinateur les variations u_C en fonction de $\frac{d^2u_C}{dt^2}$ figure (2).

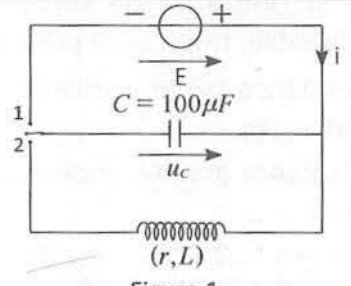


Figure-1

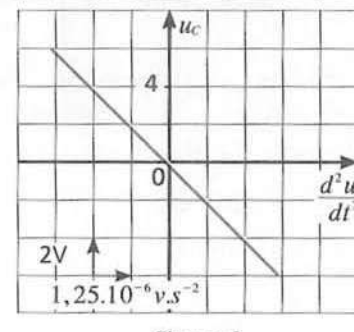


Figure-2

1- Montrer que la tension u_C vérifie l'équation différentielle:

$$u_C + rC.\frac{du_C}{dt} + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0.$$

2- Donner les noms des quatre modes possibles d'oscillations électriques au sein de ce type de circuit. en classant ces régimes selon les valeurs de la résistance du circuit.

3- selon les résultats de cette expérience, le circuit étudié est le siège de quel type d'oscillations?

Que peut t-on dire de la résistance de la bobine?

4- Déterminer son coefficient d'inductance L.

5- Sachant que la solution de l'équation différentielle étudiée es:

$$u_C = U_m.\cos\left(\frac{2\pi}{T_0}.t + \varphi\right)$$

Déterminer U_m, φ et T_0. Ecrire $u_c(t)$.

6- Exprimer les énergies $\mathscr{E}_e$ et $\mathscr{E}_m$ en fonction de u_C et des paramètres du circuit.

7- Pour quelle valeur de u_C, ces deux énergies s'égalisent?

Solution

1- Selon la loi d'additivité des tensions:

$u_C + u_b = 0$

Avec: $u_b = ri + L.\frac{di}{dt}$ et: $i = \frac{dq}{dt} = C.\frac{du_C}{dt}$

$u_C + rC\frac{du_C}{dt} + LC.\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$

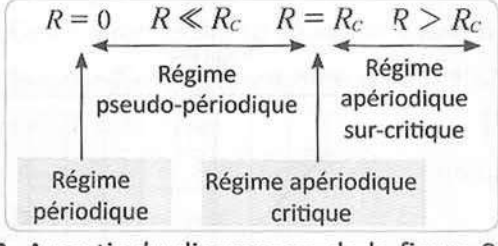
2- Si la résistance du circuit est négligeable:

le circuit (LC) est le siège d'oscillations électriques libres périodiques.

- Si la résistance du circuit n'est pas négligeable, trois cas se présentent:

- Résistance faible: oscillations pseudo-périodiques.

- Résistance grande: oscillations apériodiques.



3- A partir du diagramme de la figure 2, u_C en fonction de $\frac{d^2u_C}{dt^2}$ est une droite linéaire, qu'on écrit sous la forme:

$u_C = -A.\frac{d^2u_C}{dt^2}$.

pente de cette droite $= -A$.

En comparant le résultat: $u_C + A\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$, avec l'équation différentielle, on constate que le deuxième terme est nul:

$rC.\frac{duC}{dt} = 0$; Or: C et $\frac{du_C}{dt}$ sont non nuls; ce qui montre que la bobine utilisée dans cette expérience est de résistance négligeable.

4- L'analogie entre les deux expressions:

$u_C + A\frac{d^2u_C}{dt^2} = 0$ et $u_C + LC.d^2\frac{u_C}{dt^2} = 0$; donne: $A = LC$, donc:

$L = \frac{A}{C}$, $A = \frac{2}{1,25.10^6} = 1,6.10^{-6}s^2$

D'où: $L = \frac{1,6.10^{-6}}{100.10^{-6}} = 1,6.10^{-2}H$

5- Graphiquement $U_{max} = 6V$:

La condition initiale sur u_C donne:

$u_C(0) = E > 0$

Et, l'expression $u_C(t)$, donne:

$u_C(0) = U_m.\cos\varphi$

Donc: $\cos\varphi = \frac{E}{u_m} > 0$ (1)

Utilisons la condition initiale $i(0) = 0$.

Exprimons $i(t) = C\frac{du_C}{dt} = C\frac{du_C}{dt}$

$i(t) = -\frac{2\pi}{T_0}U_m\sin\left(\frac{2\pi}{T}\right) + \varphi$

$\Rightarrow i(0) = 0 = -\frac{2\pi}{T}u_m\sin\varphi$

On déduit alors que $\sin\varphi = 0$.

Et par suite $\varphi = 0$ ou $\varphi = \pi$;

$-\pi < \varphi \leq \pi$.

parmi ces deux valeurs, celle qui vérifie la condition $\cos\varphi > 0$ est $\varphi = 0$

$T_0 = 2\pi\sqrt{LC} = 2\pi\sqrt{1,6.10^{-2}.10^{-4}}$

$T_0 = 7,94ms$

Alors: $u_C(t) = 6\cos(790,57t)$

6- On a: $\mathscr{E}_e = \frac{1}{2}Cu^2_C$.

Or: $\mathscr{E}_m = \mathscr{E} - \mathscr{E}_C$, $\mathscr{E}$ étant l'énergie électrique totale emmagasinée dans le circuit sa valeur reste constante dans ce circuit $(r = 0)$; $\mathscr{E} = \mathscr{E}_e(0) = \frac{1}{2}CE^2$

Alors: $\mathscr{E}_m = \frac{1}{2}C(E^2 - u_C^2)$

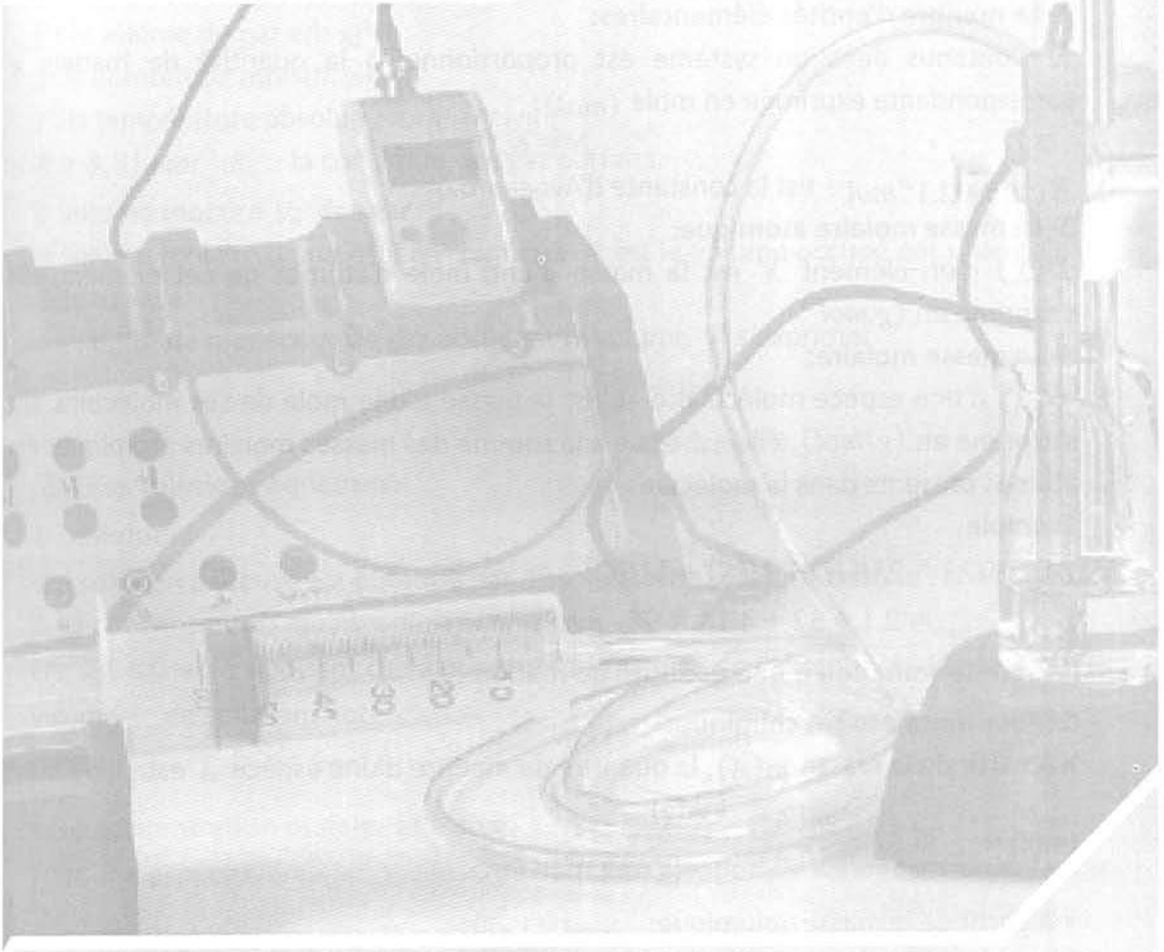
7- En posant la condition $\mathscr{E}_e = \mathscr{E}_m$ on a:

$\frac{1}{2}Cu_C^2 = \frac{1}{2}C(E^2 - u_C^2)$

Ceci donne: $2u_C^2 = E$.

d'ou: $u_C = \pm\frac{E}{\sqrt{2}} = \pm 4,24V$.

Chimie



1 Les transformations rapides et les transformations lentes

I- Notions de base en chimie

1 Quelques définitions:

1- La mole:

une mole d'entités élémentaires (atomes, molécules, ions,...) est la quantité de matière d'un système comportant $6,02.10^{23}$ entités élémentaires.

2- Le nombre d'entités élémentaires:

N contenus dans un système est proportionnel à la quantité de matière n correspondante exprimée en mole (mol):

$$N = N_A.n$$

$N_A = 6,02.1^{23} mol^{-1}$ est la constante d'Avogadro.

3- La masse molaire atomique:

$M(X)$ d'un élément X est la masse d'une mole d'atomes de cet élément, elle s'exprime en $(g.mol^{-1})$.

4- La masse molaire:

$M(A)$ d'une espèce moléculaire A est la masse d'une mole de ses molécules, elle s'exprime en (g/mol). Elle est égale à la somme des masses molaires atomiques des atomes présents dans la molécule.

Exemple:

$$M(H_2SO_4) = 2M(H) + M(S) + 4M(O)$$
$$= 2.1 + 32 + 4.16 = 98 g.mol^{-1}$$

2 Détermination d'une quantité de matière:

1- Pour toute espèce chimique:

• A partir de la masse $m(A)$, la quantité de matière d'une espèce A est:

(mol) $\leftarrow n(A) = \dfrac{m(A)}{M(A)}$ $\rightarrow$(g), $\searrow$(g.mol^{-1})

• A partir de la masse volumique:

La masse volumique $\rho(A)$ d'une espèce chimique A de volume $V(A)$ de masse $m(A)$: $\rho(A) = \dfrac{m(A)}{V(A)}$

Donc: $n(A) = \dfrac{\rho(A).V(A)}{M(A)}$

3 Pour une espèce chimique A liquide ou solide:

• A partir de la densité.

La densité par rapport à l'eau d'une espèce chimique A est:

$d = \frac{\rho(A)}{\rho_e}$ avec ρe : masse volumique de l'eau.

Donc: la quantité de marière: $n(A) = \frac{d.\rho_e.V(A)}{M(A)}$.

4 Propriétés des gaz:

1- Equation des gaz parfaits:

Les grandeurs caractéristiques d'un gaz sont reliées par la relation: $P.V = n.R.T$

P : la pression du gaz en: Pa (pascal).

V : le volume du gaz en: m^3.

n : le nombre de mol en: mol.

T : la température absolue en: K (Kelvin).

$R = 8,31.mol^{-1}.K^{-1}$: la constante des gaz parfaits.

2- Volume molaire V_m des gaz:

Le volume molaire d'une espèce chimique A est le volume occupé par une mole de cette espèce.

la quantité de matière n de gaz occupant le volume V s'exprime:

(mol) $\leftarrow n(gaz) = \frac{V}{V_m}$ $\rightarrow$(L)

$\searrow$(L.mol^{-1})

5 Les solutions aqueuses:

1- Définition:

une solution aqueuse est obtenue par dissolution de soluté(s) dans le solvant eau.

2- La concentration molaire d'une solution:

Elle est égale au quotient de la quantité de matière de la soluté A dissoute par le volume V de solution, noté C.

On écrit: (mol.L^{-1}) $\leftarrow C = \frac{n(A)}{V}$ $\rightarrow$(mol)

$\searrow$(L)

3- La concentration molaire effective:

Pour une espèce chimique X présente dans une solution de volume V, on définit la concentration molaire effective notée $[X]$ par: (mol.L^{-1} $\leftarrow [X] = \frac{n(X)}{V}$ $\rightarrow$(mol)

$\searrow$(L)

4- La concentration massique:

Elle est égale au quotient de la masse m de soluté A dissoute par le volume V de solution, notée C_m.

On écrit: (g.L^{-1} $\leftarrow C_m = \frac{m}{V}$ $\rightarrow$(g)

$\searrow$(L)

La relation entre la concentration massique et la concentration molaire s'écrit:

$$C_m = C.M$$

5- La conductance d'une solution électrolytique:

• Pour une solution électrolytique, la conductance est définie par: $G = \frac{I}{U}$.

avec: I : Intensité de courant $(en\ A)$.

U : Tension $(en\ V)$.

G : Conductance $(en\ S)$.

• La conductance s'exprime par: $G = \sigma.\frac{S}{\ell}$.

Avec: S : surface de la cellule $(en\ m^2)$.

ℓ : distance entre les deux plaques $(en\ m)$.

σ : La conductivité de la solution $(en\ S.m^{-1})$.

• La conductivité en solution dépend de la nature des solutions ions présents et de leurs concentrations effectives: $\sigma = \sum \lambda_i [X_i]$.

avec: λ_i : conductivité molaire ionique $(en\ S.m^2.mol^{-1})$.

$[X_i]$: concentration effective de l'ion X_i $(en\ mol.m^{-3})$.

Exemple:

La conductivité d'une solution de chlorure de sodium de concentration C s'écrit:

$\sigma = \lambda_{Na^+}[Na^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$

Avec: $[Na^+] = [Cl^-] = C$

Donc: $\sigma = C(\lambda_{Na^+} + \lambda_{Cl^-})$

6 Les réactions d'oxydo-réduction:

1- Oxydant et réducteur:

• Un oxydant noté Ox est une espèce chimique (atome, ion,...) capable de capter au moins un électron.

• Un réducteur noté Réd est une espèce chimique (atome, molécule,...) capable de céder au moins un électron.

• Une oxydation correspond à une perte d'électrons alors qu'une réduction correspond à un gain d'électrons.

2- Couple oxydo-réduction:

Deux espèces Ox et $Réd$ sont dites conjuguées et forment un couple $Ox/Réd$, si on peut obtenir l'un de l'autre par un transport d'électron.

On symbolise cet échange pour une demi-équation d'oxydo-réduction:

$$Ox + ne^- \rightleftarrows Réd.$$

3- Réaction d'oxydo-réduction:

Une réaction d'oxydo-réduction consiste à un échange d'électrons entre un oxydant Ox_1 et un réducteur $Réd_2$.

Elle fait intervenir deux couples oxydant-réducteur $Ox_1/Réd_1$ et $Ox_2/Réd_2$.

On obtient l'équation d'une réaction d'oxydo-réduction par combinaison des demi-équations associées à chacun de ces couples de telle sorte que les électrons n'apparaissent pas dans l'équation finale.

$$(Ox_1 + n_1 e^- \rightleftarrows Réd_1) \times n_2$$
$$(Réd_2 \rightleftarrows Ox_2 + n_2 e^-) \times n_1$$
$$n_2 Ox_1 + n_1 Réd_2 \rightleftarrows n_2 Réd_1 + Ox_2$$

6 Transformation, réaction et équations chimiques:

1- La transformation chimique:

C'est le passage d'un système chimique d'un état initial à un état final, au cours de laquelle certaines espèces chimiques sont consommées: ce sont les réactifs, d'autres espèces sont formées: ce sont les produits.

2- La réaction chimique:

elle modélise le passage des réactifs aux produits.

3- L'équation chimique:

C'est l'écriture symbolique de la réaction chimique, dont on respecte la conservation des éléments et la conservation des charges en ajustant les nombres stoechiométriques.

Exemple: $I_2 + 2S_2O_3^{2-} \rightarrow 2I^- + S_4O_6^{2-}$

4- Avancement de réaction-réactif limitant:

4.1- Avancement de réaction:

Noté x et exprimé en mol, permet de déterminer les quantités de matières des réactifs et des produits au cours d'une transformation chimique à tout instant.

4.2- Réactif limitant - Avancement maximal:

• On appelle réactif limitant le réactif qui disparaît totalement au cours de la transformation.

• L'avancement est maximal lorsque le réactif limitant a totalement disparu : x_{max} c'est la plus petite des valeurs de x qui annulent les quantités de matière des réactifs.

• Pour suivre l'évolution d'un système, on utilise un tableau indiquant les quantités de matière des différents constituants de ce système.

Exemple:

Equation de la réaction	$2Al + 3S \rightarrow Al_2S_3$		
Etat initial	0,28	0,33	0
Etat intermédiare	$0,28 - 2x$	$0,33 - 3x$	x
Etat final	$0,28 - 2x_{max}$	$0,33 - 3x_{max}$	x_{max}

Réactif limitant?

On résout le système: $\begin{cases} 0,28 - 2x_{max} = 0 \\ 0,33 - 3x_{max} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x_{max_1} = 0,14mol \\ x_{max_2} = 0,11mol \end{cases}$

du fait que: $x_{max_2} < x_{max_1}$.

Le soufre est réactif limitant et l'avancement maximal est: $x_{max} = 0,11mol$.

II- Transformations rapides et lentes:

• La cinétique chimique étudie la durée d'évolution d'un système chimique de l'état initial à l'état final et les facteurs intervenant sur cette durée.

1 Transformations rapides:

Une transformation rapide se fait en une durée trop courte pour être suivie à l'œil ou avec les instruments de mesure usuels au lycée.

Exemples:

• Les réactions de précipitation.

• Les réactions acido-basiques.

• La réaction des ions permanganante $MnO_4^-(aq)$ avec les ions fer (II) $Fe^{2+}(aq)$...

2 Transformations lentes:

Une transformation lente peut être suivie à l'œil ou par les instruments de mesure usuels disponibles au laboratoire pendant plusieurs secondes, minutes, heures...

Exemples:

• L'oxydation des ions iodure $I^-(aq)$ par l'eau oxygénée:

$H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) + 2I^-(aq) \rightarrow I_2(aq) + 2H_2O(\ell)$

On suit la réaction grâce à l'apparition de diiode I_2 qui est coloré.

• La réaction produite par la mise dans l'eau d'un comprimé d'aspirine effervescente.

$HA(aq) + HCO_3^-(aq) \rightarrow A^-(aq) + H_2O + CO_2(g)$

La transformation produit du dioxyde de carbone CO_2 et la pression du système augmente (à volume constant).

3 Facteurs cinétiques:

• Un facteur cinétique est une grandeur qui influe sur la durée d'une transformation.

• La température est un facteur cinétique.

Plus la température du milieu réactionnel est élevée, plus la durée de la transformation est courte.

• La concentration initiale des réactifs est un deuxième facteur cinétique; plus la concentration initiale des réactifs est élevée, plus la durée de la transformation est courte.

• Une transformation est d'autant plus rapide qu'elle est réalisée à plus haute température et avec des concentrations initiales de réactifs plus grandes.

1 Trouver les mots manquants:

1- Plus la concentration initiale des ..... est élevée, plus la transformation est de ..... durée.

2- Un ..... modifie la durée d'une transformation chimique.

3- Pour ralentir une réaction chimique, il faut ..... la température ou ..... les concentrations initiales des .....

2 Choisir la bonne réponse:

4- Parmi les facteurs cinétiques d'une réaction on distingue:

a- la température.

b- la masse des réactifs.

c- la concentration des produits.

5- Au cours d'une transformation chimique.

a- la quantité des produits augmente.

b- la vitesse de réaction est constante si la température est constante.

c- la vitesse de réaction diminue régulièrement.

6- La vitesse d'une réaction:

a- augmente lorsque la température augmente.

b- ne dépend que la température.

c- diminue lorsque la température augmente.

3 QCM:

7- Si on dilue une solution dans laquelle se déroule une réaction lente, on accélère cette réaction. ☐ vrai ☐ faux

8- Une réaction spontanée est toujours instantanée:

☐ vrai ☐ faux

9- Les réactions d'oxydo-réduction sont toujours lentes.

☐ vrai ☐ faux.

Solution

I-

1- réactifs - courte.

2- facteur cinétique.

3- Diminuer - diluer - reactifs

II-

4.a- la température.

5- a

6- a

III-

7- Faux

8- Faux

9- Faux

1 Soit les couples oxydant/réducteur suivants:

$Mg^{2+}_{(aq)}/Mg_{(s)}$; $H^{+}_{(aq)}/H_{2(g)}$

$MnO^{-}_{4(aq)}/Mn^{2+}_{(aq)}$; $O_{2(g)}/H_2O_{2(aq)}$

$I_{2(aq)}/I^{-}_{(aq)}$; $S_2O^{2-}_{8(aq)}/SO^{2-}_{4(aq)}$

1- Ecrire l'équation d'oxydoréduction entre $Mg_{(s)}$ et $H^{+}_{(aq)}$.

2- Ecrire l'équation d'oxydoréduction entre $MnO^{-}_{4(aq)}$ et $H_2O_{2(aq)}$.

3- Ecrire l'équation d'oxydoréduction entre $I^{-}_{(aq)}$ et $S_2O^{2-}_{8}$.

Solution

Etapes à suivre pour l'écriture d'une demi-équation oxydo-réduction:

Equilibrer l'élément caractéristique du couple oxydoréduction.

Equilibrer l'élément oxygène en ajoutant:

→ HO^- si le milieu est basique.

→ H_2O si le milieu est acide.

Equilibrer l'élement hydrogène en ajoutant:

→ H^+ si le milieu est acide.

→ de part et d'autre autant de HO^- qu'il y a H^+.

Equilibrer les charges en ajoutant les éléments.

1- Equation de réaction:

Les deux demi-équations:

$$Mg_{(s)} \rightleftarrows Mg^{2+}_{(aq)} + 2e^-$$

$$2H^{+}_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows H_{2(g)}$$

Equation globale:

$$Mg_{(s)} + 2H^{+}_{(aq)} \rightarrow Mg^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)}$$

2- Equation de réaction:

Les deux demi-équations:

$$M_nO^{-}_{4(aq)} + 8H^+ + 5e^- \rightleftarrows Mn^{2+}_{(aq)} + 4H_2O_{(\ell)}$$

$$H_2O_{2(aq)} \rightleftarrows O_{2(g)} + 2H^{+}_{(aq)} + 2e^-$$

Equation globale:

$$2MnO^{-}_{4(aq)} + 5H_2O_{2(aq)} + 6H^{+}_{(aq)} \rightarrow 2Mn^{2+}_{(aq)} + 5O_{2(g)}$$

3- Equation de réaction:

Les deux demi-équations:

$$2I^{-}_{(aq)} \rightleftarrows I_{2(aq)} + 2e^-$$

$$S_2O^{2-}_{8(aq)} + 2e^- \rightleftarrows 2SO^{2-}_{4(aq)}$$

Equation globale:

$$2I^{-}_{(aq)} + S_2O^{2-}_{8(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2SO^{2-}_{4(aq)}$$

2 Les ions peroxodisulfate $S_2O^{2-}_{8}$ en milieu acide réagissent avec les ions Mn^{2+} selon la réaction d'équation:

$$2Mn^{2+}(aq) + 8H_2O + 5S_2O^{2-}_{8}(aq) \rightarrow 2MnO^{-}_{4}(aq) + 16H^{+}(aq) + 10SO^{2-}_{4}(aq)$$

1- Cette réaction est-elle une réaction d'oxydoréduction? Justifier.

2- Quels sont les couples oxydant/réducteur mis en jeu? Ecrire leurs demi-équations d'oxydoréduction.

3- Identifier l'oxydant et le réducteur qui réagissent.

Solution

1- Nature de la réaction:

C'est une réaction d'oxydoréduction, elle met en jeu un échange d'éléctrons.

2- Couples oxyo-réductions:

- Les couples mis en je sont:

MnO_4^-/Mn^{2+} ; $S_2O_8^{2-}/SO_4^{2-}$.

- Les demi-équations:

$S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightleftarrows 2SO_4^{2-}$

$Mn^{2+} + 4H_2O \rightleftarrows MnO_4^- + 8H^+ + 5e^-$

L'équation globale:

$5S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2Mn_{(aq)}^{2+} + 8H_2O_{(\ell)} \rightarrow 10SO_{4(aq)}^{2-} + 2MnO_{4(aq)}^- + 16H_{(aq)}^+$

3- L'oxydant et réducteur:

L'oxydant c'est: $S_2O_8^{2-}$.

Le réducteur c'est: Mn^{2+}.

3 En milieu acide, les ions iodure I^- résgissent avec les ions iodate IO_3^- pour donner du diiode.

Toutes les espèces sont incolores sauf le diiode.

1- Etablir l'équation de la réaction mise en œuvre connaissant les demi-équations d'oxydoréduction mises en jeu:

a- $2IO_{3(aq)}^- + 12H_{(aq)}^+ + 10e^- \rightleftarrows I_{2(aq)} + 6H_2O$.

b- $I_{2(aq)} + 2e^- \rightleftarrows 2I_{(aq)}^-$.

2- Comment met-on en évidence son déroulement?

Solution

1- Equation de la réaction:

Les demi-équations mises en jeu.

$2IO_{3(aq)}^- + 12H_{(aq)}^+ + 10e^- \rightleftarrows I_{2(aq)} + 6H_2O_{(\ell)}$

$5\times($ $2I^- \rightleftarrows I_{2(aq)} + 2e^-$ $)$

L'équation globale:

$2IO_{3(aq)}^- + 12H_{(aq)}^+ + 10I_{(aq)}^- \rightleftarrows 6I_{2(aq)} + 6H_2O_{(\ell)}$

2- Suivi du déroulement de la réaction:

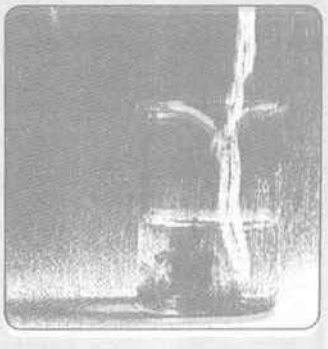
On peut mettre en évidence le déroulement de la réaction par dosage du diiode I_2, qui est caractérisé par sa coloration Jaune-brun en solution aqueuse, on détermine sa concentration à des dates précises.

4 On considère les couples oxydant/réducteur:

- ion peroxodisulfate/ion sulfate: $S_2O_8^{2-}(aq)/SO_4^{2-}(aq)$;
- ion tétrathionate/ion thiosulfate:

$S_4O_6^{2-}(aq)/S_2O_3^{2-}(aq)$;

diiode/ion idodure: $I_2(aq)/I^-(aq)$.



1- On verse une solution de diiode dans une solution de thiosulfate de sodium.

La solution de diiode est très rapidement décolorée.

a- Ecrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction qui se produit.

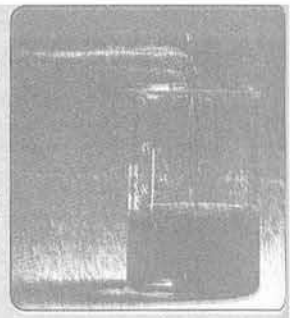
b- Expliquer la décoloration observée.

2- On verse une solution de peroxodisulfate de potassium dans une solution d'iodure de potssium.

Une coloration brune apparaît lentement.

a- Ecrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction qui s'effectue.

b- Expliquer la coloration.



Solution

1.a- Equation de la réaction:

Les demi-équations s'écrivent:

$$I_2(aq) + 2e^- \rightleftarrows 2I^-(aq)$$

$$2S_2O_3^{2-} \rightleftarrows S_4O_6^{2-}(aq) + 2e^-$$

La réaction globale:

$$I_2(aq) + 2S_2O_3^{2-}(aq) \rightarrow 2I^-(aq) + S_4O_6^{2-}(aq)$$

b- Explication:

La décoloration rapide de la solution est due à la disparition de I_2 qui est cacactérisé par une coloration brune en solution aqueuse.

2- Equation de la réaction:

Les demi-équations sont:

$$2I^-(aq) \rightleftarrows I_2(aq) + 2e^-$$

$$S_2O_8^{2-}(aq) + 2e^- \rightleftarrows 2SO_4^{2-}(aq)$$

La réaction globale:

$$2I^-(aq) + S_4O_8^{2-}(aq) \rightarrow I_2(aq) + 2SO_4^{2-}(aq)$$

b- Explication:

La coloration brune qui apparaît lentement dans la solution est due à la formation de I_2.

5 On réalise l'oxydation des ions iodure $I^-(aq)$ par les ions peroxodisulfate $S_2O_8^{2-}(aq)$. La réaction met en jeu les couples oxydant/réducteur: diiode/ion iodure: $I_2(aq)/I^-(aq)$ et ion peroxodisulfate/ion sulfate: $S_2O_8^{2-}(aq)/SO_4^{2-}(aq)$.

1- Ecrire l'équation de cette réaction.

2- Afin d'étudier les facteurs influant sur la durée de cette transformation, on réalise les quatre expériences suivantes:

	$[I^-](mol/L)$	$[S_2O_8^{2-}](mol/L)$	$\theta\,(°C)$
Expérience (1)	2.10^{-2}	10^{-2}	20
Expérience (2)	4.10^{-2}	2.10^{-2}	20
Expérience (3)	2.10^{-2}	10^{-2}	35
Expérience (4)	4.10^{-2}	2.10^{-2}	35

Par titrage, on détermine la concentration en diiode apparu lors de chaque expérience au même instant $t = 20\,\text{min}$.

Les résultats obtenus sont donnés dans le tableau ci-dessous:

Expérience n°	(1)	(2)	(3)	(4)
$[I_2]$ en $mmol.L^{-1}$	1,0	3,5	2,2	8

2.1- Quel facteur cinétique explique les résultats des expériences (1) et (2) d'une part, (2) et (4) d'autre part. Quel est son effet?

2.2- Quel facteur cinétique explique les résulats des expériences (1) et (3) d'une part, (2) et (4) d'autre part. Quel est son effet?

2.3- Dans quelle expérience la transformation est-elle la plus rapide? Pourquoi?

Solution

1- Equation de la réaction:

les deux demi-équations:

$$2I^-(aq) \rightleftarrows I_2(aq) + 2e^-$$

$$S_2O_8^{2-} + 2e^- \rightleftarrows 2SO_4^{2-}(aq)$$

$$2I^-_{(aq)} + S^{2-}_{8(aq)} \rightarrow I_{2(l)(aq)} + 2SO^{2-}_{+(aq)}$$

2.1- Facteur cinétique:

• Pour les expériences 1 et 2 d'une part et 3 et 4 d'autre part le facteur cinétique: les concentrations initiales des deux réactifs I^- et $S_2O_8^{2-}$.

• Plus les concentrations initiales des réactifs sont grandes plus la réaction est rapide, cela se manifeste sur la concentration en I_2 formé.

2.2- Facteur cinétique:

Pour les expériences 1 et 3 d'une part et les expériences 2 et 4 d'autre part le facteur cinétique intervenant est la température.

Plus la température augmente, plus la concentration en I_2 formé augmente, c'est-à-dire la vitesse de la réaction augmente.

2.3- La réaction la plus rapide:

Dans l'expérience 4, les concentrations en I^- et en $S_2O_8^{2-}$ sont les plus élevées et la température aussi, donc la transformation sera la plus rapide.

6 L'eau oxygénée est une solution de peroxyde d'hydrogène, H_2O_2, qui peut se décomposer lentement en eau et en dioxygène.

Cette réaction fait intervenir les deux couples redox:

• $H_2O_{2(aq)}/H_2O_{(l)}$, associé à la demi-équation:

$H_2O_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows 2H_2O_{(l)}$

• $O_{2(aq)}/H_2O_{2(aq)}$, associé à la demi- équation $O_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows H_2O_{2(aq)}$.

On remarque que l'eau oxygénée joue le rôle d'oxydant dans le premier couple et de réducteur dans le second. Une telle réaction est appelée réaction de dismutation.

1- Établir l'équation de la réaction de la décomposition de l'eau oxygénée.

2- L'étiquette d'une eau oxygénée vendue en pharmacie indique 20 volumes. Cela signifie que dans les conditions normales de température $(0°C)$ et de pression ($1\,atm$, ou $1013\,hPa$), un litre d'eau oxygénée libère 20 litres de dioxygène lors de sa décomposition.

a- Déterminer la concentration (H_2O_2) de cette solution. On rappelle que dans les conditions normales de température et de pression, le volume molaire est de $22,4L.mol^{-1}$.

b- L'étiquette porte l'indication 6% H_2O_2 (en masse). Justifier ce pourcentage.

Données:

- $M_H = 1,0g.mol^{-1}$; $M_o = 16g.mol^{-1}$.
- Densité de l'eau oxygénée: $d = 1,01$.

Solution

1- Equation de décomposition:

Les demi-équations sont:

$$H_2O_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows 2H_2O_{(\ell)}$$

$$H_2O_{2(aq)} \rightleftarrows O_{2(g)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^-$$

L'équation globale:

$$2H_2O_{2(aq)} \rightarrow O_{2(g)} + 2H_2O_{(\ell)}$$

2.a- Détermination de la concentration de H_2O_2:

La quantité de la matière de H_2O_2 dans la solution est: $\frac{n(H_2O_2)}{2} = n(O_2)$.

Donc: $n(H_2O_2) = 2n(O_2) = 2\frac{V(O_2)}{V_M}$

D'où: $[H_2O_2] = \frac{n(H_2O_2)}{V_S} = \frac{2V(O_2)}{V_M.V_S}$

A.N.: $[H_2O_2] = \frac{2.20}{22,4.1} \simeq 1,78mol.L^{-1}$

b- Vérification du pourcentage en H_2O_2

Le pourcentage de H_2O_2 en solution s'écrit:

$$p(H_2O_2) = \frac{m(H_2O_2)}{m_S}$$

$$p(H_2O_2) = \frac{[H_2O_2].M(H_2O_2).V_S}{\rho_e.V_S}$$

A.N.: $p(H_2O_2) = \frac{1,79.34}{1,01.1000} \simeq 0,06$

$$p(H_2O_2) = 6\%$$

7 Soit les couples oxydant/réducteur suivants:

- diiode/ion iodure: $I_2(aq)/I^-(aq)$.
- eau oxygénée/eau: $H_2O_2(aq)/H_2O_{(\ell)}$.

On mélange $10mL$ d'eau oxygénée de concentration molaire $0,50mol.L^{-1}$ et $20mL$ d'une solution d'iodure de potassium acidifiée de concentration molaire $1,0mol.L^{-1}$.

Il se forme du diiode de coloration jaune puis brune.

La température du milieu réactionnel est de $20°C$.

1- Ecrire l'équation de la réaction d'oxydoréduction qui se produit dans le mélange.

2- Montrer que l'eau oxygénée est le réactif limitant.

3- Dresser le tableau d'évolution du système; en déduire la quantité de diiode apparue si la transformation est supposée totale.

4- On refait la même expérience à $20°C$, mais cette fois en versant $20mL$ d'iodure de potassium de concentration molaire $0,50mol.L^{-1}$.

Montrer que la quantité de diiode apparue en fin d'expérience est la même que

dans le cas précédent. Y aura-t-il une différence d'intensité de couleur finale dans les milieux réctionnels en fin d'expérience? Que va-t-on remarquer?

5- Que se passe-t-il si, à un moment donné, on place l'un des mélanges dans l'eau glacée?

Solution

1- Equation de la réaction:

Les demi-équations sont:

$H_2O_2(aq) + 2H^+(aq) + 2e^- \rightleftarrows 2H_2O_{(\ell)}$

$2I^-(aq) \rightleftarrows I_2(aq) + 2e^-$

L'équation globale:

$H_2O_2(aq) + 2I^-(aq) + 2H^+ \rightarrow 2H_2O_{(\ell)} + I_2(aq)$

En solution aqueuse, le diiode I_2 est de couleur jaune ou brune, donc la solution passe de l'incolore au jaune puis au brun.

2- Le réactif limitant:

Les quantités initiales des réactifs sont:

- $n_i(H_2O_2) = [H_2O_2].V$

$n_i(H_2O_2) = 0,50.10.10^{-3} = 5.10^{-3}mol$

- $n_i(I^-) = [I^-].V$

$n_i(I^-) = 1.20.10^{-3} = 2.10^{-2}mol$

D'où: $\frac{n(H_2O_2)}{1} < \frac{n(I^-)}{2}$

Donc: H_2O_2 est le réactif limitant.

3- Tableau d'évolution de la réaction:

	$H_2O_2(aq) + 2I^-(aq) + 2H^+(aq) \rightarrow I_2(aq) + 2H_2O_{(\ell)}$					
Etat initial	0	5.10^{-3}	2.10^{-2}	Excès	0	Excès
Etat intermédiare	x	$5.10^{-3} - x_0$	$2.10^{-2} - 2x$	Excès	x	Excès
Etat final	x_{max}	$5.10^{-3} - x_{max}$	$2.10^{-2} - 2x_{max}$	Excès	x_{max}	Excès

à l'état final: disparition total de H_2O_2.

Donc:

$5.10^{-3} - x_{max} = 0 \Rightarrow x_{max} = 5.10^{-3}mol$

D'où: $n(I_2) = x_{max} = 5.10^{-3}mol$.

4- La quantité de I_2 formé:

On a:

- $n_i(I^-) = [I^-].V = 0,50.20.10^{-3}$
$= 10^{-2}mol$
- $n_i(H_2O_2) = [H_2O_2].V = 5.10^{-3}mol$

Donc: $\frac{n_i(I^-)}{2} = \frac{n_i(H_2O_2)}{1} = x_{max}$

Les deux réactifs sont dans les proposi-tions stœchiométriques, donc la quantité de I_2 formé est la même.

La couleur finale sera la même du fait que la couleur en I_2 est la même, mais l'apparition de la couleur brune sera plus lente (facteur cinétique: concentration initiale en I^-).

5- Effet de la température:

En plangeant le mélange dans la glace, la température diminue donc la réaction sera plus lente et la solution se colore moins vite.

8 Dans un ballon, on verse un volume $V = 100,0mL$ d'une solution d'acide éthanoïque de concentration $c = 1,00mol.L^{-1}$.

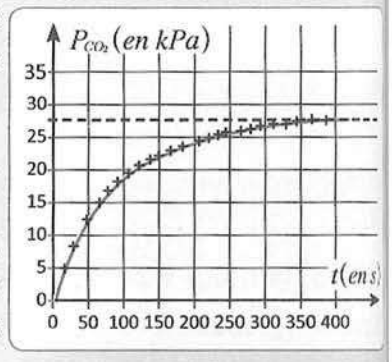
On y introduit rapidement une masse $m = 1,25g$ d'hydrogénocarbonate de sodium $NaHCO_3(s)$. On ferme hermétiquement le ballon à l'aide d'un bouchon muni d'un

tube à dégagement relié à un capteur différentiel de pression.

L'acide éthanoïque réagit sur l'ion hydrogénococarbonate suivant la réaction:

$CH_3CO_2H_{(aq)} + HCO_{3(aq)}^- \rightarrow CO_{2(g)} + H_2O_{(\ell)} + CH_3CO_{2(aq)}^-$.

On relève la pression du dioxyde de carbone dégagé dans le ballon en fonction du temps. On obtient le graphique ci-contre.



1-

a- La transformation est-elle lente ou rapide?

b- La température étant de $25°C$, le volume du ballon étant de $700mL$, déterminer à partir du graphique la quantité de dioxyde de carbone dégagé en fin d'expérience.

2- Etude théorique:

a- Calculer les quantités initiales de réactifs. Quel est le réactif limitant?

b- Dresser le tableau d'évolution de la transformation. Calculer l'avancement maximal.

c- En déduire la quantité théorique de dioxyde de carbone libéré.

3- Un facteur cinétique:

Quelle serait l'allure de la courbe si l'expérience avait été réalisée avec de l'acide éthanoïque de concentration $c = 2,0mol.L^{-1}$?

Données: • $R = 8,32\ SI$;

• **Masse molaire moléculaire:** $M(NaHCO_3) = 84,0g.mol^{-1}$.

Solution

1.a- La transformation est lente, du fait que la pression est mesurée à différents instants sur une longue durée.

b- Détermination de $n_f(CO_2)$:

D'après l'équation des gaz parfaits:

$PV = nRT$.

On a: $n_f(CO_2) = P.\dfrac{V_{(CO_2)}}{RT}$

Avec: $P(CO_2) = 27,75.1^3 Pa$

$$V(CO_2) = V_{(ballon)} - V_{(solution)}$$
$$= 700 - 100$$
$$= 600\ mL.$$

$$n_f(CO_2) = \frac{27,5.10^3.6.10^{-4}}{8,32.(273+25)}$$
$$= 6,6.10^{-3}mol$$

2.a- Calcul des quantités initiales des réactifs:

• $n_i(CH_3CO_2H) = C.V = 0,1 = 1mol$

• $n_i(HCO_3^-) = n_i(NaHCO_3)$

$$= \frac{m}{M(NaHCO_3)} = \frac{1,25}{84}$$
$$= 1,49.10^{-2} \simeq 1,5.10^{-2}mol$$

Donc: $\dfrac{n_i(HCO_3^-)}{1} < \dfrac{n_i(CH_3CO_2H)}{1}$

D'où: HCO_3^- est le réactif limitant.

b- Tableau d'évolution:

	$CH_3CO_2H_{(aq)} + HCO_{3(aq)}^- \rightarrow CO_{2(g)} + H_2O_{(\ell)} + CH_3CO_{2(aq)}^-$					
Etat initial	0	0,1	$1,5.10^{-2}$	0	Excès	0
Etat intermédiare	x	$0,1-x$	$1,5.10^{-2}-x$	x	Excès	x
Etat final	x_{max}	$0,1-x_{max}$	$1,5.10^{-2}-x_{max}$	x_{max}	Excès	x_{max}

Du fait que HCO_3^- est limitant on en déduit que: $x_{max} = 1,5.10^{-2} mol$.

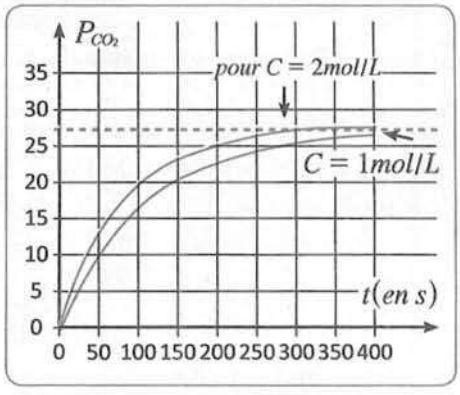
c- La quantité théorique de CO_2:

On a: $n(CO_2) = x_{max}$

donc: $n(CO_2) = 1,5.10^{-2} mol$

3- Allure de la courbe:

On sait que quand la concentration des réactifs augmente (facteur cinétique). La vitesse de la réaction augmente d'où l'allure: (voir courbe).



9 La préparation de l'eau de Javel, se fait par la dissolution du dichlore dans une solution d'hydroxyde de sodium l'équation de la réaction qui se produit s'écrit:

$$C\ell_{2(g)} + 2HO_{(aq)}^- \rightarrow C\ell O_{(aq)}^- + C\ell_{(aq)}^- + H_2O_{(\ell)}.$$

1- Ecrire les deux demi-équations oxydo-réduction associées aux couples oxydo-réduction: $C\ell O_{(aq)}^-/C\ell_{2(g)}$ et $C\ell_{2(g)}/C\ell_{(aq)}^-$.

2- Identifier l'oxydant et le réducteur dans cette réaction, conclure.

3- La concentration d'une eau de Javel et donnée en degrés chlorométriques: «Le degré chlorométrique d'une eau de Javel est égal au volume de dichlore gazeux, mesuré sous $101,3kPa$ et $0°C$, nécessaire pour fabriquer un litre de solution».

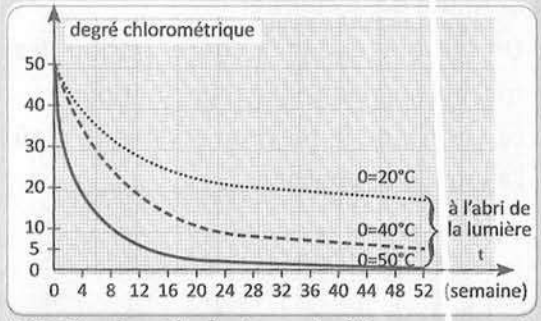
3.1- Déterminer le volume de dichlore nécessaire pour préparer $500cm^3$ d'une eau de Javel de titre $12°$ chlorométrique.

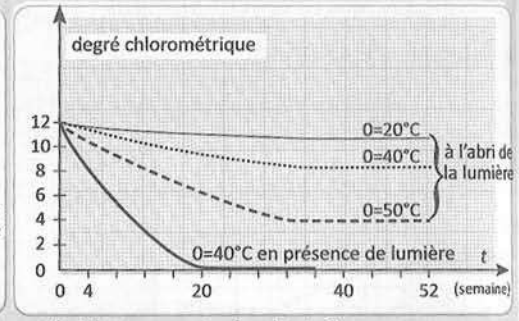
3.2- Déduire la concentration des ions hypochlorite $C\ell O^-$ et des ions chlore $C\ell^-$ dans cette eau de Javel.

4- L'ion hypochlorite est capable d'oxyder l'eau en dioxygène, il est alors réduit en ion chlorure selon la réaction:

$$C\ell O_{(aq)}^- \rightarrow C\ell_{(aq)}^- + \frac{1}{2}O_{2(g)}$$

La figure ci-dessus montre l'évolution du degré. Chlorométrique au cours du temps d'une eau de Javel $48°Chl$.





4.1- Quel est le facteur cinétique que met en évidence ces résultats?

4.2- Sur les bouteilles d'eau de Javel $48°Chl$ est indiquée la durée de validité, alors que sur les bouteilles $12°Chl$ elle n'est pas indiquée. Expliquer pourquoi?

4.3- L'ion hypochlorite en milieu acide réagit selon l'équation:

$C\ell O^-_{(aq)} + C\ell^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} \rightarrow C\ell_{2(g)} + H_2O_{(\ell)}$.

Sur l'étiquette d'une eau de Javel on lit: «dégagement d'un gaz toxique en présence d'un acide». Quel est ce gaz?

On donne: $V_m = 22,4L/mol$: volume molaire.

Solution

1- Les deux demi-équations: $C\ell O^-/C\ell_2$:

$C\ell_{2(g)} + 4HO^- \rightleftarrows 2C\ell O^-_{(aq)} + 2H_2O_{(\ell)} + 2e^-$

$C\ell_2/C\ell^-$: $C\ell_{2(g)} + 2e^- \rightleftarrows 2C\ell^-_{(aq)}$.

2- L'oxydant et réducteur:

L'oxydant: $C\ell_2$.

Le réducteur: $C\ell_2$.

Le dichlore $C\ell_2$ joue à la fois le rôle de l'oxydant, le rôle de réducteur, il est dit ampholyte.

3.1- Détermination de $V(C\ell_2)$:

D'après la définition du degré chlorométrique:

$12L$ de $C\ell_2 \rightarrow 1L$ de solution.

$V(C\ell_2) \rightarrow 500mL$ de solution.

Donc: $V(C\ell_2) = \dfrac{12.500.10^{-3}}{1} = 6L$

3.2- Calcul de $[C\ell O^-]$ et $[C\ell^-]$:

D'après l'équation de la réaction:

- $[C\ell O^-] = \dfrac{n(C\ell O^-)}{V_S} = \dfrac{n(C\ell_2)}{V_S} = \dfrac{V(C\ell_2)}{V_M.V_S}$

$[C\ell O^-] = \dfrac{6}{22,4.1} \simeq 0,28mol/L$

- $[C\ell^-] = \dfrac{n(C\ell^-)}{V_S} = \dfrac{n(C\ell_2)}{V_S}$

$[C\ell^-] = 0,28mol.L^{-1}$

4.1- Facteur cinétique:

Les courbes illustrées sur la figure montrent que la température est un facteur cinétique.

4.2- Explication:

La décomposition à la température ambiante de $20°C$ l'eau de Javel $48chl$ se fait rapidement et atteint $30°chl$ après 16 semaines, pour cela la durée de validité doit être indiquée alors que celui de $12°chl$ la concentration initiale est plus petite en ion $C\ell O^-$, la décomposition à $20°C$ se fait très lentement, de ce fait, il n'est pas obligatoire d'indiquer la durée de validité.

Le facteur cinétique met en évidence ici la concentration initiale en $C\ell O^-$.

4.3- Le gaz toxique: le dichlore $C\ell_2$.

2 Suivi temporel d'une transformation chimique-vitesse de réaction

1 Etude cinétique d'une transformation chimique

• Afin de suivre quantitativement l'évolution d'un milieu réactionnel au cours du temps, on détermine la quantité de matière soit de produits formés, soit de réactifs disparus.

• A l'équivalence d'un titrage, le réactif titré et le réactif titrant ont entièrement disparu. Il est alors possible de calculer l'avancement à l'équivalence $x_{éq}$ et d'en déduire la relation entre les concentration des réactifs titrant et titré.

• Pour cela, on utilise un tableau d'évolution du système, A est le réactif titré et B le réctif titrant:

Equation	$aA + bB \rightarrow cC + dD$				
Etat du système	**Avancement** $(en\ mol)$	**Quantité de** $A(mol)$	**Quantité de** $B(mol)$	**Quantité de** $C(mol)$	**Quantité de** $D(mol)$
Etat initial	$x = 0$	$n_A = c_A.v_A$	$n_B = c_B.v_B$	0	0
A l'équivalence	x_{eq}	$n_A = ax_{eq}$	$c_B v_B - bx_{eq}$	cx_{eq}	dx_{eq}

• A l'équivalence: $n_A - ax_{eq} = 0$ et $c_B v_B - bx_{eq} = 0$

Donc: $x_{eq} = \frac{n_A}{a} = c_B \frac{v_B}{b}$

Soit: $n_A = \frac{a}{b} \times c_B v_B$

ou: $c_A = \frac{a}{b} \times \frac{v_B}{v_A} \times c_B$

2 Vitesse volumique de réaction:

• Elle est définie par:

v: vitesse volumique de réaction $(en\ mol.m^{-3}.s^{-1})$.

$$v = \frac{1}{V_S} \times \frac{dx}{dt}$$

V_S: volume de la solution $(en\ m^3)$.

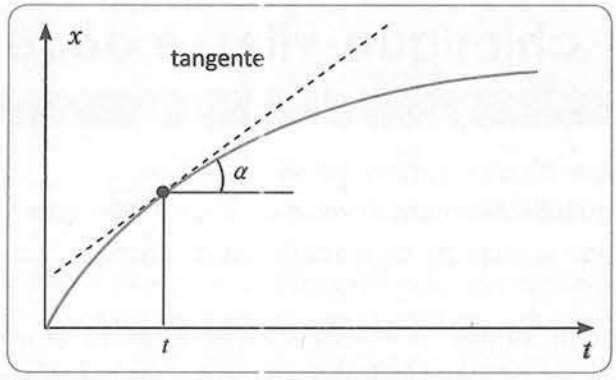
dx: variation de l'avancement $(en\ mol)$.

dt: durée de la variation $(en\ s; \min\ ou\ h)$.

• Cette vitesse peut être évaluée en traçant la tangente à la courbe $x = f(t)$ à la date t et en mesurant la valeur du coefficient directeur de cette tangente (égale à $\tan\alpha$

La vitesse volumique s'exprime le plus souvent en $mol.L^{-1}.s^{-1}$ ou en $mol.L^{-1}.\min^{-1}$.

on pose: $\frac{dx}{dt} = a = \tan\alpha$



donc: $v = \frac{a}{V}$

- La vitesse de réaction diminue quand la transformation progresse.
- La vitesse de réaction augmente quand la température augmente ou quand la concentration initiale des l'un réactifs augmente.

3 Temps de demi-réaction:

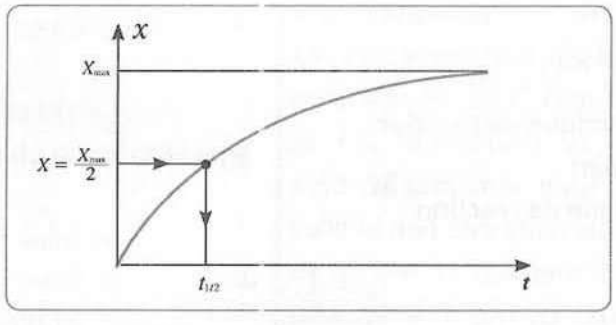
- Le temps de demi-réaction est la durée au bout de laquelle l'avancement x est égal à la moitié de l'avancement final.

$$x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_f}{2}$$

Si la réaction est totale, l'avancement final est égal à l'avancement maximal.

- Pour déterminer $t_{\frac{1}{2}}$, on détermine l'avancement maximal x_{max} à partir du réactif limitant.

On conclut $x_{(t_{\frac{1}{2}})} = \frac{x_{max}}{2}$ et on reporte cette valeur sur la courbe $x = f(t)$; on lit: $t_{\frac{1}{2}}$.



4 Méthodes utilisées en cinétique chimique:

- Méthode chimique: on utilise une réaction chimique pour déterminer la concentration, dans le milieu réactionnel, de l'espace étudié.
- Méthodes physiques: comme la conductimétrie, la pH-métrie, mesure de pression ou du volume pour les gaz.

1 Vrai ou faux?

a- La vitesse de la réaction est maximale à l'instant $t = 0$

b- Le temps de demi-réaction est la durée bout de laquelle la concentration divisée par 2.

c- Lorsque l'avancement atteint sa valeur maximale, la vitesse de la réaction devient nulle.

d- Une trempe consiste à diluer le mélange réactionnel pour diminuer la vitesse de réaction.

e- La vitesse de réaction augmente et le temps de demi-réaction diminue quand la température du milieu réactionnel augmente.

Solution

a- Vrai **b-** Faux **c-** Vrai **d-** Faux
e- Vrai

2 Choisir la bonne réponse:

a- La vitesse de réaction s'exprime en:

$m.s^{-1}$ ☐ $mol.L^{-1}.s$ ☐ $mol.L^{-1}.s^{-1}$ ☐

b- Soit la réaction d'équation:

$$S_2O_{8(aq)}^{2-} + 2I_{(aq)}^{-} \rightarrow I_{2(aq)} + 2SO_{4(aq)}^{2-}$$

On mélange $3,6.10^{-2}mol$ d'ions $S_2O_8^{2-}$ et $10^{-2}mol$ d'ions I^-.

1- Le réactif limitant est:

I^- ☐ $S_2O_8^{2-}$ ☐

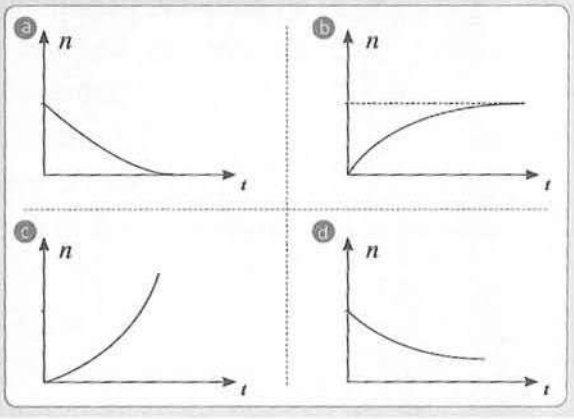
2- L'avancement maximal vaut:

$10^{-2}mol$ ☐ $3,6.10^{-3}mol$ ☐ $5.10^{-3}mol$ ☐ $1,8.10^{-3}mol$ ☐

3- La quantité de I_2 formé à l'état final est:

$3,6.10^{-3}mol$ ☐ $5.10^{-3}mol$ ☐

4- Parmi les quatre courbes ci-dessous, quelle(s) est(sont) celle(s) qui représente(nt) l'évolution de la quantité de matière d'un réactif et celles d'un produit?



Solution

a- $mol.L^{-1}.s^{-1}$

b.1- I^-

b.2- $5.10^{-3} mol$

b.3- $5.10^{-3} mol$

b.4- • produit: (b) et (c)

• réactif: (a) et (d).

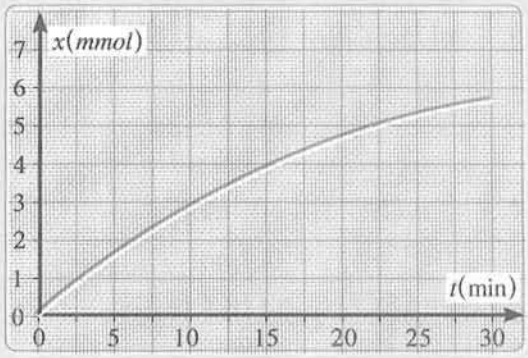
1 La réaction entre les ions iodure et les ions peroxodisulfate est une transformation lente. Le graphique ci-dessous donne l'évolution de l'avancement x en fonction du temps.

L'avancement maximal vaut:

$$x_{max} = 6,5mmol$$

1- Définir le temps de demi-réaction.

2- Déterminer ce temps de demi-réaction à partir de la courbe.



Solution

1- Temps de demi-réaction:

C'est le temps au bout du quel l'avancement de la réaction atteint la moitié de l'avancement final.

$$x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_f}{2}$$

2- Détermination de $t_{\frac{1}{2}}$:

On a: $x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2}$

$$= \frac{6,5}{2} = 3,25mmol$$

correspond graphiquement à:

$t_{\frac{1}{2}} \simeq 12,5\,\text{min}.$

2 Pour étudier la réaction entre un dérivé chloré, noté $R-Cl$, et une solution d'hydroxyde de sodium dont l'équation s'écrit:

$$R-Cl(aq) + HO^-(aq) \rightarrow R-OH(aq) + Cl^-(aq),$$

on fait réagir une masse $m = 4,6g$ de dérivé chloré et une quantité $n = 1,0 \times 10^{-1}mol$ d'hydroxyde de sodium en solution dans un litre d'eau.

La courbe $x = f(t)$ donnant l'évolution de l'avancement de la réaction au cours du temps est donnée ci-dessous.

1- Quel est le réactif limitant?

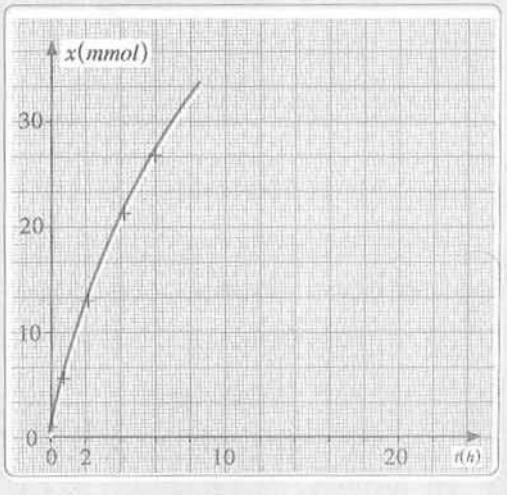
2- Que vaut l'avancement maximal?

3- Déterminer le temps de demi-réaction.

Donnée:

masse molaire de $R-Cl$:

$M = 92,5g.mol^{-1}$.



Solution

1- Le réactif limitant:

Les quantités initiales des deux réactifs:

- $n_i(R-Cl) = \frac{m}{M}$
$= \frac{4,6}{92,5}$
$\simeq 0,05mol$
- $n_i(HO^-) = 10^{-1}mol$
$= 0,1mol$

Donc: $\frac{n_i(RCl)}{1} < \frac{n_i(HO^-)}{1}$

D'où le réactif limitant est: $R-Cl$.

2- Avancement maximal:

$$x_{max} = \frac{n_i(RCl)}{1}$$
$$= 0,05mol$$

3- Temps de demi-réaction:

tel que: $x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2} = \frac{0,05}{2}$
$= 0,025mol$
$= 25mmol$

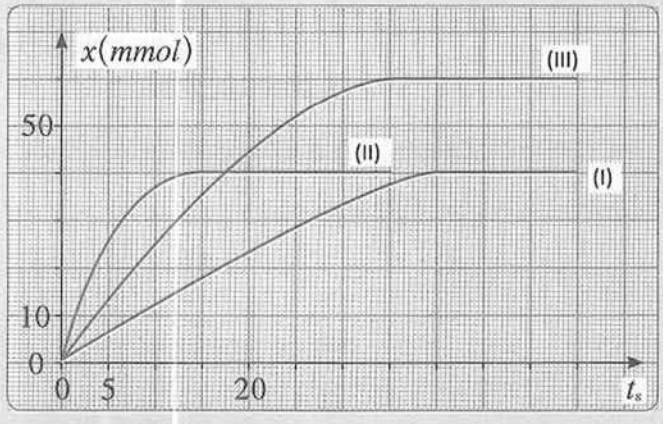
Graphiquement correspond à:

$$t_{\frac{1}{2}} = 5,2h$$

3 Les courbes (I), (II) et (III) représentent l'avancement de la réaction d'équation:

$$2I^-(aq) + S_2O_8^{2-}(aq) \longrightarrow I_2(aq) + 2SO_4^{2-}(aq)\ ;$$

dans les systèmes suivants, notés a, b et c. Les concentrations sont en $mmol.L^{-1}$.



a- $[S_2O_8^{2-}](0) = 40mmol.L^{-1}$; $[I^-](0) = 250mmol.L^{-1}$; $[I_2](0) = 0mmol.L^{-1}$;
$[SO_4^{2-}](0) = 0mmol.L^{-1}$; $\theta = 20°C$.

b- $[S_2O_8^{2-}](0) = 60mmol.L^{-1}$; $[I^-](0) = 250mmol.L^{-1}$; $[I_2](0) = 0mmol.L^{-1}$;
$[SO_4^{2-}](0) = 0mmol.L^{-1}$; $\theta = 20°C$.

c- $[S_2O_8^{2-}](0) = 40mmol.L^{-1}$; $[I^-](0) = 250mmol.L^{-1}$; $[I_2](0) = 0mmol.L^{-1}$;
$[SO_4^{2-}](0) = 0mmol.L^{-1}$; $\theta = 40°C$.

1- En justifiant la réponse, associer à chaque système le graphique qui lui correspond.

2- Comparer les temps de demi-réaction dans les trois systèmes.

Solution

1- Le graphe correspondant:

• Pour le système c, la réaction se déroule à température $40°C$ la plus élevée et avec des concentrations initiales des réactifs élevées.

donc sa vitesse sera plus grand, le graphe qui lui correspond est (II).

• Pour les systèmes a et b, la température est la même mais la concentration initiale en réactif $S_2O_8^{2-}$ est plus grande dans le système b, donc la vitesse sera plus grande, donc:

• Le système a correspond à un graphe (I).

• Le système b correspond à un graphe **(III)**.

2- Comparaison de $t_{\frac{1}{2}}$ des trois systèmes:

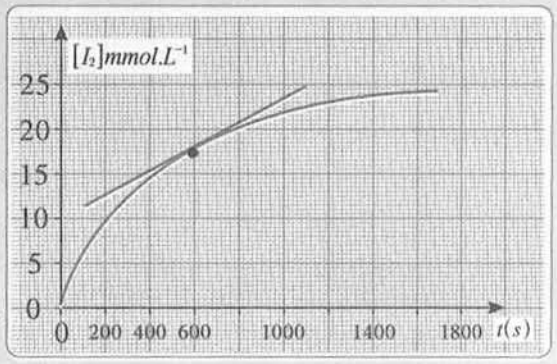
Système	Graphe	$t_{\frac{1}{2}}$
a	I	23 min
b	III	8,5 min
c	II	3 min

Donc: $(t_{\frac{1}{2}})_c < (t_{\frac{1}{2}})_b < (t_{\frac{1}{2}})_a$.

4 On réalise l'oxydation des ions iodure, $I^-_{(aq)}$, par l'eau oxygénée, $H_2O_{2(aq)}$ en milieu acide. Il se forme du diiode et de l'eau suivant la réaction d'équation:

$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2H_2O_{(\ell)}$.

Par dosage, on a déterminé les concentrations en diiode formé à des dates précises. On a obtenu la courbe suivante, qui représente l'évolution de la concentration de diiode formé au cours du temps.



1- Compléter le tableau descriptif du système réactionnel à la date t.

$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2H_2O_{(\ell)}$					
0	n_0	n'_0	Excès	0	Excès
x					

2- Rappeler l'expression de la vitesse volumique de réaction. On appelle V_S le volume supposé constant du système réactionnel.

3- Montrer que la vitesse volumique de réaction, peut s'écrire: $V = \frac{d[I_2]}{dt}$.

4- Déterminer la vitesse volumique de la réaction à la date: $t = 10\,\text{min}$.

Solution

1- Tableau d'évolution:

	$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H^+_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2H_2O_{(l)}$						
$t=0$	0	n_0	n'_0	Excès		0	Excès
t	x	n_0-x	n'_0-2x	Excès		x	Excès

2- Définition de la vitesse:

Par définition: $v(t)=\frac{1}{V_S}\cdot\frac{dx}{dt}$.

3- L'expression de $v(t)$:

Or d'après le tableau d'évolution:

$n(I_2)=x$.

Donc: $v(t)=\frac{1}{V_S}\cdot\frac{d}{dt}n(I_2)=\frac{d}{dt}\left(\frac{n(I_2)}{V_S}\right)$

$v(t)=\frac{d}{dt}[I_2]$

4- Détermination de $v(t)$:

On pose: $a=\frac{d}{dt}[I_2]$

A partir de la courbe:

$a=\frac{\Delta[I_2]}{\Delta t}$

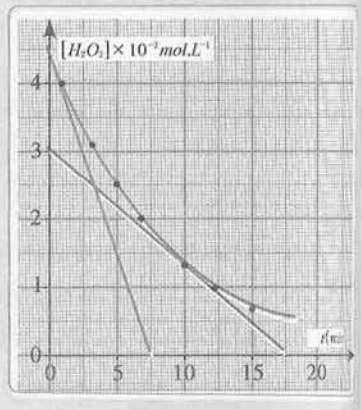
$=\frac{(17,5-10).10^{-3}}{600-0}\simeq 1,2.10^{-6}mol.L^{-1}s^{-1}$

donc: $v(t=0)=1,2.10^{-6}mol.L^{-1}.s^{-1}$

5 L'eau oxygénée se décompose spontanément suivant la réaction:

$$H_2O_2 \rightarrow \frac{1}{2}O_2+H_2O$$

Cette réaction, très lente, peut dans certaines conditions s'effectuer avec une vitesse plus aisée à mesurer. On obtient alors la courbe suivante représentant $[H_2O_2]=f(t)$.



1- Dresser le tableau d'évolution de la réaction.

2- Montrer que: $v(t)=-\frac{d}{dt}[H_2O_2]$.

3- Calculer la vitesse de disparition de l'eau oxygénée pour $t=0$; $10\,\text{min}$. Conclure.

Solution

1- Tableau d'évolution:

	$H_2O_{2(aq)} \rightarrow \frac{1}{2}O_{2(g)} + H_2O_{(\ell)}$			
à $t=0$	0	n_0	0	Excès
à t	x	n_0-x	$\frac{x}{2}$	Excès
à t_f	x_{max}	n_0-x_{max}	$\frac{x_{max}}{2}$	Excès

2- L'expression de $v(t)$:

Par définition on a: $v(t)=\frac{1}{V_S}\cdot\frac{dx}{dt}$

et on a d'après le tableau:

$n_0-x=n(H_2O_2)$.

Donc: $-\frac{dx}{dt}=\frac{dn(H_2O_2)}{dt}$

Donc: $v(t)=\frac{1}{V_S}\left(-\frac{dn(H_2O_2)}{dt}\right)$

$=-\frac{d}{dt}\left(\frac{n(H_2O_2)}{V_S}\right)$

Donc: $v(t)=-\frac{d}{dt}[H_2O_2]$

3 - Calcul de la vitesse de réaction:

On pose: $a=\frac{d[H_2O_2]}{dt}$

à $t=0$: graphiquement:

$a_0=\frac{(0-4,5).10^{-2}}{7.5-0}=-6.10^{-3}mol.L^{-1}/min$

Donc: $v(t=0) = +\,6.10^{-3} mol.L^{-1}.\min^{-1}$.

à: $t = 10\min$:

$$a = \frac{(0-3).10^{-2}}{17,5-0}$$

$$= -\,1,7.10^{-3} mol.L^{-1}/\min$$

Donc:

$v(t=10\min) = +\,1,7.10^{-3} mol.L^{-1}.\min^{-1}$

On remarque: $v(t=0) > v(t=10\min)$

Cela est dû à la diminution de la concentration du réactif H_2O_2.

6 A l'instant $t=0$, on mélange les solutions suivantes:

- Solution de iodure de potassium $(K^+ + I^-)$:

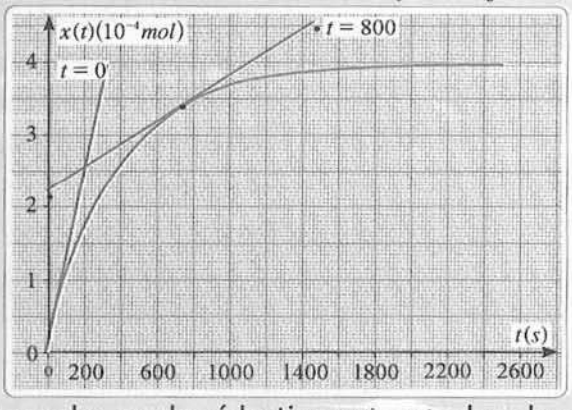
$V_1 = 40mL$ et concentration $C_1 = 0,1mol/L$.

- Solution d'eau oxygénée H_2O_2: $V_2 = 4mL$ et concentration $C_2 = 0,1mol/L$.
- Solution d'acide sulfurique: $V_3 = 16mL$ et concentration $C_3 = 2mol/L$.

L'équation d'oxydo-réducteur entre l'ion I^- et H_2O_2 s'écrit:

$$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H_3O^+ \rightarrow I_{2(aq)} + 4H_2O_{(\ell)}$$

Le titrage de diiode I_2 formé à différents instants a permis de tracer la courbe de l'avancement x de la réaction en fonction du temps $x = f(t)$.



1- Donner les deux couples oxydo-réduction présents dans la réaction et écrire les demi-équations d'oxydo-réduction.

2- Montrer que H_2O_2 est réactif limitant.

3- Dresser le tableau d'évolution de la réaction.

4.1- Définir la vitesse volumique de réaction.

4.2- Calculer la vitesse volumique de réaction aux instants $t_0 = 0s$ et $t_1 = 800s$.

5- Définir le temps de demi-réaction, trouver sa valeur.

6- Quel est l'effet de l'augmentation de la température sur le temps de demi-réaction.

Solution

1- Couple Redox et équation de la réaction:

- H_2O_2/H_2O et I_2/I^-.

Les demi-équations:

$$2I^-_{(aq)} \rightleftharpoons I_{2(aq)} + 2e^-$$

$$H_2O_{2(aq)} + 2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftharpoons 2H_2O_{(\ell)}$$

2- Réactif limitant:

- $n(H_2O_2) = C_2V_2 = 0,1.4.10^{-3}$
$= 4.10^{-4} mol$
- $n(I^-) = C_1V_1 = 0,1.40.10^{-3}$
$= 4.10^{-3} mol$

Donc: H_2O_2 est le réactif limitant.

3 - Tableau d'évolution:

	$H_2O_{2(aq)} + 2I^-_{(aq)} + 2H_3O^+_{(aq)} \rightarrow I_{2(aq)} + 2H_2O_{(\ell)}$					
Etat initial	0	C_2V_2	C_1V_1	Excès	0	Excès
Etat intermédiaire	x	$C_2V_2 - x$	$C_1V_1 - 2x$	Excès	x	Excès
Etat final	x_{max}	$C_2V_2 - x_{max}$	$C_1V_1 - 2x_{max}$	Excès	x_{max}	Excès

4.1- Définition de la vitesse:

On définit la vitesse volumique par:

$$v(t) = \frac{1}{V_S} \cdot \frac{dx}{dt}$$

4.2- Calcul de $v(t)$:

On pose $a = \frac{dx}{dt}$: Le coefficient directeur de la tangente à la courbe à l'instant t.

à $t = 0$:

$a_0 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(2,5-0).10^{-4}}{200-0} = 1,25.10^{-6} mol.s^{-1}$

Donc: $v(t=0) = \frac{a_0}{V_S}$

$v(t=0) = \frac{1,25.10^{-6}}{40.10^{-3}}$

$= 3,125.10^{-5} mol.L^{-1}.s^{-1}$

à $t_1 = 880s$:

$a_1 = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{(4-2,25).10^{-4}}{1100-0}$

$= 1,6.10^{-7} mol.s^{-1}$

Donc:

$v(t_1) = \frac{a_1}{V_S}$

$= \frac{1,25.10^{-7}}{40.10^{-3}} = 3,4.10^{-6} mol.L^{-1}.s^{-1}$

5- Temps de demi-réaction:

Par définition: $x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2}$

$x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{4.10^{-4}}{2} = 2.10^{-4} mol$

correspond à: $t_{\frac{1}{2}} = 260s$

6- Effet de la température:

Quand on augmente la température la vitesse de la réaction augmente donc $t_{\frac{1}{2}}$ diminue.

7 La réaction du bichromate de potassium avec l'acide oxalique est une réaction lente qui conduit notamment à la formation d'ion Cr^{3+}.

1- Les couples oxydo-réduction présents dans la réaction:

$Cr_2O_7^{2-}/Cr^{3+}$ et $CO_2/H_2C_2O_4$

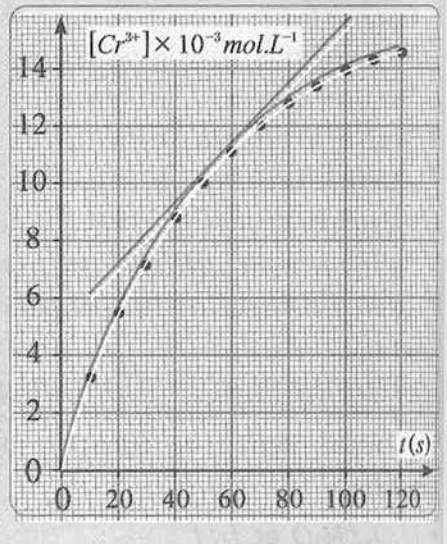
1.1- Ecrire les demi-équations d'exydo-réduction.

1.2- En déduire l'équation de la création.

2- Au cours d'une réaction, l'évolution de la concentration $[Cr^{3+}]$ en fonction du temps est donnée par la courbe suivante.

Calculer la vitesse moyenne de formation de l'ion Cr^{3+} entre les instants $t = 50s$ et $t = 70s$.

Comparer avec la vitesse instantannée de formation de l'ion Cr^{3+} à l'instant $t = 60s$.



Solution

1.1- Les demi-équations:

$Cr_2O_{7(aq)}^{2-} + 14H_{(aq)}^{+} + 6e^{-} \rightleftharpoons 2Cr_{(aq)}^{3+} + 7H_2O_{(\ell)}$

$H_2C_2O_4 \rightleftharpoons 2CO_2 + 2H^{+} + 2e^{-}$

1.2- Equation globale.

$3H_2C_2O_4 + Cr_2O_7^{2-} + 8H^{+} \longrightarrow 6CO_2 + 2Cr^{3+} + 7H_2O$

2- La vitesse à $t = 60$:

$$v = \frac{1}{V} = \frac{dx}{dt} = \frac{1}{2} d\frac{[Cr^{3+}]}{dt}$$

On pose:

$$a = \frac{d[Cr^{3+}]}{dt}$$

$$a = \frac{(14-6).10^{-3}}{88-10} \simeq 10^{-4} mol.L^{-1}.s^{-1}$$

$$v = \frac{1}{2}.a\,10^{-4} mol.L^{-1}.s^{-1}$$

$$v = 5.10^{-5} mol.L^{-1}.s^{-1}.$$

8 On traite $2,0g$ de carbonate de calcium par un volume $V_s = 100mL$ d'une solution d'acide chlorydrique à $100mmol.L^{-1}$.

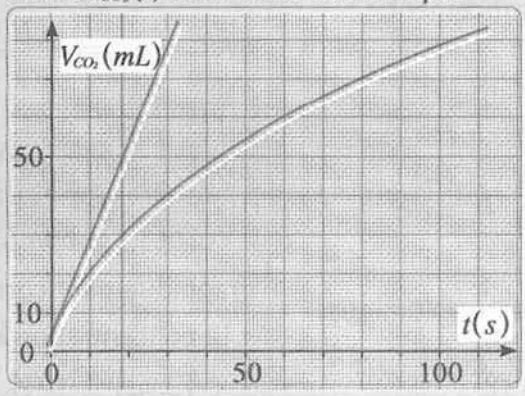
On observe la réaction d'équation:

$$CaCO_3(s) + 2H_3O^{+}(aq) \longrightarrow Ca^{2+}(aq) + CO_2(g) + 3H_2O$$

Le dioxyde de carbone est récupéré par un montage approprié.

On mesure le volume V_{CO_2} à la température de $20°C$ et sous la pression de: $101,3kPa$

La figure, ci-dessous donne $V_{CO_2}(t)$ en fonction du temps.



1- Dresser le tableau d'avancement correspondant.

2- Exprimer $V_{CO_2}(t)$ en fonction de l'avancement $x(t)$, la température T et la pression P.

3- En déduire l'expression de la vitesse volumique de la réaction en fonction de $V_{CO_2}(t)$.

4- Déterminer la vitesse volumique initiale de la réaction.

5- Déterminer le temps de demi-réaction. Quelle est alors la concentration en ions calcium dans la solution?

Donnée: $R = 8,314$ *unités S.I*.

$M(CaCO_3) = 100g.mol^{-1}$

$T(K) = 273 + \theta(°C)$

Solution

1- Tableau d'avancement:

	$CaCO_3(s) + 2H_3O^+(aq) \longrightarrow Ca^{2+}(aq) + CO_2(g) + 3H_2O(l)$					
à $t=0$	0	$n_0(CaCO_3)$	$n_0(H_3O^+)$	0	0	Excès
à t	x	$n_0(CaCO_3)-x$	$n_0(H_3O^+)-2x$	x	x	Excès
à t_f	x_{max}	$n_0(CaCO_3)-x_{max}$	$n_0(H_3O^+)-2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	Excès

Avec:

- $n_0(CaCO_3) = \frac{m}{M}$
$= \frac{2}{100} = 2.10^{-2} mol$
- $n(H_3O^+) = C.V$
$= 100.10^{-3}.100.10^{-3}$
$= 10^{-2} mol$

2- Expression de $V(CO_2)$:

D'après le tableau d'avancement.

On a: $n(CO_2) = x$

L'équation des gaz parfaits

$$P.V_{(CO_2)} = n(CO_2).R.T$$

Donc: $n(CO_2) = x = \frac{P.V(CO_2)}{R.T}$

D'où: $V(CO_2) = x.\frac{RT}{P}$

3- Expression de la vitesse volumique:

On sait que: $v(t) = \frac{1}{V_s}.\frac{dx}{dt}$

Et on a: $x = \frac{P}{RT}.V(CO_2)$

Donc: $\frac{dx}{dt} = \frac{P}{RT}.\frac{dV(CO_2)}{dt}$

D'où: $v(t) = \frac{1}{V_s}.\frac{P}{RT}.\frac{dV(CO_2)}{dt}$.

4- Détermination de $v(t=0)$:

On pose: $\frac{dV(CO_2)}{dt} = a_0$: représente la pente de la tangente à la courbe à: $t = 0$

$$a_0 = \frac{\Delta V(CO_2)}{\Delta t}$$
$$= \frac{(50-0).10^{-3}}{20-0} = 2,5.10^{-3} L/s$$
$$= 2,5.10^{-6} m^3/s$$

Donc: $v(t=0) = \frac{P.a_0}{V_s.R.T}$

$$v(t=0) = \frac{101,3.10^3.2,5.10^{-6}}{100.10^{-3}.8,31.293}$$
$$v(t=0) = 10^{-3} mol.m^{-3}.s^{-1}$$
$$= 10^{-6} mol.L^{-1}.s^{-1}$$

5- Détermination de $t_{\frac{1}{2}}$:

D'après la définition: $x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2}$

avec: $x_{max} = \frac{n(H_3O^+)}{2} = 5.10^{-3} mol$

$$V(CO_2)_{(t_{\frac{1}{2}})} = x(t_{\frac{1}{2}}).\frac{R.T}{P} = \frac{x_{max}}{2}.\frac{RT}{P}$$
$$V(CO_2)_{(t_{\frac{1}{2}})} = \frac{5.10^{-3}}{2}.\frac{8,31.293}{101,3.10^3}$$
$$V(CO_2)_{(t_{\frac{1}{2}})} \simeq 60mL$$

graphiquement correspond à $t_{\frac{1}{2}} \simeq 64s$.

- La concentration en Ca^{2+} est:

$$[Ca^{2+}] = \frac{x(t_{\frac{1}{2}})}{V_s} = \frac{x_{max}}{2V_s}$$
$$= \frac{5.10^{-3}}{2.100.10^{-3}}$$
$$= 2,5.10^{-2} mol.L^{-1}$$

9 L'acide chlorhydrique réagit sur l'aluminium en donnant du dihydrogène et une solution aqueuse contenant les ions Al^{3+}.

1- Les deux couples mis en jeu sont Al^{3+}/Al et H^+/H_2.

2- En déduire que l'équation de la réaction s'écrit: $2Al_{(s)} + 6H^+_{(aq)} \longrightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)}$

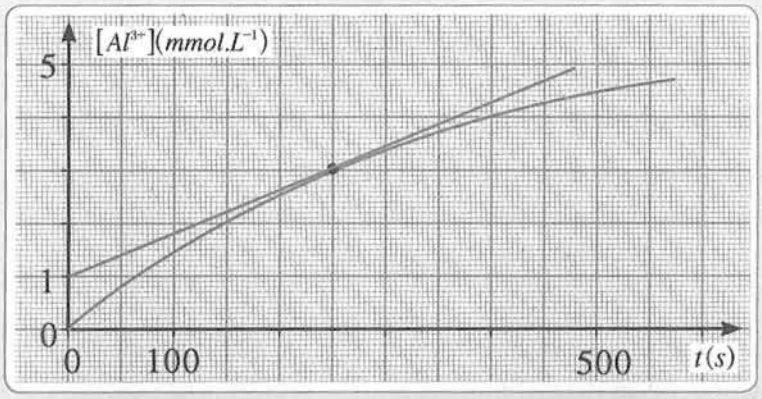
3- A l'instant $t = 0$, on introduit une masse $m = 1,20g$ d'aluminium en grenaille dans un ballon contenant $V = 60,0mL$ d'une solution d'acide chlorhydrique de

concentration $C_A = 0,150 mol.L^{-1}$.

On recueille le gaz dihydrogène formé au cours du temps et on en mesure son volume $V(H_2)$.

Faire un tableau d'avancement. Déterminer le réactif limitant, en déduire la concentration des ions Al^{3+} en fin de réaction.

4- Les résultats de cette expérience ont permis de tracer la courbe donnant la concentration en Al^{3+} de la solution en fonction du temps.



On donne: $M(Al) = 27 g.mol^{-1}$.

a- Déterminer le temps de demi-réaction.

b- Calculer la vitesse de réaction à *t=250s*.

Solution

1- Equation de la réaction:

Les demi-équations:

$$Al_{(s)} \rightleftarrows Al^{3+}_{(aq)} + 3e^-$$

$$2H^+_{(aq)} + 2e^- \rightleftarrows H_{2(g)}$$

Equation globale:

$$2Al_{(s)} + 6H^+_{(aq)} \rightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)}$$

2- Tableau d'évolution:

	$2Al_{(s)} + 6H^+ \rightarrow 2Al^{3+}_{(aq)} + 3H_{2(g)}$				
à $t=0$	0	$n_0(Al)$	C_AV	0	0
à t	x	$n_0 - 2x$	$C_AV - 6x$	$2x$	$3x$
à t_{fin}	x_{max}	$n_0 - 2x_{max}$	$C_AV - 6x_{max}$	$2x_{max}$	$3x_{max}$

- Le réactif limitant:

On a:

$$\frac{n(Al)}{2} = \frac{m}{2M(Al)} = \frac{1,2}{2.27} = 0,222.10^{-2} mol$$

$$\frac{n(H^+)}{6} = \frac{C_AV}{6} = \frac{0,150.60.10^{-3}}{6} = 1,5.10^{-3} mol$$

Donc: $\frac{n(Al)}{2} > \frac{n(H^+)}{6}$

D'où: H^+ est le réactif limitant.

- La concentration en Al^{3+} finale:

$$[Al^{3+}]_f = \frac{2x_{max}}{V}$$

A.N.:

$$[Al^{3+}]_f = \frac{2.1,5.10^{-3}}{60.10^{-3}} = 5.10^{-3} mol.L^{-1}$$

3.a- temps de demi-réaction:

Par définition: $x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2}$

Donc: $[Al^{3+}]_{\frac{1}{2}} = \frac{2x(t_{\frac{1}{2}})}{V} = \frac{[Al^{3+}]_f}{2} = 2,5.10^{-3} mol.L^{-1}$

Graphiquement correspond à: $t_{\frac{1}{2}} = 200s$

b- Vitesse de réaction:

Par définition: $v(t) = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

Avec: $x = \frac{[Al^{3+}].V}{2}$

donc: $v(t) = \frac{1}{2}\frac{d[Al^{3+}]}{dt}$

Graphiquement:

$$a = \frac{d[Al^{3+}]}{dt} = \frac{(3-1).10^{-3}}{250-0}$$

$$a = 8.10^{-5} mol.L^{-1}.s^{-1}$$

donc: $v(t=0) = \frac{a}{2}$

$$= 4.10^{-5} mol.L^{-1}.s^{-1}$$

10 En solution aqueuse, l'urée subit la réaction totale:

$$(H_2N)_2CO(aq) \longrightarrow NH_4^+(aq) + CNO^-(aq)$$

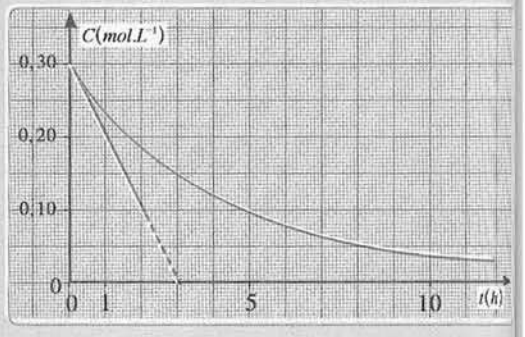
Lors d'une expérience effectuée à $50°C$ avec une concentration initiale en urée $C_0 = 0,30 mol.L^{-1}$, on a établi la courbe ci-après.

1.a- Faire un tableau d'avancement.

b- Définir le temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$ et le déterminer sur la graphique.

2.a- Définir la vitesse volumique de la réaction et expliquer sa détermination à partir de la courbe fournie.

b- Déterminer graphiquement la vitesse volumique de la réaction à l'instant initial $t = 0$.



Solution

1.a-

	$(H_2N)_2C=O(aq) \longrightarrow NH_{4(aq)}^+ + CNO_{(aq)}^-$			
à $t=0$	0	C_0V	0	0
à t	x	C_0V-x	x	x
à t_f	x_{max}	C_0V-x_{max}	x_{max}	x_{max}

b- Temps de demi-réaction:

C'est le temps au bout du quel l'avancement atteint la moitié de sa valeur finale.

$$x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_f}{2}$$

On a: $x_f = x_{max}$; donc: $x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2}$

à $t_{\frac{1}{2}}$: $C(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{C_0V - x(t_{\frac{1}{2}})}{V} = C_0 - \frac{x(t_{\frac{1}{2}})}{V}$

$$= C_0 - \frac{x_{max}}{2V} = \frac{C_0}{2}$$

graphiquement: $t_{\frac{1}{2}} = 3h$.

2.a- Définition de $v(t)$:

La vitesse de réaction est définie par la relation: $v(t) = \frac{1}{V_s}.\frac{dx}{dt}$

On a: $C = \frac{C_0V_s - x}{V_s} = C_0 - \frac{x}{V_s}$

donc: $\frac{dC}{dt} = -\frac{1}{V}.\frac{dx}{dt}$;d'où: $v(t) = -\frac{dC}{dt}$

On a: $a = \frac{dC}{dt}$: représente la pente de la tangente à la courbe à l'instant t.

b- Détermination de $v(t=0)$:

graphiquement à $t = 0$:

$$a_0 = \frac{\Delta C}{\Delta t}\ ; a_0 = \frac{0-0,30}{3-0}$$

$$= -0,10 mol.L^{-1}.h^{-1}$$

Donc: $v(t=0) = 0,10 mol.L^{-1}.h^{-1}$.

12 L'équation de la réaction de l'acide sulfurique sur le Zinc s'écrit:

$$Zn_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow Zn^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)} + 2H_2O_{(\ell)}$$

Pour réaliser l'étude cinétique de cette réaction, on met dans un ballon, de volume $V = 1L$, une masse $m = 0,6g$ de Zinc poudre $Zn(s)$ et on y verse à l'instant $t_0 = 0$ un volume $V_0 = 70mL$ d'une solution d'acide sulfurique de concentration en ion oxonium $[H_3O^+] = 0,4mol/L$, on mesure la pression P dans le ballon à l'aide d'un capteur manométrique à chaque instant t.

Donnée: $M(Zn) = 65,4g.mol^{-1}$.

1- Compléter le tableau d'évolution:

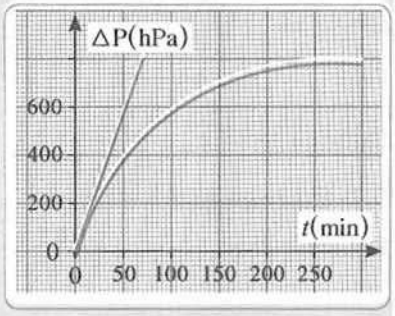
	$Zn_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} \rightleftarrows Zn^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)} + 2H_2O_{(\ell)}$					
à $t = 0$	0	$n_i(Zn)$	$n_i(H_3O^+)$			Excès
à t	x					Excès
à t_f	x_{max}					Excès

2- Calculer $n_i(H_3O^+)$ et $n_i(Zn)$ en déduire le réactif limitant et l'avancement maximal de la réaction.

3- En utilisant l'équation des gaz parfaits, trouver l'expression à l'instant t, de l'avancement $x(t)$ de la réaction en fonction R, T, V et ΔP avec $\Delta P = P - P_0$ où P_0 est la pression initiale mesurée à $t = 0$ et P la pression captée à l'instant (t).

4- Soit $\Delta P_{max} = P_{max} - P_0$ la variation de la pression maximale et x_{max} l'avancement maximal. Montrer que: $x(t) = x_{max}\dfrac{\Delta P}{\Delta P_{max}}$.

5- L'étude expérimentale a permis de tracer la courbe $\Delta P = f(t)$.



5.1- Montrer que la vitesse de la reaction s'écrit:

$v(t) = \dfrac{x_{max}}{\Delta P_{max}} \cdot \dfrac{1}{V_0} \cdot \dfrac{d}{dt}(\Delta P)$.

5.2- Calculer la vitesse de la réaction à: $t_0 = 0$ et $t_1 = 250\,\text{min}$.

5.3- Déterminer graphiquement le temps de demi-réaction.

Solution

1- Tableau d'évolution:

	$Zn_{(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} \rightleftarrows Zn^{2+}_{(aq)} + H_{2(g)} + 2H_2O_{(\ell)}$					
à $t = 0$	0	$n_i(Zn)$	$n_i(H_3O^+)$	0	0	Excès
à t	x	$n_i(Zn) - x$	$n_i(H_3O^+) - 2x$	x	x	Excès
à t_f	x_f	$n_i(Zn) - x_f$	$n_i(H_3O^+) - 2x_f$	x_f	x_f	Excès

2- reactif limitant et x_{max}.

on a: $n_i(Zn) = \frac{m}{M(Zn)}$

$$n_i(Zn) = \frac{0,6}{65,4} = 9,2.10^{-3} mol$$

et:

$$n_i(H_3O^+) = [H_3O^+]_i V_0$$
$$= 0,4.70.10^{-3} = 2,8.10^{-2} mol$$

Du fait que: $n_i(Zn) < \frac{n_i(H_3O^+)}{2}$

alors Zn est le réactif limitant et $x_{max} = 9,2.10^{-3} mol$.

3- Expression de $x(t)$:

l'équation du gaz parfait s'écrit:

à t: $P.V = nRT$ et à $t = 0$: $P_0 V = n_0 RT$.

pour H_2 on écrit:

$(P - P_0).V = (n_0 - n)RT$;

avec: $n_0 - n = x = n(H_2)$

Donc: $\Delta PV = x(t).RT$

D'où: $x(t) = \frac{\Delta P.V}{R.T}$

4- La relation:

On a: $x(t) = \frac{\Delta P.V}{R.T}$

Pour $x = x_{max}$ on écrit: $x_{max} = \frac{\Delta P_{max}.V}{RT}$

Donc: $x(t) = x_{max} . \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}}$

5.1- Expression de $v(t)$:

Par définition: $v(t) = \frac{1}{V_0} \frac{dx}{dt}$.

et on a: $\frac{dx}{dt} = \frac{d}{dt}\left[x_{max} \frac{\Delta P}{\Delta P_{max}}\right]$

$$= \frac{x_{max}}{P_{max}} \frac{d}{dt}(\Delta P)$$

Donc: $v(t) = \frac{x_{max}}{P_{max}} . \frac{1}{V_0} . \frac{d}{dt}(\Delta P)$

5.2- Calcul de $v(t)$:

• à l'instant $t = 0$: on pose:

$$a_0 = \frac{d}{dt}(\Delta P)$$

du graphe on trouve:

$$a_0 = \frac{(600 - 0)}{50 - 0} .10^2$$
$$= 1,2.10^3 Pa/\min$$

Donc:

$$v(t = 0) = \frac{9,7.10^{-3}}{800.10^2} . \frac{1}{70.10^{-6}} .1,2.10^3$$
$$= 2,08 molm^{-3}.\min^{-1}$$
$$= 2,08.10^3 mol.L^{-1}.\min^{-1}$$

à $t_1 = 250\min$: $v(t_1) = 0$

la reaction est terminée.

5.3- temps de demi-reaction par définition: $x(t_{1/2}) = \frac{x_{max}}{2}$

$$\frac{X_{max}}{\Delta P(t_{1/2})} . \Delta P(t_{1/2}) = \frac{X_{max}}{2}$$

$$\Delta P(t_{1/2}) = \frac{\Delta P_{max}}{2}$$

$$\Delta P(t_{1/2}) = \frac{800}{2} = 400 hP_a$$

du graphe on trouve: $t_{1/2} = 50\min$.

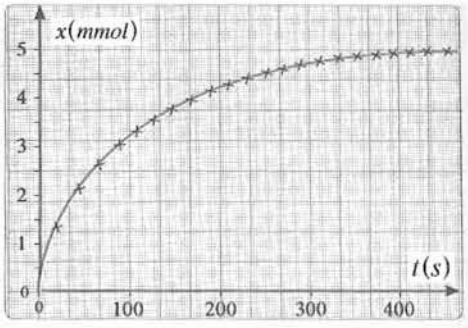
13

1- Dans un ballon, on réalise la réaction entre le carbonate de calcium $CaCO_3(s)$ et l'acide chlorhydrique $(H_3O^+(aq) + Cl^-(aq))$. Le dioxyde de carbone formé est recueilli, par déplacement d'eau, dans une éprouvette graduée. un élève verse dans le ballon un volume $V_s = 100mL$ d'acide chlorhydrique à $0,1 mol.L^{-1}$.

A l'instant $t = 0s$, il introduit rapidement dans le ballon une masse $m = 2,0g$ de carbonate de calcium $CaCO_3(s)$ tandis qu'un camarade déclenche un chronomètre. Les élèves relèvent les valeurs du volume de dioxyde de carbone dégagé en fonction du temps. Ils ont calculé les valeurs de l'avancement x et reporté les résultats sur le graphique donné ci-après.

La réaction chimique étudiée peut être modélisée par l'équation:

$CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} \rightarrow Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)} + 3H_2O_{(\ell)}$



1- Déterminer les quantités de matière initiales de chacun des réactifs.

2- Dresser le tableau d'évolution de la réaction. En déduire la valeur x_{max} de l'avancement maximal. Quel est le réactif limitant?

3.a- Exprimer l'avancement x de la réaction à un instant t en fonction de V_{CO_2}, T, P_{atm} et R.

b- Calculer le volume maximum de gaz susceptible d'être receuilli dans les conditions de l'expérience.

4- Donner l'expression de la vitesse volumique de réaction en fonction de l'avancement x et du volume V_S de solution.

Comment varie la vitesse volumique au cours du temps? Justifier à l'aide du graphique.

5- La réaction précédente peut être suivie en mesurant la conductivité σ de la solution en fonction du temps.

a- Faire l'invention des ions présents dans la solution. Quel est l'ion spectateur (dont le concentration ne varie pas)?

b- On observe expérimentalement une diminution de la conductivité. Justifier sans calcul ce résultat connaissant les valeurs des conductivités molaires des ions en $mS.m^2.mol^{-1}$ à $25°C$:

$\lambda(H_3O^+) = 35,0$; $\lambda(Ca^{2+}) = 12,0$; $\lambda(Cl^-) = 7,5$.

c- Calculer la conductivité σ de la solution à l'instant $t = 0s$.

d- Montrer que la conductivité est reliée à l'avancement x par la relation:

$\sigma = 4,25 - 580x(mS.m^{-1})$.

e- Calculer la conductivité de la solution pour la valeur maximale de l'avancement.

6- Définir le temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$. Déterminer graphiquement sa valeur sur le graphique donné ci-dessus.

Données:

- Température du laboratoire au moment de l'expérience: $25°C$ soit $T = 298K$.
- Pression atmosphérique: $P_{atm} = 1,020 \times 10^5 Pa$.
- Loi des gaz parfaits: $PV = nRT$.
- Constante des gaz parfaits: $R = 8,31S.I$.
- Masses molaires atomiques, en $g.mol^{-1}$: $M(C) = 12$; $M(H) = 1,0$; $M(O) = 16$; $M(Ca) = 40$.

Solution

1- Calcul de $n_i(CaCO_3)$ et $n_i(H_2O^+)$:

On a:

- $n_i(CaCO_3) = \dfrac{m}{M(CaCO_3)}$

$= \dfrac{2}{100} = 2.10^{-2} mol$

- $n_i(H_3O^+) = [H_3O^+]_i.V = C.V$

$= 0,1.100.10^3 = 10^{-2} mol$

2- Tableau d'évolution:

	$CaCO_{3(s)} + 2H_3O^+_{(aq)} \rightarrow Ca^{2+}_{(aq)} + CO_{2(g)} + 3H_2O_{(\ell)}$					
$t = 0$	0	$n_i(CaCO_3)$	$n_i(H_3O^+)$	0	0	Excès
à t	x	$n_i(CaCO_3) - x$	$n_i(H_3O^+) - 2x$	x	x	Excès
à t_f	x_{max}	$n_i(CaCO_3) - x_{max}$	$n_i(H_3O^+) - 2x_{max}$	x_{max}	x_{max}	Excès

On a: $\dfrac{n_i(CaCO_3)}{1} = 2.10^{-2} mol$

et: $\dfrac{n_i(H_3O^+)}{2} = 5.10^{-3} mol$

Donc: $n_i(CaCO_3) > \dfrac{n_i(H_3O^+)}{2}$

Le réactif limitant est H_3O^+.

Donc l'avancement maximal est $x_{max} = 5.10^{-3} mol$.

3.a- Expression de l'avancement x:

D'après l'équation des gaz parfaits on écrit: $PV(CO_2) = n(CO_2).RT$

Avec: $n(CO_2) = x(t)$

Donc: $x(t) = \dfrac{P.V(CO_2)}{RT}$

b- Calcul de: $V(CO_2)_{max}$

tel que: $V(CO_2)_{max} = \dfrac{x_{max}.RT}{P}$

A.N.:

$V(CO_2)_{max} = \dfrac{5.10^{-3} 8,31.298}{1,02.10^5} = 1,2.10^{-4} m^3$

$= 120mL$

4- Expression de $v(t)$:

D'après la définition de la vitesse de réaction on écrit: $v(t) = \dfrac{1}{V_S}.\dfrac{dx}{dt}$

La vitesse de la réaction diminue avec le temps car la concentration des réactifs diminue.

graphiquement les pentes $\left(\dfrac{dx}{dt}\right)$ des tangentes à la courbe diminuent avec le temps.

5.a- Bilan des ions:

En solutions des ions présents sont Ca^{2+}, H_3O^+ et Cl^-.

L'ion Cl^-, ne participent pas à la réaction donc leur concentration ne varie pas.

b- Variation de la conductivité:

La conductivité de la solution diminue en fonction du temps du fait que l'ion H_3O^+ disparaît et dont $\lambda_{H_3O^+}$ est grande et il y a l'apparition de l'ion Ca^{2+} de $\lambda_{Ca^{2+}}$ plus petite.

c- Calcul de σ_0:

La conductivité à l'instant $t = 0$ s'écrit: $\sigma_0 = \lambda_{H_3O^+} + [H_3O^+] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$.

Donc: $\sigma_0 = c(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})$

A.N.: $\sigma_0 = 0,1.10^3 (35 + 7,5).10^{-3}$

$\sigma_0 = 4,25 S.m^{-1}$

d- Expression de σ:

A l'instant t on écrit:

$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{Ca^{2+}}[Ca^{2+}] + \lambda_{Cl^-}[Cl^-]$

$= \lambda_{H_3O^+}\left(\dfrac{CV_S - 2x}{V_S}\right) + \lambda_{Ca^{2+}}\left(\dfrac{x}{V_S}\right) + \lambda_{Cl^-}.C$

$= (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{Cl^-})C - (2\lambda_{H_3O^+} - \lambda_{Ca^{2+}})\dfrac{x}{V_S}$

$= \sigma_0 - (2.35 - 12).\dfrac{10^{-3}}{100.10^{-6}}.x$

$\sigma = 4,25 - 580x$.

e- Calcul de σ_∞:

A l'état final: $x = x_{max} = 5.10^{-3} mol$

Donc: $\sigma_\infty = 4,25 - 580.x_{max}$

$\sigma_\infty = 4,25 - 580.5.10^{-3}$

$\sigma_\infty = 1,35 S.m^{-1}$

6- Définition de $t_{\frac{1}{2}}$:

C'est le temps au bout duquel l'avancement x de la réaction sera égal à la moitié de l'avancement final x_f :

$$x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_f}{2}.$$

Dans ce cas: $x(t_{\frac{1}{2}}) = \frac{x_{max}}{2}$

$x(t_{\frac{1}{2}}) = 2,5.10^{-3} mol$

$= 2,5 mmol$

graphiquement correspond à $t_{\frac{1}{2}} \simeq 54s$.

14 On étudie la transformation chimique modélisée par l'équation de réaction suivante:

$$C_4H_8O_{2(aq)} + Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow Na^+_{(aq)} + CH_3COO^-_{(aq)} + C_2H_5OH_{(aq)}$$

A une date $t = 0$, on introduit une quantité de matière d'éthanoate d'éthyle $(C_4H_8O_2)$ dans un récipient contenant une solution d'hydroxyde de sodium.

Toutes les espèces chimiques du mélange de volume $V = 100mL$; ont des concentrations égales:

$$C = [HO^-]_0 = [Na^+]_0 = [C_4H_8O_2]_0 = 10^{-2} mol.L^{-1}$$

La mesure de la conductivité σ de la solution au cours de la transformation a donné les résultats suivants:

t en min	0	5	9	13	20	27	∞
σ en $S.m^{-1}$	0,250	0,210	0,192	0,178	0,160	0,148	0,091

On donne en: $S.m^2.mol^{-1}$

$$\lambda_{CH_3COO^-} = 4,1.10^{-3} \; ; \; \lambda_{HO^-} = 20.10^{-3} \; ; \; \lambda_{Na^+} = 5.10^{-3} : S.m^2.mol^{-1}$$

1- Vérifier la valeur de σ_0 : conductivité du mélange à l'état initial.

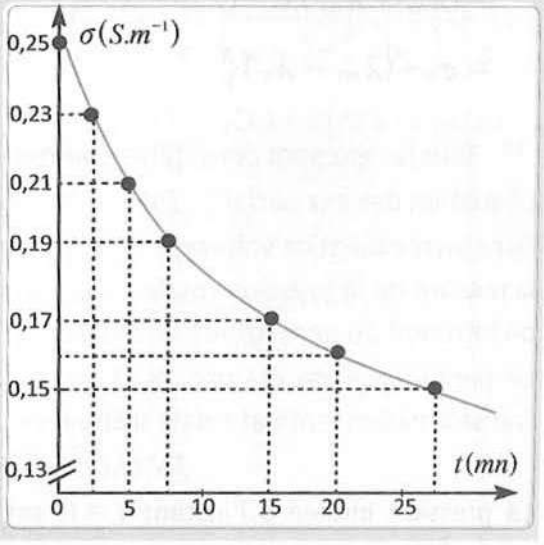
2- Montrer qu'à la date t où l'avancement est x; la conductivité de la solution est:

$$\sigma = 0,25 - 159x.$$

3- La courbe de la figure ci-contre donne l'évolution de la conductivité en fonction du temps.

3-1- Déterminer la valeur de σ au temps de demi-réaction $t_{\frac{1}{2}}$.

3-2- En déduire la valeur de $t_{\frac{1}{2}}$.



Solution

1- A l'état initial, les seuls ions se trouvant dans la solution sont Na^+ et HO^-.

$\sigma_0 = \lambda_{Na^+}.[Na^+]_0 + \lambda_{HO^-}.[HO^-]_0$

$= (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-}).C$

$C = 10^{-2} mol/L = 10^{-2}.mol/10^3.m$

$= 10 mol/m^3$

$\sigma_0 = (5+20).10^{-3} \times 10$

$= 0,25 S.m^{-1}$

Cette valeur est la même que celle du tableau de mesures.

2-

Réaction		$C_4H_8O_2 + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + B_{(aq)}$			
Instant	**Avancement**	**Quantités de matière**			
0	0	C_0V	C_0V	0	0
t	$x(t)$	$C_0V - x$	$C_0V - x$	x	x
∞	x_{max}	$C_0V - x_{max}$	$C_0V - x_{max}$	x_{max}	x_{max}

Les ions présents dans la solution à la date t sont:

Les ions Na^+ inactifs (spectectateurs) de concentration C.

Les ions A^- formés et les ions HO^- restants.

$[A^-] = \frac{x}{V}$ et $[HO^-] = \frac{C_0V - x}{V} = C_0 - \frac{x}{V}$

$\sigma = \lambda_{Na^+}[Na^+] + \lambda_{A^-}[A^-] + \lambda_{HO^-}[HO^-]$

$= \lambda_{Na^+}.C + \lambda_{A^-}.\frac{x}{V} + \lambda_{HO^-}\left(C - \frac{x}{V}\right)$

$= (\lambda_{Na^+} + \lambda_{HO^-}).C - (\lambda_{HO^-} - \lambda_{A^-})\frac{x}{V}$

$= \sigma_0 - (\lambda_{HO^-} - \lambda_{A^-})\frac{x}{V}$.

$= 0,25 - \left(\frac{x}{100.10^{-6}}\right); 1L = 10^{-3}m^3$

$= 0,25 - 159x$

3.1- A la date $t = t_{\frac{1}{2}}$ on a:

$x = \frac{1}{2}x_f = \frac{1}{2}x_{max}$

$= \frac{C_0V}{2}$

$x = \frac{10^{-2}.100.10^{-3}}{2} = 5.10^{-4} mol$

alors: $\sigma(t_{\frac{1}{2}}) = 0,25 - 159.x(t_{\frac{1}{2}})$

$= 0,25 - 159.5.10^{-4}$

$= 0,17 S.m^{-1}$

3.2- Sur la courbe on lit $t_{\frac{1}{2}} = 15mn$.

15 Tous les gaz sont considérés comme parfaits.

L'équation des gaz parfaits: $PV = n.RT$. avec $R = 8,31(SI)$: constante des GP.

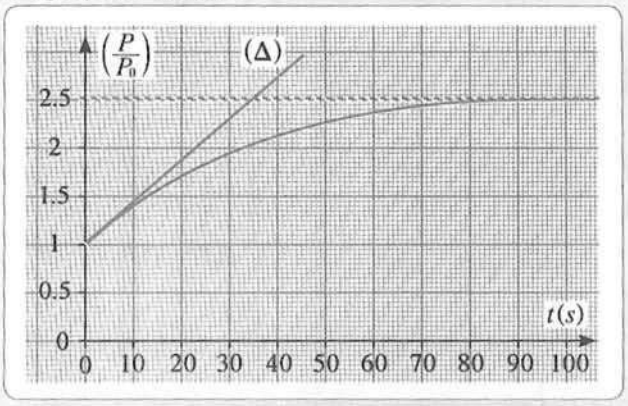
Dans un récipient de volume $V = 0,5L$ initialement vide, muni d'un baromètre pour la mesure de la pression totale dans le récipient où la température est: $T = 318K$, on introduit du pentaoxyde de diazote.

Le pentaoxyde de diazote $N_2O_5(g)$ se décompose dans le récipient selon une transformation lente et totale d'équation:

$$2N_2O_5(g) \rightarrow 4NO_2(g) + O_2(g)$$

La pression initiale à l'instant $t = 0$ est alors: $P_0 = 4,638.10^4 Pa$, on mesure la

pression P à différents instants et on représente la variation de $\frac{P}{P_0}$ en fonction du temps, on obtient le graphe suivant:



La droite (Δ) représente la tangente à la courbe $\frac{P}{P_0} = f(t)$ à l'instant $t = 0$.

1- Calculer la quantité n_0 de $N_2O_5(g)$ à l'instant $t = 0$.

2- Calculer l'avancement maximal x_{max} de la réaction.

3- Exprimer la quantité n_T des gaz dans le volume V à l'instant t en fonction de n_0 et x avancement de la réaction à l'instant t.

4- Par application de l'équation des gaz parfaits, montrer que: $\frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$.

5- Trouver l'expression de la vitesse volumique de la réaction en fonction de n_0, V et la dérivée de la fonction $\frac{P}{P_0} = f(t)$.

Calculer sa volume à l'instant $t = 0$.

Solution

1- Calcul de n_0:

L'équation du gaz parfait s'écrit à $t = 0$:

$$P_0.V = n_0.RT \Rightarrow N_0 = \frac{P_0.V}{RT}$$

A.N.: $n_0 = \frac{4;638.10^4.10^4.0,50.10^{-3}}{8,31.318}$

$$= 8,78.10^{-3} mol$$

2- Calcul de x_{max}:

Le seul réactif étant N_2O_5 donc:

$$x_{max} = \frac{n_0}{2}$$

$$x_{max} = \frac{8,78.10^{-3}}{2}$$

$$= 4,39.10^{-3} mol$$

3- Expression de n_T:

Dressons le tableau d'évolution:

	$2N_2O_5 \rightarrow 4NO_2 + O_2$			
à $t = 0$	0	n_0	0	0
à t	x	$n_0 - 2x$	$4x$	x

Donc: $n_T = n(N_2O_5) + n(NO_2) + n(O_2)$

$$n_T = n_0 - 2x + 4x + x$$

$$n_T = n_0 + 3x$$

4- La relation:

L'équation des gaz parfaits s'écrit:

à $t = 0$: $n_0 V = n_0 RT$

à $t \neq 0$: $PV = n_T.RT$

Donc: $\frac{PV}{P_0.V} = \frac{n_T.RT}{n_0.RT}$

D'où: $\frac{P}{P_0} = \frac{n_0 + 3x}{n_0} \Rightarrow \frac{P}{P_0} = 1 + \frac{3x}{n_0}$

5- Expression de $v(t)$:

On sait que: $v(t) = \frac{1}{V}\frac{dx}{dt}$

On dérive la relation trouvée en question **4-**

$$\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{P_0}\right) = \frac{d}{dt}\left(1 + \frac{3x}{n_0}\right)$$
$$= \frac{3}{n_0}\frac{dx}{dt}$$

Donc: $\frac{dx}{dt} = \frac{n_0}{3}\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{P_0}\right)$

D'où: $v(t) = \frac{n_0}{3V}\frac{d}{dt}\left(\frac{P}{P_0}\right)$

On pose: $a_0 = \frac{d}{dt}\left(\frac{P}{P_0}\right)$:

Coefficient directeur à la courbe à $t = 0$ graphiquement:

$$a_0 = \frac{2,5 - 1}{35 - 0} = 0,0429.s^{-1}$$

Donc:

$$v(t = 0) = \frac{n_0.a_0}{3V}$$

$$v(t = 0) = \frac{8,78.10^{-3}.0,0429}{3.0,50}$$
$$= 2,51.10^{-4} mol.L^{-1}s^{-1}$$

3 Réactions s'effectuant dans les deux sens

1 Acide et base selon Brönsted:

• Un acide est une espèce chimique capable de libérer un proton: $A \rightarrow H^+ + B$

• Une base est une espèce chimique capable de capter un proton: $B + H^+ \rightarrow A$

2 Couple acide/base:

• Lorsqu'un acide A donne un proton, il se transforme en B, sa base conjuguée. Lorsque la base B accepte un proton, elle se transforme en A, son acide conjugué.

• Le couple A/B est appelé couple acide-base.

• La demi-équation du couple A/B s'écrit: $A \rightleftarrows H^+ + B$

le signe $\rightleftarrows$ indiquant que la réaction peut avoir lieu dans les deux.

3 Réaction acide-basique:

• C'est l'action de l'acide d'un couple acide/base sur la base d'un autre couple:

$$A_1 + B_2 \rightarrow B_1 + A_2$$

• Il s'agit d'un transfert de proton de l'acide du couple A_1/B_1 à la base du couple A_2/B_2.

• Le pH est une mesure indirecte de la concentration en ions oxonium H_3O^+ grâce à la relation réciproque: $[H_3O^+] = 10^{-pH}$ (en $mol.L^{-1}$)

4 Le pH et sa mesure:

• Le pH d'une solution aqueuse est défini par:

$$pH = -\log[H_3O^+]$$ (sans unité ; en $mol.L^{-1}$)

5 Taux d'avancement final:

• Lorsque aucune évolution des concentrations n'est observée dans le système, l'avancement final de la réaction prend la valeur x_f qui n'est pas forcément l'avancement final maximal x_{max}.

Le taux d'avancement final de la réaction est:

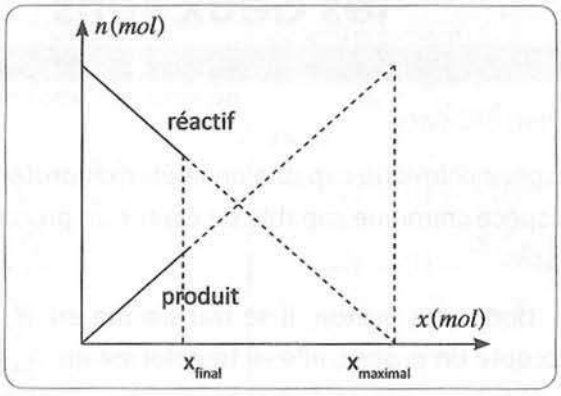
$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$$ (sans dimension ; x_f et x_{max} en mol)

• Si $\tau = 0$, la réaction n'a pas eu lieu.

• Si $\tau < 1$ la réaction est limitée.

• Si $\tau = 1$ la réaction est totale.

• Si $\tau \approx 1$ la réaction est quasi totale.



6 Réaction s'effectuant dans les deux sens:

• Certaines réactions peuvent avoir lieu dans les deux sens.

Des réactifs forment des produits mais ces produits peuvent redonner des réactifs.

$$\text{Réactifs} \rightleftharpoons \text{Produits}$$

• Lorsqu'une transformation chimique se produit simultanément dans les deux sens, l'état final est un état d'équilibre chimique.

• Lorsqu'un système est dans un état d'équilibre, une modification des contraintes extérieures, comme par exemple l'ajout d'un réactif ou d'un produit, permet le déplacement de l'équilibre dans un sens ou dans l'autre.

• à l'équilibre, les concentrations des réactifs et produits n'évoluent plus. à l'échelle microscopique, les processus dans un sens et dans l'autre se font à la même vitesse.

1 Trouver les mots manquants:

a- Un acide est une espèce chimique capable de ..... un proton H^+, une base est capable de ..... un ..... H^+.

b- Dans une solution très acide le pH est ..... et la concentration des ions H_3O^+ est .....

c- Une transformation dont le taux d'avancement final est 100% est qualifiée de ..... tandis qu'une transformation dont le taux d'avancement final est inférieur à 100% est qualifiée de .....

d- • La base conjuguée de $C_2H_5NH_3^+$ est .....

• L'acide conjugué de CH_3COO^- est .....

Solutions

1.a- céder - capter - proton.

b- petit - grande

c- totale - limitée

d- • $C_2H_5-NH_2$; • CH_3COOH

2 Vrai ou faux?

a- l'eau est un Ampholyte vrai ☐ faux ☐

b- Par définition du pH on a: $pH = 10^{-[H_3O^+]}$ vrai ☐ faux ☐

c- Le taux d'avancement d'une réaction peut-être parfois supérieur à 1 vrai ☐ faux ☐

Solution

2.a- vrai b- faux c- faux

3 QCM:

a- Le pH d'une solution ayant $[H_3O^+] = 10^{-3} mol.L^{-1}$ est égale à

-3 ☐ +3 ☐ 0,3 ☐

b- La contention en ion H_3O^+ d'une solution dont le $pH = 2$ est:

$0,2 mol/L$ ☐ $0,01 mol/L$ ☐ $0,02 mol/L$ ☐

c- Le pH est défini par:

$pH = 10^{-[H_3O^+]}$ ☐ $pH = -\log\frac{1}{[H_3O^+]}$ ☐ $pH = -\log[H_3O^+]$ ☐

d- L'équilibre dynamique d'une transformation chimique veut dire

☐ qu'elle continue mais à vitesse lente

☐ que les deux réactions inverses se poursuivent à la même vitesse

☐ que les vitesses des deux réactions inverses sont nulles.

Solutions

3-

a- +3

b- 0,01

c- $pH = -\log[H_3O^+]$

d- que les deux réactions inverses se produisent à la même vitesse.

Exercices

1

1- Ecrire les équations des réactions acido-basiques qui peuvent se produire entre.

a- L'acide du couple H_3O^+/H_2O et la base du couple NH_4^+/NH_3.

b- L'acide du couple H_2O/HO^- et la base du couple HCN/CN^-.

c- L'acide du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$ et la base du couple HCO_3^-/CO_3^{2-}

2- Déterminer pour chacune des réactions acido-basiques suivantes, les deux couples auxquels appartiennent les réactifs.

a- $CH_3COOH + H_2O \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_3O^+$

b- $NH_4^+ + H_2O \rightleftharpoons NH_3 + H_3O^+$

c- $HC\ell O + CH_3 - NH_2 \rightleftharpoons C\ell O^- + CH_3 - NH_3^+$

d- $C_3H_6O_3 + H_2O \rightleftharpoons C_3H_5O_3^- + H_3O^+$

3- Compléter les équations de réactions suivantes:

a- $NH_{3(aq)} + H_2O \rightleftharpoons \ldots\ldots + \ldots\ldots$

b- $F^-_{(aq)} + \ldots\ldots \rightleftharpoons \ldots\ldots + H_2O_{(\ell)}$

c- $C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} \rightleftharpoons \ldots\ldots + \ldots\ldots$

d- $HBO_{2(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftharpoons \ldots\ldots + \ldots\ldots$

Solution

1- Equations de réaction:

a- $NH_{3(aq)} H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

b- $CN^- + H_2O_{(\ell)} \longrightarrow HCN_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

c- $C_6H_5COOH_{(aq)} + CO^{2-}_{3(aq)} \longrightarrow C_6H_5COO^-_{(aq)} + HCO^-_{3(aq)}$

2- Couples Acide/Base:

a- CH_3COOH/CH_3COO^- et H_3O^+/H_2O

b- NH_4^+/NH_3 et H_3O^+/H_2O

c- $HC\ell O/C\ell O^-$ et:

$CH_3 - NH_3^+/CH_3 - NH_2$

d- $C_3H_6O_3/C_3H_5O_3^-$ et H_3O^+/H_2O

3- Equations de réactions:

a- $NH_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons NH^+_{4(aq)} + HO^-_{(aq)}$

b- $F^-_{(aq)} + H_3O^+ \rightleftharpoons HF^- + H_2O_{(\ell)}$

c- $C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

d- $HBO_{2(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftharpoons BO^-_{2(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

2 Compléter le tableau suivant:

Solution	Vinaigre	Eau de piscine	Café	Eau minérale	Sang	Jus d'orange
pH	2,8	.	6	.	7,4	3,8
$[H_3O^+]_{mol/L}$	.	$3,16.10^{-8}$	.	$7,94.10^{-6}$	.	.

Solution

Par définition:

$pH = -\log[H_3O^+] \Leftrightarrow [H_3O^+] = 10^{-pH}$

-pour le vinaigre:

$[H_3O^+] = 1,58.10^{-3} mol/L$

-Eau de piscine: $pH = 7,5$

- Café: $[H_3O^+] = 10^{-6} mol/L$
- Eau minérale: $pH = 5,1$
- Sang: $[H_3O^+] = 3,98.10^{-8} mol/L$
- Jus d'orange:

$[H_3O^+] = 1,58.10^{-4} mol/L$

3 On dissout 240cm³ de chlorure d'hydrogène gazeux dans de l'eau distillée et l'on obtient une solution d'acide chlorhydrique de $pH = 2,0$.

Le volume molaire des gaz dans les conditions de l'expérience est de $24 L.mol^{-1}$.

1- Ecrire l'équation de la réaction du chlorure d'hydrogène sur l'eau.

2- Dresser le tableau d'avancement de cette réaction pour 1,00L de solution.

3- En déduire le taux d'avancement final.

4- Quel est le pourcentage de molécules de chlorure d'hydrogène ayant réagi?

Solution

1- Equation de la réaction:

$HC\ell_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \longrightarrow H_3O^+_{(aq)} + C\ell^-_{(aq)}$

2- Tableau d'avancement:

$HC\ell_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \longrightarrow H_3O^+_{(aq)} + C\ell^-_{(aq)}$					
à $t = 0$	0	n_0	Excès	0	0
à t	x	$n_0 - x$	//	x	x
à t_f	x_f	$n_0 - x_f$	//	x_f	x_f

3.a- Calcul x_f et x_{max}.

• du tableau on a: $n(H_3O^+) = x_f$

$[H_3O^+].V = x_f$.

donc: $x_f = 10^{-pH}.V$

A.N.: $x_f = 10^{-2} mol$

• $HC\ell$ est le réactif limitant donc:

$n(HC\ell) = x_{max}$

$x_{max} = \dfrac{V(HC\ell)}{V_M.V}$

A.N.: $x_{max} = \dfrac{24,0.10^{-3}}{24} = 10^{-2} mol$

b- Taux d'avancement final:

on sait que: $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$; $\tau = 1$

4- Le pourcentage:

On a: $\tau = 1$;

donc: 100% des molécules de $HC\ell$ ont réagi.

4 On dispose d'une solution d'acide éthanoïque de concentration molaire $c = 2,0 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$; on mesure son pH et on trouve $pH = 3,9$.

1- L'acide éthanoïque a-t-il réagi totalement avec l'eau? Justifier la réponse.

2- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.

3- Calculer le taux d'avancement final de cette réaction.

Solution

1- On sait que: $[H_3O^+] = 10^{-pH}$

donc: $[H_3O^+] = 10^{-3,9} = 1,26.10^{-4} mol/L$

alors: $[H_3O^+] < c$ donc l'acide éthanoïque n'a pas totalement réagi.

2-

$$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

3- Calcul de τ :

on sait que: $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

$$\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C.V} = \frac{10^{-pH}}{C}$$

A.N.: $\tau = \dfrac{10^{-3,9}}{210^{-3}} = 0,063$

$\tau = 6,3\%$

5 Une solution de chlorure d'ammonium NH_4Cl de concentration molaire $c = 1,0 \times 10^{-1} mol.L^{-1}$ a un pH régal à 5,1.

1- Quel acide cette solution contient-elle? Quelle est sa base conjuguée?

2- Ecrire l'équation de la réaction de cet acide avec l'eau.

3- La transformation est-elle totale? Justifier la réponse.

4- Quel est son taux d'avancement final?

5- Modifier éventuellement l'écriture de réaction.

On donne: $V_s = 1L$ volume de la solution.

Solution

1- Acide et base conjuguée:

l'équation de la dissolution de NH_4Cl dans l'eau s'écrit:

$$NH_4Cl_{(s)} \xrightarrow{H_2O} NH^+_{4(aq)} + Cl^-_{(aq)}$$

- Cl^- est un ion inactif.
- NH_4^+ est l'acide que contient la solution.
- La base conjuguée est NH_3 : l'ammoniac.

2- Equation de la réaction:

$$NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(\ell)} \longrightarrow NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

3- Nature de la transformation:

on a: $n(H_3O^+) = [H_3O^+].V = 10^{-pH}.V$

A.N.:

$n(H_3O^+) = 10^{-5,1}.1 = 7,94.10^{-6} mol$

et on a: $x_{max} = C.V = 10^{-1} mol$

donc: $x_{max} > n(H_3O^+)$ on déduit que la transformation n'est pas totale.

4- Calcul de τ.

on sait que: $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{n(H_3O^+)}{x_{max}}$

A.N.: $\tau = \dfrac{7,94.10^{-6}}{10^{-1}} = 7,94.10^{-5} < 1$

5- Equation de réaction:

$$NH^+_{4(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

6 On prépare un volume V d'une solution d'acide éthanoïque CH_3CO_2H à la concentration en soluté apporté $c = 0,10 mol.L^{-1}$.

1- Ecrire la réaction de l'acide éthanoïque avec l'eau.

2- La conductivité de la solution vaut $\sigma = 4,9 \times 10^{-1} mS.m^{-1}$. Calculer la concentration des des différents ions de la solution.

Données: conductivités molaires ioniques $\lambda(H_3O^+) = 35 mS.m^2.mol^{-1}$;

$\lambda(CH_3CO_2^-) = 4,1 mS.m^2.mol^{-1}$.

3- Calculer le taux d'avancement final de la réaction. Conclure sur le caractère de la transformation.

4- Calculer le pH de la solution.

Solution

1- Equation de la réaction:

$$CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons CH_3CO_{2(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$$

2- D'après l'équation de réaction précédente, les ions en solution sont les ions éthanoate et oxonium. On a par conséquent:

$$\sigma = \lambda(H_3O^+) \times [H_3O_{(\ell)}]_{éq} + \lambda(CH_3CO_2^-) \times [CH_3CO_2]_{éq}$$

Le tableau d'évolution de la réaction pour un volume V de la solution est:

Equation	$CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \longrightarrow CH_3CO_{2(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$				
Etat	avancement $x(mol)$	quantités de matière (mol)			
Initial	0	$C.V$	Excès	0	0
final	x_f	$C.V - x_f$	Excès	x_f	x_f

Par conséquent, $[CH_3CO_2^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq}$ d'où:

$$\sigma = (\lambda(H_3O^+) + \lambda(CH_3CO_2^-)) \times [CH_3CO_2^-]_{éq}$$

soit:

$$[H_3O^+]_{éq} = [CH_3CO_2^-]_{éq} = \frac{\sigma}{\lambda(H_3O^+) + \lambda(CH_3CO_2^-)}$$

A.N.: $[H_3O^+]_{éq} = [CH_3CO_2^-]_{éq}$

$$= \frac{4,9 \times 10^{-4}}{(35 + 4,1) \times 10^{-3}}$$

$$= 1,3 mol.m^{-3}$$

soit: $[H_3O^+]_{éq} = [CH_3CO_2^-]_{éq}$

$$= 1,3 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$$

3- Taux d'avancement:

L'avancement maximal de la réaction est $x_{max} = 0,10 \times V$. L'avancement final est: $x_f = 1,3 \times 10^{-3} \times V$. Par conséquent, le taux d'avancement est :

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{1,3 \times 10^{-3}}{0,10} = 1,3 \times 10^{-2}$$

soit 1,3%. La transformation est non totale; tous les réactifs et produits sont présents.

4- Calcul du pH :

- Par définition, $pH = -\log[H_3O^+]_{éq}$ où $[H_3O^+]_{éq}$ est exprimée en $mol.L^{-1}$.

Ici: $pH = -\log(1,3 \times 10^{-3}) = 2,9$.

7 On dispose d'une solution d'acide benzoïque de concentration: $c = 2,5 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ de volume 200 mL.

1- L'acide benzoïque, de formule $C_6H_5 - COOH$, réagit avec l'eau.

Ecrire l'équation de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau.

2- Calculer le taux d'avancement final de la réaction précédente sachant que le pH de la solution est égal à 2,9.

3- Calculer la conductivité de la solution d'acide benzoïque étudiée.

Préciser l'unité.

Données: Conductivités molaires ioniques: $\lambda_{H_3O^+} = 3,5 \times 10^{-2} S.m^2.mol^{-1}$

$\lambda_{C_6H_5-COO} = 3,2 \times 10^{-3} S.m^2.mol^{-1}$

Solution

1-

$C_6H_5COOH + H_2O \longrightarrow C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2- On sait que: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$

avec:

$x_{max} = C.V$

$= 2,5.10^{-2}.200.10^{-3} = 5.10^{-3} mol$

$x_f = n(H_3O^+) = [H_3O^+].V = 10^{-PH}.V$

$= 10^{-2,9}.200.10^{-3} = 2,52.10^{-4} mol$

donc: $\tau = \frac{2,52.10^{-4}}{5.10^{-3}} = 0,05 = 5\%$

$\tau < 1$ donc le reaction n'est pas totale.

3-

$\tau = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{C_6H_5Coo^-}[C_6H_5COO^-]$

avec: $[H_3O^+] = [C_6H_5COO^-]$

donc: $\tau = (\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C_6H_5-COO^-})[H_3O^+]$

$[H_3O^+] = 10^{-pH}$

$= 1,26.10^{-3} mol|L = 1,26 mol|m$

d'où: $\sigma = (3,5.10^{-2} + 3,2.10^{-3}).1,26$

$= 4,8.10^{-2}.S.m^{-1}$.

8 On prépare un litre de solution d'acide benzoïque $(C_6H_5CO_2H)$ en dissolvant 2,4 g de cet acide solide dans de l'eau distillée. Le pH de la solution obtenue est 3,0.

Donnée: $M_{C_6H_5CO_2H} = 122 g.mol^{-1}$.

1- Ecrire l'équation de réaction de l'acide benzoïque sur l'eau et indiquer les couples mis en jeu.

2- Calculer la quantité d'acide benzoïque introduite dans la solution.

3- Que pensez-vous de la quantité d'ions oxonium provenant de l'eau pure devant celle des ions H_3O^+ apportés par l'acide?

4- Dresser le tableau d'avancement de cette réaction pour 1,00 L de solution.

5.a- Calculer l'avancement final et l'avancement maximal de cette réaction.

b- En déduire le taux d'avancement final.

6- Comparer ce taux d'avancement final à celui d'une solution d'acide éthanoïque de concentration initiale $2,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$, le pH de cette solution étant 3,2.

Solution

1- Equation de la réaction:

Equation:

$\underset{\text{acide 1}}{C_6H_5CO_2H_{(aq)}} + \underset{\text{base 2}}{H_2O_{(l)}} \longrightarrow \underset{\text{base 1}}{C_6H_5CO^-_{2(aq)}} + \underset{\text{acide 2}}{H_3O^+}$

Les couples en jeu sont:

$C_6H_5CO_2H_{(aq)}/C_6H_5CO^-_{2(aq)}$

et $H_3O^+/H_2O_{(l)}$.

2- $n(C_6H_5CO_2H)_i = \frac{m_{C_6H_5CO_2H}}{M_{C_6H_5CO_2H}}$;

$n_{(C_6H_5CO_2H)_i} = \frac{2,4}{122} = 2,0 \times 10^{-2} mol$

3- Les ions H_3O^+ provenant de l'eau.

Le pH de la solution est 3,0. Cela correspond à $[H_3O^+] = 10^{-pH}$, donc $n_{H_3O^+} = 1,0 \times 10^{-3} mol$ pour un litre de solution. Les ions oxonium provenant de l'eau pure $(1,0 \times 10^{-7} mol$ à $25^\circ C)$ sont négligeables devant les ions H_3O^+ apportés par l'acide.

4- Tableau d'avancement:

Equation	$C_6H_5CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} = C_6H_5CO^-_{2(aq)} + H_3O^+$				
Etats	avancement	n_{acide1}	n_{H_2O}	n_{base1}	$n_{H_3O^+}$
- Initial	0	20	Excès	0	0
- Final théorique	x_{max}	$20 - x_{max} = 0$	Excès	$x_{max} = 20$	$x_{max} = 20$
- Final expérimental	x_f	$20 - x_f$	Excès	x_f	x_f

5.a- Calcul de x_f et de x_{max}.

On a: $n_{H_3O^+} = [H_3O^+]_f \times V$

$= 10^{-pH} \times V$

$= 1,0 \times 10^{-3} \times 1$

$= 1,0 \times 10^{-3} mol$

$x_f = 1,0 \times 10^{-3} mol$; $x_{max} = 20 mmol$

b- Calcul de τ :

On sait que: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$

A.N.: $\tau = \frac{1,0 \times 10^{-3}}{2,0 \times 10^{-2}} = 5,0 \times 10^{-2}$ soit 5,0%

Sur 100 molécules de $C_6H_5CO_2H$ introduites, environ 5 ont réagi avec des molécules d'eau.

6-

$C_6H_5COOH_{(par)} + H_2O_{(l)} \leftrightarrows C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+$

$n_{H_3O^+} = [H_3O^+] \times V = 10^{-pH} \times V$

$= 10^{-3,2} \times 1 = 6,3 \times 10^{-4} mol$

$x_f = 6,3 \times 10^{-4} mol$

$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{6,3 \times 10^{-4}}{2,0 \times 10^{-2}} = 0,031,$

soit 3,1% Pour des concentrations initiales identiques, le taux d'avancement final de l'acide benzoïque est plus grand que l'acide éthanoïque.

9 Deux solutions aqueuses ont le même $pH(2,4) à 25°C$.

Il s'agit d'une solution d'acide méthanoïque, de concentration $0,10 mol.L^{-1}$, et d'une solution d'acide chlorhydrique de volume 1L.

1- Calculer le taux d'avancement de la réaction de l'acide méthanoïque sur l'eau conclure.

2- Le taux d'avancement de la réaction du chlorure d'hydrogène sur l'eau étant de 1,0, calculer la concentration initiale en HCl de cette solution.

3- Quel volume de chlorure d'hydrogène mesuré à 25°C et sous une pression de $1,0 \times 10^5$ Pa a-t-il fallu dissoudre dans l'eau pour obtenir 700mL de la solution de $pH = 2,4$?

4- A 100 mL d'acide chlorhydrique de pH 2,4, on ajoute 100 mL de solution de chlorure de sodium de concentration $0,10 mol.L^{-1}$. Quel est le pH de la nouvelle solution qui est obtenue?

Données:

- Constante des gaz parfaits: $R = 8,314\ SI$;

$T(K) = t(°C) + 273$

Solution

1- Calcul de τ_1 .

L'équation de le réaction s'écrit:

$HCOOH + H_2O \leftrightarrows HCOO^- + H_3O^+$

On sait que:

$\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+].V}{C_1} = \frac{10^{-pH}}{C_1}$

A.N.: $\tau_1 = \frac{10^{-2,4}}{0,10} = 3,98.10^{-2} \approx 4\%$

$\tau < 1$ donc la réaction n'est pas totale.

2- Calcul de C_2 la concentration initiale en HCl.

On a: $\tau_2 = \frac{x_f}{x_{max}} = 1$

Donc: $x_f = x_{max} = [H_1O^+] \mathscr{V}_s = C_2 . \mathscr{V}_s$

D'où: $C_2 = 10^{-pH}$.

A.N.: $C_2 \approx 4.10^{-3} mol/L$.

3- Calcul de $V(HCl)$.

On sait que:

$$C_2 = \frac{n(HCl)}{v_s} \text{ et } n(HCl) = \frac{PV(HCl)}{RT}$$

$$= C_2 V_s$$

$$V(HCl) = \frac{C_2.V_s.RT}{P}$$

avec: $\begin{cases} C_2 en\ mol/m^3 \\ V_s en\ m^3 \end{cases}$

$$A.N: V(HCl) = \frac{4.700.10^{-6}.8,324.398}{10^5}$$

$$= 9,27.10^{-5} m^3$$

$$V(HCl) = 0,0927L$$

$$= 92,7mL$$

4- Le pH de la nouvelle solution lors de l'addition de la solution $(Na^+ + Cl^-)$ la quantité de $n(H_3O^+)$ n'est pas modifiée

$$[H_3O^+] = \frac{n(H_3O^+)}{V_T} = \frac{C_2.V_2}{V_T}$$

$$= \frac{4.10^{-3}.100}{200}$$

$$= 2.10^{-3} mol.L^{-1}$$

$$pH = -Log[H_3O^+]$$

$$pH = -Log(2.10^{-2})$$

$$= 2,69$$

10 L'acide lactique:

L'acide lactique, de formule $C_3H_6O_3$, noté *HA*, est utilisé en solution pour ses propriétés bactéricides.

On dispose d'une solution commerciale S_0 d'acide lactique de pourcentage massique $P = 85\%$ et de masse volumique $\mu = 1,20.10^3 g.L^{-1}$. A partir de S_0 on prépare une solution *S* d'acide lactique de concentration apportée *C* et de volume $V = 1,00L$.

Pour cela, on verse un volume $V_0 = 5,0mL$ de solution commerciale S_0 dans environ *200mL* d'eau distillée contenue dans une fiole jaugée de *1,00L*, puis on ajoute la quantité d'eau nécessaire.

On donne: $M(C_3H_6O_3) = 90g/mol$.

1- Etablir que $C_0 = \frac{P}{M}$. Calculer C_0.

2- Quelle est la concentration apportée C en acide lactique dans la solution obtenue?

3- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide lactique avec l'eau.

4- On verse un volume V_1 de la solution *S* dans un bécher et on mesure le *pH* de la solution. On obtient $pH = 2,6$.

4.1- Montrer que le taux d'avancement final de la transformation ne dépend pas du volume V_1.

4.2- Calculer sa valeur. La réaction est-elle totale?

Solution

1- Par définition on a:

$$C_0 = \frac{n(C_3H_6O_3)}{V_s} = \frac{m}{M.V_s}$$

avec: $P = \frac{m}{m_s} \Rightarrow m = p.m_s$ et $m_s = \mu.V_s$

donc: $C_0 = \frac{p.\mu.\cancel{V_s}}{M.\cancel{V_s}} = \frac{p.\mu}{M}$

$$C_0 = \frac{85/100.1,20.10^3}{90} = 11,33mol/L$$

2- La relation de dilution s'écrit:

$C_o.V_0 = C.V$

donc: $C = \frac{C_0 V_0}{V}$.

$$C = \frac{11,33.5.10^{-3}}{1}$$

$$= 5,67.10^{-2} mol.L^{-1}$$

3- Equation de la réaction:

$C_3H_6O_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)} \longrightarrow C_3H_5O_{3(aq)}^- + H_3O^+_{(aq)}$

4.1- On sait que:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]V_1}{C.V_1}$$

$$\tau = \frac{10^{-pH}}{C}$$

donc: τ ne depend pas de V_1.

4.2- Nature de la réaction:

on a: $\tau = \frac{10^{-pH}}{C}$

$$\tau = \frac{10^{-2,6}}{5,67.10^{-2}}$$

$$= 0,044$$

$$= 4,4\%$$

$\tau < 1$ donc la réaction n'est pas totale.

11 L'acide lactique apparaît dans les muscles lors de la décomposition du glycogène pendant la contraction musculaire et produit des crampes.

Dans un litre d'eau, on introduit 0,010 mol d'acide lactique noté AH de formule $CH_3 - CHOH - CO_2H$. Le pH de la solution vaut alors 3,0.

On donne: masse molaire de l'acide lactique: $M = 90g/mol$

1- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide lactique sur l'eau.

2- Calculer le taux d'avancement final de cette réaction. La transformation est-elle totale ou limitée?

3- Calculer la concentration finale en acide lactique dans la solution.

4- Calculer le concentration massique C_m en solution.

Solution

1- Equation de la réaction:

$CH_3 - CHOH - CO_2H + H_2O$

$\longrightarrow CH_3 - CHOH - COO^- + H_3O^+$

2- On sait que:

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]}{C.V} = \frac{10^{-pH}}{C}$$

A.N.: $\tau = \frac{10^{-3}}{0,01} = 10^{-1} = 10\%$

$\tau < 1$ donc la réaction est limitée.

3- D'après le tableau d'avancement.

$$[AH]_f = \frac{C.V - x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V}$$

$$= C - [H_3O^+] = 10^{-2} - 10^{-3}$$

$$= 9.10^{-3} mol/L$$

4- Par définition:

$$C_m = \frac{m}{V} = \frac{n(AH).M}{V} = C.M$$

A.N.: $C_m = 10^{-2}.90 = 0,9g/mol$

12 On appelle constante de cellule K le rapport de la conductance G et de la conductivité σ de la solution. On peut donc écrire la relation $G = K\sigma$.

Dans les conditions de l'expérience, on a $K = 2,5 \times 10^{-3} m$.

Dans un bécher, on verse un volume $V_0 = 100mL$ d'une solution S_0 d'acide éthanoïque de concentration: $C_0 = 1,0 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$

On immerge la cellule du conductimètre et on mesure une conductance:

$G = 11,5\mu S$. On note λ la conductivité molaire ionique de l'ion oxonium $H_3O^+(aq)$ et λ' la conductivité molaire ionique de l'ion éthanoate $CH_3CO_2^-(aq)$.

Données: On rappelle l'expression de la conductivité σ en fonction des concentrations effectives des espèces ioniques X_i en solution: $\sigma = \sum \lambda_i [X_i]$;

Conductivités molaires ioniques à 25°C.

$\lambda = 35mS.m^2.mol^{-1}.mol^{-1}; \lambda = 4,1mS.m^2.mol^{-1}$.

Dans cette solution, vu la faible concentration en ions hydroxyde HO^-, on néglige leur participation à la conductance devant celle des autres ions.

1- La conductance de la solution est-elle changée si on modifie l'un des paramètres suivants en gardant les autres identiques: - La concentration apportée C_O ; - Le volume V_O de la solution; - La température de la solution. Pour chacun des paramètres, justifier la réponse.

2- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau.

3- Donner l'expression de G, conductance de la solution, et en déduire une relation entre G et l'avancement final x_f.

Calculer la valeur de x_f.

4- Calculer le taux d'avancement final. La transformation peut-elle être considérée comme totale?

5- Calculer le pH de la solution.

Solution

1- La conductance.

On a: $G = K\sigma$ avec: $\sigma = \sum \lambda_i [x_i]$

donc: $G = k\sum \lambda_i [x_i]$

- λ_i depend de la température, si on varie la température G change de valeur
- Les $[x]$ dependent de C_O et V_O donc G varie.

2- Equation de la réaction:

$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

3- Expression de G.

On a: $G = k\sum \lambda_i [x_i]$

donc: $G = k(\lambda.[H_3O^+] + \lambda'[CH_3COO^-])$

avec $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V_0}$ et $[CH_3COO^-] = \frac{x_f}{V_0}$

donc: $G = k(\lambda + \lambda').\frac{x_f}{V_0}$

Calcul de x_f.

On a: $x_f = \frac{G.v_0}{k(\lambda + \lambda')}$

A.N.: $x_f = \frac{11,5.10^{-6}.100.\cancel{10^{6}}}{2,5.\cancel{10^{-5}}(35+4,1).\cancel{10^{-5}}}$

$\simeq 1,18.10^{-5} mol$

$x_f \simeq 1,2.10^{-5} mol$

4- Taux d'avancement:

On sait que: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$

avec: $x_{max} = C_0.V_0$

$= 10^{-3}.100.10^{-3}$

$= 10^{-4} mol$

donc: $\tau = \frac{1,2.10^{-5}}{10^{-4}}$

$= 12.10^{-2}$

$= 12\%$

5- pH de la solution:

Par définition: $pH = -\log[H_3O^+]$

avec: $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V_O} = \frac{1,2.10^{-5}}{100.10^{-3}}$

$= 1,2.10^{-4} mol/L$

donc: $pH \simeq 3,9$

4 Etat d'équilibre d'un système

1 Quotient de réaction:

• Pour une réaction d'équation: $aA(aq)+bB(aq) \rightleftarrows cC(aq)+dD(aq)$

On appelle quotient de réaction la grandeur sans unité:

$$Q_r = \frac{[C]^c[D]^d}{[A]^a[B]^b}$$

où $[A]$, $[B]$, $[C]$ et $[D]$ sont les nombres qui mesurent les concentrations en $mol.L^{-1}$

.

• **Cas particulier:**

- Si une des espèces est la molécule d'eau (solvant), le nombre qui mesure le comportement de H_2O vaut 1.
- Si une des espèces est un solide S (non dissous), le nombre qui mesure le comportement de S vaut 1.

• $Q_r = 0,0$: L'un des produits de transformation au moins n'est pas présent.

• Q_r infini: Le système chimique est à l'état final, la transformation est totale et le réactif limitant a été entièrement consommé.

2 Constante d'équilibre:

On appelle constante d'équilibre $Q_{r,éq}$ la valeur que prend le quotient de réaction lorsque l'état d'équilibre du système chimique considéré est atteint.

$$Q_{r,éq} = \frac{[C]_{éq}^c[D]_{éq}^d}{[A]_{éq}^a[B]_{éq}^b}$$

• Le quotient de réaction d'un système de l'équilibre chimique est une constante indépendante de l'état initial du système. $Q_{r,éq}$ est alors noté K appelée constante d'équilibre. $K = Q_{r,éq}$

3 Taux d'avancement final:

• Le taux d'avancement final d'une réaction chimique dépend de plusieurs paramètres:

- la constante d'équilibre: plus K est grand, plus τ est grand.
- les conditions initiales de la réaction.

1 Trouver les mots manquants:

a- Une solution aqueuse qui n'est en contact avec aucun solide réactif ou produit, est .....(1)..... Dans le cas contraire elle est dite .....(2).....

b- Les espèces A, B, C et D sont dissoutes; le Q_r de la réaction $A+B \rightleftarrows 2C+D$ est .....(3).....

c- Les espèces A, B, C et D sont dissoutes, la constante d'équilibre de la réaction $2A+B \rightleftarrows 3C+D$ est .....(4).....

d- La constante d'équilibre d'un système se note .....(5).....

Solution

1- homogène

2- hétérogène

3- $Q_r = \dfrac{[D].[C]^2}{[A].[B]}$

4- $Q_r = \dfrac{[C]^3[D]}{[A]^2[B]}$

5- K

2 Vrai ou faux?

a- Le quotient d'une réaction ne peut être inférieur à 1.

☐Vrai ☐Faux

b- Q_r n'a pas d'unité.

☐Vrai ☐Faux

c- Le taux d'avancement d'une réaction chimique ne dépend que de la température.

☐Vrai ☐Faux

d- La constante d'équilibre d'une réaction chimique correspond au Q_r initial de la réaction.

Solution

a- Vrai b- Vrai c- Faux d- Faux

3 QCM:

a- Le quotient de la réaction: $Cu^{2+}_{(aq)} + Zn_{(s)} \rightleftarrows Cu_{(s)} + Zn^{2+}_{(aq)}$

☐ $Q_r = \dfrac{[Cu^{2+}]}{[Zn^{2+}]}$ ☐ $Q_r = [Cu^{2+}].[Zn^{2+}]$ ☐ $Q_r = \dfrac{[Zn^{2+}]}{[Cu^{2+}]}$

b- La constante d'équilibre d'une réaction chimique.

☐dépend des conditions initiales du système.

☐ne dépend que de la température.

☐dépend de la température.

c- Le taux d'avancement d'une réaction:

☐dépend de la constante d'équilibre d'une réaction.

☐ne dépend pas des conditions initiales.

☐ne dépend que de la température.

Solution

a- $Q_r = \dfrac{[Zn^{2+}]}{[Cu^{2+}]}$

b- ne dépend que de la température.

c- dépend de la constante d'équilibre.

4 Indiquer la bonne réponse:

1- Le *pH* d'une solution aqueuse d'un monoacide (acide ne pouvant libérér qu'un ion H^+), de concentration en soluté apporté $c = 1,0.10^{-2} mol.L^{-1}$ peut valoir:

a- 1,5 b- 2 c- 3,2

2- Une solution aqueuse dont la concentration en ions oxonium est de $2,0 mol.L^{-1}$ a un pH de: a - : 3 b-0: 0 c- autre valeur

3- Un quotient de réaction:

a- n'a pas d'unité

b- est unique pour une réaction et une température données.

c- fait toujours intervenir toutes les espèces chimiques mises en jeu dans la transformation.

4- La constante d'équilibre d'une réaction chimique dépend:

a- de la température;

b- des concentrations initiales des réactifs;

c- des concentrations initiales des produits.

5- Si un système chimique a atteint sont état final, alors il est certain que:

a- les réactifs ont été entièrement consommés;

b- le réactif limitant a totalement disparu;

c- les réactifs des produits ne varie plus;

d- plus aucune réaction ne se produit.

Solution

1.b- 2

2.c- autre (solution trop concentrée)

3.a- n'as pas d'unité

4.a- de la température

5.c- la concentration des produits ne varie plus.

1

1.a- Indiquer les couples acide/base en solution aqueuse auxquels appartiennent d'eau, les acides $HF_{(aq)}$ et $NH^+_{(aq)}$ ainsi que les bases $C_2H_5NH_{2(aq)}$ et $HCO^-_{2(aq)}$.

b- Quelle est la particularité de l'eau?

2- Ecrire les équations des réactions acido-basiques avec l'eau des espèces chimiques $HF_{(aq)}$, $NH^+_{(aq)}$, $C_2H_5NH_{2(aq)}$ et $HCO^-_{2(aq)}$.

3- On considère les réactions d'équation:

a- $HCO_2H_{(aq)} + NH_{3(aq)} \rightleftarrows HCO^-_{2(aq)} + NH^+_{4(aq)}$

b- $CH_3 - NH_2 + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3 - NH^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

c- $I_{2(aq)} + 2S_2O^{2-}_{3(aq)} \rightleftarrows 2I^-_{(aq)} - S_4O^{2-}_{6(aq)}$

d- $2Ag^+_{(aq)} + Cu_{(s)} \rightleftarrows 2Ag_{(s)} + Cu^{2+}_{(aq)}$

e- $2H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

f- $Ag_2O_{(s)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows 2Ag^{2+}_{(aq)} + 2HO^-_{(aq)}$

Donner, pour chacune de ces équations de réaction, l'expression du quotient de réaction correspondant.

Solution

1.a- Couples acide/base:

HF/F^- ; NH^+_4/NH_3 ;

$C_2H_5 - NH^+_3/C_2H_5NH_2$; HCO^-_2/CO^{2-}_2

b- Particularité de l'eau:

La molécule d'eau est dite ampholyte, elle joue le rôle d'un acide ou d'une base.

2- Réactions Acido-basique:

$HF_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows F^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$NH^+_{4(aq)}H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows NH_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

$C_2H_5 - NH_{2(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows C_2H_5 - NH^+_{3(aq)} + HO^-_{(aq)}$

$HCO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CO^{2-}_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2 On dispose d'un volume $V = 200mL$ d'une solution aqueuse d'acide nitrique de concentration (en soluté apporté) $C_A = 5,00.10^{-2}mol.L^{-1}$.

1.a- Indiquer le couple acide/base en milieu aqueux auquel appartient l'acide nitrique HNO_3.

b- Donner l'équation de la réaction de l'acide nitrique avec l'eau.

2- L'avancement final de cette réaction est de $1,00.10^{-2}mol$. En déduire son taux d'avancement final. Vous pourrez vous aider d'un tableau d'avancement.

3- Calculer le pH de la solution.

Solution

1.a- Couple acide/base: HNO_3/NO^-_3.

b- Equation de réaction:

$HNO_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow NO^-_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2- Taux d'avancement:

	$HNO_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow NO^-_{3(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
à $t = 0$	0	CV	Excès	0	0
à t	x	$CV - x$	Excès	x	x
à t_f	x_f	$CV - x_f$	Excès	x_f	x_f

On a: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$

avec: $x_{max} = CV$

$= 5.10^{-2}.200.10^{-3} = 10^{-2} mol$

et: $x_f = 10^{-2} mol$

donc: $\tau = 1 = 100\%$.

3- Calcul du pH :

On a: $pH = -\log[H_3O^+]$

avec: $[H_3O^+] = \frac{x_f}{V} = \frac{10^{-2}}{200.10^{-3}}$

$= 5.10^{-2} mol/L$

Donc: $pH = -\log(5.10^{-2}) = 2,3$.

3 Une solution aqueuse S d'acide bromhydrique est obtenue en faisant réagir du bromure d'hydrogène avec de l'eau, selon la réaction d'équation:

$HBr_{(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow Br^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$.

Le pH de la solution S, sa concentration molaire en soluté apporté et son volume valent respectivement: $pH = 2,6$, $C = 2,51 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$ et $V = 50,0mL$.

1- Etablir le tableau d'avancement de la réaction.

2- Calculer l'avancement maximal x_{max}, puis l'avancement final x_f de la réaction.

3- La réaction étudiée est-elle totale? Comment cela se traduit-il dans l'écriture de l'équation de la réaction?

Solution

1- Tableau d'avancement de la réaction:

	avancement	$HBr_{(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow Br^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$			
Etat initial	0	n_0	Excès	0	0
Etat intermédiaire	x	$n_0 - x$	Excès	x	x
Etat final réel (à l'équilibre)	x_f	$n_f(HBr) = n_0 - x_f$	Excès	$n_f(Br^-) = x_f$	$n_f(H_3O^+) = x_f$
Etat final si la réaction était totale	x_{max}	$n_0 - x_{max}$	Excès	x_{max}	x_{max}

$n_0 = C.V = 2,51.10^{-3} \times 50,0.10^{-3}$

$= 1,26.10^{-4} mol$

2-

• L'avancement maximal est atteint si le réactif limitant, l'acide bromhydrique, est entièrement consommé. On en déduit:

si la réaction est totale: $n_0 - x_{max} = 0$

soit: $n_0 = x_{max} = 1,26.10^{-4} mol$.

• Avancement final: lorsqu'on mesure le pH de la solution, l'avancement final x_f est atteint (les réactions acido-basiques sont instantanées).

On a: $x_f = n_f(H_3O^+)$

$= [H_3O^+]_f.V$

or: $[H_3O^+]_f = 10^{-pH}$

donc: $x_f = 10^{-pH}.V$

A.N.: $x_f = 10^{-2,6} \times 50,0.10^{-3}$.

$= 1,26.10^{-4} mol$

3- Comme $x_f = x_{max}$, la réaction entre l'acide bromhydrique et l'eau est totale. L'écriture de l'équation de la réaction se fait bien avec une flèche dans le sens direct.

$HBr_{(g)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow Br^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

4 On dissout $V = 0,10L$ de fluorure d'hydrogène HF gazeux (volume mesuré à 20°C sous une pression de 1,0bar) dans l'eau distillée.

On obtient alors $V_S = 1,0L$ d'acide fluorhydrique de $pH = 2,88$.

1- Calculer la quantité de matière de fluorure d'hydrogène dissous dans l'eau.

2- Ecrire l'équation de la réaction du fluorure d'hydrogène sur l'eau.

3- Dresser et compléter le tableau d'avancement de cette réaction.

4- Déterminer son taux d'avancement final ainsi que le pourcentage de molécules de fluorure d'hydrogène transformées en ions fluorure.

5- Si l'on avait utilisé du bromur d'hydrogène HBr à la place du fluorure d'hydrogène, on aurait obtenu une solution de $pH = 2,39$. La réaction entre le bromure d'hydrogène et l'eau est-elle totale?

Solution

1- Calcul de $n(HF)$:

De l'équation du gaz parfait on écrit:

$$P.V = n(HF).RT$$

$$n(HF) = \frac{P.V}{RT}$$

$$= \frac{10^5.0,1.10^{-3}}{8,31.293} = 4,1.10^{-3}mol$$

2- Equation de la réaction:

$$HF_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow F^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

3- Tableau d'avancement:

	$HF_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow F^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
à $t = 0$	0	CV	Excès	0	0
à t	x	$CV - x$	Excès	x	x
à t_f	x_f	$CV - x_f$	Excès	x_f	x_f

4- Calcul de τ:

On a: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$ avec: $x_{max} = C.V$ et:

$$x_f = [H_3O^+].V$$

Donc:

$$\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C.V} = \frac{[H_3O^+]}{C} = \frac{10^{-pH}}{C} = \frac{V_S.10^{-pH}}{n(HF)}$$

$$\tau = \frac{10^{-2,88}.1}{4,1.10^{-3}} = 0,322 = 32,2\%$$

$\tau < 1$ la réaction n'est pas totale, $32,2\%$ des molécules HF ont été transformés.

5- Réaction de $HC\ell$:

On a: $\tau = \frac{[H_3O^+].V_S}{n(HC\ell)}$

$$\tau = \frac{10^{-2,39}}{4,1.10^{-3}} = 0,99 \simeq 1$$

donc la réaction sera totale.

5 Le pH d'une solution aqueuse d'acide lactique $C_3H_6O_3$ de concentration en soluté apporté $C = 2,00.10^{-2}mol.L^{-1}$ est de $2,8$.

1.a- Ecrire l'équation chimique de la réaction entre lactique aqueux et l'eau.

b- Quels sont les couples acide/base mis en jeu dans cette réaction?

2.a- Déterminer son avancement volumique (en $mol.L^{-1}$) à l'équilibre $y_{éq}$.

b- Que vaut son avancement volumique maximal y_{max}?

c- La transformation est-elle limitée?

3- Calculer les concentrations des solutés présents à l'état final.

4- Exprimer et calculer la constante d'équilibre associée à la réaction.

5- Quel serait le pH de la solution si la transformation était totale?

Solution

1.a- Equation de la réaction:

$C_3H_6O_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow C_3H_5O_{3(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$

b- Couples acide/base:

$C_3H_6O_3/C_3H_6O_3^-$ et H_3O^+/H_2O.

2.a- Avancement volumique à l'équilibre:

s'écrit: $y_{éq} = \frac{x_{éq}}{V} = \frac{[H_3O^+].\not{V}}{\not{V}} = 10^{-pH}$

$y_{éq} = 10^{-2,8} = 1,58.10^{-3} mol/L$

b- Avancement volumique maximal:

s'écrit: $y_{max} = \frac{x_{max}}{V} = \frac{C.\not{V}}{\not{V}} = C$

$y_{max} = 2.10^{-2} mol/L$

c- Nature de la réaction:

On a: $\tau = \frac{y_{éq}}{y_{max}} = \frac{10^{-pH}}{C}$

$\tau = \frac{1,58.10^{-3}}{2.10^{-2}} = 0,79 = 79\%$

$\tau < 1$ donc la réaction est limitée.

3- Calcul des concentrations finales:

On a:

- $[C_3H_5O_3^-] = [H_3O^+] = y_{éq} = 10^{-pH}$

$= 1,58.10^{-3} mol.L^{-1}$

- $[C_3H_6O_3] = \frac{C.V - x_f}{V} = C - y_{éq}$

$[C_3H_6O_3] = 2.10^{-2} - 1,58.10^{-3} = 1,84.10^{-2} mol/L$

4- Expression et valeur de K:

Par définition: $K = Q_{r,éq}$

$K = \frac{[C_3H_5O_3^-].[H_3O^+]}{[C_3H_6O_3]}$

A.N.: $K = \frac{(1,58.10^{-3})^2}{1,84.10^{-2}} = 1,36.10^{-4}$

5- pH de la solution:

Si la réaction est totale on aura alors:

$[H_3O^+] = C = 2.10^{-2} mol/L$

Donc: $pH = -\log(2.10^{-2}) \simeq 1,7$.

7 On dispose d'une solution aqueuse A d'ammoniaque NH_3 de concentration $c = 0,010 mol.L^{-1}$. Le volume de la solution A est $V = 100mL$.

On mesure la concentration des ions HO^-: $[HO^-] = 4,0.10^{-4} mol.L^{-1}$.

On mesure la conductivité de la solution A à l'aide d'une cellule conductimétrique et on trouve: $G = 0,108mS$.

1- Ecrire l'équation de la réaction de l'ammoniaque sur l'eau.

2- La constante d'équilibre de cette réaction est $K = 1,58.10^{-5}$. Donner son expression littérale en fonction des concentrations à l'équilibre.

3- Dresser un tableau d'avancement de la réaction. Calculer l'avancement $x_{éq}$ à l'équilibre chimique. Calculer les concentrations des différentes espèces chimiques à l'équilibre.

4- En déduire le taux d'avancement τ de la réaction.

5- Donner l'expression de la conductivité σ de la solution en fonction des

concentrations.

6- Utiliser l'expression de G pour calculer à nouveau la valeur du taux d'avancement τ de la réaction. Pour cela on exprimera G en fonction de V, k, des concentrations molaires ioniques, λ_{HO^-} et $\lambda_{NH_4^+}$, et de l'avancement à l'équilibre $x_{éq}$.

Données:

Constante de la cellule conductimétrique: $k = 1,0cm$ et $\lambda_{HO^-} = 19,8m.s.m^2.mol^{-1}$ et: $\lambda_{NH_4^+} = 7,4ms.m^2.mol^{-1}$.

Solution

1- $NH_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow NH_{4(aq)}^+ + HO_{(aq)}^-$

2- Constante d'équilibre:

Par définition: $K = Q_{r,éq}$

Donc: $K = \dfrac{[NH_4^+]_e.[HO^-]_e}{[NH_3]_e}$

3-

	$NH_{3(aq)} + HO_{(\ell)} \rightarrow NH_{4(aq)}^+ + HO_{(aq)}^-$				
à $t = 0$	0	CV	Excès	0	0
à t	x	$CV - x$	Excès	x	x
à t_f	x_f	$CV - x_f$	Excès	x_f	x_f

avec: $[HO^-] = [NH_4^+] = 4.10^{-4}mol/L$

et:

$$[NH_4^+] = \frac{CV - x_f}{V} = C - \frac{x_f}{V}$$
$$= C - [HO^-]$$
$$= 10^{-2} - 4.10^{-4} = 9,6.10^{-3}mol/L$$

4- $$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-].V}{C.V} = \frac{[HO^-]}{C}$$
$$\tau = \frac{4.10^{-4}}{10^{-2}} = 4.10^{-2} = 4\%$$

5- Expression de σ:

On a: $\sigma = \lambda_{NH_4^+} + [NH_4^+] + \lambda_{HO^-}[HO^-]$

6- On sait que: $G = K.\sigma$

Donc: $G = K[\lambda_{HO^-}[HO^-] + \lambda_{NH_4^+}.[NH_4^+]]$

$$\frac{G}{K} = [HO^-](\lambda_{HO^-} + \lambda_{NH_4^+})$$
$$[HO^-] = \frac{G}{K(\lambda_{HO^-} + \lambda_{NH_4^+})}$$
$$[HO^-] = \frac{0,108.10^{-3}}{10^{-2}(19,8 + 7,4).10^{-3}}$$
$$= 0,38mol/m^3 = 3,8.10^{-4}mol/L$$

Donc: $$\tau = \frac{[HO^-]}{C}$$
$$\tau = \frac{3,8.10^{-4}}{10^{-2}} = 3,8.10^{-2} \approx 3,8\%$$

8 L'acide éthanoïque CH_3CO_2H réagit de façon limitée avec l'eau selon la réaction d'équation: $CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows CH_3CO_{2(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$

On mesure à 25°C la conductivité d'une solution d'acide éthanoïque de concentration $c = 1,0 \times 10^{-2}mol.L^{-1}$. Le conductimètre indique: $\sigma = 1,6.10^{-2}S.m^{-1}$.

1- Exprimer le quotient de réaction à l'équilibre.

2- Donner l'expression littérale de la conductivité σ de la solution en fonction des concentrations finales en ions oxonium et en ions éthanoate.

3- Construire le tableau d'évolution de la réaction. On notera $x_{éq}$ l'avancement à l'équilibre et V le volume de la solution dont on mesure la conductivité.

4- Donner l'expression littérale de σ en fonction de $\lambda(H_3O^+)$ et $\lambda(CH_3CO_2^-)$, $x_{éq}$ et

V. Déterminer la valeur de la concentration finale en ions oxonium et éthanoate en $mol.m^{-3}$ puis en $mol.L^{-1}$.

5.a- Calculer la concentration en acide éthanoïque $CH_3CO_2H_{(aq)}$.

b- En déduire la valeur de la constante d'équilibre de la réaction étudiée.

Données: (en $S.m^2.mol^{-1}$) $\lambda(H_3O^+) = 35,9.10^{-3}$; $\lambda(CH_3CO_2^-) = 4,1.10^{-3}$.

Solution

1- $Q_{r,éq} = \dfrac{[CH_3CO_2^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[CH_3CO_2H]_{éq}}$

2- La solution contient les ions éthanoate $CH_3CO_{2(aq)}^-$ est oxinium $H_3O_{(aq)}^+$.

La conductivité de la solution est donc:

$\sigma = \lambda(H_3O^+) \times [H_3O^+] + \lambda(CH_3CO_2^-) \times [CH_3CO_2^-]$

3- Le tableau d'évolution de la réaction est:

Equation		$CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow CH_3CO_{2(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$			
Etat	avancement $x(mol)$	quantités de matière (mol)			
Initial	0	$1,0.10^{-2}V$	Excès	0	0
à l'équiliobre	$x_{éq}$	$1,0.10^{-2}V - x_{éq}$	Excès	$x_{éq}$	$x_{éq}$

4- Le tableau d'évolution permet d'écrire l'égalité des quantités de matières:

$$n(CH_3CO_2^-)_{éq} = n(H_3O^+)_{éq} = x_{éq}$$

d'où: $\sigma = \dfrac{[\lambda(H_3O^+) + \lambda(CH_3CO_2^-)]x_{éq}}{V}$

$$[H_3O^+]_{éq} = [CH_3CO_2^-]_{éq} = \frac{x_{éq}}{V}$$

$$= \frac{\sigma}{[\lambda(H_3O^+) + \lambda(CH_3CO_2^-)]}$$

A.N.: $[H_3O^+]_{éq} = [CH_3CO_2^-]_{éq}$

$$= \frac{1,6.10^{-2}}{(35,9.10^{-3} + 4,1.10^{-3})}$$

$$= 0,40 mol.m^{-3}$$

$$= 4,0.10^{-4} mol.L^{-1}$$

5.a- D'après le tableau d'évolution, on a:

$$[CH_3CO_2H]_{éq} = C - \frac{x_{éq}}{V}$$

$$= 1,0.10^{-2} - 4,0.10^{-4}$$

$$= 9,6.10^{-3} mol.L^{-1}$$

b- D'après la loi de l'équilibre, $Q_{r,éq} = K$

On a donc: $K = \dfrac{(4,0.10^{-4})^2}{9,6.10^{-3}}$

$$= 1,7.10^{-5}$$

9 L'acide acétylsalicylique connu sous le nom de l'aspirine a pour formule brute $C_9H_8O_4$, pour simplifier on le symbolise AH. On dissout un comprimé d'aspirine contenant 325mg de cet acide dans un volume $V = 100ml$ d'eau distillée.

1- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide HA et l'eau.

2- Déterminer la quantité initiale de l'aspirine et sa concentration dans la solution.

3- Ecrire l'expression de la constante d'équilibre associée à la réaction.

4- Sachant que la valeur de la constante d'équilibre est égale à $K = 2,75.10^{-5}$ à

$25°C$, déterminer la concentration des ions oxonium et en déduire le pH de la solution.

5- Déterminer la concentration finale de l'aspirine en solution.

6- Quelle est la valeur du taux d'avancement final de la réaction? conclure.

On donne: masse molaire de l'aspirine $M(HA) = 180g/mol$.

Solution

1- $HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2- $ni(HA) = \frac{m}{M} = \frac{325.10^{-3}}{180} = 1,81.10^{-3}mol$

$$C = \frac{ni(HA)}{V}$$

$$= \frac{1,81.10^{-3}}{100.10^{-3}} = 1,81.10^{-2}mol/L$$

3- $$K = \frac{[A]^-éq.[H_3O^+]éq}{[HA]éq}$$

4-

	$HA_{(aq)} + H_2O_{(P)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$				
à $t = 0$	0	CV	Excès	0	0
à t	x	$CV - x$		x	x
à t_f	x_f	$CV - x_f$		x_f	x_f

On a: $[H_3O^+] = [A^-] = \frac{x_f}{V}$

$$[HA] = \frac{CV - x_f}{V} = C - [H_3O^+]$$

$$K = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]} \Rightarrow K(C - [H_3O^+]) = [H_3O^+]^2$$

D'où: $[H_3O^+]^2 + K[H_3O^+] - K.C = 0$

$[H_3O^+] + 2,75.10^{-5}[H_3O^+] - 4,98.10^{-7} = 0$

La résolution de cette équation donne comme solution:

$$[H_3O^+] = 6,92.10^{-4}mol/L$$

Calcul du pH :

on sait que $pH = -Log[H_3O^+]$

$$pH \simeq 3,16$$

5- On a: $[HA]_f = C - [H_3O^+]$

$$[HA]_f = 1,81.10^{-3} - 6,92.10^{-4}$$

$$= 1,74.10^{-3}mol/L$$

6- On a: $$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{H_3O^+.V}{C.V}$$

A.N.: $\tau = \frac{6,92.10^{-3}}{1,81.10^{-2}} = 0,386 = 38,6\%$

$\tau < 1$, donc la réaction est limitée.

10 On mesure le pH d'une solution aqueuse d'acide éthanoïque $CH_3 - COOH$ de concentration c et de $pH = 3,0$.

Le volume de la solution est $V = 300mL$.

1- Préciser les couples acide/base mis en présence, et écrire l'équation de la réaction entre CH_3COOH et H_2O.

2- Ecrire l'expression du quotient de la réaction.

3- En utilisant d'un tableau d'avancement, calculer l'avancement à l'équilibre $x_{éq}$, calculer toutes les concentrations à l'équilibre chimique, ainsi que la valeur de c. Calculer ensuite le taux d'avancement τ de la réaction.

4- Ecrire l'expression de la conductance G de la solution en fonction de la constante de la cellule k, du volume V de la solution, des conductivités molaires ioniques, $\lambda_{CH_3COO^-}$ et $\lambda_{H_3O^+}$ et de l'avancement $x_{éq}$.

5- Calculer la valeur de G.

Données:

Constante d'équilibre de la réaction étudiée: $K = 10^{-4,8}$.

Constante de la cellule conductimétrique: $k = 1,0cm$.

Conductivités molaires ioniques: $\lambda_{CH_3COO^-} = 40,9S.cm^2.mol^{-1}$

$\lambda_{H_3O^+} = 349,8S.cm^2.mol^{-1}$

Solution

1- Les couples Acide/base sont:

CH_3COOH/CH_3COO^- et H_3O^+/H_2O

Donc:

$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_3O^+(aq)$

2- $Q_r = \dfrac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{[CH_3COOH]}$

3- Calcul de $\tau éq$, C et de τ.

On dresse la tableau d'avancement

	$CH_3COOH_{(aq)} + H_2O_{\ell} \rightarrow CH_3COO^-_{aq} + H_3O^+_{(aq)}$				
à $t=0$	0	CV	Excès	0	0
à t	x	$CV-x$		x	x
à t_f	x_f	$CV-x_f$		x_f	x_f

On a: $[H_3O^+] = 10^{-pH}$, on pose: $x_f = x_{éq}$

$\dfrac{x_{éq}}{V} = 10^{-pH}$, $x_{éq} = 10^{-pH}.V$

$x_{éq} = 10^{-3}.300.10^{-3} = 3.10^{-4}mol$

$[CHCOO^-]_{éq} = [H_3O^+]_{éq} = 10^{-3}mol/L$

$K = \dfrac{[CH_3COO^-]_{éq}.[H_3O]^-_{éq}}{[CH_3COOH]_{éq}}$.

Donc:

$[CH_3COOH]_{éq} = \dfrac{[H_3O^+]^2_{éq}}{K} = \dfrac{(10^{-3})^2}{10^{-4,8}}$

$[CH_3COOH]_{éq} = 6,31.10^{-2}mol/L$

On a: $[CH_3COOH]_{éq} = \dfrac{CV - x_{éq}}{V}$

$= C - [H_3O^+]$

Donc: $C = [CH_3COOH]_{éq} + [H_3O^+]$

A.N.: $C = 6,31.10^{-2} + 10^{-3}$

$C = 6,41.10^{-2}mol/L$

Le taux d'avancement final est:

$\tau = \dfrac{x_{éq}}{x_{max}} = \dfrac{[H_3O^+].V}{C.V}$

$\tau = \dfrac{10^{-3}}{6,41.10^{-2}} = 1,56.10^{-2}$

$\tau < 1$ donc la réaction est limitée.

4- Expression de G

On sait que: $G = k\sigma$

donc:

$G = k(\lambda_{H3O^+}[H_3O^+]_{éq} + \lambda_{CH_3COO^-}[CH_3COO^-]_{éq})$

$G = k\dfrac{x_{éq}}{V}(\lambda H_3O^+ + \lambda_{CH_3COO^-})$

5- Calcul de G.

$G = 10^{-2}.\dfrac{3.10^{-4}}{300.10^{-6}}(40,9 + 349,8).10^{-4}$

$G = 3,91.10^{-4}s \simeq 391\mu s$

11 On dispose d'une solution aqueuse d'acide benzoïque de concentration c et de volume $V = 100mL$

L'acide benzoïque $C_6H_5 - COOH$ réagit avec l'eau en libérant des ions oxonium. Le taux d'avancement final de la réaction de l'acide benzoïque avec l'eau est $\tau = 70\%$.

La constante d'équilibre de la réaction est $K = 6,3.10^{-5}$.

1- Quelle est la base conjuguée de l'acide benzoïque?

2- Ecrire la réaction rendant compte de l'action de l'acide benzoïque sur l'eau.

3- Faire un tableau d'avancement de la réaction en introduisant l'avancement à l'équilibre $x_{éq}$.

4- Exprimer la constante d'équilibre K de cette réaction, en fonction de c et τ.

5- Calculer la valeur de c.

6- Calculer le pH de la solution.

Solution

1- La base conjuguée: $C_6H_5COO^-$

2-

$$C_6H_5-COOH_{(éq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows C_6H_5COO^-{}_{(éq)} + H_3O^+{}_{(éq)}$$

3- Tableau d'avancement

	$C_6H_5COOH + H_2O \rightleftarrows C_6H_5COO^- + H_3O^+$				
à $t=0$	0	CV	Excès	0	0
à t	x	$CV-x$		x	x
à t_f	$x_{éq}$	$CV-x_{éq}$		$x_{éq}$	$x_{éq}$

4- Par définition: $K = Q_r,éq$

$$K = \frac{[C_6H_5COO^-]éq[H_3O^+]éq}{[C_6H_5COOH]éq}$$

avec: $[C_6H_5COO^-]_{éq} = [H_3O^+]éq$

et: $[C_6H_5COOH^-]_{éq} = \frac{CV-x_{éq}}{V}$

$$= C-[H_3O^+]_{éq}$$

donc: $K = \frac{[CH_3O^+]^2}{C-[H_3O^+]}$

et on sait que: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+].V}{C.V}$

Donc: $[H_3O^+] = \tau.C$

D'où: $K = \frac{(\tau.C)^2}{C-\tau.C} = \frac{\tau^2.C^2}{C(1-\tau)}$

$$K = \frac{\tau^2}{1-\tau}.C$$

5- Déduit: $C = K.\frac{1-\tau}{\tau^2}$;

$$C = 6,3.10^{-5}\frac{1-0,70}{(0,70)^2}$$

$$C = 3,86.10^{-5}mol/L$$

6- On sait que: $pH = -\log[H_3O^+]$

$$pH = -\log(\tau.C)$$

$$pH = -\log(0,70.3,86.10^{-5})$$

$$pH = 4,57$$

12 Soit la réaction entre l'acide éthanoïque et l'eau d'équation:

$$CH_3CO_2H_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftarrows CH_3CO_2^-{}_{(aq)} + H_3O^+{}_{(aq)}$$

Les conductivités des solutions S_1 et S_2 à $c_1 = 5,00.10^{-2}mol\,L^{-1}$ en acide éthanoïque apporté sont respectivement de $0,343mS.cm^{-1}$ et $0,107mScm^{-1}$

1- Compléter le tableau suivant:

$C(mol.L^{-1})$	$[H_3O^+{}_{(aq)}]$ $(mol.L^{-1})$	$[CH_3CO_2^-{}_{(aq)}]$ $(mol.L^{-1})$	$[CH_3CO_2H_{(aq)}]$ $(mol.L^{-1})$	τ_1	pH
$C_1 = 5,00.10^{-2}$					
$C_2 = 5,00.10^{-3}$					

Données: $\lambda_{CH_3CO_2^-} = 4,09mS.m^2.mol^{-1}$; $\lambda_{H3O^+} = 35,0mS.m^2.mol^{-1}$

2- Calculer le quotient de réaction à l'équilibre $Q_{r,éq}$ dans les deux cas. dépend-il de

l'état initial?

3- Exprimer $[H_3O^+(aq)]$, $[CH_3CO_{2(aq)}^-]$ et $[CH_3CO_2H_{(aq)}]$ en fonction de la concentration C en acide éthanoïque apporté et du taux d'avancement final τ_1.

4.a- Le taux d'avancement final τ_1 dépend-il du quotient de réaction à l'équilibre $Q_{r,éq}$?

Indication: Si τ_1 dépend de $Q_{r,éq}$, alors il y a une relation entre ces deux grandeurs.

b- $Q_{r,éq}$ dépend de la température. Que peut-on en déduire, en ce qui concerne τ_1?

Solution

1- Tableau des valeurs

La conductivité de la solution d'acide ethanoïque s'écrit:

- $\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+] + \lambda_{CH_3COO}[CH_3COO]$
  $= [H_3O^+](\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO})$

Donc: $[H_3O^+] = \dfrac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{CH_3COO^-}}$

Et on a:

- $[CH_3CO_2^-] = [H_3O^+]$
- $[CH_3COOH] = C - [H_3O^+]$
- $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}} = \dfrac{[H_3O^+]}{C}$
- $pH = -\log[H_3O^+]$

En utilisant les données de chaque solution, on complète le tableau.

$C(mol.L)$	$[H_3O^+]$ (mol/L)	$[CH_3CO_2^-]$ (mol/L)	$[CH_3CO_2H]$ (mol/L)	τ	pH
$5,10^{-2}$	$8,77.10^{-4}$	$8,77.10^{-4}$	$4,91.10^{-2}$	1,75%	3,1
$5,10^{-3}$	$2,74.10^{-4}$	$2,74.10^{-4}$	$4,72.10^{-3}$	5,48%	3,6

2- Quotient de la réaction à l'équilibre on a: $Q_{r,éq} = \dfrac{[CH_3COO^-]_{éq}[H_3O^+]}{[CH_3COOH]_{éq}}$

Pour la solution S_1: $Q_{n,éq} = 1,57.10^{-5}$

Pour la solution S_2: $Q_{r2,éq} = 1,59.10^{-5}$

$Q_{n,éq} \simeq Q_{r2,éq}$

Donc: $Q_{r,éq}$ ne dépend pas de l'état initial.

3- Expression des concentrations:

On a: $\tau = \dfrac{x_{éq}}{x_{max}} = \dfrac{[H_3O^+].V}{C.V}$

Donc: $[H_3O^+]_{éq} = [CH_3COO^-]_{éq} = \tau.C$

Et: $[CH_3COO^-]_{éq} = \dfrac{C.V - x_{éq}}{V} = C - [H_3O^+]$

$[CH_3COO^-]_{éq} = C(1-\tau)$

4.a- Influence de Q_n sur τ

On a: $Q_{réq} = \dfrac{(\tau - C)^2}{C(1-\tau)} = \dfrac{\tau^2}{1-\tau}.C$

Donc: τ dépend de $Q_{n,éq}$

b- Influence de la température sur τ puisque $Q_{n,éq}$ dépend de la température

Donc: τ aussi dépend de la température.

13 La cellule de conductimétrie (surface S d'une face d'électrodes $= 10cm^2$; distance ℓ entre les deux électrodes: $l = 10cm$.

Lorsqu'elle est immergée dans une solution aqueuse d'acide benzoïque $C_6H_5CO_2H$ de concentration $c = 5,0.10^{-3}mol.L^{-1}$ elle indique une conductance $G = 2,03.10^{-4}S$

1- Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu dans cette solution.

2.a- Déterminer la concentration des espèces ioniques mises en jeu dans cette réaction.

b- En déduire le pH de la solution.

3- Calculer le taux d'avancement final.

4- Informer la constance d'équilibre K associée à l'équation de cette réaction s'écrit: $K = \frac{C.\tau^2}{1-\tau}$, calculer sa valeur.

Solution

1- $C_6H_5COOH + H_2O \rightarrow C_6H_5COO^- + H_3O +$

2.a- La conductance de la solution s'écrit: $G = K.\sigma$.

Avec: $K = \frac{S}{\ell} = \frac{10^{-4}}{10^{-2}} = 10^{-2}m$

Et: $\sigma = \lambda_{C_6H_5COO^-}[C_6H_5COO^-] + \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]$
$= [H_3O^+](\lambda_{C_6H_5COO^-} + \lambda_{H_3O^+})$

Donc: $[H_3O^+] = \frac{G}{K(\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{C_6H_5COO^-})}$

$[H_3O^+] = \frac{2,03.10^{-4}}{10^{-2}(35+3,23).10^{-3}}$
$= 0,53mol/_{m^3} = 5,3.10^{-4}mol/L$

Donc: $[C_6H_5COO^-] = 5,3.10^{-4}mol/L$

b- On a: $pH = -Log[H_3O^+]$

A.N.: $pH = -Log(5,3.10^{-4})$
$pH = 3,2$

3- On sait que: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+].\cancel{V}}{C.\cancel{V}}$

A.N.: $\tau = \frac{5,3.10^{-4}}{5.10^{-3}}$
$= 0,106$
$= 10,6\%$

4- Par définition: $K = Q_{r,éq}$

$K = \frac{[C_6H_5COO^-]_{éq} - [H_3O^+]_{éq}}{[C_6H_5COOH]_{éq}}$

$K = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]^2} \frac{(\tau.C)^2}{C - \tau.C}$

Donc: $K = \frac{\tau^2}{1-\tau}.C$

$K = \frac{(0,106)^2}{1-0,106}.5.10^{-3}$

$K = 6,28.10^{-5}$

14 La gravure du verre peut être réalisée chimiquement l'acide fluorhydrique. *HF*. On étudie dans cet exercice une solution aqueuse de cet acide.

1. Dans une fiole jaugée de volume $V_0 = 100mL$, on introduit une masse m d'acide fluorhydrique puis on complète cette fiole avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge et on l'homogénéise. On dispose alors d'une solution S_0 d'acide fluorhydrique de concentration: $c_0 = 5,0 \times 10^{-3}mol.L^{-1}$.

1- Calculer la masse m.

2- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide fluorhydrique avec l'eau. La constante d'équilibre de cette réaction est $K = 6,3 \times 10^{-4}$.

3- Dresser le tableau d'évolution correspondant à cette transformation chimique.

4- Exprimer le taux d'avancement final τ en fonction de la concentration en ions oxinium à l'équilibre $[H_3O^+]_{éq}$ et de c_0.

5- Montrer que ce quotient peut s'écrire sous la forme: $Q_{r,éq} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{c_0 - [H_3O^+]_{éq}}$.

6.a- Exprimer la conductivité σ de la solution d'acide fluorydrique à l'état d'équilibre en fonction des conductivités molaires ioniques des ions présents.

b- La mesure de la conductivité de la solution S_0 donne: $\sigma = 0,061 S.m^{-1}$ à $25°C$.
En utilisant les relations obtenues précédemment, compléter le tableau ci-dessous.

Solution	S_0	S_1
$c;(mol.L^{-1})$	$5,0\times10^{-3}$	$1,0\times10^{-1}$
$\sigma(S.m^{-1})$	0,061	0,089
$[H_3O^+]_{éq}(mol.m^{-3})$		2,2
$[H_3O^+]_{éq}(mol.L^{-1})$		$2,2\times10^{-3}$
τ		0,22
$Q_{r,éq}$		$6,3\times10^{-4}$

c- On réalise la même étude en utilisant une solution S_1 d'acide fluorydrique de concentration $c_1 = 0,10 mol.L^{-1}$.
Les résultats obtenus sont indiqués dans le tableau ci-dessus. En déduire l'influence de la concentration de la solution sur:
• Le taux d'avancement de la réaction ;
• Le quotient de réaction dans l'état d'équilibre.
Données: Masses molaires (en $g.mol^{-1}$) ; $M(F) = 18$; $M(H) = 1,0$
• Conductivités molaires ioniques à $25°C$ en $mS.m^2.mol^{-1}$; $\lambda(F^-) = 5,54$; $\lambda(H_3O) = 35,0$.

Solution

1- Calcul de m

On a: $c_0 = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V}$

Donc: $m = c_0.M.V$

A.N.: $m = 5.10^{-3}.19.100.10^{-3}$

$m = 9,5.10^{-3} g$

$= 9,5 mg$

2- Equation de la réaction:

$$HF_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows F^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

3- Tableau d'avancement:

	$HF + H_2O \rightleftarrows F^-_{(éq)} + H_3O^+$				
à $t=0$	0	CV	Excès	0	0
à t	x	$CV-x$		x	x
à t_f	x_f	$CV-x_f$		x_f	x_f

4- Expression de τ.

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]+.V}{c_0.V}\tau = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{c}$$

5- Exprression de $Q_{r,éq}$.

à l'équilibre: $Q_{r,éq} = \frac{[F^-]_{éq}[H_3O^+]_{éq}}{[HF]_{éq}}$

Avec: $[F^-]_{éq} = [HF]_{éq}$

Et: $[HF]_{éq} = \frac{CV-x_f}{V} = C-[H_3O^+]$

Donc: $Q_{r,éq} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C-[H_3O^+]_{éq}}$

6.a- La conductivité:

à l'équilibre:

$$\sigma = \lambda_{H_3O^+}[H_3O^+]_{éq} + \lambda_{F^-}[F^-]éq$$

avec: $[F^-]aq = [H_3O^+]_{aq}$

Donc: $\sigma = [H_3O^+]_{éq}(\lambda_{F^-} + \lambda_{H_3O^+})$

b- Le tableau.

On a: $[H_3O^+] = \dfrac{\sigma}{\lambda_{H_3O^+} + \lambda_{F^-}}$

Et: $\tau = \dfrac{[H_3O^+]_{éq}}{C}$

Et: $Q_{r,éq} = \dfrac{[H_3O^+]^2_{éq}}{c - [H_3O^+]_{éq}}$

En utilisant les données de la solution S_0 on complète le tableau:

Solution	S_0	S_1
$c(mol.L)$	5.10^{-3}	10^{-1}
$\sigma(S.m^{-1})$	0,061	0,089
$[H_3O^+]_{éq}(mol/m^3)$	1,50	2,2
$[H_3O^+](mol/L)$	$1,50.10^{-3}$	$2,2.10^{-3}$
τ	0,30	0,22
$Q_{r,éq}$	$6,4.10^{-4}$	$6,3.10^{-4}$

c- Influence de la concentration:

- Sur τ :

Plus la solution est diluée, plus le taux d'avancement augmente.

- Sur $Q_{r,éq}$:

Le quotient de réaction à l'équilibre c'est-à-dire la constante d'équilibre ne dépend pas de la concentration.

5 Transformations associées à des réactions acido-basiques

I- Définitions.

1 Autoprotolyse de l'eau:

L'eau pure contient des ions oxonium H_3O^+ et des ions hydroxyde HO^- formés par la réaction, dite d'autoprotolyse de l'eau, d'équation:

$H_2O_{(l)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$

2 Produit ionique de l'eau:

La constante d'équilibre, notée K_e, de la réaction d'autoprotolyse de l'eau est appelée produit ionique de l'eau: $K_e = [H_3O^+].[HO^-]$

On utilise également pK_e défini par la relation: $pK_e = -\log K_e \Leftrightarrow k_e = 10^{-pke}$.

À $25°C$; $K_e = 1,0.10^{-14}$ et $pK_e = 14,0$.

Il découle des définitions du pH et de pK_e les relations:

$pH = pK_e + \log[HO^-]$ et $[HO^-] = 10^{(pH-pK_e)}$.

Dans l'eau pure, $[H_3O^+] = [HO^-]$

On en déduit:

$K_e = [H_3O^+]^2$ et $pH = \frac{1}{2}pK_e$

À 25°C, $pH_{\text{eau pure}}$=7,0

3 Solutions neutre, acide, basique à 25°C.

Dans une solution neutre: $[H_3O^+] = [HO^-]$, soit $pH = 7$.

Dans une solution acide: $[H_3O^+] > [HO^-]$, soit $pH < 7$.

Dans une solution basique: $[H_3O^+] < [HO^-]$, soit $pH > 7$.

II- Constante d'acidité

1 Définitions:

La constante d'équilibre, notée K_A, associée à la réaction d'équation:

$HA_{(aq)} + H_2O \rightleftharpoons A^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

est appelée constante d'acidité du couple HA/A^-:

$$K_A = \frac{[A^-].[H_3O^+]}{[HA]}$$

Les constantes d'acidité, comme les constantes d'équilibre, dépendent de la température.

Pour le couple acide-base, noté A/B, la constante d'acidité s'écrit:

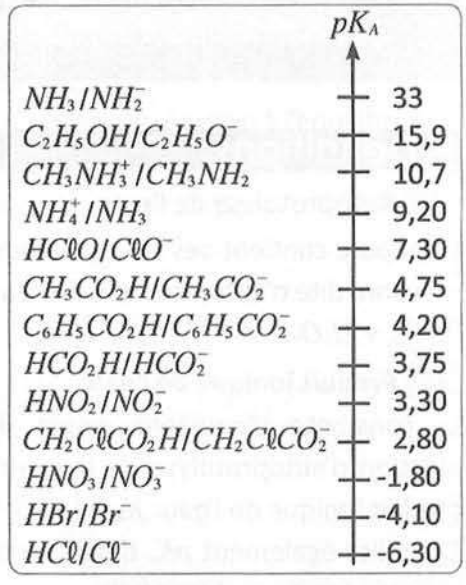
$$K_A = \frac{[B].[H_3O^+]}{[A]}$$

On utilise également le pK_A du couple A/B défini par la relation:

$$pK_A = -\log K_A \Longleftrightarrow K_A = 10^{-pK_A}$$

La définition de K_A est équivalente à la relation:

$$pH = pK_A + \log\left(\frac{[B]}{[A]}\right)$$



2 Couples de l'eau (à 25°C):

- Couple H_3O^+/H_2O: $K_A = 1$ et $pK_A = 0$.
- Couple H_2O/HO^-: $K_A = 1,0.10^{-14}$.

et $pK_A = 14,0$.

3 Comportement des acides.

Pour des solutions aqueuses d'acides de même concentrations apportées l'acide est d'autant plus fort, que:

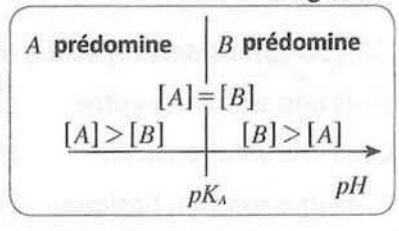
- le pH est d'autant plus faible
- le taux d'avancement final τ est d'autant plus élevé.
- la constante d'acidité K_A du couple mis en jeu est grande, et donc que le pK_A est faible (doc.1).

4 Comportement des bases.

Pour des solutions aqueuses de bases de même concentrations apportées la base est d'autant plus forte, que:

- le pH est d'autant plus élevé.
- le taux d'avancement final τ est d'autant plus élevé.
- la constante d'acidité K_A du couple mis en jeu est faible, et donc que le pK_A est élevé.

Figure -1



5 Diagramme de prédominance.

À l'aide de la relation $pH = pK_A + \log\left(\frac{[B]}{[A]}\right)$, on établit le diagramme de prédominance (figure-1):

- Pour $pH = pK_A$, l'acide et la base conjugués ont la même concentration.
- Pour $pH < pK_A$, $[A] > [B]$, l'acide A prédomine.
- Pour $pH < pK_A$, $[A] > [B]$, la base B

Figure-2

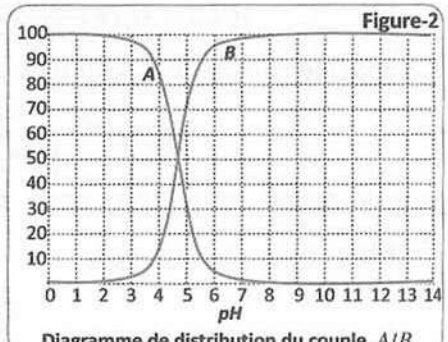


Diagramme de distribution du couple A/B

prédomine.

Un diagramme de distribution présente les pourcentages des espèces acide A et base B conjuguées en fonction du pH figure-2.

6 Les indicateurs colorés de pH.

Les indicateurs colorés sont constitués par des couples acide-base *HInd/Ind*⁻ conjugués ayant des teintes différentes. On peut souvent considérer que:

- pour $pH < pK_A - 1$, l'indicateur a la teinte de l'acide HInd.
- pour $pH > pK_A + 1$, l'indicateur a la teinte de la basique Ind.

Ils sont caractérisés par leur zone de virage.

Exemple:

Le bleu de bromothymol a une zone de virage comprise entre 6,0 et 7,6 Il est jaune pour des solutions de $pH < 6,0$, bleu pour des solutions de $pH > 7,6$ et vert pour des solutions de pH tel que $6,0 < pH < 7,6$.

Pour la réaction en solution aqueuse d'équation:

$$A_1 + B_2 \rightleftharpoons B_1 + A_2$$

la constante d'équilibre K.

a pour expression:

$$K = \frac{[B_1].[A_2]}{[A_1].[B_2]}$$

$$K = \frac{[B_1].[H_3O^+]}{[A_1]} \cdot \frac{[A_2]}{[B_2].[H_3O^+]}$$

d'où: $K = \frac{K_{A_1}}{K_{A_2}}$

soit: $K = 10^{(pK_{A_2} - pK_{A_1})}$

Figure-3: Constante d'équilibre.

7 Constante d'équilibre.

La constante d'équilibre K associée à la réaction qui se produit lors du mélange d'une solutions d'acide 1 avec une solution de base 2, d'équation:

Acide 1 + Base 2 $\rightleftharpoons$ Base 1 + Acide 2

peut s'exprimer à l'aide des constantes d'acidité K_{A_1} et K_{A_2} des deux couples acide-base (figure-3):

$$K = \frac{K_{A_1}}{K_{A_2}} = 10^{(pK_{A_2} - pK_{A_1})}.$$

III- Titrages acido-basiques

1 Définition.

- Titrer ou doser une espèce chimique en solution, c'est déterminer sa concentration molaire dans la solution.
- Lors d'un titrage ou dosage acido-basique (figure-4), la réaction mise en jeu est une réaction acido-basique quasi totale, rapide et unique.

Par exemple, pour déterminer la concentration C_A d'une solution d'acide éthanoïque, on peut utiliser la réaction entre cette solution et une solution de soude de concentration C_B selon l'équation:

$$CH_3CO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow CH_3CO^-_{2(aq)} + H_2O$$

2 équivalence.

L'équivalence correspond au changement de réactif limitant.

À l'équivalence du titrage, les réactifs sont dans des proportions stoechiométriques de la réaction de titrage.

Ainsi, à l'équivalence E du titrage d'une solution d'acide éthanoïque de volume V_A par une solution de soude, on peut écrire:

$n(CH_3CO_2H) = n(HO^-)$, soit $C_A.V_A = C_B.V_{BE}$.

où V_{BE} est le volume de soude nécessaire pour atteindre l'équivalence.

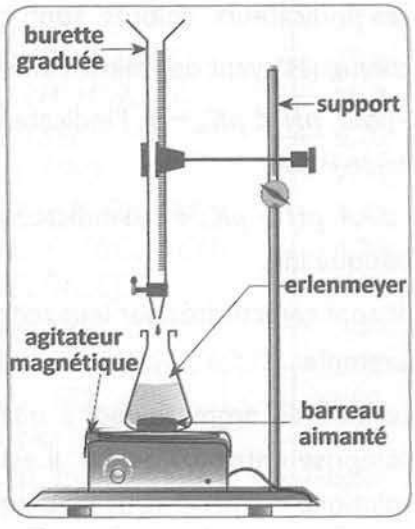


Figure -4

• Lors d'un titrage pH métrique, on mesure le pH de la solution au fur et à mesure de l'addition de l'un des deux réactifs, dans un volume connu d'une solution contenant l'autre réactif. L'équivalence correspond au point singulier de la courbe pour lequel le coefficient directeur de la tangente passe par un extremum. Elle peut être déterminée en pratique soit par le tracé de la courbe dérivée (figure-5), soit par la méthode des tangentes (figure-6).

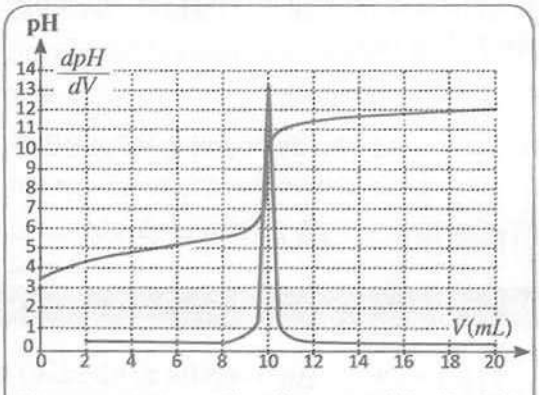


Figure-5. Dosage pH métrique, méthode de la courbe dérivée

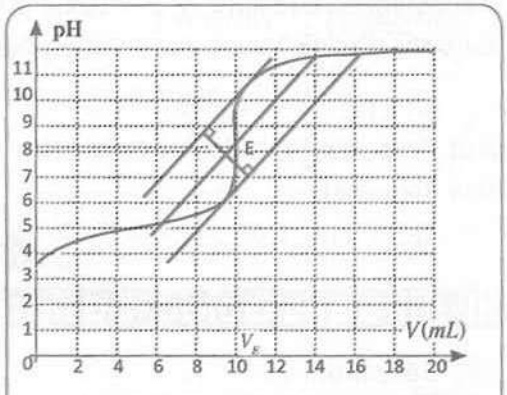


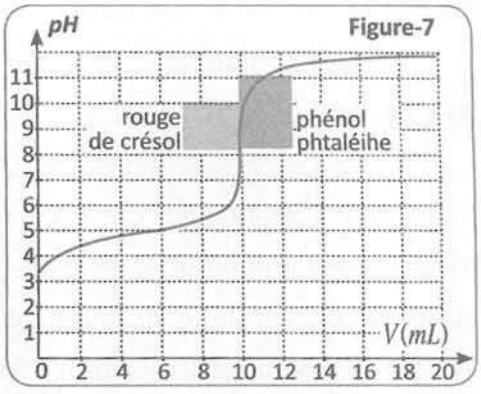
Figure-6. Dosage pH métrique, méthode des tangentes

• Lors d'un titrage colorimétrique, on utilise un indicateur coloré dont la zone de virage contient le pH à l'équivalence. L'équivalence est alors repérée par le changement de teinte du mélange (figure-7).

3 Titrage d'une solution basique:

• Dans les titrages de solutions de base (dans le bécher) par des solutions d'acide chlorhydrique (dans la burette), le pH décroît quand on verse la solution acide.

• Le point d'équivalence E correspond au minimum de la courbe dérivée; le volume à l'équivalence v_{aE} est lié aux autres variables par la relation: $C_b V_b = C_a V_{aE}$.



1 Phrase à compléter:

a- L'équation de la réaction ...(1) ... de l'eau s'écrit:

$$H_2O + H_2O \rightleftharpoons H_3O^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$$

b- Le produit ionique de l'eau est ... (2) ... à une température donnée.

c- Le pH d'une solution acide est ... (3) ... à $\frac{1}{2}pK_e$.

d- Le pH d'une solution basique est ... (4) ... à $\frac{1}{2}pK_e$.

e- Pour des solutions aqueuses d'acide de même concentrations apportées en acide, plus le pK_A est faible, plus le K_A est ... (5) ... plus le pH est ... (6) ...

f- Dans une solution aqueuse de HA et de A^- de constante d'acidité K_A pour $pH > pK_A$ ... (7) ... est l'espèce prédominante.

g- Le produit $[H_3O^+]_{éq} \times [HO^-]_{éq}$ se nomme ..... de l'eau.

h- La constante d'équilibre K_e est associée à la réaction ..... de l'eau.

i- Une solution est dite ..... si $[H_3O^+]_{éq} < [HO^-]_{éq}$.

j- La ..... K_A d'un couple acide /base est la constante d'équilibre associée à la réaction de ..... du couple avec l'eau.

k- Le domaine de ..... de l'acide d'un couple acide/ base est le domaine de pH tel que [acide]>[base].

l- Si le pH d'une solution appartient à la zone de virage d'un indicateur coloré, la solution prend la teinte ..... de l'indicateur.

Solution

a- d'autoprotolyse ;
b- constant ;
c- inférieur ;
d- supérieur;
e- grande - petit ; **f-** la base A^- ;
g- produit ionique ;
h- d'autoprotolyse;
i- basique ;
j- constante d'acidité - l'acide ;
k- prédominance ;
l- sensible.

2 Vrai ou Faux?

1.a- Pour des solutions aqueuses de base de même concentration, plus le pK_A du couple acide/base est petit, plus le taux d'avancement final de la réaction de la base avec l'eau est petit. V F

b- Le diagramme de prédominance donne pour un couple acide/base l'évolution des proportions de la forme acide et de la forme basique en fonction du pH. V F

c- La relation entre le pH d'une solution aqueuse contenant les deux espèces d'un

couple acide /base et le pK_A de ce couple est:

$pK_A = pH - \log\left(\frac{[base]_{éq}}{[acide]_{éq}}\right)$ V F

2.a- à l'équivalence, la courbe représentant la dérivée du pH, $\frac{dpH}{dV} = f(V)$ présente un pic. V F

b- Une réaction de titrage doit-être lente. V F

c- La courbe d'un titrage pH-métrique présente un saut de pH. V F

d- Dans le cas du titrage d'une solution d'acide chlorhydrique par une solution d'hydroxyde de sodium, le pH à l'équivalence est égal à 7. V F

3- Les affirmations suivantes sont-elles vraies ou fausses?

Rectifier celles qui sont fausses.

a- Le pH d'une solution aqueuse neutre vaut toujours 7,0.

b- Le pH d'une solutions aqueuse contenant le couple acide/base A/B vaut $pH = pK_A + \log\left(\frac{[A]}{[B]}\right)$.

c- Pour deux solution aqueuses 1 et 2 de mêmes concentrations apportées en acides HA_1 et HA_2, si $K_{A_1} > K_{A_2}$, alors $pH_1 < pH_2$, $\tau_1 > \tau_2$.

d- Lorsque l'hélianthine $(pK_{A_i} = 3,7)$ prend sa teinte basique, le pH est supérieur à 7.

Solution

1- a- Vrai ; b- Faux ; c- Vrai

2- a- Vrai ; b- Faux ; c- Vrai ; d- Vrai

3- a- Vrai ; b- Faux ; c- Vrai ; d- Faux

3 Choisir la bonne réponse:

1.a- Le pK_A du couple $H_3O^+_{(aq)}/H_2O_{(\ell)}$ est égal à:

☐0 ☐7,0 ☐14,0

b- Connaissant $[H_3O^+]_{éq}$, on peut calculer $[HO^-]_{éq}$ grâce à la relation suivante:

☐ $[HO^-]_{éq} = \frac{K_e}{[H_3O^+]_{éq}}$

☐ $[HO^-]_{éq} = K_e \times [H_3O^+]_{éq}$

☐ $[HO^-]_{éq} = \frac{[H_3O^+]_{éq}}{K_e}$

c- Les couples acido-basiques $HA_{1(aq)}/A^-_{1(aq)}$ et $HA_{2(aq)}/A^-_{2(aq)}$ ont pour pK_A respectifs pK_{A_1} et pK_{A_2}.

On considère la réaction: $HA_{1(aq)} + A^-_{2(aq)} \rightleftharpoons A^-_{1(aq)} + HA_{2(aq)}$

La constante d'équilibre associée est:

☐ $\frac{K_{A_1}}{K_{A_2}}$; ☐ $\frac{K_{A_2}}{K_{A_1}}$; ☐ $K_{A_1} \times K_{A_2}$

2- À 25°C, le produit ionique de l'eau vaut:

a- 14 ; b- $1,0.10^{-14}$; c- $1,0.10^{14}$

3- Le pH d'une solution aqueuse vaut:

a- $pH = pK_e + \log[H_3O^+]$; b- $pH = pK_e + \log[HO^-]$

c- $pH = -\log[HO^-]$; d- $pH = -\log[H_3O^+]$

4- Pour le couple acide/base: HA/A^- en solution aqueuse la constante d'acidité K_A vaut:

a- $K_A \dfrac{[HA]}{[A^-].[H_3O^+]}$; b- $K_A = \dfrac{[HA].[H_3O^+]}{[A^-]}$; c- $K_A = \dfrac{[A^-].[H_3O^+]}{[HA]}$.

5- Dans une solution aqueuse contenant un couple acide /base de constante d'acidité K_A, la base est l'espèce prédominante si:

a- $pH > pK_e$; b- $pH > pK_A$; c- $pH < pK_A$; d- $pH > pK_e + pK_A$

6.a- Une réaction de titrage doit être:

☐ totale.

☐ limitée.

b- Si on note V le volume de solution titrée et V le volume versé à l'équivalence, le réactif titrant est réactif limitant pour:

☐ $V < V_E$.

☐ $V > V_E$.

c- Pour effectuer le titrage pH-métrique d'une solution d'acide par une solution de base, on doit utiliser:

☐ un pH-mètre.

☐ un conductimètre.

Solution

1- a- 0 ; b- $[HO^-]_{eq} = \dfrac{K_e}{[H_3O^+]_{eq}}$; c- $\dfrac{K_{A_1}}{K_{A_2}}$

2- b.

3- d.

4- c.

5- b.

6- a- totale **b-** $V < V_E$ **c-** pH-mètre.

1 Le produit ionique de l'eau est égal à $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$ à 25°C. On dispose d'une solution de $pH = 10,0$.

1- Calculer la concentration en ions oxonium H_3O^+ dans cette solution.

2- En déduire la concentration en ions hydroxyde HO^- dans cette solution.

Solution

1- Calcul de $[H_3O^+]$

par définition: $[H_3O^+] = 10^{-pH}$

$[H_3O^+] = 10^{-10} mol/L$

2- déduction de $[HO^-]$.

on sait que: $K_e = [H_3O^+].[HO^-]$

$$[HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]}$$

$$[HO^-] = \frac{10^{-14}}{10^{-10}}$$

$$= 10^{-4} mol/L$$

2 A 37°C, le produit ionique de l'eau vaut $K_e = 2,4 \times 10^{-14}$.

1- Donner la valeur de pK_e à 37°C.

2- Quel est le pH d'une solution aqueuse neutre à cette température?

3- Sachant que la salive a un pH de 6,85 à 37°C, préciser si elle est acide ou basique.

4- Calculer la concentration en ions oxonium et hydroxyde dans la salive à 37°C.

Solution

1- La valeur du pK_e

on a: $pK_e = -\log K_e$

$pK_e = -\log(2,4.10^{-14})$

$= 13,6$

2- pH de la solution neutre

on a: $K_e = [H_3O^+].[HO^-]$

et: $[HO^-] = [H_3O^+]$;

donc: $K_e = [H_3O^+]^2$; $[H_3O^+] = \sqrt{K_e}$

et on a par définition:

$pH = -\log[H_3O^+]$

$pH = -\log\sqrt{K_e}$

$= +\frac{1}{2}pK_e$

A.N.: $pH = \frac{13,6}{2}$

$= 6,8$

3- Nature de la salive

à 37°C on a: $pH = 6,85$

donc: $pH > \frac{1}{2}pK_e$ le sang est basique.

4- détermination de $[H_3O^+]$ et $[HO^-]$ dans la salive.

- par définition $[H_3O^+] = 10^{-pH}$.

A.N:

$[H_3O^+] = 10^{-6,85}$

$= 1,41.10^{-7} mol.L^{-1}$

- on a: $[HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]}$

$= \frac{2,4.10^{-14}}{1,42.10^{-7}}$

$\simeq 1,7.10^{-7} mol.L^{-1}$

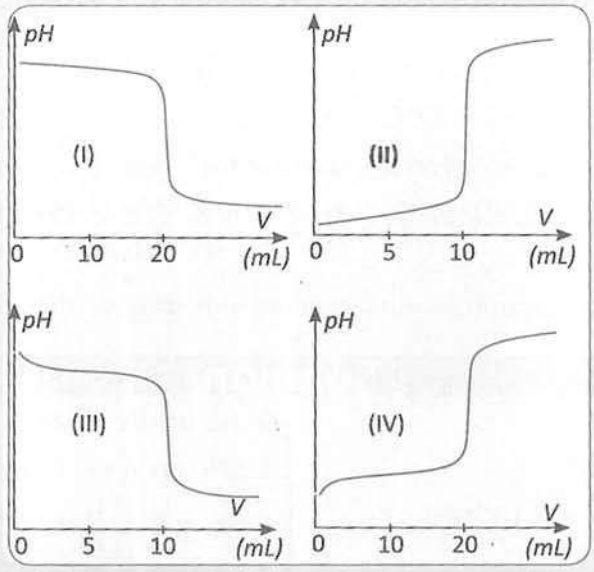
3 Parmi les quatre graphes suivants, indiquer en justifiant soigneusement la réponse, celui qui correspond au titrage de:

1- $20,0mL$ de solution d'acide éthanoïque (ou acétique) CH_3COOH à $0,10mol.L^{-1}$ par une solution de soude $(Na^+ + HO^-)$ à $0,10mol.L^{-1}$.

2- $20,0mL$ de solution d'acide chlorhydrique $(H_3O^+ + C\ell^-)$ à $5,0.10^{-2}mol.L^{-1}$ par une solution de soude à $0,10mol.L^{-1}$.

3- $20,0mL$ de solution de soude $(Na^+ + HO^-)$ à $5,0.10^{-2}mol.L^{-1}$ par une solution d'acide chlorhydrique $(H_3O^+ + C\ell^-)$ à $5,0.10^{-2}mol.L^{-1}$.

4- $20,0mL$ de solution d'ammoniac NH_3 à $5,0.10^{2}mol.L^{-2}$ par une solution d'acide chlorhydrique $(H_3O^+ + C\ell^-)$ à $0,10mol.L^{-1}$.



Solution

1- Le titrage est celui d'acide avec base forte d'équation:

$$CH_3COOH + HO^- \longrightarrow CH_3COO^- + H_2O$$

La courbe (IV) correspond à ce titrage, volume à l'équivalence $V_{b_e} = 20mL$.

2- L'équation de titrage:

$H_3O^+ + OH^- \longrightarrow 2H_2O$ est celui d'un acide fort par une base forte, la courbe correspondante est (II).

$V_{b_e} = 10mL$.

3- Ce titrage correspond à celui d'une base forte par un acide fort d'équation:

$$HO^- + H_3O^+ \longrightarrow 2H_2O$$

à l'équation: $V_{a_e} = 20mL$ courbe (I).

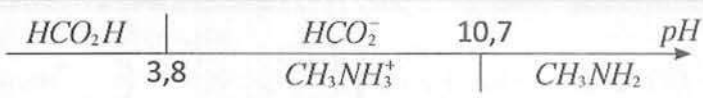
4- L'équation de ce titrage s'écrit:

$$NH_3 + H_3O^+ \longrightarrow NH_4^+ + H_2O$$

La courbe correspondante est (III), $V_{a_e} = \dfrac{C_b V_b}{C_a} = 10mL$.

4

1-



A l'aide des diagrammes de prédominance déterminer les valeurs des pK_A des couples:

acide formique HCO_2H /ion formiate HCO_2^- et ion méthylammonium $CH_3NH_3^+$/ méthylamine CH_3NH_2.

2- On mélange une solution d'acide formique et une solution de méthylamine.

a- L'acide formique et la méthylamine peuvent-ils coexister?

b- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide formique et la méthylamine et calculer sa constante d'équilibre.

Solution

1- Détermination des pK_A :

• Pour le couple HCO_2H/HCO_2^- on trouve $pK_{A_1} = 3,8$.

• Pour le couple $CH_3NH_3^+/CH_3NH_2$ on trouve $pK_{A_2} = 10,7$.

2.a- Coexistence:

Le diagramme de prédominance montre que HCO_2H et CH_3-NH_2 ne peuvent pas exister en solution.

b- l'équation de la réaction s'écrit:

$HCO_2H + CO_3NH_2$
$\rightleftharpoons HCO_2^- + CH_3-NH_3^+$

la constante d'équilibre d'écrit:

$$K = \frac{[HCO_2^-].[CH_3-NH_3^+]}{[HCO_2H][CH_3-NH_2]} = \frac{K_{A_1}}{K_{A_2}}$$

$K = 10^{pK_{A_2}-pK_{A_1}}$

A.N.: $K = 10^{10,7-3,8} = 7,94.10^6$

$K > 10^4$ donc la réaction est totale, donc il y aura disparition totale d'un réactif au moins.

5 On mélange une solution d'acide éthanoïque et une solution d'hydroxyde de sodium.

1- Ecrire l'équation de la réaction chimique qui a lieu lors de ce mélange.

2- Donner l'expression de la constante d'équilibre K associée à l'équation de cette réaction acido-basique.

3- Donner l'expression de la constante d'équilibre K en fonction du produit ionique de l'eau et de la constante d'acidité du couple acido-basique: CH_3COOH/CH_3COO^-.

4.a- Calculer la valeur de la constante d'équilibre de la réaction acido-basique étudiée.

b- La réaction est-elle totale?

Données: $K_A(CH_3COOH/CH_3COO^-) = 1,8 \times 10^{-5}$; et $K_e = 1,0 \times 10^{-14}$.

Solution

1-

$CH_3-COOH+HO^- \rightleftharpoons CH_3COO^- + H_2O$

2- Expression de K.

on a: $K=\dfrac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH][HO^-]}$

3- On a:

$$K=\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH].[HO^-]}\cdot\frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K=\frac{[CH_3COO^-][H_3O^+]}{[CH_3COOH]}\frac{1}{[HO^-][H_3O^+]}$$

donc: $K=\dfrac{K_A}{K_e}$

4.a- On a: $K=\dfrac{K_A}{K_e}$.

A.N.: $K=\dfrac{1,8.10^{-5}}{10^{-14}}$

$=1,8.10^9$

b- Nature de la réaction.

on a: $K=1,8.10^9>10^4$

donc la réaction est totale.

6

1- L'ammoniac NH_3 et la méthylamine CH_3NH_2 sont des bases.

Quels sont leurs acides conjugués?

2- On mélange une solution aqueuse de chlorure de méthylammonium:

$(CH_3-NH_3^+ + C\ell^-)$ et une solution aqueuse d'hdroxyde de sodium $(Na^+ + HO^-)$.

Ecrire l'équation de la réaction chimique acido-basique qui se produit. (Les ions sodium Na^+ et chlorure $C\ell^-$ sont des ions indifférents en solution aqueuse).

3- Exprimer la constante d'équilibre K associée à l'équation en fonction de la constante d'acidité du couple acido-basique étudié et du produit ionique de l'eau.

4- La constante d'acidité du couple étudié précédemment est:

$K_A=2,0\times10^{-11}$ et $pK_e=14,00$.

La réaction étudiée en 2 est-elle totale?

Solution

1-

Les acides conjugués sont:

NH_4^+ et $CH_3-NH_3^+$

2- équation de la réaction:

$CH_3-NH_{3(aq)}^+ + HO_{(aq)}^- \longrightarrow CH_3-NH_{2(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

3- Constante d'équilibre:

on a: $K=\dfrac{[CH_3-NH_3]}{[CH_3-NH_3^+].[HO^-]}$

d'où: $K=\dfrac{K_A}{K_e}$

4- Nature de la réaction:

on a: $K=\dfrac{K_A}{K_e}=\dfrac{K_A}{10^{-pK_e}}$;

$K=\dfrac{2.10^{-11}}{10^{-14}}$

$K=2.10^3<10^4$

Donc la réaction n'est pas totale.

7 Les mesures sont effectuées à 25 °C.

Données: - Couples acide/base:

acide éthanoïque/ion éthanoate: $pK_{A_1} = 4,7$;

ion ammonium/ammoniac: $pK_{A_2} = 9,2$;

couples de l'eau: $H_3O^+/H_2O : pK_A = 0$; $H_2O/HO^-(aq) : pK_A = 14$

1- Soit une solution S_1 d'acide éthanoïque de concentration: $C_1 = 2,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

a- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide avec l'eau.

b- Exprimer et calculer la constante d'équilibre associée à l'équation de cette réaction. Peut-on dire que l'acide éthanoïque est un acide faiblement dissocié dans l'eau?

c- La mesure du pH de la solution donne 3,2.

Cette mesure confirme-t-elle le résultat précédent?

2- Soit une solution S_2 d'ammoniac de concentration molaire: $c_2 = 1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

a- Ecrire l'équation de la réaction de l'ammoniac avec l'eau.

b- Exprimer et calculer la constante associée à l'équation de cette réaction. Peut-on dire que l'ammoniac est une base faiblement dissociée dans l'eau?

c- La mesure du pH de cette solution donne 10,6.

Cette mesure confirme-t-elle le résultat précédent?

3- A un volume V de solution S_1, on ajoute un même volume de solution S_2.

a- Ecrire l'équation de la réaction qui a lieu.

b- Calculer la constante d'équilibre associée à cette équation.

Montrer que l'on peut considérer la réaction comme totale.

Solution

1.a- Equation de la réaction

$CH_3 - COOH_{(aq)} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons CH_3 - COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

b- Constante d'acidité

On a: $K_{A_1} = Q_{r,éq}$;

$$K_{A_1} = \frac{[CH_3COO^-].[H_3O^+]}{[CH_3COOH]}$$

$$K_{A_1} = 10^{-pK_{A_1}}$$

$$= 10^{-4,7} \approx 2.10^{-5}$$

On a: $K_A = Qr,éq < 10^4$

donc la réaction est limitée

c- Confirmation:

Le taux d'avancement s'écrit:

$$\tau_1 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[H_3O^+]}{C_1.V} = \frac{10^{-pH}}{C_1}$$

$$\tau_1 = \frac{10^{-3,2}}{2.10^{-2}} = 0,032 = 3,2\%$$

$\tau_1 < 1$: ce qui confirme le résultat précèdent.

2.a- Equation de la réaction:

$$NH_{3_{(aq)}} + H_2O_{(l)} \rightleftharpoons NH_4^+{}_{(aq)} + HO^-{}_{(aq)}$$

b- Constante d'équilibre:

On a: $K = \frac{[NH_4^+].[HO^-]}{[NH_3]} . \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$

$$K = \frac{[NH_4^+]}{[NH_3].[H_3O^+]} .[HO^-].[H_3O^+]$$

$$K = \frac{K_e}{KA_2} = \frac{10^{-pke}}{10^{-pk_{A^2}}} = 10^{pk_{A_2}-pk_e}$$

$$K = 10^{9,2-14} = 1,58.10^{-5} < 10^4$$

Donc: NH_3 est base faible du fait que la réaction avec l'eau n'est pas totale.

c- Confirmation:

le taux d'avancement s'écrit:

$$\tau_2 = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{[HO^-]}{c_2} = \frac{K_e}{c_2[H_3O^+]}$$

$$\tau_2 = \frac{10^{-pke}}{c_2.10^{-pH}} = \frac{10^{pH-pke}}{c_2}$$

A.N: $\tau_2 = \frac{10^{10,6-14}}{10^{-2}} = 0,04 \simeq 4\%$

$\tau_2 < 1$ la réaction n'est pas totale ce qui confirme que NH_3 est base faible.

3.a- Equation de la réaction

$CH_3COOH_{(aq)} + NH_{3(aq)} \rightleftarrows CH_3COO^-_{(aq)} + NH_{4(aq)}^+$

b- Constante d'équilibre.

On tenant compte, du sens de la réaction on écrit:

$$K = \frac{[CH_3COO^-][NH_4^+]}{[CH_3COOH].[NH_3]} \cdot \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K = \frac{K_{A1}}{K_{A2}} = \frac{10^{-}P^{K_{A1}}}{10 - P^{K_{A2}}}$$

$$K = 10^{P^{K_{A2}}} - P^{K_{A1}}$$

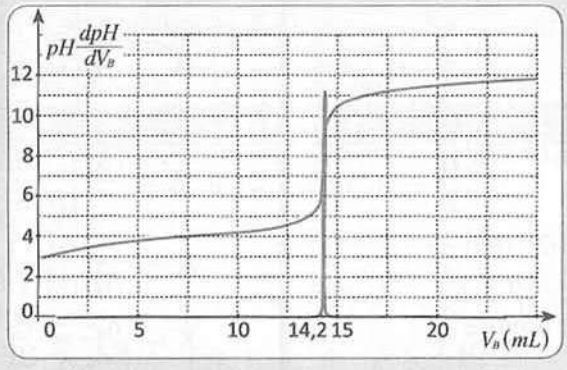
A.N: $K = 10^{(pK_{A2} - pK_{A1})}$; $K = 3,16.10^4$

On a: $K > 10^4$ donc la réaction peut être considérée comme totale.

8 La vitamine C ou acide ascorbique, $C_6H_8O_6$ noté HA, est vendue en pharmacie sous forme de comprimé «à croquer». Le but de cet exercice est de déterminer la masse de vitamine C contenue dans un comprimé.

Donnée: Masse molaire de l'acide ascorbique: $176g.mol^{-1}$.

Le comprimé, soigneusement écrasé, est dissous dans un peu d'eau contenue dans un bécher. Le contenu du bécher est transvasé dans une fiole jaugée de volume $V = 100,0mL$. On complète avec de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge; la solution obtenue est notée S. On prélève un volume $V_A = 10,0mL$ de la solution S, on le verse dans un bécher et on y ajoute un volume d'eau distillée de 20 mL environ. Puis on verse progressivement une solution de soude de concentration $C_B = 2,00.10^{-2}mol.L^{-1}$ et en mesure le pH après chaque ajout. Les résultats obtenus permettent de tracer les courbes $pH = f(V_B)$ et $\frac{dpH}{dV_B} = g(V_B)$ représentées ci-dessous.



1- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide ascorbique et l'ion HO^-.

2- Donner la définition de l'équivalence.

- Comment est-il possible de repérer le point d'équivalence?
- Déterminer ses coordonnées.

3- Préciser quel est le réactif limitant avant, puis après l'équivalence.

4- Calculer la concentration en acide ascorbique dans la solution *S*.

5- En déduire la masse d'acide ascorbique dans un comprimé «à croquer».

6- La zone de virage du rouge de crésol est $[7,2-8,8]$.

Peut-on utiliser cet indicateur?

Solution

1- Equation de la réaction:

$$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

2- Point d'équivalence:

- à l'équivalence les réactifs sont en proportion stoechiométrique dans le mélange.
- On repère le point d'équivalence par la méthode des tangentes ou par la courbe dérivée du pH.
- à l'équivalence on trouve:

$$E\begin{cases} V_{BE} \simeq 14,2mL \\ pH_E = 8 \end{cases}$$

3- Le réactif limitant:

- Avant l'équivalence le réactif limitant est le réactif titrant HO^-
- Après l'équivalence le réactif limitant est le réactif titré AH.

4- La concentration C_A.

à l'équivalence on a:

$$n(AH) = n(HO^-)$$

$$C_AV_A = C_B.V_{BE}$$

$$C_A = \frac{C_BV_{BE}}{V_A}$$

A.N.:

$$C_A = \frac{210^{-2}.14,2}{10} = 2,84.10^{-2}mol/L$$

5- La masse m du comprimé par définition on a: $n(AH) = C_A.V = \frac{m}{M(AH)}$

$$m = C_A.M(AH).V$$

A.N.: $m = 2,84.10^{-2}.176.100.10^{-3}$

$$m \approx 0,4999g$$

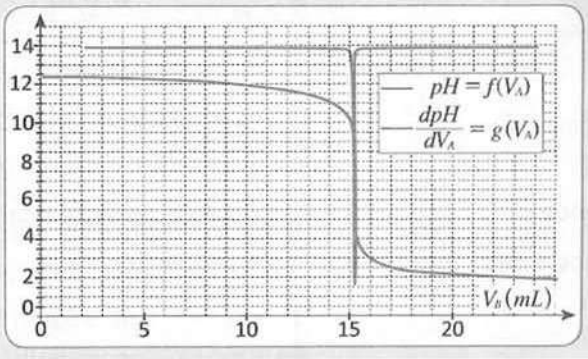
$$\approx 500mg$$

6- L'indicateur coloré.

Cet indicateur est convenable car:

$$pH_E = 8 \in [7,2-8,8].$$

9 Dans un bécher, on introduit $20,0mL$ d'une solution S de potasse ou hydroxyde de potassium, puis à la burette, une solution A d'acide chlorhydrique de concentration $C_A = 0,050mol.L^{-1}$. On mesure le pH après chaque ajout. Les résultats obtenus permettent de tracer les courbes $pH = f(V_A)$ et $\frac{dpH}{dV_A} = g(V_A)$ ci-après.



1- Faire le schéma du dispositif expérimental.

2- Ecrire l'équation de la réaction entre la solution de potasse $K^+ + HO^-$, et la solution d'acide chlorhydrique, $H_3O^+ + C\ell^-$.

3- Comment peut-on déterminer graphiquement le point d'équivalence? Donner ses coordonnées.

4- Quelle est la concentration de la solution de potasse?

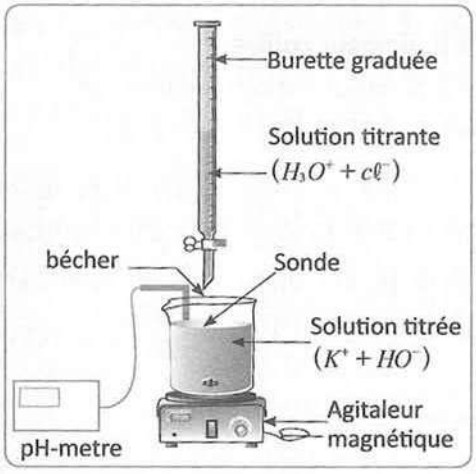
5- Dans la liste ci-dessous, proposer un indicateur coloré approprié pour mettre en évidence l'équivalence au cours de ce tirage. Justifier le choix.

Zone de virage des indicateurs colorés

Indicateur coloré	Zone de virage
rouge de méthyle	4,2-6,2
rouge de chlorophénol	5,2-6,8
rouge de crésol	7,2-8,8
phénolphtaléine	8,2-10,0
jaune d'alizarine	10,0-12,1
B.B.T	6-7,6

Solution

1- Schéma:



2- Equation de la réaction:

$$H_3O^+ + HO^- \longrightarrow 2H_2O$$

3- Point d'équivalence:

En utilisant la méthode des tangentes ou la courbe $\frac{dpH}{dV_A}$.

On repère le point d'équivalence E de coordonnées: $\begin{cases} V_{AE} = 15mL. \\ pH_E = 7 \end{cases}$

4- Concentration C_B.

à l'équivalence on a:

$$n(HO^-) = n(H_3O^+)$$

$$C_A V_{AE} = C_B V_B \ ;$$

donc: $C_B = \frac{C_A V_{AE}}{V_B}$

A.N.: $C_B = \frac{0,050.15}{20}$

$$C_B = 3,75.10^{-2} mol.L^{-1}$$

5- L'indicateur coloré:

On a $pH_E = 7$ donc le $B.B.T$ est le mieux adapté à ce tirage car le pH_E appartient à sa zone de virage.

10 Tirage d'un vinaigre:

L'étiquette d'un litre de vinaigre du commerce indique 6 degrés. Le degré d'acidité exprime la masse, en grammes, d'acide éthanoïque pur contenu dans 100 g de vinaigre.
On considère le vinaigre comme une solution aqueuse d'acide éthanoïque.
On désire déterminer, au cours d'une séance de travaux pratiques, la concentration en acide éthanoïque, notée C, de ce vinaigre.
La verrerie et les produits disponibles sont les suivants:
- Vinaigre à 6°; solution d'hydroxyde de sodium de concentration:
$C_b = 1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$; phénolphtaléine (zone de virage: 8,2-9,8); hélianthine (zone de virage : 3,2-4,4) ; eau distillée.

I- Première étape: On prépare une solution S_1 de volume $V_1 = 100mL$ et de concentration molaire en acide éthanoïque $c_1 = c/100 mol.L^{-1}$.

1- Quel volume v de vinaigre à 6° doit-on prélever pour préparer S_1 ?

2- Décrire le mode opératoire.

II- Deuxième étape: titrage de la solution S_1.

On prélève un volume $V_1 = 10mL$ de la solution S_1 et on le dose à l'aide de la solution d'hydroxyde de sodium en présence d'un indicateur coloré convenable. L'équivalence acidobasique est observée après avoir versé $v_b = 10,2mL$ de la solution d'hydroxyde de sodium.

1- Ecrire l'équation de la réaction qui se produit au cours du titrage.

2- Calculer la concentration c_1 de S_1. En déduire c.

3- Calculer le degré d'acidité du vinaigre.

Le résultat est-il en accord avec l'indication de l'étiquette?

Données:

Masses molaires atomiques: $M_C = 12g.mol^{-1}$; $M_O = 16g.mol^{-1}$; $M_H = 1,0g.mol^{-1}$;

Densité du vinaigre: 1,02 ; $p_e = 1g/mL$: masse volumique de l'eau.

Solution

I- 1- Volume v

Lors de la dilution on a: $n_i = n_f$;

$$c\,v = c_1 v_1 \Rightarrow v = \frac{c_1.v_1}{c}$$

A.N.: $v = \frac{\cancel{c}}{100} \cdot \frac{v_1}{\cancel{c}} = \frac{v_1}{100}$; $v = 1mL$

2- mode opération:

- On prélève à l'aide d'une pipette-jugée $1mL$ de la solution S du vinaigre, on le met dans une fiole jaugée de $100mL$, on ajoute de l'eau distillée jusqu'au trait de jauge, on agite et on obtient la solution S_1.

II- 1- Equation de la réaction:

$$CH_3COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow CH_3COO^-_{(aq)} + H_2O_{(l)}$$

2- Calcul de la concentration C_1.

à l'équivalence on a:

$$n(CH_3COOH) = n(HO^-)$$

$$C_1 V_1 = C_b.V_b$$

$$C_1 = \frac{C_b V_b}{V_1}$$

A.N.: $C_1 = \dfrac{10^{-2}.10,2.10^{-3}}{10.10^{-3}}$

$C_1 = 1,02.10^{-2} mol.L^{-1}$

- La concentration C :

On a: $C = 100\, c_1$

A.N.: $C = 1,02 mol.L^{-1}$

3- degré d'Acidité du vinaigre.

Par définition: $p = \dfrac{m}{m_0}$ avec:

- m : est la masse de l'acide:

$$C = \frac{m}{M.V} \Rightarrow m = C.M.V$$

- m_0 : masse du vinaigre de volume V :

$$m_0 = \rho_e d.V$$

donc: $p = \dfrac{C.M.V}{\rho_e d.V} = \dfrac{1,02.60}{1.1,021.000}$

$= 0,06 \approx 6\%$

le résultat est en accord avec l'indication de l'étiquette.

11 L'un des couples régulateurs du pH du sang est le couple ion dihydrogénophosphate/ion hydrogénophosphate, $H_2PO_4^-/HPO_4^{2-}$, de $pK_A = 6,82$ à $37°C$.

Le pH du sang varie très peu. il est voisin de 7,4.

1- Calculer le rapport $[H_2PO_4^-]/[HPO_4^{2-}]$ dans le sang.

2- Dans le sang considéré, $[HPO_4^{2-}] = 0,275 mol.L^{-1}$.

En déduire $[H_2PO_4^-]$.

3- Une réaction produit 0,035 mol d'acide lactique, $C_3H_6O_3$, par litre de sang.

Ecrire l'équation de la réaction qui se produit entre l'acide lactique et l'ion HPO_4^{2-}.

4- En supposant que cette réaction est totale, déterminer les concentrations de $H_2PO_4^-$ et HPO_4^{2-}, puis vérifier que le pH du sang devient voisin de 7,2.

Solution

1- Calcul de: $\dfrac{[H_2PO_4^-]}{[HPO_4^{2-}]}$

Le pH dans le sang s'écrit:

$$pH = pK_A + \log\frac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]}$$

$$\log\frac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]} = pH - pK_A$$

$$\frac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]} = 10^{pH-pK_A}$$

A.N.: $\dfrac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]} = 10^{7,4-6,82} = 3,80$

2- Valeur de $[H_2PO_4^-]$.

On a: $\dfrac{[HPO_4^{2-}]}{[H_2PO_4^-]} = 3,80$.

donc: $[H_2PO_4^-] = \dfrac{[HPO_4^{2-}]}{3,80}$

$= \dfrac{0,275}{3,80} = 0,072 mol/L$

$[H_2PO_4^-] = 0,072 mol/L$

3- Equation de la réaction:

$C_3H_6O_3 + HPO_4^{2-} \longrightarrow C_3H_5O_3^- + H_2PO_4^-$

4- Détermination de $[HPO_4^{2-}]_f$ et: $[H_2PO_4^-]_f$.

On dresse le tableau d'avancement:

$C_3H_6O_3 + HPO_4^{2-} \longrightarrow C_3H_5O_3^- + H_2PO_4^-$					
$t = 0$	0	0,035	0,275	0	0,072
t_f	x_f	$0,035 - x$	$0,275 - x$	x	$0,072 + x$

Puisque le réaction est totale le réactif limitant est l'acide lactique donc:

$$x_{max} = 0,035 mol.$$

les concentrations finales seront:

$$[HPO_4^{2-}]_f = 0,275 - 0,035$$

$$= 0,240 mol/L$$

$$[H_2PO_4^-]_f = 0,072 + 0,035$$
$$= 0,107 mol/L$$

Le pH final dans le sang:

$$pH = pK_A + \log\left(\frac{[HPO_4^{2-}]_f}{[H_2PO_4^-]_f}\right)$$

$$pH = 6,82 + \log\left(\frac{0,240}{0,107}\right)$$

$$pH = 7,17 \approx 7,2.$$

12 On dissout $m = 0,72g$ de benzoate de sodium C_6H_5COONa dans l'eau de manière à obtenir un volume $V = 100mL$ d'eau.

Le pK_A du couple acide benzoïque/ion benzoate vaut 4,2 à 25°C.

On rappelle que le produit ionique de l'eau vaut $1,0 \times 10^{-14}$ à 25°C

1.a- Ecrire l'équation de la dissolution du benzoate de sodium dans l'eau.

b- Ecrire l'équation (1) de la réaction de l'ion benzoate avec l'eau

c- Donner l'expression puis la valeur de la constante d'équilibre K_1 associée à l'équation de la réaction (1).

d- Calculer la concentration de la solution préparée.

2- On ajoute un volume V' de solution d'acide chlorhydrique de concentration molaire $c' = 0,10 mol.L^{-1}$ à la solution précédente. On obtient une solution S.

a- Ecrire l'équation de cette réaction (notée (2) en la justifiant.

b- Exprimer la constante d'équilibre associée à cette équation et calculer sa valeur; conclure.

c- Calculer le volume V' de solution d'acide chlorhydrique à ajouter pour que les concentrations molaires en acide benzoïque et en ion benzoate dans la solution *S* soient égales.

d- Quelle est la valeur du *pH* de la solution *S*?

Données:

• **masses molaires atomiques:**

M_C: $12g.mol^{-1}$; M_H: $1,0g\ mol^{-1}$; M_O: $16g.mol^{-1}$; M_{Na}: $23g.mol^{-1}$

Solution

1.a- Equation de dissolution:

$$C_6H_5COONa_{(S)} \xrightarrow{H_2O} C_6H_5COO^-_{(aq)} + Na^+_{(aq)}$$

b- Equation de réaction:

l'ion $C_6H_5COO^-$ est une base sur réaction avec l'eau s'écrit:

$$C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$
$$\rightleftarrows C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)}$$

c- Constante d'équilibre:

La constante d'équilibre associée au sens direct:

$$k_1 = \frac{[C_6H_5COOH][HO^-]}{[C_6H_5COO^-]} \cdot \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$k_1 = \frac{[C_6H_5COOH]}{[C_6H_5COO^-][H_3O^+]} . [HO^-].[H_3O^+]$$

$$k_1 = \frac{k_e}{k_A} = \frac{k_e}{10^{-pk_A}}$$

A.N.: $k_1 = \dfrac{10^{-14}}{10-4,2}$ $k_1 = 1,58.10^{-10}$

d- Calcul de la concentration C de la solution préparée.

par définition: $C = \dfrac{n}{V} = \dfrac{m}{M.V}$

avec: $M = M(C_6H_5COON_a) = 144g/mol$

donc: $C = \dfrac{0,72}{144.100.10^{-3}} = 0,05mol/L$

2.a- Equation de la réaction:

$$C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow C_6H_5COOH + H_2O_{(l)}$$

b- Constante d'équilibre:

On a: $K = \dfrac{[C_6H_5COOH]}{[C_6H_5COO^-][H_3O^+]} = \dfrac{1}{K_A}$

$K = 10^{pK_A} = 10^{4,2} = 1,58.10^4$. $K > 10^4$ la réaction est totale.

c- Calcul de V'.

On a H_3O^+ est réactif limitant

et on a: $[C_6H_5COO^-]_f = [C_6H_5COOH]_f$

$$\frac{CV - n(H_3O^+)}{V+V'} = \frac{n(H_3O^+)}{V+V'}$$

$$CV - C'.V' = C'.V' \;;$$

$$CV = 2C'.V'$$

$$V' = \frac{C.V}{2C'}$$

A.N.: $V' = \dfrac{0,05.100}{2.0,10} = 25mL$

d- La valeur du pH.

On a: $pH = pk_A + \log\dfrac{[C_6H_5COO^-]}{[C_6H_5COOH]}$

$$pH = pk_A = 4,2$$

13 La régulation du pH est essentielle dans le traitement de l'eau des piscines. En permanence analysé grâce à une sonde puis corrigé par une pompe (par injection de produit correcteur), le pH est maintenu automatiquement à son niveau idéal (7,2-7,6).

Données:

On considère toutes les solutions à 25°C.

Couples acide/base:

- $H_3O^+_{(aq)}/H_2O$ avec $pK_{A_1} = 0$;
- $H_2O/HO^-_{(aq)}$ avec $pK_{A_2} = 14$;
- acide hypochloreux/ions hypochlorite:

$HC\ell O_{(aq)}/C\ell O^-_{(aq)}$ avec $pK_{A_3} = 7,5$

I- Lors d'un contrôle de pH, la sonde mesure la valeur $pH = 8,5$. Le pH de cette eau, plus élevé que celui de l'humeur aqueuse de l'oeil humain, est responsable de l'irritation des yeux.

1- A ce pH, indiquer l'espèce prédominante du couple: $HClO_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$

2- Calculer le rapport des concentrations en ions hypochlorite et en acide hypochloreux lors de ce contrôle.

II- Pour rétablir la valeur du pH au niveau «idéal», la pompe injecte 0,10 mol d'acide chlorhydrique dans l'eau de la piscine, sans variation notable du volume V de l'eau contenue dans la piscine.

L'équation de la réaction associée à la transformation qui se produit est:

$$C\ell O^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow HC\ell O_{(aq)} + H_2O\,.$$

1- Exprimer la constante d'équilibre K de cette réaction en fonction de K_{A_3}. Calculer K.

2- L'état initial du système est défini ainsi:

- le volume de l'eau de la piscine est: $V = 1,0 \times 10^5 L$;
- on introduit 0,10 mol d'ions H_3O^+ par ajout d'acide chlorhydrique;
- le rapport $\frac{[ClO^-]_i}{[HClO]_i}$ est égal à celui calculé au $(I-2)$.

a- Calculer la concentration molaire effective initiale en ions H_3O^+ notée $[H_3O^+]_i$

b- Calculer le quotient de réaction initial $Q_{r,i}$.

3- Donner le sens d'évolution de la réaction d'équation 3.

4- A partir de l'expression de la constante d'acidité K_{A_3} du couple acide hypochloreux hypochlorite et du rapport $\frac{[ClO^-]_i}{[HClO]_i}$ montrer que le pH de l'eau de la piscine diminue.

Solution

I-

1- Espèce dominante

Le pH de la solution est tel que:

$pH > pk_{A_3}$, donc l'ion Clo^- prédomine, c'est-à-dire la base du couple:

$HClO/ClO^-$.

2- Calcul du rapport

L'expression de k_A s'écrit:

$$k_{A_3} = \frac{[ClO^-][H_3O^+]}{[HClO]}$$

donc: $\frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO^-]_{éq}} = \frac{k_{A_3}}{[H_3O^+]}$

$$= \frac{10^{-pk_{A_3}}}{10,pH} = 10^{pH-pK_{A_3}}$$

A.N.: $\frac{[ClO^-]_{éq}}{[HClO]_{éq}} = 10^{8,5-7,5} = 10$

II-

1- La constante d'équilibre K de la réaction s'exprime par:

$$K = \frac{[HClO]_{éq}}{[ClO^-]_{éq}.[H_3O^+]éq} = \frac{1}{K_{A_3}}$$

donc: $K = \frac{1}{10^{-pK_{A_3}}} = 10^{pK_{A_3}}$

Numériquement, avec $pK_{A_3} = 7,5$, nous trouvons: $K = 10^{7,5}$.

2.a- La concentration molaire effective initiale des ions oxonium est telle que:

$$[H_3O^+]_i = \frac{n(H_3O^+)_i}{V} = \frac{n_0 + n}{V}$$

où n_0 est la quantité de matière d'ions oxonium déjà présente dans la piscine de volume: $V = 1,0 \times 10^5 L$ lorsque le pH est à 8,5, et n la quantité de matière d'ions oxonium injectés avec l'acide chlorydrique, soit:

$n_0 = [H_3O^+]_0 V = 10^{-pH} V = 10^{-8,5} \times 10^5$

$= 1,0 \times 10^{-3,5} mol$

$n = 0,10 mol$.

Numériquement nous calculons:

$$[H_3O^+]_i = \frac{0,10 + 1,0 \times 10^{-3,5}}{1,0 \times 10^5} \approx \frac{0,10}{1,0 \times 10^5}$$

$[H_3O^+]_i \approx 1,0 \times 10^{-6} mol.L^{-1}$

b- Le quotient de réaction initial on a:

$$Q_{r,i} = \frac{[HClO]_i}{[ClO^-]_i.[H_3O^+]_i}$$

Numériquement, avec $\frac{[ClO^-]_i}{[HClO]_i} = 10$ d'après la question $(I,2)$, nous pouvons

calculer: $Q_{r,i} = \frac{1}{20} \times \frac{1}{1,0 \times 10^{-6}}$

$$Q_{r,i} = 1,0 \times 10^{5} .$$

3- Le système chimique:

dans une situation on a $Q_{r,i} < K$. donc évoluer dans le sens direct de l'écriture de l'équation de la réaction 3.

4- D'après l'expression de la constance d'acidité K_{A3} du couple $HC\ell O/C\ell O^-$:

$$K_{A3} = \frac{[C\ell O^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HC\ell O]_{éq}}$$

Nous pouvons donner l'expression du pH de l'eau de la piscine où ce couple est présent: $[H_3O^+]_{éq} = K_{A3}.\frac{[HC\ell O]_{éq}}{[C\ell O^-]_{éq}}$

$$-\log[H_3O^+]_{éq} = -\log K_{A3} - \log\frac{[HC\ell O]_{éq}}{[C\ell O^-]_{éq}}$$

$$pH = pK_{A3} + \log\frac{[C\ell O^-]_{éq}}{[HC\ell O]_{éq}} ;$$

donc:

$$pK_{A3} = pH - \log\frac{[C\ell O^-]_{éq}}{[HC\ell O]_{éq}} = cte$$

Or le sens d'évolution du système, suite à l'ajout d'acide chlorthydrïque, conduit à une augmentation de la concentration de $HC\ell O$ et à une diminution de la concentration de ClO^- puisque la réaction 3 va évoluer dans le sens direct.

Par conséquent, le rapport: $\frac{[C\ell O^-]_{éq}}{[HC\ell O]_{éq}}$ diminue, de même que:

$\log\frac{[C\ell O^{-1}]_{éq}}{[HC\ell O]_{éq}}$ va augmenter.

Nous en déduisons alors que le pH de l'eau de la piscine va diminuer puisque pK_{A3} est une constante qui ne dépend que de la température.

14 Au contact du CO_2 de l'air, une solution d'hydroxyde de sodium se dégrade.

En effet, le CO_2, associé à l'eau, constitue un acide qui réagit avec les ions hydroxyde HO^- contenus dans la soude pour former des hydrogénocarbonate HCO_3^- réagissent à leur tour avec les ions HO^- pour former des ions carbonate CO_3^{2-}. On dit que la soude se carbonate, car il se forme alors des cristaux brillants de carbonate de sodium Na_2CO_3.

1- Quelle particularité possèdent les ions HCO_3^-? Comment appelle-t-on une espèce qui possède cette particularité?

2- Ecrire l'équation de la réaction acido-basique entre le dioxyde de carbone dissous noté CO_2, H_2O et les ions hydroxyde contenus dans la soude, puis calculer sa constante d'équilibre K_1.

3- Ecrire l'équation de la réaction acido-basique entre les ions hydrogénocarbonate et les ions hydroxyde contenus dans la soude, puis calculer sa constante d'équilibre K_2.

4- En déduire l'équation de la réaction de formation des ions carbonate CO_3^{2-} à partir du dioxyde de carbone dissous CO_2, H_2O et des ions HO^- contenus dans la soude, puis calculer sa constante d'équilibre K en faisant apparaître les constante K_1 et K_2.

5- Le pH de la solution de soude est-il modifié lors de la carbonatation?

6- Quelle précaution doit-on prendre pour conserver une solution de soude?

Données:

$$pK_{A1} = pK_A(CO_2, H_2O/HCO_3^-) = 6,35$$
$$pK_{A2} = pK_A(HCO_3^-/CO_3^{2-}) = 10,3$$
$$pK_e = 1,0 \times 10^{-14}$$

Solution

1- La particularité:

D'après l'énoncé, l'ion HCO_3^- est à la fois la base du couple $CO_2, H_2O/HCO_3^-$ et acide du couple HCO_3^-/CO_3^{2-}.

L'ion HCO_3^- est donc un ampholyte.

2- Equation de la réaction:

$$CO_2, H_2O_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows HCO^-_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

La constante d'équilibre K_1 est donc donnée par:

$$K_1 = \frac{[HCO_3^-]_{éq}}{[CO_2, H_2O]_{éq} \cdot [HO^-]_{éq}}$$
$$= \frac{[HCO_3^-]_{éq}}{[CO_2, H_2O]_{éq} \times [HO^-]_{éq}} \times \frac{[H_3O^+]_{éq}}{[H_3O^+]_{éq}}$$

Donc:

$$K_1 = \frac{[HCO_3^-]_{éq} \times [H_3O^+]_{éq}}{[CO_2, H_2O]_{éq} \times K_e}$$
$$= \frac{K_A(CO_2, H_2O)}{K_e} = \frac{K_{A1}}{K_e} = \frac{10^{-pK_{A1}}}{10^{-pK_e}}$$

A.N.: $K_1 = \frac{10^{-6,35}}{10^{-14}} = 4,5 \times 10^7$

3- Equation de la réaction:

$$HCO^-_{3(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightleftarrows CO^{2-}_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

(K_2)

La constante d'équilibre s'écrit:

$$K_2 = \frac{[CO_3^{2-}]_{éq}}{[HCO_3^-]_{éq} \times [HO^-]_{éq}}$$

De même qu'à la question 2, on montre que: $K_2 = \frac{10^{-pK_{A2}}}{10^{-pK_e}}$

A.N.: $K_2 = \frac{10^{-10,3}}{10^{-14}} = 5,0 \times 10^3$

4- Equation de la réaction:

$$CO_2, H_2O + 2HO^-_{(aq)} \rightleftarrows CO^{2-}_{3(aq)} + 2H_2O_{(\ell)}$$

(K).

La constante d'équilibre s'écrit:

$$K = \frac{[CO_3^{2-}]_{éq}}{[CO_2, H_2O]_{éq} \times [HO^-]^2_{éq}}$$
$$= \frac{[CO_3^{2-}]_{éq}}{[CO_2, H_2O]_{éq} \times [HO^-]^2_{éq}} \times \frac{[HCO_3^-]_{éq}}{[HCO_3^-]_{éq}}$$

d'où:

$$K = \frac{[HCO_3^-]_{éq}}{[CO_2, H_2O]_{éq} \times [HO^-]_{éq}} \times \frac{[CO_3^{2-}]_{éq}}{[HCO_3^-]_{éq} \times [HO^-]_{éq}}$$
$$= K_1 \times K_2$$

A.N.: $K = 4,5 \times 10^7 \times 5,0 \times 10^3$
$$= 2,2 \times 10^{11}$$

5- pH de la solution:

Lors de la carbonatation, les ions HO^- contenus dans la soude sont consommés, donc leur concentration en solution diminue, ce qui entraîne une augmentation de la concentration en ions H_3O^+ en solution (puisque $[H_3O^+] = \frac{K_e}{[HO^-]}$).

La carbonatation provoque donc une acidification de la solution, autrement dit une diminution de son pH.

6- Protection:

Etant donné que la solution de soude se carbonate au contact de l'air, pour conserver une solution de soude, on doit donc veiller à la protéger de l'air, et donc la fermer hermétiquement, dans un flacon qui contient le moins d'air possible.

15 **I-** L'acide méthanoïque, couramment appelé acide formique, est un liquide piquant et corrosif qui existe à l'état naturel dans l'organisme des fourmis rouges.
Le graphique de la figure ci-après représente les courbes de distribution des espèces du couple acide méthanoïque/ion méthanoate.

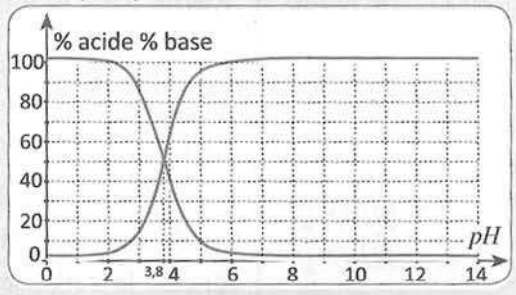
1- En quel point a-t-on $pH = pK_A$? Justifier. En déduire le pK_A du couple étudié.

2- Pour $pH = 5,0$, déterminer graphiquement les proportions des deux formes acide et basique.

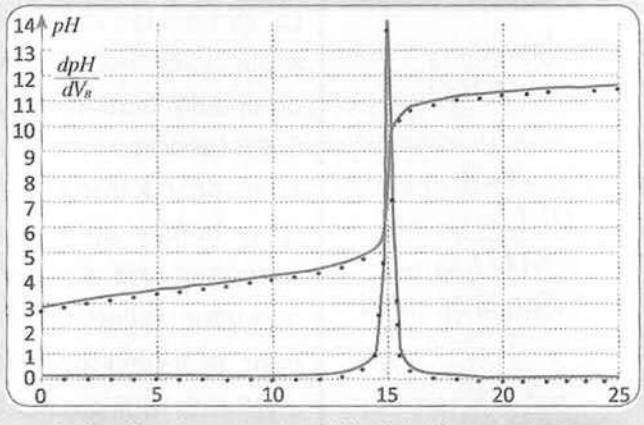
3- Déterminer graphiquement la valeur du pH tel que $[HCO_2H]_{éq} = 2[HCO_2^-]_{éq}$.
Pour ce faire, on pourra d'abord calculer la valeur du rapport:

$$\frac{[HCO_2H]_{éq}}{[HCO_2^-]_{éq} + [HCO_2H]_{éq}}$$

4- Trouve-t-on la valeur du pH qu'on obtiendrait en utilisant la relation liant pH et pK_A.



II- On verse dans un volume $V_A = 20,0mL$ de solution d'acide formique de concentration $C_A = 15,0mmol.L^{-1}$ et on y ajoute progressivement une solution de soude de concentration $C_B = 20,0mmol.L^{-1}$. Après chaque ajout, on mesure le pH. Un logiciel de traitement de données permet de tracer les courbes $pH = f(V_B)$ et $\frac{dpH}{dV_B} = g(V_B)$.



1- Ecrire l'équation de la réaction entre acide formique HCO_2H et l'ion hydroxyde HO^-.

2- Définir l'équivalence et calculer le volume de solution de soude nécessaire pour

atteindre l'équivalence.

3- Comment repérer le point d'équivalence en utilisant la courbe dérivée?

4- Préciser quel est le réactif limitant avant, puis après l'équivalence.

Solution

I-

1- Valeur du pK_A:

Pour le couple $HCOOH/HCOO^-$

On a: $pH = pK_A + \log\frac{[HCO_2^-]}{[HCO_2H]}$

à partir des courbes de distribution pour $[HCO_2^-] = [HCO_2H]$

On a: $pH = pK_A = 3,8$

2- Les proportions:

Pour $pH = 5$ on trouve:

$\%[HCO_2] = 94\%$ et $\%[HCO_2H] = 6\%$

3- Valeur du pH :

On a: $\frac{[HCO_2H]}{[HCO_2^-]+[HCO_2H]} = \frac{2[HCO_2^-]}{3[HCO_2^-]}$

$= \frac{2}{3}$

Donc:

$[HCO_2H] = \frac{2}{3}([HCO_2^-]+[HCO_2H])$

$= \frac{2}{3}.100\% = 67\%$

et: $[HCO_2^-] = \frac{1}{2}[HCO_2H] = 33\%$

Graphiquement on trouve: $pH = 3,5$

4- Valeur du pH :

On a:

$pH = pK_A + Log\frac{[HCO_2^-]}{[HCO_2H]}$

$pH = pK_A + Log\frac{[HCO_2^-]}{2[HCO_2^-]}$

$pH = 3,8 + Log\left(\frac{1}{2}\right)$; $pH \simeq 3,5$

II-

1- Equation de la réaction:

$HCO_2H_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow HCO^-_{2(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

2- Equivalence:

A l'équivalence, les réactifs ont été mélangés dans les proportions stoechiométriques de la réaction de titrage.

$n(H_2CO_2H) = n(HO^-)$

$C_AV_A = C_BV_{BE}$

$V_{BE} = \frac{C_AV_A}{C_B}$

A.N.: $V_{BE} = \frac{15.10^{-3}.20.10^{-3}}{20.10^{-3}}$

$V_{BE} = 15.10^{-3}L$

$= 15mL$

3- Point d'équivalence:

La courbe dérivée présente un pic, sa projection orthogonale sur l'axe des abscisses coupe la courbe du pH en E point d'équivalence.

$E\begin{cases} V_{BE} = 15mL \\ PH_E = 8 \end{cases}$

4- Réactif limitant:

- avant l'équivalence, c'est le réactif titrant HO^-.
- avant l'équivalence, c'est le réactif titré HCO_2H.

16 L'acide benzoïque, de formule $C_6H_5 - COOH$, est un solide blanc peu soluble dans l'eau; c'est un conservateur utilisé dans l'industrie alimentaire, en particulier dans les boisssons, où il est désigné par son code européen « $E210$ ».

I-

On dispose d'une solution A d'acide benzoïque de concentration:
$C_A = 1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$.

1- Quelle est la masse d'acide benzoïque utilisé pour préparer 500mL de solution A.

2- Rappeler les définitions d'un acide et d'une base.

Quelle est la formule de l'ion benzoate, base conjuguée de l'acide benzoïque?

3- Le pH de la solution A est égal à 3,1. S'agit-il d'un acide totalement ou faiblement dissociée dans l'eau?

4- Le pK_A du couple acide benzoïque/ion benzoate vaut $pK_{A1} = 4,20$ à 25°C.

a- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide benzoïque et l'eau.

b- Quelle est la valeur de la constante d'équilibre K_1 correspondante? Conclure.

c- Quelle est l'espèce chimique prédominante (acide benzoïque ou ion benzoate) dans la solution étudiée $(pH = 3,1)$?

II-

Dans un volume $V_A = 20mL$ de solution A, on verse progressivement une solution B de soude (ou hydroxyde de sodium) de concentration $C_B = 2,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$.

1- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide benzoïque et l'ion hydroxyde.

2- Cette réaction est-elle totale? Justifier.

Données:

- Produit ionique de l'eau: $K_e = 10^{-14}$ à $25°C$.
- Masses molaires atomiques: $M_H = 1,0g.mol^{-1}$; $M_C = 12g.mol^{-1}$; $M_O = 16g.mol^{-1}$.

Solution

II- 1- Calcul de la masse m:

On sait que: $C_A = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V}$

donc: $m = C_A.M.V$

A.N.: $m = 10^{-2}.122.500.10^{-3}$

$m = 0,605g$

2- Définitions:

- Acide de Bronsted ; toute espèce chimique capable de céder au moins un proton H^+.
- Base de Bronsted: toute espèce chimique capable de capter au moins un proton H^+.

l'ion benzoate a pour formule:

$$C_6H_5COO^-$$

3- Nature de l'Acide:

On sait que: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}}$

$$\tau = \frac{[H_3O^+].V}{C_A.V} = \frac{10^{-pH}}{C_A}$$

$$\tau = \frac{10^{-3,1}}{10^{-2}} = 0,079 = 7,9\%$$

$\tau < 1$: la dissociation de l'acide benzoïque n'est pas totale donc l'acide est faible.

4.a- Equation de la réaction:

$C_6H_5COOH_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftharpoons C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

b- Valeur de la constante d'équilibre:

Elle s'exprime:

$$K_1 = \frac{[C_6H_5COO^-][H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]}$$

$$K_1 = K_{A1} = 10^{-pK_A}$$

$$K_1 = 6,3.10^{-5}$$

c- Espèce prédominante:

On a: $pH = 3,1$ tel que $pH < pK_A$, donc

l'acide C_6H_5COOH domine la solution.

II.1- Equation de la réaction:

$C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow C_6H_5COO_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

2- Nature de la réaction:

La constante d'équilibre de la réaction est: $K = \frac{K_{A1}}{K_e} = 10^{pK_e - pK_A}$

A.N.: $K = 10^{14-4,2} = 6,3.10^9$

$K > 10^4$ donc la réaction est totale.

17 Le pH du sang doit être maintenu constamment à une valeur de 7,4. Un pH trop faible entraîne des spasmes des muscles respiratoires puis des convulsions tandis qu'un pH trop élevé entraîne une désorientation et des perturbations du fonctionnement du cœur. au- delà de 7 et en déçà de 7,7 le pronostic vital est engagé.

Pour maintenir le pH du sang entre 7,35 et 7,45, l'organisme dispose:

- d'une part, de tampons chimiques (le tampon principal étant celui composé par le couple H_2CO_3/HCO_3^-) qui agissent instantanément.
- d'autre part, des deux systèmes régulateurs qui sont l'appareil respiratoire (qui agit en quelques minutes) et l'appareil rénal (qui agit en quelques heures).

Nous considérons ici, par souci de simplicité, que l'acide carbonique H_2CO_3 et sa base conjuguée - l'ion hydrogénocarbonate ou bicarbonate - constituent le principal tampon chimique du sang et que le pK_A de ce couple est égal à 6,1.

1- Donner la formule chimique de l'ion hydrogénocarbonate.

2- Ecrire l'équation de la réaction chimique entre l'acide carbonique et l'eau.

3- Sachant qu'à $37°C$, le pK_e est égal à 13,72, déterminer la valeur du pH d'une solution neutre à cette température.

4- Tracer le diagramme de prédominance du couple H_2CO_3/HCO_3^- et en déduire quelle est la forme qui prédomine dans le sang.

5- Déterminer la valeur de la concentration en ions oxonium et en ions hydroxyde dans le sang lorsque celui-ci a un pH égal à 7,4.

6- Déterminer la valeur que doit avoir le rapport $\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]}$ pour que le pH du sang soit égal à 7,4.

Solution

1- L'ion hydrogénocarbonate: a pour formule HCO_3^- (l'acide carbonique H_2CO_3, en cédant un proton H^+, forme l'ion hydrogénocarbonate HCO_3^-).

2- Equation de la réaction de l'acide carbonique avec l'eau:

$H_2CO_{3(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows HCO_{3(aq)}^- + H_3O_{(aq)}^+$

3- pH de la solution neutre

Une solution neutre contient autant d'ions oxonium H_3O^+ que d'ions hydroxyde HO^-.

On a donc: $[H_3O^+] = [HO^-]$.

D'autre part, on a:

$[H_3O^+] \times [HO^-] = K_e$ d'où:

$[H_3O^+]^2 = K_e$

Et donc: $[H_3O^+] = \sqrt{K_e}$.

Le pH d'une solution neutre à 37°C est

donc donné par:

$$pH = -\log[H_3O^+] = -\log\left(K_e^{\frac{1}{2}}\right)$$
$$= \frac{1}{2} \times (-\log(K_e)) = \frac{1}{2} \times pK_e = 6,86$$

4- Diagramme de prédominance du couple: H_2CO_3/HCO_3^- :

H_2CO_3 prédomine | HCO_3^- prédomine

6,1 pH

Le pH du sang voisin de 7,4, il est supérieur au pK_A du couple: H_2CO_3/HCO_3^-, donc la forme qui prédomine dans le sang est l'ion hydrogénocarbonate HCO_3^-.

5- La concentration en ions oxonium H_3O^+ :

est donnée par:

$$[H_3O^+] = 10^{-pH} = 10^{-7,4} = 4,0 \times 10^{-8} mol.L^{-1}$$

La concentration en ions hydroxyde HO^- est donnée par:

$$[HO^-] = \frac{K_e}{[H_3O^+]} = \frac{10^{-13,72}}{4,0 \times 10^{-8}}$$
$$= 4,8 \times 10^{-7} mol.L^{-1}$$

6- Valeur du rapport:

On a: $$K_A = \frac{[HCO_3^-] \times [H_3O^+]}{[H_2CO_3]}$$

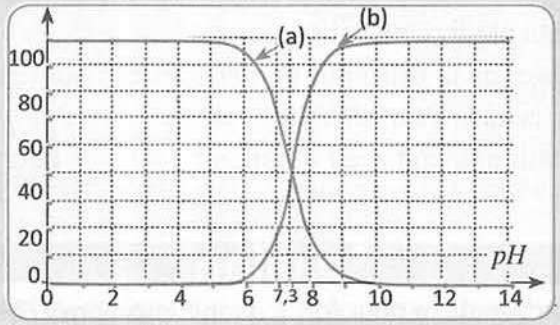
donc: $$\frac{[HCO_3^-]}{[H_2CO_3]} = \frac{K_A}{[H_3O^+]}$$
$$= \frac{10^{-pK_A}}{10^{-pH}}$$
$$= \frac{10^{-6,1}}{10^{-7,4}} = 20$$

Ce résultat confirme bien que l'espèce prédominante est l'ion HCO_3^- puisque:

$[HCO_3^-] = 20 \times [H_2CO_3]$.

18 **I-** L'acide hypochloreux a pour formule $ClOH$. Sa base conjuguée ClO^- est appelée ion hypochlorite.

La figure ci-dessous représente les proportions, exprimées en pourcentage, des formes acide et basique du couple $ClOH_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$ en fonction du pH.



1- Identifier les courbes (a) et (b) en déduire le pK_A du couple $ClOH_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$.

2- Sur un axe gradué en pH, placer les domaines de prédominance des espèces acide et basique du couple.

3- Ecrire l'équation de la réaction de l'acide hypocloreux avec l'eau.

II- On mélange un volume $V_1 = 20mL$ d'acide hypocloreux de concentration en soluté apporté $c = 1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ avec un volume $V_2 = 10mL$ d'une solution d'hydroxyde de sodium $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ de concentration en soluté apporté $c = 1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$. Le pH de la solution obtenue vaut 7,3.

1- Ecrire la réaction de l'acide hypochloreux avec l'ion hydroxyde.

2- Calculer le rapport $\frac{[ClO^-]}{[ClOH]}$ dans la solution obtenue.

3- Dresser le tableau d'évolution de la transformation chimique qui a lieu lors du mélange des deux solutions, déterminer l'avancement final de la transformation.

4- En déduire le taux d'avancement final de la réaction de l'acide hypochloreux avec l'ion hydroxyde. Conclure.

5- Exprimer la constante d'équilibre K associée à la réaction de l'acide hypochloreux avec l'ion hydroxyde en fonction de K_e et de la constante d'acidité K_A du couple $ClOH_{(aq)}/ClO^-_{(aq)}$. La calculer ensuite.

Donnée: $K_e = 10^{-14}$.

Solution

I-

1- Identification des courbes:

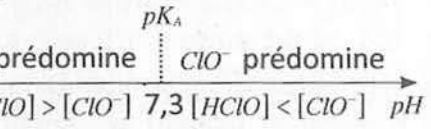
La courbe (a) représente la distribution de l'acide $HClO$ dans le mélange, alors que la courbe (b) représente la distribution de la base conjuguée ClO^-.

En proportion:

$$[HClO] = [ClO^-] = 50\%$$

Le $pH = pK_A$ graphiquement on trouve: $pK_A = 7,3$.

2- Diagramme de prédominance:



3- Equation de la réaction:

$$HClO_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} \rightleftarrows ClO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$$

II-

1- Equation de $HClO$ et HO^-:

$$HClO_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow ClO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

2- Calcul du rapport:

On a: $pH = pK_A + \log\frac{[ClO^-]}{[HClO]}$

Donc: $\frac{[ClO^-]}{[HClO]} = 10^{pH-pK_A}$

A.N.: $\frac{[ClO^-]}{[HClO]} = 10^{7,3-7,3} = 1$

3- Tableau d'avancement:

	$HClO + HO^- \rightarrow ClO^- + H_2O$				
$t = 0$	0	CV_1	CV_2	0	**Excès**
t_f	x_f	$CV_1 - x_f$	$CV_2 - x_f$	x_f	**Excès**

HO^- est le réactif limitant donc:

$x_{max} = CV_2$

L'avancement final de la réaction:

$$\frac{[ClO^-]}{[HClO]} = \frac{x_f}{C_1V_1 - x_f} = 1$$

$$2x_f = CV_1 \; ; \; x_f = \frac{CV_1}{2}$$

4- Valeur de τ:

On a: $\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = \frac{CV_1}{CV_2} = 1$

Donc la réaction est totale.

5- Constante d'équilibre:

Elle s'exprime:

$$K = \frac{[ClO^-]}{[HClO][HO^-]} \cdot \frac{[H_3O^+]}{[H_3O^+]}$$

$$K = \frac{K_A}{K_e} = \frac{10^{-pK_A}}{K_e}$$

A.N.: $K = \frac{10^{-7,3}}{10^{-14}} = 10^{14-7,3}$

$$K \simeq 5.10^6$$

$K > 10^4$ la réaction est totale.

19

• Le lactose est le sucre caractéristique du lait. Sous l'action d'enzymes, le lactose se transforme en acide lactique au cours du temps, augmentant l'acidité naturelle du lait.

• Acide lactique: formule semi-développée: $CH_3 - CHOH - COOH$

masse molaire: $90,0 g.mol^{-1}$.

• Le pK_A du couple acido-basique de l'acide lactique est égal à 3,8.

On notera HA l'acide lactique.

I- l'acide lactique:

1.1- Donner la formule semi-développée de l'ion lactique, base conjuguée de l'acide lactique.

1.2- Donner l'expression de la constante d'acidité K_A du couple acide lactique/ ion lactate. La mesure au laboratoire du pH d'une solution d'acide lactique de concentration c égale à $1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$ donne $pH = 2,9$.

On utilisera le tableau d'avancement.

2.1- Calculer la concentration en ions oxonium dans la solution.

2.2- Définir, puis calculer le taux d'avancement de la réaction de l'acide lactique avec l'eau. Conclure.

3.1- A partir des résultats expérimentaux précédents, calculer la valeur de la constante K_A du couple de l'acide lactique, puis celle de son pK_A.

3.2- Quelle peut être la cause du léger écart observé avec la valeur donnée dans le texte?

II- Dosage de l'acide lactique dans un lait:

On introduit dans un erlenmeyer $20,0mL$ d'un échantillon de lait et quelques gouttes de phénolphatéléine.

On ajoute progressivement une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $5,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$. Le changement de couleur du milieu réactionnel est observé pour un volume de solution d'hydroxyde de sodium ajouté égal à $9,2mL$.

1- Faire le schéma annoté du montage expérimental.

2.1- Ecrire l'équation de la réaction entre l'acide lactique et l'ion hydroxyde (HO^-).

2.2- Utiliser le tableau d'avancement pour déterminer la concentration molaire en acide lactique du lait étudié.

3- La concentration en acide lactique d'un lait frais ne doit pas dépasser $1,8 g.L^{-1}$.

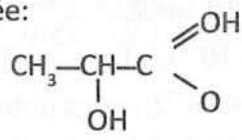
Conclure quand à la fraîcheur du lait étudié.

Solution

I-

1.1- ion lactate:

L'ion lactate résulté de la perte d'un proton H^+ de la fonction acide carboxylique de l'acide lactique, d'où sa formule semi-developpée:



1.2- Par définition, la constante d'acidité K_A du couple acide lactique / ion lactate est la constante d'équilibre associée à l'équation de la réaction de l'acide lactique avec l'eau: $HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+$

Donc: $K_A = \dfrac{[A^-]_{éq}.[H_3O^+]_{éq}}{[HA]_{éq}}$

2.1- La définition du pH vue nous permet de calculer la concentration molaire de la solution en ions oxonium:

$$pH = -\log[H_3O^+]_{éq} \ ;$$

donc: $[H_3O^+]_{éq} = 10^{-pH}$

ce qui conduit numériquement, avec $pH = 2,9$, à: $[H_3O^+]_{éq} = 1,3 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$

2.2- Le taux d'avancement final τ d'une réaction chimique est défini par: $\tau = \dfrac{x_f}{x_{max}}$

Complétons le tableau d'évolution du système chimique en notant V le volume de la solution d'acide lactique:

Equation chimique		$HA_{(aq)} + H_2O_{(\ell)} = A^-_{(aq)} + H_3O^+$			
Etat du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	$x = 0$	CV	Excès	0	0
Etat intermédiaire	x	$CV - x$	Excès	x	x
Etat final	x_f	$CV - x_f$	Excès	x_f	x_f

L'avancement final de la réaction s'exprime alors:

$x_f = [H_3O^+]_{éq}.V$; soit: $x_f = 10^{-pH}.V$

et son avancement maximal est tel que:

$\tau = \dfrac{10^{-pH}}{c}$ Numériquement, avec $pH = 2,9$ et $c = 1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$, nous calculons: $\tau = 0,13$

Puisque $\tau < 1$, la transformation n'est que limitée (ou partielle).

3.1- Valeur de K_A :

Détaillons l'expression de la constante d'acidité K_A en utilisant le tableau d'évolution du système chimique:

$$K_A = \frac{\dfrac{\left(\dfrac{x_f}{V}\right)^2}{\dfrac{(CV - x_f)}{V}}}{} = \frac{[H_3O^+]^2_{éq}}{C - [H_3O^+]_{éq}}$$

Donc: $K_A = \dfrac{10^{-2 \times pH}}{C - 10^{-pH}}$

Numériquement, avec $pH = 2,9$ et: $c = 1,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$, nous calculons:

$K_A = 1,8 \times 10^{-4}$ soit:

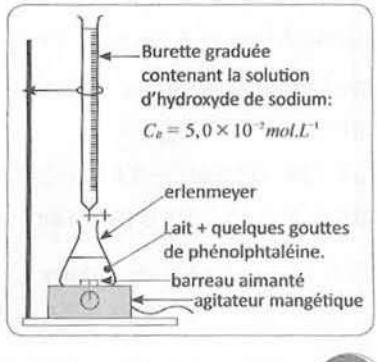
$pK_A = -\log K_a = 3,7$.

3.2- L'écart:

Le faible écart relatif ($< 3\%$) entre la valeur 3,7 déterminée expérimentalement et celle de 3,8 donnée dans le texte provient de la faible précision des mesures de pH.

II-

1- Le montage expérimental est le suivant:



2.1- Equation de la réaction:

L'équation de la réaction de dosage s'écrit:

$$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \rightarrow A^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$$

2.2- Détermination de la concentration C':

Complétons le tableau d'évolution du système chimique lors du dosage en notant c' la concentration molaire en acide lactique du lait étudié, V' le volume de l'échantillon prélevé, et V_{BE} le volume de soude versé à l'équivalence:

Equation chimique		$HA_{(aq)} + HO^-_{(aq)} = A^-_{(aq)} + + H_2O_{(\ell)}$			
Etat du système	Avancement (mol)	Quantités de matière (mol)			
Etat initial	$x = 0$	$C'V'$	C_BV_{BE}	0	Excès
Etat intermédiaire	x	$C'V' - x$	$C_BV_{BE} - x$	x	Excès
Etat final à l'équivalence	$x_f = x_E$	$C'V' - x_E$	$C_BV_{BE} - x_E$	x_E	Excès

A l'équivalence les quantités de matière des réactifs titrant et à titrer sont nulles, d'où: $n(HA)_E = C'V' - x_E = 0$;

donc: $x_E = C'V'$.

et: $n(HO^-)_E = C_BV_{BE} - x_E = 0$;

donc: $x_E = C_BV_{BE}$

L'égalisation des deux expressions de l'avancement à l'équivalence x_E nous donne alors:

$C'V' = C_BV_{BE}$ donne: $C' = \dfrac{C_BV_{BE}}{V'}$.

A.N:

$C_B = 5,0 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$,

$V_{BE} = 9,2 \times 10^{-3} L$ et

$V' = 20,0 \times 10^{-3} L$, nous obtenons:

$C' = 2,3 \times 10^{-2} mol.L^{-1}$

$= 23 mmol.L^{-1}$

3- Fraîcheur du lait:

Exprimons la concentration massique C'_m du lait étudié en acide lactique:

$C'_m = C'.M(HA)$ qui conduit numériquement, avec $C' = 23 \times 10^{-3} mol.L^{-1}$ et: $M(HA) = 90,0 g.mol^{-1}$, à:

$$C'_m = 2,1 g.L^{-1} > 1,8 g.L^{-1}.$$

Le lait étudié n'est donc plus frais car sa concentration massique en acide lactique dépasse $1,8 g.L^{-1}$.

20 On prépare une solution aqueuse en introduisant dans de l'eau distillée une quantité de matière $n_0 = 12 mmol$ d'acide benzoïque C_6H_5COOH et la même quantité n_0 de méthanoate de sodium $NaHCOO$ composé ionique très soluble dans l'eau.

Données: $pK_A(C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-) = pK_{A_1} = 4,2$

$pK_A(HCOOH/HCOO^-) = pK_{A_2} = 3,8$

La solution obtenue a un volume constant $V = 200 mL$.

1- Ecrire l'équation de la réaction ayant lieu dans la solution entre les espèces introduites.

2- Calculer la constante d'équilibre K associée à cette équation.

3- Montrer que le taux d'avancement final de cette réaction peut s'écrire:

$\tau = \dfrac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$. Calculer sa valeur.

Solution

1- $C_6H_5COOH + HCOO^- \rightleftharpoons C_6H_5COO^- + HCOOH$

2-

$$K = \frac{[C_6H_5][HCOOH]}{[C_6H_5COOH][HCOO^-]}$$

$$K = \frac{[C_6H_5COO^-][H_3O^+]}{[C_6H_5COOH]} \cdot \frac{[HCOOH]}{HCOO^-.H_3O^+}$$

$$K = \frac{K_{A_1}}{K_{A_2}}$$

$$K = 10^{pK_{A_2} - pK_{A_1}} = 10^{3,8-4,2} \simeq 0,4$$

3- Utilisons pour simplifier l'équation suivante:

	$A_1 + B_2 \longrightarrow B_1 + A_2$			
Etat initial	n_0	n_0	0	0
Etat final	$n_0 - x_f$	$n_0 - x_f$	x_f	x_f

$x_f = \tau x_{max}.\tau = n_0.\tau$

À l'état final: $[B_1] = [A_2] = \frac{n_0\tau}{V}$

$$[A_1] = [B_2] = \frac{n_0 - x_f}{V}$$

$$= \frac{n_0(1-\tau)}{V}$$

$$K = \frac{[B_1][A_2]}{[A_1][B_2]} = \frac{\left(\frac{n_0.\tau}{V}\right)^2}{\left(\frac{n_0(1-\tau)}{V}\right)^2}$$

$$K = \left(\frac{\tau}{1-\tau}\right)^2$$

$$\frac{\tau}{1-\tau} = \sqrt{K}\,,\ \tau = \sqrt{K} - \tau\sqrt{K}$$

$$\tau = \frac{\sqrt{K}}{1+\sqrt{K}}$$

$$= 0,53$$

21 Dosage de l'aspirine

On dissout un comprimé d'aspirine dans de l'eau, additionnée d'éthanol pour faciliter la dissolution. On obtient 500mL de solution.

On dose 100 mL de cette solution par de la soude de concentration:

$$C_b = 5,00.10^{-2} mol.L^{-1}$$

Le volume à l'équivalence est de $11,1mL$.

Données: $M_{asp} = 180g.mol^{-1}$

1- La solution à l'équivalence est -elle acide ou basique? justifier.

2- Déterminer la quantité de matière de l'acide acétylsalicylique dosée.

3- Déterminer la masse de cet acide contenue dans le comprimé.

4- Les comprimés d'aspirine en pharmacie portent les indication 250,500 et 1000 Ces nombres représentent la masse en mg de produit actif (acide acétylsalicylique) contenue dans un comprimé.

Quelle est l'indication du comprimé dosé?

Solution

1- Le dosage a été effectué à l'aide d'une solution basique, la solution dosée est donc acide et l'aspirine est un acide de Brönsted. A l'équivalence cet acide est neutralisé et remplacé par sa base conjuguée qui donne au mélange un caractère basique ($pH > 7$).

2- $n_A = C_A V_A = C_B V_{BE} = 5.10^{-2}.11,1.10^{-3}$

$= 5,55.10^{-4} mol$

3- Dans le volume dosé $V_A = 100mL$ on a:

$m = n_A.M = 9,99.10^{-2} g$

Dans le volume $V = 500mL$ contenant $m_C = n_C.M$ de comprimé dissous on a:

$$m_C = n_C.M = C_A.V.M = \frac{n_A}{V_A}.V.M$$
$$= \frac{5,55.10^{-4}}{100}.500.180 = 0,4995g$$

4- Cette masse vaut à peu près $500mg$, et le comprimé est de type 500.

22 La formule générale des acides carboxyliques est: $C_nH_{2n+1}COOH$ où n est un nombre entier. On prépare une solution S_A d'un acide carboxylique en dissolvant une masse $m = 450mg$ de cet acide. On ajuste à l'aide de l'eau distillée le volume de la solution à $V_0 = 500mL$. On prélève de S_A un volume $V_A = 10mL$ et on le dose à l'aide d'une solution S_B d'hydroxyde de sodium $(Na^+_{(aq)} + HO^-_{(aq)})$ de concentration $C_B = 10^{-2}mol.L^{-1}$.

L'équivalence est obtenue lorsque le volume versé est $15mL$.

Données: $M(H) = 1g.mol^{-1}$; $M(C) = 12g.mol^{-1}$; $M(O) = 16g.mol^{-1}$

1- Ecrire l'équation de la réaction de ce dosage.

2- Calculer la concentration molaire C_A de la solution S_A; puis montrer que la formule de l'acide carboxylique est CH_3COOH.

3- On prend un volume V de la solution S_A, on mesure le pH à $25°C$ et l'on trouve $pH = 3,3$.

3.1- A l'aide d'un tableau d'avancement, exprimer l'avancement x_f de la réaction de l'acide avec l'eau, en fonction de pH et V, puis établir l'expression:

$\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]} = -1 + C_A.10^{pH}$; les concentrations sont à l'équilibre.

3.2- En déduire pK_{A_2} correspondant au couple CH_3COOH/CH_3COO^-.

Solution

1- $C_nH_{2n+1}COOH_{(aq)} + H_2O \longrightarrow$ $C_nH_{2n+1}COO^-_{(aq)} + H_3O^+_{(aq)}$

2- $C_A = \frac{C_BV_{BE}}{V_A} = \frac{10^{-2}.15}{10}$

$= 1,5.10^{-2}mol.L^{-1}$

$C_A = \frac{n}{V} = \frac{m}{M.V_0}$; $M = \frac{m}{C_A.V_0}$

$M = \frac{450.10^{-3}}{1,5.10^{-2}.0,5} = 60g.mol^{-1}$

Or: $M = M(C_nH_{2n+1}COOH) = 14n + 46$

$n = \frac{M-46}{14} = \frac{60-46}{14} = 1$

Il s'agit donc de CH_3COOH.

3.1-

$CH_3COOH + H_2O \longrightarrow CH_3COO^- + H_3O^+$			
C_AV	excès	0	0
$C_AV - x_f$	excès	x_f	x_f

$+ x_f = n_f(H_3O^+) = [H_3O^+].V$

$= 10^{-pH}.V$

$[CH_3COO^-] = \frac{x_f}{V} = 10^{-pH}$

$[CH_3COOH] = \frac{C_AV - x_f}{V}$

$= C_A - 10^{-pH}$

alors: $\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]} = \frac{C_A - 10^{-pH}}{10^{-pH}}$

$\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]} = \frac{C_A - 10^{-pH}}{10^{-pH}}$

$= C_A.10^{pH} - 1$

3.2- $pH = pK_A + \log\frac{[CH_3COO^-]}{[CH_3COOH]}$

$pK_A = pH + \log\frac{[CH_3COOH]}{[CH_3COO^-]}$

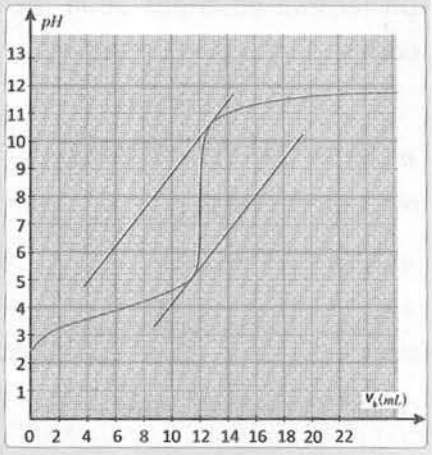
$pK_A = pH + \log(C_A.10^{pH} - 1)$

$pK_A = 3,3 + \log(1,5.10^{-2}.10^{3,3} - 1)$

$pK_A \simeq 4,76$

23 L'objectif de cet exercice est le dosage d'une solution d'acide benzoïque et la détermination de la valeur du pK_A du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$

On dose une solution (S) d'acide benzoïque de volume $V = 15,2mL$ et de concentration c avec une solution d'hydroxyde de sodium de concentration $c_b = 2,0.10^{-1} mol.L^{-1}$.



1- Écrire l'équation de la réaction du dosage.

2- On obtient au cours de ce dosage l'évolution du pH de la solution en fonction du volume V_b de la solution d'hydroxyde de sodium ajouté (voir figure)

2.1- Déterminer la concentration de la solution de l'acide benzoïque.

2.2- Déterminer le pH du mélange à l'équivalence.

2.3- On dispose de deux indicateurs colorés indiqués dans le tableau suivant:

L'indicateur	Zone de virage
Hélianthine	$3,2 - 4,4$
Phénolphtaléine	$8,2 - 10,0$

Choisir l'indicateur coloré qui convient à ce dosage.

Justifier votre choix.

3- On considère le mélange obtenu lorsque le volume versé est $V_b = \frac{1}{2}V_{bE}$ (demi-équivalence).

On considère que la réaction du dosage est totale.

3.1- Montrer que dans ce mélange l'acide benzoïque est à moitié neutralisé.

3.2- En déduire la valeur du pK_A du couple $C_6H_5COOH/C_6H_5COO^-$.

4- On considère maintenant le mélange lorsque $V_b = 0$ et on néglige la concentration des ions H_3O^+ devant celle de l'acide benzoïque.

4.1- Exprimer dans ce mélange pK_A en fonction de pH et C.

4.2- Retrouver la valeur de pK_A.

Solution

1- $C_6H_5COOH_{(aq)} + HO^-_{(aq)} \longrightarrow C_6H_5COO^-_{(aq)} + H_2O_{(\ell)}$

2.1- Le volume à l'équivalence est:

$$V_{bE} = 12mL$$

$$C = \frac{C_6V_{bE}}{V} = \frac{2,0.10^{-1}.12}{15,2} = 0,16mol.L^{-1}$$

2.2- $pH_E \simeq 8,4$

2.3- L'indicateur coloré qui convient à ce dosage est le phénolphtaléine, car sa zone de virage comprend la valeur $pH_E = 8,4$.

3.1- Pour simplifier, on symbolise

C_6HCOOH par AH.

La quantité de matière de cet acide dans l'échantillon à doser est: $n_0 = C.V$.

Un tableau descriptif de la réaction du dosage donne au moment où:

$$V_b = \frac{1}{2}V_{bE}$$

$n(AH) = CV - x_f = CV - x_{max}$; car la réaction est totale;

$n(AH) = CV - C_bV_b$; (HO^- limitant: $x_{max} = C_bV_b$),

alors: $n(AH) = CV - \frac{1}{2}C_bV_{bE}$;

Or: $C_bV_{bE} = C_aV_a$; donc:

$$n(AH) = CV - \frac{1}{2}CV$$
$$= \frac{1}{2}CV$$
$$= \frac{1}{2}n_0$$

3.2- Le tableau descriptif donne également:

$$n(A^-) = x_f = x_{max} = C_bV_b = \frac{1}{2}CV = \frac{1}{2}n_0$$

Donc: $[A^-] = [AH]$ et par suite:

$$K_A = [H_3O^+]$$

alors: $pK_A = pH$

La courbe donne pour $V_b = 6mL$:

$pH = 4,2$ d'où: $pK_A = 4,2$

4.1- Lorsque $V_b = 0$; le mélange n'est autre que la solution S d'acide benzoïque dont le pH est donné par la courbe: $pH \simeq 2,5$.

Dans cette solution les ions H_3O^+ sont dus à la dissociation de C_6H_5COOH dans l'eau.

$C_6H_5COOH + H_2O \longrightarrow C_6H_5COO^- + H_3O^+$			
$n_a = CV$	excès	0	0
$CV - x_f$	excès	x_f	x_f

La constante d'équilibre de ce couple est:

$$K_A = \frac{[A^-][H_3O^+]}{[AH]} = \frac{[H_3O^+]^2}{C - [H_3O^+]} \approx \frac{[H_3O^+]^2}{C}$$
$$10^{-pK_a} = \frac{10^{-2pH}}{C}$$
$$10^{2pH - pK_A} = \frac{1}{C}$$
$$2pH - pK_A = -\log C$$
$$pK_A = 2pH + logC$$
$$= 2.2,5 + log(0,16)$$
$$= 4,2$$

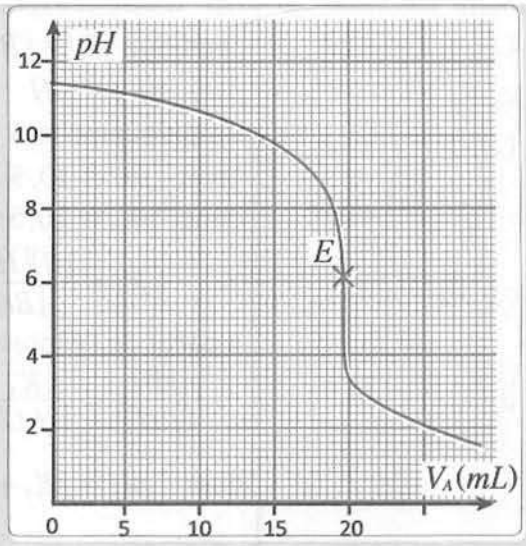
24 On prépare une solution aqueuse S_0 de volume $V_0 = 250mL$ en dissolvant une masse $m_0 = 3,1g$ d'une base B de formule $C_nH_{2n+1}NH_2$ dans de l'eau distillée.

- On dilue S_0 quarante fois et on obtient une solution S_B de concentration molaire C_B
- On prélève un volume $V_B = 10mL$ de (S_B) et on le dose à l'aide d'une solution S_A d'acide chlorhydrique $(H_3O^+_{(aq)} + Cl^-_{(aq)})$ de concentration $C_A = 5mmol.L^{-1}$.

Le suivi de pH du mélange au cours de ce dosage a conduit à la courbe de la figure suivante.

1- Ecrire l'équation de la réaction de ce dosage.

2- La réaction d'un dosage doit remplir trois critères. Lesquels?



3- On considère le mélange lorsque le volume versé est $V_A < V_{AE}$; V_{AE} étant le volume de la solution S_A nécessaire à l'équivalence:

- Montrer que le taux d'avancement final de la réaction de ce dosage s'écrit:

$$\tau = 1 - \frac{V_A + V_B}{C_A V_A}.10^{-pH}$$

- Calculer τ pour $V_A = 5mL$. Conclure.

4- Déterminer la valeur de la concentration C_0.

5- En déduire la formule de la base B, sachant qu'elle figure parmi les propositions suivantes:

Composé	CH_3NH_2	$C_2H_5NH_2$	$C_3H_7NH_2$
Masse molaire en $g.mol^{-1}$	31	45	59

6- En étudiant le mélange lorsque $V_A = \frac{1}{2}V_{AE}$; déterminer le pK_A du couple BH^+/B.

7- Quel volume V_A doit-on verser pour que l'acide BH^+ soit seize fois plus concentré que sa base conjuguée dans le mélange?

Solution

1- $C_nH_{2n+1}NH_{2(aq)} + H_3O^+_{(aq)} \longrightarrow C_nH_{2n+1}NH^+_{3(aq)} + H_2O$

2- La réaction d'un dosage doit être rapide, totale et sélective; c'est-à-dire que l'espèce dosante (H_3O^+) réagit avec une seule espèce: l'espèce à doser.

3-

	$B + H_3O^+ \longrightarrow BH^+ + H_2O$			
$x = 0$	C_BV_B	C_AV_A	0	excès
x_f	C_BV_B	$C_AV_A - x_f$	x_f	excès

Lorsque $V_A < V_{AE}$; le mélange se trouve avant l'équivalence, la base B à doser

n'est pas complètement éliminée, le réactif limitant est H_3O^+ ; $x_{max} = C_A V_A$

On a: $n_f(H_3O^+) = C_A V_A - x_f$;

d'où: $x_f = C_A V_A - n_f(H_3O^+)$

$$\tau = \frac{x_f}{x_{max}} = 1 - \frac{(V_A + V_B)}{C_A V_A}.10^{-pH}$$

$$\tau = 1 - \frac{15}{5.10^{-3}.5}.10^{-11} \simeq 1$$

réaction totale.

4- $C_0 = 40C_B = 40.\frac{C_A V_{AE}}{V_B}$

$= 0,4 mol.L^{-1}$

5- $C_0 = \frac{m_0}{V_0} = \frac{m_0}{M.V_0}$;

$M = \frac{m_0}{C_0.V_0} = 31 g/mol$

il s'agit du composé de formule: CH_3NH_2

6- La réaction est totale et H_3O^+ est le réactif limitant:

$$x_f = x_{max} = C_A V_A = \frac{1}{2} C_A V_{AE}$$

$$= \frac{1}{2} C_B V_B$$

d'où: $n(BH^+) = x_f = \frac{1}{2} C_B V_B$

$$n(B) = C_B V_B - x_f = \frac{1}{2} C_B V_B$$

donc: $[BH^+] = [B] = \frac{1}{2} \cdot \frac{C_B V_B}{V_A + V_B}$

On utilise l'expression de K_A et la condition $[B] = [BH]$: $K_A = [H_3O^+]$;

d'où: $pK_A = pH$

Graphiquement: à $V_A = \frac{1}{2} V_{AE}$

on a: $pH = 10,5$

donc: $pK_A = 10,5$

7- $K_A = \frac{[B][H_3O^+]}{[BH^+]}$

A partir de l'expression de K_A.

$$\frac{[B]}{[BH^+]} = \frac{K_A}{[H_3O^+]} = 10^{pH - pK_A}$$;

donc: $pH = pK_A + \log\frac{[B]}{[BH^+]}$ $_A$ 1

$$pH = pK_A + \log\frac{[B]}{[BH^+]}$$

$$= pK_A + \log\frac{1}{16}$$

$$= 9,3$$

sur la courbe on lit: $V_A \simeq 16,5 mL$.

Proétudes.blogspot.com
PROÉTUDES
Surfer en toute confiance

Tous droits réservés

EDITIONS Plus
إديسيون بلوس

MAXI SCIENCES PHYSIQUES
PHYSIQUE & CHIMIE (TOME 1)
2ème année du baccalauréat
Sciences expérimentales
PC-Biof
4ème édition: 2021
Dépôt légal: 2018MO1408
ISBN: 978-9954-682-63-0



LIBRAIRIE ES-SALAM AL-JADIDA

31/34 Place My Youssef - Habouss - Casablanca
Tel.: 05-22-30-40-16 / 05-22-30-37-11
Fax: 05-22-44-10-47
E-mail: lib.essalam@gmail.com
lib.essalam@hotmail.fr - lib.essalam@menara.ma
www.librairieessalam.com

Prix de vente public:
80,00 DH

ISBN 978-9954-682-63-0
9 789954 682630