

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 1979

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures COEF: 3

EXERCICE I : (4 points)

1°) Trouver la racine évidente de l'équation : $y^3 - 3y^2 + 2 = 0$.

Résoudre cette équation dans $\mathbb{R}$.

2°) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système :

$$\begin{cases} x + y = 3 \\ \log_4 x + \log_2 y = \frac{1}{2} \end{cases}$$

EXERCICE II : (6points)

Un marchand d'appareils ménagers vend le même jour quatre réfrigérateurs identiques garantis pour cinq ans. La probabilité pour qu'un réfrigérateur de ce type n'ait pas de panne pendant la période de garantie est 0,9. On suppose que les réfrigérateurs tombent en panne indépendamment les uns des autres. Calculer, à 10^{-4} près par défaut, la probabilité pour que :

1°) les quatre réfrigérateurs n'aient pas de panne pendant la période de garantie.

2°) deux réfrigérateurs, et deux seulement, tombent en panne pendant la période de garantie.

PROBLEME : (10 points)

A- On considère la fonction g de la variable réelle x définie par : $g(x) = x^2 - 1 + \ln x$

1) Dresser le tableau des variations de $g(x)$. Déduire de ce tableau que

L'équation $g(x) = 0$ a pour unique solution $x = 1$.

2) Déterminer le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x .

B- On considère la fonction f de la variable réelle x définie par : $f(x) = (x - 1) - \ln x$

Soit (C_f) la courbe représentative de f dans un repère orthonormé.

1) Déterminer l'ensemble de définition de f ;

2) Montrer que (C_f) admet une asymptote oblique. Donner les équations des asymptotes à la courbe (C_f) .

3) Etudier les variations de $f(x)$ et construire (C_f) .

4) Soit F la fonction de la variable réelle x définie par $F(x) = (\ln x)^2$.

Calculer $F'(x)$; en déduire une primitive de f .

5) Calculer l'aire du domaine plan limité par (C_f) , l'asymptote oblique et les droites d'équations : $x = e$ et $x = e^2$.

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 1984

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF:

3

Exercice 1 :(4 points)

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par son terme général : $U_n = \frac{(-1)^n \times 5}{2^n}$

1°) Calculer U_1 ; U_2 ; U_3 ; U_4 ; U_5 .

2°) Montrer que cette suite est une suite géométrique dont on précisera la raison

3°) Exprimer U_n en fonction de U_1 et de n .

4°) Calculer $\sum_{i=1}^9 U_i$ et donner une valeur approchée à 10^{-2} près.

Exercice 2 :(4 points)

Un instituteur s'occupe d'une classe de 12 élèves (5 filles et 7 garçons) parmi lesquels l'élève Mamadou. Il a confectionné une fiche pour chaque élève. Le matin en entrant dans sa classe, il tire simultanément au hasard trois fiches d'élèves pour les interroger.

1) Quelle est la probabilité pour que :

a) Mamadou soit interrogé parmi les trois élèves ?

b) Au moins deux filles soient interrogées ?

2°) Soit X la variable aléatoire numérique égale au nombre de filles interrogées. Déterminer la loi de probabilité de X ainsi que son espérance mathématique et sa variance.

Problème :(12 points)

On considère dans $\mathbb{C}$, ensemble des nombres complexes, l'équation :

(E) : $iz^2 - (m^3i + 1)z + m^3 = 0$ où z est l'inconnue et m un paramètre complexe.

1°) Résoudre (E) pour $m = 1$.

2°) a) Calculer $(m^3i - 1)^2$.

Résoudre l'équation (E) dans le cas général.

b) Pour quelles valeurs de m , les solutions Z_1 et Z_2 de (E) sont-elles conjuguées ? Exprimer ces valeurs de m sous forme trigonométriques et sous forme algébrique.

3°) On pose $m = -3 - 2i$.

a) Résoudre l'équation (E) et exprimer les solutions Z_1 et Z_2 sous forme trigonométrique et sous forme algébrique.

b) Trouver les valeurs de $n \in \mathbb{N}^*$ telles que $(Z_1 \times Z_2)^n$ est un nombre réel .

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 1986

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF:

3

Exercice 1 :(5 points)

On considère la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}$ par
$$\begin{cases} U_n = \frac{1}{4}U_{n-1} + 3 \\ U_0 \text{ donné} \end{cases}$$

1°) Etudier le cas où $U_0 = 4$.

2°) On suppose $U_0 \neq 4$. Montrer qu'il existe une suite géométrique (W_n) telle que $U_n - W_n$ soit indépendante de n .

Exprimer U_n en fonction de n et U_0 .

En déduire la limite de (U_n) lorsque n tend vers $+\infty$.

Exercice 2 :(5 points)

Soit f la fonction de $\mathbb{C}$ dans lui même définie par

$$f(z) = z^2 + (1 - 5i)z^2 - 2(5 + i)z + 8i$$

1°) Calculer $f(2i)$; en déduire une factorisation de $f(z)$.

Résoudre dans $\mathbb{C}$, $f(z) = 0$ et calculer le module et l'argument de chacune des solutions.

3°) Soient $z_1 ; z_2 ; z_3$ les solutions de $f(z) = 0$ avec z_2 seule racine d'argument

$\frac{\pi}{2}$ modulo 2π . Etablir que : (z_1, z_2, z_3) et (z_3, z_2, z_1) sont des suites géométriques dont on déterminera la raison.

Problème :(10 points)

Une urne contient quatre jetons portant les numéros différents :

1 ; 2 ; 3 ; α , ($\alpha \in \mathbb{N}$). Les probabilités d'extraire les jetons 1 , 2 , 3 et α sont respectivement P_1 ; P_2 ; P_3 ; P_α . on suppose que P_1 ; P_2 ; P_3 ; P_α dans cet ordre sont quatre termes consécutifs d'une suite arithmétique de raison $\frac{1}{2}$.

1°) Calculer P_1 ; P_2 ; P_3 ; P_α .

2°) Soit X la variable aléatoire réelle qui associe au tirage d'un jeton, le numéro de ce jeton.

Calculer α sachant que l'espérance mathématique de X est égale à $\frac{53}{12}$.

3°) Déterminer la fonction de répartition de la variable aléatoire X .

Représenter graphiquement cette fonction de répartition.

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juillet. 1998

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF:

3

EXERCICE 1 : (5 points)

1- Simplifier l'expression : $E = \frac{e^{2x+1}}{e^{2x-1}}$

2- a) On considère la suite numérique (U_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N} \quad U_n = e^{2n-1}$.

b) Calculer $U_0, U_1, U_2, U_3, U_{n+1}$.

c) Démontrer que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

d) Exprimer en fonction de n , la somme $S_n = \sum_{i=0}^n U_i = U_0 + U_1 + \dots + U_n$. Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.

e) Trouver la valeur minimum de n telle que $S_n \geq 10$.

NB : On donne : $e = 2,7$; $e^2 = 7,3$; $e^3 = 19,7$; $\ln 171 = 5,14$.

3- Soit (V_n) la suite numérique définie par : $\forall n \in \mathbb{N} \quad V_n = \ln(U_n)$.

a) Exprimer la somme $S'_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$ en fonction de n .

b) Exprimer le produit $P_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$ en fonction de n .

EXERCICE 2 : (5 points)

1. a) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $z^2 - (2 + \sqrt{3})z + 2 + \sqrt{3} = 0$

On notera z_1 la solution dont la partie imaginaire est positive.

b) On considère les nombres complexes : $u = z_1 + 1$ et $v = u^2 - 2$

Le plan complexe étant muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{e}_1; \vec{e}_2)$ d'unité graphique 2 cm, placer les points A ; B ; C et D d'affixes respectives 1 ; z_1 ; u et v .

c) Démontrer que les points A, B et D sont alignés.

2- On considère la fonction Q définie sur $\mathbb{R}$ par $Q(x) = x^4 + x^3 - 7x^2 - x + 6$.

a) Calculer $Q(1)$ et $Q(-1)$. En déduire qu'il existe un polynôme du second degré $Q_1(x)$ tel que, pour tout nombre réel x , $Q(x) = (x-1)(x+1)Q_1(x)$.

b) Factoriser $Q(x)$. Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $Q(x) = 0$.

c) Résoudre l'équation $x \in \mathbb{R} : 6 - e^x - 7e^{2x} + e^{3x} = 0$.

3- f est une fonction définie sur l'intervalle $] -\infty ; -1[$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 3x^2 - x - 1}{x+1}$

a) Déterminer les réels a, b, c et d tels que pour $x \neq -1$ $f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{x+1}$.

b) Calculer l'intégrale : $I = \int_{-3}^{-2} f(x) dx$.

c) Calculer les intégrales : $J = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (\sin x + \cos x) dx$; $K = \int_0^2 e^x dx$; $L = \int_1^2 x e^x dx$

PROBLEME : (10 points)

Partie A

On considère la fonction numérique g définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = e^x + x - 5$

1- Etudier le sens de variation de g . (On ne demande pas de déterminer les limites de g , ni de construire sa courbe représentative).

2- a) Calculer $g(0)$ et $g(2)$.

b) Démontrer que l'équation : x réel, $e^x + x - 5 = 0$ admet une solution α et une seule.

c) Justifier l'encadrement $1,30 < \alpha < 1,31$.

Partie B

Soit f la fonction numérique définie sur l'intervalle $] -\infty ; 5[$ par : $f(x) = \ln(5 - x)$

1- Etudier le sens de variation de f . Préciser les limites de f en 5 et en $-\infty$.

2- Prouver l'égalité : $f(\alpha) = \alpha$.

3- a) Démontrer que pour tout x de l'intervalle $[0 ; 3]$ on a : $|f'(x)| \leq \frac{1}{2}$.

b) En déduire que pour tout x de l'intervalle $[0 ; 3]$ on a :

$$|f(x) - \alpha| \leq \frac{1}{2} |x - \alpha|$$

c) Démontrer que si $0 \leq x \leq 3$; alors $0 \leq f(x) \leq 3$.

4- Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; i ; j)$ d'unité graphique 1 cm, on désigne par (C) la représentation graphique de la fonction f .

a) Tracer la courbe (C) , hachurer la partie du plan formée des points de

coordonnées $(x ; y)$ tels que : $\begin{cases} \alpha \leq x \leq 4 \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$ On notera (S) cette partie.

b) En remarquant pour $x \neq 5$: $\frac{x}{x-5} = 1 + \frac{5}{x-5}$ justifier que : $\int_{\alpha}^4 \frac{x}{x-5} dx = 4 - 6\alpha$.

c) Prouver que l'aire A de la partie (S) est en cm^2 , donnée par :

$A = -\alpha^2 + 6\alpha - 4$. (On pourra utiliser une intégration par parties).

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 1999

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures COEF: 3

EXERCICE 1 : (5 points)

1 a) Linéariser : $A = \cos^2 x + \sin^3 x$; $B = \cos^4 x$

b) En déduire : $I = \int_0^{\frac{\pi}{3}} A dx$; $J = \int_0^{\frac{\pi}{4}} B dx$

2 Soit f l'application, de $\mathbb{C}$ dans $\mathbb{C}$ définie par :

$$f(z) = z^4 - \sqrt{2} z^3 - 4\sqrt{2} z - 16.$$

a) Déterminer deux réels a et b tels que pour tout nombre complexe z , on ait :

$$f(z) = (z^2 + 4)(z^2 + az + b)$$

b) En déduire l'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $f(z) = 0$.

c) Déterminer les réels r et θ tels que $[r; \theta] = 1 + i$.

EXERCICE 2 : (5 points)

1- (U_n) est une suite géométrique de raison 3 et $U_1 = 2$.

a) Calculer U_n en fonction de n

b) Calculer la somme $U_1 + U_2 + \dots + U_7$.

c) (V_n) est une suite arithmétique de raison r et $V_1 = 2$.

Exprimer V_n en fonction de n puis calculer : $V_{30} + V_{31} + V_{32}$.

2- Résoudre les équations différentielles :

a) $y'' + 5y = 0$

b) $y'' + 9y = 0$

c)

3- a) Calculer l'intégrale : $\int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos 2x dx$

b) En déduire l'intégrale suivante : $A = \int_{\frac{\pi}{4}}^{\frac{-\pi}{4}} \cos 2x dx$

4- Résoudre

a) L'équation : $x \in \mathbb{R}, 2(\ln x)^2 - \ln x - 6 = 0$.

b) L'inéquation : $x \in \mathbb{R}, \ln(x-3) + \ln(x-1) < \ln(2x+3)$.

PROBLEME : (10 points)

A

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = \frac{x^3 + 5x^2 + 9x + 5}{2x^2 + 2}$.

- 1- Démontrer qu'il existe des réels a, b, c tels que pour $x \in \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b + \frac{cx}{x^2 + 1}$.
- 2- a) Calculer les limites de la fonction f lorsque x tend vers $+\infty$, puis vers $-\infty$.
b) Démontrer que la droite (d) d'équation $y = \frac{1}{2}x + \frac{5}{2}$ est asymptote à la courbe (C) de f .
c) Etudier la position relative de (C) et (d).
- 3- Étudier les variations de la fonction f sur $\mathbb{R}$.
- 4- a) Déterminer les coordonnées des points de la courbe (C) où la tangente est parallèle à la droite (d).
b) Déterminer une équation de ces tangentes.
c) Démontrer que le point $I\left(0; \frac{5}{2}\right)$ est centre de symétrie de la courbe (C).
- 5- Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O; \vec{i}; \vec{j})$; l'unité graphique est 1 cm. Tracer la courbe (C) et son asymptote (d).

B

Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par : $g(x) = \frac{x^2}{4} + \frac{5}{2}x + 2\ln(x^2 + 1)$.

- 1- Démontrer que la fonction g est une primitive de la fonction f sur $\mathbb{R}$ qui s'annule en zéro.
- 2- a) Démontrer que -1 est la seule racine de $f(x)$.
b) En déduire les variations de la fonction g sur $\mathbb{R}$.
c) Calculer les limites de g lorsque x tend vers $+\infty$ puis vers $-\infty$.
- 3- Soit un nombre réel α , $\alpha \geq 0$;
a) Calculer en fonction de α , l'aire $A(\alpha)$ en cm^2 de l'ensemble des points $M(x; y)$ du plan tels que : $0 \leq x \leq \alpha$ et $\frac{1}{2}x + \frac{5}{2} \leq y \leq f(x)$.
b) Pour quelles valeurs de α a-t-on : $A(\alpha) \leq 1$?
c) Ecrire 2^x sous la forme e^{kx} , $k \in \mathbb{R}$.

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juillet. 2000

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF:

3

EXERCICE 1 : (5 points)

1- a) Résoudre l'équation : $z \in \mathbb{C}, z^3 - (1 - i)z^2 + z - 1 + i = 0$
Sachant qu'elle admet des solutions imaginaires pures.

b) dans le plan complexe ($\mathcal{P}$), les solutions $z_1 ; z_2 ; z_3$ de l'équation proposée ont pour images respectives les points A, B, C. Placer ces points dans ($\mathcal{P}$).

c) Déterminer le nombre complexe z_4 dont l'image est le point D, quatrième sommet du parallélogramme ABCD.

2- Ecrire sous forme trigonométrique chacun des nombres complexes z_1, z_2, z_3 .

3- a) Calculer $(2 + i)^2$.

b) Résoudre l'équation : $z \in \mathbb{C}, iz^2 - iz - 1 + i = 0$.

EXERCICE 2 : (5 points)

1- On considère l'application polynôme P de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$$P(x) = x^3 - 4x^2 - 29x - 24.$$

a) Vérifier que $P(8) = 0$.

b) Ecrire P (x) sous la forme d'un produit de trois facteurs du premier degré.

c) En déduire la résolution de l'inéquation : $(x \in \mathbb{R}), P(x) \leq 0$.

2- En utilisant les résultats de la question 1- Résoudre dans $\mathbb{R}$:

a) L'équation : $(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - 29 \ln x - 24 = 0$.

b) L'inéquation : $(\ln x)^3 - 4(\ln x)^2 - 29 \ln x - 24 \leq 0$.

c) L'équation : $2^{3x} - 4 \cdot 2^{2x} - 29 \cdot 2^x - 24 = 0$.

3- Soit f la fonction de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie sur $\mathcal{D} = \mathbb{R} - \{-2; 1/3\}$ par :

$$f(x) = \frac{9x^2 + 14x - 1}{3x^2 + 5x - 2}$$

a) Vérifier que : $f(x) = 3 - \frac{1}{x+2} + \frac{2}{3x-1}$.

b) En déduire les primitives de f sur $\mathcal{D}$.

4- On considère la suite numérique (U_n) définie par $U_0 = 3$ et pour tout $n \in \mathbb{N}$

$$U_{n+1} = \frac{U_n}{1 + U_n}$$

a) Prouver que, pour tout n , on a : $U_n > 0$.

b) On introduit la suite (V_n) , $n \in \mathbb{N}$ de terme général : $V_n = \frac{1}{U_n}$.

c) Prouver que la suite (V_n) est une suite arithmétique.

d) En déduire V_n en fonction de n , puis U_n en fonction de n .

e) Déterminer le comportement à l'infini de la suite (U_n) .

f) Pour quelles valeurs de x a-t-on : $e^{\ln(x+1)} \times e^{-\ln(2-x)} = U_0$?

PROBLEME : (10 points)

Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x) = x + 2 - \frac{4e^x}{e^x + 1}$.

(C) désigne sa représentation graphique dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$

1- Déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

2- a) Prouver que la droite (Δ_1) d'équation : $y = x + 2$ est asymptote à (C) en $-\infty$.

b) Préciser la position de (C) par rapport à (Δ_1) .

3- a) Justifier que, pour tout x de $\mathbb{R}$, on a : $f(x) = x - 2 + \frac{4}{1 + e^x}$

b) En déduire que la droite (Δ_2) d'équation : $y = x - 2$ est asymptote à la courbe (C) en $+\infty$.

c) Préciser la position de (C) par rapport à (Δ_2) .

4- a) prouver que pour tout x de $\mathbb{R}$: $f'(x) = \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right)^2$.

b) Etudier le signe de $f'(x)$. En déduire le sens de variation de f .
Dresser le tableau de variation de f .

5- Tracer les droites (Δ_1) et (Δ_2) , puis la courbe en précisant sa tangente au point d'abscisse 0.

6- Déterminer l'ensemble des primitives f de sur $\mathbb{R}$.

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION Juin. 2001

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE : 3 heures COEF : 3

EXERCICE 1 : (6 points)

1- Calculer les intégrales suivantes :

a) $\int_2^3 \frac{x+1}{x-1} dx$

b) $\int_0^1 (x^3 + 2x^2 + x + 2) dx$

c) $\int_0^1 (2x+1) e^{(x^2+x+2)} dx$

d) $\int_0^{\frac{\pi}{2}} (\cos^4 x - 3 \sin x \cos x) dx$

2- a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - 8z + 25 = 0$.

b) Effectuer $(1 + 2i)^4$.

c) Déterminer et représenter les racines quatrièmes du nombre complexe :
 $z = -7 - 24i$.

Les racines quatrièmes de l'unité sont : $1 ; i ; -1 ; -i$.

EXERCICE 2 : (4 points)

1- Résoudre les systèmes :

a) $(x ; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \begin{cases} 5e^x + e^y = 4 \\ 4e^x - 6e^y = -7 \end{cases}$

b) $(x ; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \begin{cases} (\ln x)(\ln y) = -10 \\ \ln x + \ln y = 3 \end{cases}$

c) $(x ; y) \in \mathbb{R} \times \mathbb{R} \begin{cases} 2 \ln x - \ln y = 0 \\ 4 \ln x + \ln y = 3 \end{cases}$

2- a) Donner la solution générale de l'équation différentielle: (E) : $y'' + 4y = 0$

b) Déterminer la solution particulière f de (E), telle que : $f(0) = 2$ et $f'(0) = 0$.

c) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $2y' + 3y = 0$.

PROBLEME : (10 points)

f et g sont deux fonctions de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définies sur l'intervalle $]0 ; +\infty[$ par :

$$f(x) = \frac{1+2\ln x}{x^2} \quad \text{et} \quad g(x) = \frac{1}{x}$$

On désigne respectivement par (C) et (H) les courbes représentatives de f et g dans le plan rapporté à un repère orthonormé d'unité 4 cm.

A

1- a) Prouver que $f'(x)$ est du signe de $-4 \ln x$ sur les intervalles $]0 ; 1[$ et $]1 ; +\infty[$.

b) Dresser le tableau de variation de f .

c) Préciser les droites asymptotes à (C) .

2- Etudier la position de (C) par rapport à la l'axe des abscisses et donner une équation de la tangente à (C) au point d'intersection de (C) avec l'axe des abscisses.

3- Calculer l'intégrale $\int_1^2 g(t) dt$

4- Construire (C) et (H) .

B

1- Démontrer que la position relative des courbes (C) et (H) peut se déduire du signe de : $h(x) = 1 + 2 \ln x - x$.

2- En utilisant les variations de la fonction h , prouver que l'équation $h(x) = 0$ admet une

Solution unique dans chacun des intervalles $]0 ; 2[$ et $]2 ; +\infty[$.

On note α la solution appartenant à l'intervalle $]2 ; +\infty[$; justifier l'encadrement

$$3 < \alpha < 4.$$

3- Préciser le signe de $h(x)$ selon les valeurs de x , et conclure sur la position relative des courbes (C) et (H) .

4- Calculer les intégrales : $I(\alpha) = \int_{\alpha}^{\ln 2} (-4e^{2x} + 8e^x) dx$. Où α est un réel strictement inférieur à $\ln 2$.

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 2002

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF: 3

Exercice 1 :(6 points)

$\mathbb{C}$ est l'ensemble des nombres complexes.

1) Résoudre dans $\mathbb{C}^3$ le système suivant :

$$\begin{cases} x - y + iy = 0 \\ x + y - z = 0 \\ (1 + i)x - 2y + z = 2 - 2i \end{cases}$$

2) (x, y, z) étant la solution du système ci-dessus ; on désigne par A, B, C les points du plan d'affixes respectives x, y et z.

a) Déterminer le module et un argument du nombre complexe $Z = \frac{z - x}{z - y}$

b) En déduire la nature du triangle ABC puis le construire dans le plan muni d'un repère orthonormé.

3) Calculer $\int_0^2 \left(\frac{x^3 - 2x^2 - 2x - 2}{x + 1} \right) dx$

4) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle : $y'' - 2y' + 2y = 0$.

Déterminer la solution particulière f qui vérifie : $f(0) = 1$ et $f'(0) = 2$.

Exercice 2 :(4 points)

1) (U_n) est une suite arithmétique définie par $U_3 = 2$ et $U_7 = 14$

a) Déterminer la raison r de cette suite, puis exprimer U_n en fonction de n.

b) Calculer $S = U_2 + U_3 + U_4 + \dots + U_{20}$.

2) Une urne contient 5 boules rouges et 7 boules blanches indiscernables au toucher. On tire simultanément et au hasard 5 boules de l'urne.

Déterminer le nombre de tirages contenant :

a) 3 boules rouges et 2 boules blanches.

b) 3 boules blanches et 2 boules rouges.

c) Résoudre dans $\mathbb{N}$ l'équation : $4C_n^4 - 5C_n^{n-3} = 0$.

Problème :(10 points)

1) On considère la fonction f de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par :

$$f(x) = \frac{x-1}{x} + \ln x$$

- a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f .
- b) Calculer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$ et étudier les variations de f .
- c) Calculer $f(1)$. En déduire le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x .

2) Soit g la fonction de $\mathbb{R}$ dans $\mathbb{R}$ définie par : $g(x) = |x-1| \times \ln x$

- a) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g et écrire $g(x)$ sans le symbole valeur absolue.
- b) Calculer les limites de g aux bornes de son ensemble de définition.
- c) Etudier les variations de g (on utilisera la question 1°)
- d) La fonction g est-elle dérivable au point 1 ? si oui, calculer $g'(1)$.
- e) Tracer la courbe $(\mathcal{C})$ de g dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ d'unité graphique 2cm.

3) a) Prouver que g réalise une bijection de $\mathbb{R}$, sur un intervalle J que l'on déterminera.

b) La bijection réciproque g^{-1} est-elle dérivable en 0 ? justifier votre réponse.

4) Représenter dans le même repère que $(\mathcal{C})$ la courbe $(\mathcal{C}')$ de g^{-1} .

5) a) Hachurer le domaine plan $(\mathcal{D})$ limité par la courbe $(\mathcal{C})$ de g , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = 1$ et $x = e$.

b) Calculer en cm^2 l'aire du domaine $(\mathcal{D})$.

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juillet. 2003

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF : 3

EXERCICE 1 : (4 points)

1-/ soit $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \sin^n x dx$

a-/ En utilisant la méthode d'intégration par partie, montrer que

$$I_n = (n-1)I_{n-2} - (n-1)I_n \quad (\text{On pourra remarquer que } \sin^n x = \sin x \cdot \sin^{n-1} x)$$

b-/ Calculer I_0 ; En déduire I_2 et I_4 .

2-/ Soit le polynôme $P(z) = z^4 - 2z^3 + 3z^2 - 2z + 2$ d'inconnue complexe z

a-/ Montrer que si Z_0 est une solution de l'équation $P(z) = 0$ alors son conjugué $\bar{z}_0$ est aussi solution de l'équation $P(z) = 0$.

b-/ Calculer $P(-i)$ puis résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$.

c-/ Ecrire chacune des solutions sous forme exponentielle.

EXERCICE 2 : (6 points)

1-/ soit la suite (U_n) définie sur $\mathbb{N}^*$ par
$$\begin{cases} U_1 = 3 \\ U_{n+1} = U_n + n \end{cases}$$

On considère la suite (V_n) définie par $V_n = U_{n+1} - U_n$ (1)

a-/ Exprimer V_n en fonction de n et montrer (V_n) est une suite arithmétique dont on déterminera le 1^{er} terme et la raison.

b-/ Calculer $S_n = V_1 + V_2 + V_3 + \dots + V_n$.

c-/ Utiliser la relation (1) pour trouver une autre expression de S_n . En déduire U_n en fonction de n . calculer la limite de U_n .

2-/ Une urne contient 15 boules indiscernables au toucher dont 10 sont rouges, 3 bleues et 2 vertes.

Le principe d'un jeu est le suivant : le joueur paye 50F au début de chaque jeu et ensuite il tire simultanément 2 boules de l'urne ;

- Le tirage d'une boule rouge ne rapporte rien
- Chaque boule bleue tirée rapporte 50 F
- Chaque boule verte tirée rapporte 250 F ;

Un joueur joue une fois, quelle est la probabilité pour ce joueur :

a-/ de ne ni gagner, ni perdre ? (gagner 0 F).

b-/ de perdre 50F ?

c-/ de gagner 50F ?

d-/ de gagner 250F ?

NB : Le gain algébrique du joueur est la différence entre le montant obtenu à l'issue du jeu et celui payé au début du jeu.

PROBLÈME : (10 points)

Soit la fonction numérique f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = (x+2)e^{-x}$.

On désigne par (C) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1-/ Déterminer la limite de $f(x)$ en $-\infty$ puis en $+\infty$.
Interpréter graphiquement ces résultats.

2-/ a-/ Etablir que pour tout réel x $f'(x) = -(x+1)e^{-x}$, en déduire le signe de $f'(x)$ puis le tableau de variation de f .

b-/ Ecrire l'équation de la tangente (T) à la courbe (C) au point d'abscisse $x = 0$.

c-/ Construire la courbe (C) et la tangente (T) dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité 2 cm).

3-/ Démontrer que l'équation $f(x) = 2$ a deux solutions distinctes sur $[-2; 4]$.

4-/ Soit g la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = (ax+b)e^{-x}$.

a-/ Déterminer les réels a et b pour que g soit une primitive de f .

b-/ Calculer en unité d'aire la valeur exacte de l'aire de la partie du plan limitée par la courbe (C) , l'axe des abscisses et les droites d'équations : $x = -2$ et $x = 4$.

Donner une valeur approchée de l'aire à 10^{-2} près par défaut en cm^2 .

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 2004

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF: 3

EXERCICE 1 : (6 points)

1-/ On considère la suite (U_n) définie par $U_n = \frac{2^{n+1}}{3^n}$ et $V_n = \ln(U_n)$

a-/ Calculer $U_0 ; U_1 ; U_2 ; V_0 ; V_1 ; V_2$

b-/ Déterminer la nature et la raison de chacune des suites.

c-/ Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$ et en déduire la limite de V_n en $+\infty$.

2-/ Un examen comporte deux épreuves : une épreuve de biologie et une épreuve de chimie. Il y a 20 questions en biologie et 15 questions en chimie. Chaque question est marquée par un numéro et ces numéros sont placés dans deux sacs distincts, un contenant les questions de chimie et l'autre les questions de biologie et une question en chimie sera déclaré directement admis tout candidat qui aura répondu vrai aux deux questions.

a-/ Un candidat à cet examen a combien de choix possibles ?

b-/ Un candidat C_1 se présente à cet examen en ignorant 8 questions de biologie et 5 questions de chimie ; un autre candidat C_2 se présente en ignorant 5 questions de biologie et 8 questions de chimie.
Lequel des deux candidats a plus de chance de réussir ?

c-/ Quel est le pourcentage de réussite du candidat le moins chanceux parmi les deux ?

d-/ Le jury décide de repêcher tout candidat qui aura répondu vrai à la question de chimie et raté la question de biologie ; dans ces conditions :

– Quelle est la probabilité que C_1 soit repêché, que C_2 soit repêché ?

– Quelle est la probabilité pour chacun d'être admis à l'examen ?

EXERCICE 2 : (4 points)

1-/ Soit dans $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue z ,

$$(E): z^2 - (\sqrt{3} + i)z + (1 + i\sqrt{3}) = 0$$

a-/ Calculer $(1 - i\sqrt{3})^2$

b-/ On pose $a = \frac{\sqrt{3} + i}{2}$ et $b = \frac{i\sqrt{3} - 1}{2}$; écrire a et b sous forme trigonométrique.

2-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E) puis vérifier que ses solutions s'expriment simplement en fonction de a et b .

3-/ Représenter dans le plan les points images des complexes a et b et en déduire la représentation des points images des solutions de (E) .

PROBLEME : (10 points)

I-/ Soit la fonction numérique de la variable réelle t définie par $f(t) = \frac{1}{t(1+t)^2}$.

1-/ a-/ Déterminer l'ensemble de définition D_f de f .

b-/ Déterminer les réels a , b et c tels que pour tout $t \in D_f$ $f(t) = \frac{a}{(1+t)^2} + \frac{b}{1+t} + \frac{c}{t}$.

2-/ Etudier les variations de f et tracer sa courbe représentative C_f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

3-/ Soient x et y deux réels tels que $0 < x < y$. On pose : $A(x, y) = \int_x^y f(t) dt$

Calculer $A(x, y)$; quelle est l'interprétation géométrique de $A(x, y)$?

II-/ Soit g la fonction numérique de la variable réelle t définie par :

$$g(t) = \frac{-1}{t^2(1+t)}$$

1-/ Quelle est l'ensemble des primitives de la fonction h définie par :

$$h(t) = g(t) - f(t) ?$$

2-/ Déduire la valeur de $B(x, y) = \int_x^y g(t) dt$

3-/ x étant un réel fixé trouver la limite $F(x, y)$ de $A(x, y)$ lorsque y tend vers $+\infty$ puis la limite $G(x)$ de $B(x, y)$ quand y tend vers $+\infty$.

III-/ On suppose $x > 0$.

1-/ Etudier les variations de la fonction F . En déduire que : $\forall x ; x > 0, 0 < F(x)$.

2-/ Etudier les variations de G ; en déduire que : $x ; x > 0, G(x) < 0$.

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 2005

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF: 3

EXERCICE 1 : (4 points)

1° Calculer les intégrales suivantes :

$I = \int_1^2 \frac{2}{x^2 + 2x} dx$, (On pourra décomposer $\frac{2}{x^2 + 2x}$ sous la forme $\frac{a}{x} + \frac{b}{x+2}$ où a et b sont deux réels que l'on déterminera).

$$J = \int_0^1 \sqrt{3x+1} dx \quad K = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$$

2° Résoudre dans l'ensemble $\mathbb{N}$ des entiers naturels. L'équation d'inconnue n :

$$C_{2n}^1 + C_{2n}^2 + C_{2n}^3 = 387n$$

EXERCICE 2 : (6 points)

I-1° Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes associés au plan affine $\mathcal{P}$ rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}; \vec{v})$ on donne les complexes z_1 et z_2 définis

par : $z_1 = \frac{i-13}{-12+14i}$ et $z_2 = \frac{2i+1}{1-3i}$

a) Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique : $a + ib$; puis déterminer le module et un argument de chacun d'eux.

b) On désigne par A le point d'affixe Z_1 et B le point d'affixe z_2 , déterminer le module et un argument de $\frac{z_1}{z_2}$ et en déduire la nature du triangle AOB.

II- 1° Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation différentielle (E): $y'' + \frac{1}{9} y = 0$

2° a) Trouver la fonction f solution particulière de (E)

vérifiant $f(0) = -\sqrt{3}$ et $f(\frac{3\pi}{2}) = 1$

b) Trouver les réels r et ω strictement positifs et $\varphi \in]-\pi; \pi]$ tel que :

$$f(x) = r \cos(\omega x + \varphi)$$

3° Trouver la solution g de (E) vérifiant : $g(0) = 2$ et $g(\frac{3\pi}{2}) = 0$.

4° Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation : $f(x) = g(x)$.

PROBLÈME : (10 points)

1°) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{-2\}$ par : $f(x) = \frac{1}{|x+2|} - x$;

C_f est la courbe représentant ses variations dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (Unité graphique 2cm).

- a) Ecrire $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue.
- b) Etudier les limites de $f(x)$ aux bornes de l'ensemble de définition, on précisera les asymptotes à C_f .
- c) Calculer la fonction dérivée de f , déduire les variations de f et tracer C_f dans le repère $(O; \vec{i}; \vec{j})$.
- d) Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(x) = 0$.

2°) F est la fonction définie sur $] -2 ; +\infty [$ par $F(x) = \ln(x+2) - \frac{1}{2}(x^2 - 1)$.

- a) Vérifier que F est la primitive de f sur $] -2 ; +\infty [$ qui s'annule en -1 .
- b) Etudier les limites de $F(x)$ aux bornes de son ensemble de définition.
- c) Dresser le tableau de variation de F et tracer sa courbe (Γ) dans un repère autre que celui qui a servi pour tracer C_f .
- d) Préciser les ordonnées des points d'abscisses 1 et 2 de cette courbe (Γ) .

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 2006

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF:

3

EXERCICE 1 (5 points)

Une observation faite par un journal sur ses abonnés a permis de constater, pour chaque année un taux de réabonnement de 80% ainsi que l'apparition d'environ 5 000 nouveaux abonnés. On note a_n le nombre des abonnés après n années et on précise que $a_0 = 10\,000$.

1-/ Expliquer pourquoi, pour tout entier naturel n , $a_{n+1} = 0,8a_n + 5000$. [1pt]

2-/ Soit (U_n) la suite définie par $\forall n \in \mathbb{N}$, $U_n = 25000 - a_n$.

a) Exprimer U_{n+1} en fonction de U_n . [1 pt]

b) Dédire que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison et le premier terme. [1pt]

c) Soit $n \in \mathbb{N}$, exprimer U_n en fonction de n . En déduire l'expression de a_n en fonction de n . [1pt].

3-/

a-/ Résoudre pour $x \in \mathbb{R}$ l'inéquation $25\,000 - 15\,000 \times (0,8)^x > 22\,000$. [0,5pt].

b-/ En déduire le nombre d'années nécessaires pour que le nombre d'abonnés dépasse 22 000. [0,5pt].

EXERCICE 2..... (5 points)

A-/ Une population comprend n hommes et n femmes.

On choisit au hasard un échantillon de n personnes. On appelle x la variable aléatoire égale au nombre de femmes obtenues.

1-/ Déterminer $x(\Omega)$ ensemble des valeurs prises par x . [0,5pt].

2-/ Déterminer la loi de probabilité de x . [0,5pt].

En déduire la relation : $\sum_{k=0}^n \binom{n}{k}^2 = C_{2n}^n$. [0,5pt].

3-/ On suppose ici $n = 5$, calculer l'espérance de x , sa variance et son écart type. [0,75pt].

B-/ Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

On considère la parabole $(\mathcal{P})$ d'équation : $y^2 = 8x$.

1-/ a/ Préciser les éléments caractéristiques de $(\mathcal{P})$ (paramètre, Sommet, foyer et directrice). [0,75pt].

b-/ Construire $(\mathcal{P})$ et ses éléments caractéristiques. [0,5pt].

2-/ Ecrire l'équation de la tangente à $(\mathcal{P})$ au point A (2 ; 4). [0,5pt].

C-/ Soient les points A , B, C d'affixes respectives 1, i et $-i$. Déterminer l'écriture complexe de la similitude directe S de centre B et qui associe le point A au point C. Caractériser la similitude S. [1pt].

Problème (10 points)

On considère les fonctions numériques f_m de la variable réelle x définie par $f_m(x) = e^{x-1} - mx$, où m est un paramètre réel. On désigne par $(\mathcal{C}_m)$ la courbe représentative de f_m dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité 2cm).

1-/ Montrer que toutes les courbes $(\mathcal{C}_m)$ passent par un point fixe A dont on déterminera les coordonnées. [1,5pt].

2-/ Montrer que la droite (Δ_m) d'équation : $y = -mx$ est une asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_m)$ et déterminer la position de cette droite par rapport à $(\mathcal{C}_m)$. [2pts].

3-/ Etudier la fonction f_1 et tracer avec soin la courbe $(\mathcal{C}_1)$ dans le repère. [3pts].

4-/ Soit g_1 la restriction de f_1 à $[1; +\infty[$. Montrer que g_1 admet une réciproque $(g_1)^{-1}$. Représenter la courbe de $(g_1)^{-1}$. [2pts].

5-/ Calculer en cm^2 l'aire $A(\alpha)$ de la portion du plan limitée par $(\mathcal{C}_1)$, la droite $\Delta_1 : y = -x$, et les droites d'équations respectives : $x=1$ et $x=\alpha$, ($\alpha < 1$). [1,5pt].

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 2007

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures

COEF:

3

Exercice 1 : _____ (5points)

1°/ On considère dans le plan les points A, B et C d'affixes respectives :

$$a = 1 + i ; b = 1 + (1 + \sqrt{3})i ; c = (1 + \sqrt{3})i.$$

a.) Déterminer le module de chacun des nombres complexes suivants :

$$a - b ; c - a \text{ et } c - b \text{ (1,5pt)}$$

b.) En déduire la nature du triangle ABC (0,5pt)

2°/ Le plan complexe est rapporté au repère orthonormé direct $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

Soit les points $A(\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$; $B(-\frac{\sqrt{3}}{2}; \frac{1}{2})$ et $C(0; -1)$

On considère l'application s du plan complexe dans lui-même qui au point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = (1 + i\sqrt{3})z$

a.) Déterminer les affixes des points A', B' et C' images respectives des points A, B et C par s . (1,5pts)

b.) Construire dans le plan muni du repère $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ les points A, B, C et leurs images A', B', C' par s . (1,5pts)

Exercice 2 : _____ [5points]

1°/ Soit la suite (U_n) définie par $\forall n \in \mathbf{N}, U_n = e^{2n+1}$.

a.) Calculer U_0, U_1, U_2 . (1pt)

b.) Préciser la nature et la raison de la suite (U_n) . (1pt)

c.) Calculer en fonction de n la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$ (0,5pt).

TSVP 

2°/ Dans un centre sportif il y a N étudiants dont :

- 200 pratiquent du football ;
- un tiers pratique du basket-ball;
- un dix-huitième pratique les deux sports ;
- un sixième ne pratique ni l'un ni l'autre.

a.) Traduire les informations ci-dessus sous forme d'équations permettant de calculer N puis déterminer sa valeur. (1pt)

b.) Déterminer la probabilité pour qu'un sportif choisi au hasard dans ce centre:

- soit à la fois footballeur et basketteur. (0,5pts)
- ne soit ni footballeur ni basketteur. (0,5pts)
- soit seulement footballeur. (0,5pt)

Problème : _____ [10points]

A-//

1°/ On considère l'équation différentielle (E) : $y'' - y = 4x e^x$

Déterminer les réels a et b pour que la fonction g définie par $g(x) = (ax^2 + bx)e^x$ soit solution de (E). (1,5pt)

2°/ Vérifier qu'une fonction numérique f définie sur $\mathbf{R}$ est solution de (E) équivaut à $f - g$ est solution de l'équation (E') : $y'' - y = 0$ (1pt)

3°/ Résoudre (E') puis en déduire la solution générale de (E). (1,5pt)

B-//

On considère la fonction numérique f définie sur $\mathbf{R}$ par $f(x) = (x^2 - x + 1)e^x$ de courbe représentative ($\mathcal{C}$) dans un repère orthonormé ($O ; \vec{i} ; \vec{j}$) (unité 1cm).

1°/ Déterminer la limite de f en $-\infty$ puis interpréter graphiquement ce résultat.

Déterminer la limite de f en $+\infty$. (1,5pt).

2°/ Calculer la fonction dérivée de f puis dresser son tableau de variation. (1,5pts)

3°/ Déterminer une équation de la tangente ($\mathcal{T}$) à ($\mathcal{C}$) au point d'abscisse 1. (1pt)

4°/ Tracer ($\mathcal{T}$) et ($\mathcal{C}$) dans le repère ($O ; \vec{i} ; \vec{j}$). (2pts)

EXAMEN :

Baccalauréat malien

BAC

SERIES

SBT

SESSION

Juin. 2008

ÉPREUVE DE :

Mathématiques

DURÉE :

3 heures COEF: 3

Exercice1.....(4points)

Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par $f(x) = \frac{x^3 - 3x^2 + x}{1-x}$

1°/ Déterminer a, b, c, d quatre réels tels que l'on ait pour tout $x \neq 1$,

$$f(x) = ax^2 + bx + c + \frac{d}{1-x} \quad (2 \text{ pts})$$

2°/ Calculer $I = \int_0^1 \frac{1}{2} f(x) dx \quad (2 \text{ pts})$

Exercice2.....(6points)

Soit la suite (U_n) définie par $U_1 = \frac{3}{2}$ et pour tout $n \geq 1$, $U_{n+1} = \frac{3+U_n}{2}$

1°/ Calculer U_2 et U_3 .

(U_n) est – elle une suite arithmétique ? Est – elle une suite géométrique ?

(2,5 pts)

2°/ Pour tout $n \geq 1$, on pose $V_n = 3 - U_n$. Montrer que (V_n) est une suite géométrique. (1,5pt)

3°/ Exprimer V_n en fonction de n . En déduire U_n en fonction de n .

Calculer $\lim_{n \rightarrow +\infty} U_n$. (2 pts)

TSVP  

Problème.....(10 points)

Soient les nombres complexes : $z_1 = \sqrt{3} - i$; $z_2 = -\sqrt{2} + \sqrt{2}i$ et $z_3 = -1 + \sqrt{3}i$

1°/ Déterminer le module et un argument des complexes z_1 , z_2 et z_3 .

En déduire que les points M_1 , M_2 et M_3 d'affixes respectives z_1 , z_2 et z_3 appartiennent à un même cercle que l'on déterminera. Faire la représentation graphique (3 pts).

2°/ On pose $z_4 = -2 z_1 \left(\frac{z_2}{z_3} \right)^2$. Mettre z_4 sous la forme algébrique (1,5pt)

3°/ Déterminer les racines carrées de z_4 (1,5pt)

4°/ On pose $z_5 = -4z_1.z_3$. Déterminer les racines quatrièmes de z_5 .

Faire la représentation graphique dans le plan. (2pts)

5°/ a) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation : $z^2 - 2z + 2 = 0$ (1 pt)

b) Ecrire chacune des solutions sous forme exponentielle (1pt)

EXAMEN :	<i>Baccalauréat malien</i>	BAC 2009
SÉRIES :	<i>SBT</i>	SESSION : <i>Juin 2009</i>
ÉPREUVE DE :	<i>MATHÉMATIQUES</i>	DURÉE : <i>3 heures</i> COEF : <i>3</i>

Exercice 1 [5 points]

A-// L'aire A (en cm^2) de la peau d'un cobaye, en fonction de son poids P (en gramme) est donnée par l'égalité suivante : $\ln A = \ln(9,85) + 0,64 \ln P$. ($\ln$ désignant le logarithme népérien).

1°/ Quelle est l'aire A de la peau d'un cobaye de poids $P = 780\text{g}$? (1,5pt).

2°/ Quel est le poids P d'un cobaye dont la peau a pour aire $A = 30\text{cm}^2$? (1,5pt).

B-// Pour déterminer l'âge d'un fossile ou d'un os on mesure le pourcentage de "carbone 14" présent dans l'objet. En effet, à la mort d'un être vivant si k est le pourcentage de "carbone 14" restant au bout de N années, alors on a :

$$N = -8310 \times \ln k.$$

1°/ Le squelette d'un « homme du Cro-Magnon » contient 5% de carbone 14 initial. Quel âge a-t-il ? (1pt).

2°/ Le pourcentage k de carbone 14 contenu dans un fossile vérifie :

$51,8\% < k < 53,8\%$. Donner un encadrement de l'âge de ce fossile. (1pt).

Exercice 2 [5 points]

A-//

1°/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $[z^2 - 2(1+i)z + 4i] \times (z^2 + 4z + 8) = 0$. (1pt)

Les images des racines dans le plan complexe sont notées A, B, C, D tels que :

- A et B ont même abscisse
- A et C ont même ordonnée

2°/ Définir la similitude directe S du plan complexe telle que $S(A) = C$ et $S(B) = D$. En donner l'angle, le rapport et le centre Ω . (2pts)

B-// On place dans une boîte des pièces de monnaies de 1 F, 2 F, 5 F et 10 F. On désigne par a , b , c et d respectivement le nombre des pièces de 1 F, 2 F, 5 F et 10 F. On suppose que les nombres a , b , c et d sont dans cet ordre, les termes d'une suite arithmétique. Il y a 5 pièces de 2 F et la somme totale contenue dans la boîte est 42F.

a.) Déterminer les réels a , b , c , et d . (1pt)

On suppose dans la suite : $a = 7$; $b = 5$; $c = 3$ et $d = 1$

Dans un magasin, pour régler un achat de 17 F on extrait au hasard et simultanément 3 pièces dans la boîte.

b.) Quelle est la probabilité d'obtenir la somme exacte de 17 F ? (0,5pt)

c.) Quelle est la probabilité d'obtenir une somme suffisante pour faire son achat ? (0,5pt)

Problème [10 points]

A-// On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par : $f(x) = |x(x-1)|$.

1°/ Exprimer $f(x)$ sans le symbole de la valeur absolue. (0,5pt)

2°/ Étudier la dérivabilité de f aux points d'abscisses 0 et 1. (1pt)

3°/ Étudier les variations de f . (1pt)

4°/ Dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$, construire la représentation graphique (Γ) de f et les demi tangentes aux points d'abscisses 0 et 1. (2,5pts)

B-// On considère la fonction g de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par $g(x) = e^{2x} - 2e^x$.

1°/ Étudier le sens de variation de g (2pts).

2°/ Déterminer l'équation de la tangente (T) à la courbe $(\mathcal{C}_g)$ au point d'abscisse $x_0 = -\ln 2$. (0,5pt)

3°/ Soit h la fonction définie par : $h(x) = g(x) + \frac{1}{2}(x + \ln 2) + \frac{3}{4}$

Calculer $h'(x)$ et déduire de $h'(x)$ le signe de $h(x)$. (1pt)

4°/ Tracer $(\mathcal{C}_g)$ et (T) dans un repère différent de celui utilisé pour (Γ) et déterminer leurs positions relatives. (1,5pts)

EXAMEN :	<i>Baccalauréat malien</i>	BAC 2010
SERIES :	<i>SBT</i>	SESSION : <i>Juin 2010</i>
ÉPREUVE DE :	<i>Mathématiques</i>	DURÉE : <i>3 heures</i> COEF: <i>3</i>

Exercice 1 [5 points]

A.// Le plan complexe $\mathcal{P}$ est rapporté au repère orthonormé $(O ; \vec{u}, \vec{v})$.

1°/ Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

On pose $a = \sqrt{3} + i$ et $b = \sqrt{3} - i$. Écrire a et b sous forme exponentielle et placer les points A d'affixe a et B d'affixe b dans le repère $(O ; \vec{u}, \vec{v})$. (2pts)

2°/ Soit r la rotation de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$. Calculer a' affixe de $A' = r(A)$.

Écrire a' sous forme algébrique et placer A' dans le même repère. (1pt)

B.// Dans une certaine ville, il y a 3 médecins. Quatre habitants malades la même nuit appellent un médecin au téléphone après avoir choisis au hasard l'un des 3 médecins dans l'annuaire.

1°/ Quelle est la probabilité pour que les 4 malades appellent le même médecin ? (1pt)

2°/ Quelle est la probabilité pour que les 3 médecins soient appelés. (1pt)

NB : Les parties A et B sont indépendantes

Exercice 2 [5 points]

On ajoute une certaine dose d'un antibiotique à un bouillon de culture contenant des microbes sensibles à cet antibiotique. Un ordinateur compte et indique à chaque heure le nombre de microbes vivants dans le bouillon ; on s'aperçoit qu'à chaque heure, le nombre de microbes vivants est la moitié du nombre de microbes à l'heure précédente.

1°/ Sachant qu'à 6 heures le bouillon contenait N microbes, calculer le nombre de microbes vivants aux heures suivantes : 7h ; 8h ; 9h ; 10h. (2pts)

Montrer que ces nombres sont en progression géométrique. Calculer pour un entier positif n la somme S_n des n premiers termes de cette progression. (2pts)

TSVP ➡ 

2°/ À 12 heures, on ajoute au bouillon un produit qui annule l'effet de l'antibiotique. On constate alors que le nombre de microbes vivants dans le bouillon augmente de 25% par heure. Calculer le nombre de microbes vivants dans le bouillon à 14h si $N=10^{10}$. (1pt)

Problème-----[10 points]

Partie A

Soit la fonction f définie sur $[10 ; 100]$ par : $f(x) = \frac{\ln x - 2}{x}$

1°/ Calculer $f'(x)$ (1pt)

2°/ Démontrer que $f'(x)$ est positive sur l'intervalle $[10 ; e^3]$ et négative sur $[e^3 ; 100]$ (1pt)

3°/ Dresser le tableau de variations de f . (2pts)

Partie B

On se propose d'exprimer la capacité pulmonaire de l'être humain en fonction de son âge.

x représenté en années et $g(x)$ la capacité pulmonaire en litres, on admet que sur l'intervalle $[10;100]$ on a : $g(x) = 110f(x)$ où f est la fonction définie dans la **partie A**.

1°/ Calculer la capacité pulmonaire à 10 ans, 15 ans, 30 ans et 60 ans. (2pts)

2°/ Tracer la courbe représentative de g dans un repère orthogonal (en abscisse : 2 cm pour 10 ans et en ordonnées 3 cm pour 1 litre). (2pts)

3°/ À quel âge la capacité pulmonaire est-elle maximale ? Quelle est cette capacité maximale ? (1pt)

4°/ Déterminer graphiquement l'intervalle du temps durant lequel la capacité pulmonaire reste supérieure ou égale à 5 litres (1pt)

EXERCICE 1 (6pts)

1°/ Compléter le tableau suivant : (3pts)

Nombre complexe	Forme algébrique	Forme trigonométrique	Forme Exponentielle
Z_A			$4e^{i\frac{\pi}{2}}$
Z_B		$4(\cos \frac{5\pi}{6} + i \sin \frac{5\pi}{6})$	
Z_C	$2\sqrt{3} - 2i$		

2°/ Placer les points A, B et C d'affixes respectives les nombres complexes Z_A , Z_B et Z_C dans un repère orthonormé $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$ (1pt)

3°/ Calculer les affixes Z et Z' des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ sous forme algébrique puis exponentielle. (1,5pt)

4°/ Montrer que $z' = \sqrt{3}e^{i\frac{\pi}{2}}z$ (0,5pt)

EXERCICE 2 (4pts)

A-// Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à l'instant t , exprimé en heures, peut être considéré comme une fonction numérique y à variable réelle t . La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre de microbes est la dérivée y' de cette fonction. On a constaté que : $y'(t) = ky(t)$ où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant $t = 0$

1°/ Déterminer l'unique solution de l'équation différentielle $y' = ky$ telle que $y(0) = N$ (1pt)

2°/ Sachant qu'au bout de deux heures le nombre de microbes a quadruplé, calculer en fonction de N le nombre de microbes au bout de trois heures. (1pt)

3°/ Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 6400 microbes au bout de cinq heures ? (0,5pt)

SVP ➔ 

B// Un lot de vaccin contre le choléra est efficace à 55%, c'est-à-dire sur 100 personnes vaccinées 55 seulement sont sûres d'être protégées contre la maladie. On vaccine 10 personnes avec ce produit. Quelle est la probabilité pour que :

- a) aucune des personnes ne soit protégée ? (0,5pt)
- b) La moitié des personnes soit protégée ? (0,5pt)
- c) Les 10 personnes soient protégées ? (0,5pt)

PROBLÈME(10pts)

On étudie l'évolution d'une colonie de bactéries placée dans une Petrie. Le nombre de bactéries en centaines est modélisé par la fonction f définie sur

l'intervalle $[0 ; +\infty[$ par $f(t) = \frac{4e^t - 1}{e^t + 2}$ où t représente le temps en heures. On

suppose que l'on peut compter le nombre de bactéries à l'unité près grâce à un compteur de radioactivité.

1°/ a) Calculer $f(0)$ et interpréter ce résultat. (1pt)

b) Montrer que $f(t) = 4 - \frac{9}{e^t + 2}$. En déduire la limite de f en $+\infty$ (1pt)

On appelle cette valeur la saturation. Que peut-on en conclure pour la courbe ($\mathcal{C}$) de f ? (0,5pt)

c) L'équation $f(t) = 4$ admet-elle des solutions ? Justifier la réponse. (0,5pt)

2°/ Montrer que la dérivée f' de f vérifie $f'(t) = \frac{9e^t}{(e^t + 2)^2}$. En déduire le tableau de variation de f sur $[0 ; +\infty[$ (1pt)

3°/ Soit (T) la tangente au point d'abscisse 0 à la courbe ($\mathcal{C}$). Déterminer l'équation de (T). (1pt)

4°/ Recopier et compléter le tableau ci-dessous en arrondissant à 10^{-2} près (1,5pt)

t	0	1	2	3	4	5	6	7
$f(t)$								

5°/ Tracer ($\mathcal{C}$), (T) ainsi que toutes les asymptotes éventuelles à ($\mathcal{C}$). (2pts)

6°/ Calculer à la minute près l'instant t_0 où le nombre de bactéries sera égal à 200 (0,5pt)

7°/ Déterminer graphiquement au bout de combien de temps, la population de cette colonie dépassera 80% de sa saturation. (1pt)

EXAMEN :	Baccalauréat malien	BAC 2012
SÉRIES :	SBT	SESSION : Juillet 2012
ÉPREUVE DE :	MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3 heures COEF : 3

Exercice 1[4 points]

On pose $a = \sqrt{3} - i$; $b = -\sqrt{3} - i$; $c = \frac{a^2}{b^3}$

1°/ Donner le module et un argument de c (2pts)

2°/ Donner la forme trigonométrique de $t = ab$ (2pts)

Exercice 2[4 points]

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on considère le polynôme d'inconnue z :
 $P(z) = z^3 - 4iz^2 - 6z + 4i$.

1°/ Calculer $P(2i)$ (0,5pt)

2°/ Déterminer les complexes a et b tels que pour tout complexe z on ait :

$$P(z) = (z - 2i)(z^2 + az + b) \quad (1,5pt)$$

3°/ a-) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $P(z) = 0$. On désigne par z_1 la solution imaginaire pure et par z_2 et z_3 les deux autres solutions. (1,5pt)

b-) Comparer z_1 et $z_2 + z_3$ (0,5pt)

Problème[12 points]

A// 1°/ Résoudre l'équation différentielle : $4y'' + y = 0$. (1,5pt)

2°/ Déterminer la solution particulière f dont la courbe représentative ($\mathcal{C}$) passe par le point $\Omega(0 ; 1)$ et admet en ce point une tangente parallèle à la droite d'équation $y = x$. (1,5pt)

B// 1°/ Soit la fonction g définie sur $\mathbb{R}$ par $g(x) = 1 - 2x + e^{2x}$

a-) Etudier les variations de la fonction g . (1pt)

b-) En déduire le signe de $g(x)$ pour $x \in \mathbb{R}$. (0,5pt)

TSVP ➡ 

2°/ On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = x + 2 + xe^{-2x}$.

($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthogonal $(O; \vec{i}; \vec{j})$ (unité 2cm sur (Ox) et 1cm sur (Oy))

a-) Calculer les limites de f en $+\infty$ et $-\infty$ (0,5pt)

b-) Démontrer que la droite $(\Delta) : y = x + 2$ est asymptote à ($\mathcal{C}$) en $+\infty$. (0,5pt)

c-) Etudier la position de ($\mathcal{C}$) et (Δ) (0,5pt)

d-) Calculer $f'(x)$ et montrer que $f'(x) = \frac{g(x)}{e^{2x}}$ puis dresser le tableau des variations de f (2,5pts)

e-) Tracer ($\mathcal{C}$) et (Δ) . (2pts)

3°/ Soit F la fonction définie sur $\mathbb{R}$ par $F(x) = \frac{x^2}{2} + 2x - \frac{1}{2}(x + \frac{1}{2})e^{-2x}$

a-) Prouver que F est une primitive de f sur $\mathbb{R}$. (0,5pt)

b-) Calculer en cm^2 l'aire $A(D)$ de la partie D du plan limitée par ($\mathcal{C}$), l'axe des abscisses et les droites d'équations respectives $x = 0$ et $x = 1$ (0,5pt)

EXAMEN :	<i>Baccalauréat malien</i>	BAC 2012
SERIES :	<i>SBT</i>	SESSION d' Octobre 2012
ÉPREUVE DE :	MATHÉMATIQUES	DURÉE : 3heures COEF : 3

Exercice 1 [4 points]

Soit la fonction polynôme f définie par $f(x) = ax^2 + bx + c$ où a , b et c sont trois réels.

1°/ Déterminer les constantes réelles a , b , c sachant que la parabole d'équation $y = f(x)$ passe par les points $O(0 ; 0)$ et $A(1 ; -2)$ et admet en A une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°/ On donne la parabole P d'équation $g(x) = 2x^2 - 4x$ et la droite D d'équation $y = 2x$.

- Déterminer les coordonnées des points d'intersection de D et P
- Tracer dans le même repère orthonormé la droite D et la parabole P
- Calculer l'aire du domaine plan limité par D et P

Exercice 2 [6 points]

Dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes on donne l'équation d'inconnue complexe z (E) : $z^3 - (3 + 2i)z^2 + (1 + 5i)z + 2 - 2i = 0$.

1°/ Résoudre l'équation (E) sachant qu'elle admet une solution imaginaire pure z_0 et une solution réelle z_2 . On désigne par z_1 la 3^{ème} solution.

2°/ Ecrire z_0 et z_1 sous forme trigonométrique.

3°/ Vérifiez que z_0 , z_1 et z_2 sont dans cet ordre les trois premiers termes consécutifs d'une suite géométrique complexe (U_n) dont on précisera la raison.

4°/ Ecrire U_4 et U_7 sous forme trigonométrique

Problème [10 points]

Partie A

A l'instant $t = 0$ on injecte dans le sang d'un patient une dose de 3ml d'un médicament. On veut étudier le processus d'élimination du produit au cours des douze heures suivant l'injection. La quantité de médicament présente dans le sang en ml en fonction du temps t en heures est $f(t)$, où f est définie sur $[0 ; 12]$ par $f(t) = 3e^{-0,1t}$.

1°/ Déterminez $f'(t)$ et justifier que pour tout $t \in [0 ; 12]$, $f'(t) < 0$.

2°/ Dressez le tableau de variation de f sur $[0 ; 12]$.

3°/ Calculez $f(2)$; $f(3)$; $f(4)$; $f(6)$ et $f(8)$. Que représente chacune de ces valeurs ?

4°/ Tracez la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthogonal d'unités graphiques (1cm sur (Ox) et 4 cm sur (Oy)).

Partie B

Le médicament est inefficace lorsque la quantité contenue dans le sang est inférieure à $1,25ml$, ainsi on procède à une seconde injection

1°/ Au bout de combien de temps on procèdera à la seconde injection ?

(On déterminera ce temps graphiquement et par calcul).

2°/ On rappelle que le seuil de toxicité du médicament est de $4,5ml$.

Le patient court-il un risque d'intoxication par le médicament à la seconde injection ?

EXAMEN : *Baccalauréat malien*

BAC 2013

SÉRIES : *SBT*

SESSION : *Juin 2013*

ÉPREUVE DE : *MATHÉMATIQUES*

DURÉE : *3 heures*

COEF : *3*

Exercice 1 (5 points)

1°/ Résoudre dans l'ensemble des nombres complexes les équations suivantes:

a) $Z^2 - (1 + \sqrt{2})Z + \sqrt{2} = 0$ (1pt)

b) $Z + \frac{1}{Z} = 1$ (1pt) $Z + \frac{1}{Z} = \sqrt{2}$ (1pt)

2°/ Soit P le polynôme de la variable complexe Z tel que :

$$P(Z) = Z^4 - (1 + \sqrt{2})Z^3 + (2 + \sqrt{2})Z^2 - (1 + \sqrt{2})Z + 1$$

a) Vérifier que pour tout Z non nul on a :

$$\frac{P(Z)}{Z^2} = \left(Z + \frac{1}{Z}\right)^2 - (1 + \sqrt{2})\left(Z + \frac{1}{Z}\right) + \sqrt{2} \quad (1pt)$$

b) En utilisant ce qui précède, résoudre l'équation $P(Z) = 0$ (1pt)

Exercice 2 (5 points)

Dans une ville, il existe deux lycées, l'un de garçons et l'autre de filles ; chaque lycée a une classe de SBT₁, une de SBT₂ et une de SBT₃. Une bourse d'étude est offerte par la ville à six élèves pris parmi les élèves des six classes de terminales. Pour cela on choisit les six meilleurs élèves de chaque classe, soit en tout, 36 élèves et les noms des six boursiers sont alors déterminés par tirage au sort parmi les 36 élèves.

Calculer les probabilités suivantes :

a) Pour que les 6 boursiers soient les 6 élèves de la SBT₂ garçons. (1pt)

b) Pour que les 6 boursiers soient des élèves de la SBT₂. (1pt)

c) Pour que les 6 boursiers soient des filles. (1pt)

d) Pour que les 6 boursiers soient 3 filles et 3 garçons. (1pt)

e) Pour que parmi les 6 boursiers, il y ait moins de 3 garçons. (1pt)

Problème (10points)

1°/ Soit la fonction numérique g définie sur $]0 ; +\infty[$ par : $g(x) = 1 - x^2 - \ln x$

a) Etudier le sens de variation de g et calculer g(1). (1pt)

b) En déduire le signe de g(x). (1pt)

TSVP  

2°/ Soit f la fonction numérique définie sur $]0 ; + \infty[$ par : $f(x) = \frac{\ln x}{x} + 2 - x$

a) Déterminer les limites de f en 0 et $+\infty$. (0,5pt)

b) Calculer $f'(x)$. (0,5pt)

c) Montrez que $f'(x)$ a le signe de $g(x)$. En déduire le tableau des variations de f . (2pts)

d) Montrez que l'équation $f(x)=0$ admet deux solutions x_1 et x_2 ; donnez, en justifiant, un encadrement d'amplitude 0,1 de chacune d'elles. (1pt)

3°/ On note $(\mathcal{C})$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormal $\left(O; \vec{i}; \vec{j} \right)$ d'unité graphique 4cm.

a) Montrez que la droite (D) d'équation $y = -x + 2$ est une asymptote à $(\mathcal{C})$ (1pt)

b) Etudiez la position de $(\mathcal{C})$ par rapport à (D). (0,5pt)

c) Déterminez les coordonnées du point A de $(\mathcal{C})$ où la tangente est parallèle à (D). (0,5pt)

d) Tracez $(\mathcal{C})$ et (D) dans le même repère $\left(O; \vec{i}; \vec{j} \right)$. (2pts)

EXAMEN : Baccalauréat malienSESSION : JUIN 2014ÉPREUVE DE : MathématiquesSÉRIES : TSExp

DURÉE : 3 heures COEF : 3

Le sujet est composé de deux exercices et un problème tous obligatoires. Il comprend deux pages de 1/2 à 2/2 (Vérifiez que les pages sont au complet). La qualité de la rédaction, la clarté et la précision des raisonnements seront prises en compte dans l'appréciation des copies. Les calculatrices non programmables sont autorisées.

Exercice 1 (5 points)

On se propose de résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation suivante :

$$z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - \sqrt{3}i)z - i = 0. \quad (E)$$

1-/ a-/ Déterminer le réel y tel que iy soit une solution de (E) (1pt)

b-/ Déterminer les réels a et b tels que pour tout complexe z

$$z^3 + (\sqrt{3} - i)z^2 + (1 - \sqrt{3}i)z - i = (z - i)(z^2 + az + b) \quad (1,5pt)$$

2-/ a-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation (E') : $z^2 + \sqrt{3}z + 1 = 0$ (1pt)

b-/ En déduire les solutions de (E) sous forme algébrique et trigonométrique (1,5pt)

Exercice 2 (6 points)

Dans le cadre de la prévention des angines hivernales, une étude a été menée pour tester l'efficacité réelle d'un médicament constitué d'un cocktail de vitamines. Dans ce but, on a sélectionné un échantillon de 600 personnes réparties de manière aléatoire en trois groupes : 240 personnes dans le groupe A, 35% de l'échantillon dans le groupe B, et le reste dans le groupe C.

On a administré aux personnes du groupe A durant la période hivernale une dose journalière de ce médicament en leur disant.

On a administré aux personnes du groupe B un placebo (c'est-à-dire un comprimé neutre, ne contenant aucun élément médicinal actif), tout en leur disant qu'il s'agissait du médicament.

On a administré aux personnes du groupe C le médicament en leur disant qu'il s'agissait d'un placebo.

Les résultats de l'étude sont recensés sur 600 fiches individuelles.

a-/ 28% des fiches signalent un traitement efficace. Parmi celles-ci 72 fiches correspondent à des personnes du groupe B

b-/ 75% des fiches correspondant aux personnes du groupe A ne signalent aucune amélioration significative.

1-/ Reproduire et compléter le tableau suivant : (2,5pts)

	Groupe A	Groupe B	Groupe C	Total
Nombre de fiches signalant un traitement efficace				
Nombre de fiches ne signalant aucune amélioration significative				
Total	240			600

TSVP 

2-/ a-/ On choisit une fiche au hasard parmi les 600.

On considère les évènements suivants :

E_1 : «Il s'agit d'une fiche du groupe A.»,

E_2 : «Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace.»,

$E_3 = E_1 \cap E_2$

$E_4 = E_1 \cup E_2$

Calculer les probabilités de ces quatre évènements. **.(2pts)**

b-/ On choisit au hasard une fiche du groupe **B**. On considère l'évènement E_5 : «Il s'agit d'une fiche signalant un traitement efficace.».

Calculer la probabilité de l'évènement E_5 . *Le résultat sera arrondi à 10^{-2} .* **.(0,5pt)**

3-/ Pour chacun des groupes, donner les fréquences en pourcentage des fiches signalant un traitement efficace. **.(1pt)**

Problème **(9 points)**

Trachypenaues est le nom d'une espèce de crevette se développant dans les eaux chaudes de l'île de la Guadeloupe.

L'objectif de l'exercice est l'étude de la croissance en taille de cette espèce en fonction de l'âge des crevettes.

Partie A

Sur un échantillonnage et sur une courte durée, les relevés ont donné les résultats suivants :

Âge t_i (en nombre de semaines)	1	2	3	4	5	6	7	8
Taille y_i (exprimée en millimètre)	10	18	25	33	40	41	50	53

1-/ Soit G le point moyen du nuage de points associé à ce tableau. On considère la droite D passant par G et de coefficient directeur 6,14. Déterminer une équation de la droite D . **(1,5pt)**

2-/ On considère que la fonction affine représentée par la droite D traduit l'évolution de la taille en fonction de l'âge des crevettes avec les unités considérées. Déterminer selon ce modèle la taille d'une crevette de 12 semaines. **(1pt)**

3-/ On estime que l'espérance de vie d'une crevette *Trachypenaues* en haute mer est de 3 années. Calculer, avec le modèle retenu, la taille atteinte au bout de 3 ans. **.(1pt)**

Partie B

En fait, des relevés sur une longue durée ont permis d'établir que la taille $L(t)$ des crevettes *Trachypenaues* exprimée en millimètre en fonction de l'âge t exprimé en semaines est donnée par :

$$L(t) = 87,5(1 - e^{-0,12t})$$

1-/ a-/ Déterminer la limite de la fonction L en $+\infty$ en donner une interprétation. **(1pt)**

b-/ Déterminer la dérivée L' de la fonction L . **.(0,5pt)pt)**

c-/ Étudier les variations de la fonction L sur $[0 ; +\infty[$. **.(1pt)**

2-/ a-/ Calculer, avec ce modèle, la taille d'une crevette de trois ans **(0,5pt)**

b-/ Déterminer l'âge théorique d'une crevette de taille 80 mm **(1pt)**

3-/ Tracer la courbe représentative de la fonction L sur l'intervalle $[0 ; 15]$ et la droite D de la **partie A** dans le même repère. On prendra pour unité graphique 1 cm pour une semaine en abscisse et 1 cm pour 10 mm en ordonnée. **.(1pt)**

Donner une interprétation du graphique obtenu. **.(0,5pt)**

SÉRIE : TSExp**Exercice 1 / [5 points]**

Un paysan possède un champ où il plante des arbres fruitiers. Pour mieux les entretenir il décide de vendre chaque année les 5% des pieds existants et planter 3 000 nouveaux. Il démarre avec 50 000 pieds en 2015. En désignant par X_n le nombre de pieds d'arbres se trouvant dans le champ au cours de l'année $(2015 + n)$

1°/ a) Déterminez le nombre d'arbres qu'il aura en 2016 et en 2017. (0,5pt)

b) Exprimez X_{n+1} en fonction de X_n . (1pt)

2°/ On considère la suite (U_n) définie par $U_n = 60\,000 - X_n$

a) Montrez que la suite (U_n) est une suite géométrique dont on donnera la raison et le 1^{er} terme. (1pt)

b) Exprimer U_n en fonction de n , en déduire X_n en fonction de n (1pt)

c) Ce paysan aura combien d'arbres fruitiers dans 20 ans ? (1pt)

d) Calculer la limite de la suite (X_n) . Conclure (0,5pt)

Exercice 2 / [7 points]

I-/ Soit f une fonction numérique à variable réelle x satisfaisant aux conditions suivantes :

- f est définie et dérivable sur $\mathbb{R}$.
- $f(1) = f(3) = 0$; $f(2) = -1$; $f(0) = 1$; $f'(0) = f'(2) = 0$.
- $\forall x \in]-\infty ; 0[\cup]2 ; +\infty[, f'(x) > 0$; $\forall x \in]0 ; 2[, f'(x) < 0$.
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = 0^+$; $\lim_{x \rightarrow +\infty} [f(x) - x + 2] = 0^-$

1°/ Dressez le tableau de variation de f . (0,5pt)

2°/ $(\mathcal{C}_f)$ représentant les variations de f , précisez les équations des asymptotes à $(\mathcal{C}_f)$ (0,5pt)

3°/ Précisez le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x . (0,5pt)

4°/ Tracez dans le même repère $(\mathcal{C}_f)$ et ses asymptotes. (1pt)

5°/ Donnez l'ensemble de définition des fonctions définies par : $\ln(f(x))$ et $\frac{1}{f(x)}$

où $\ln$ désigne le logarithme népérien. (1pt)

TSVP

II-/ Soient les nombres complexes $z_1 = \frac{1+i\sqrt{3}}{2}$ et $z_2 = -\sqrt{3} + i$.

1°/ Ecrire z_1, z_2 et $\frac{z_2}{z_1}$ sous forme trigonométrique. **(1,5pt)**

2°/ Montrez qu'il existe deux suites géométriques (U) et (V) telles que $U_2 = V_2 = z_1$ et $U_4 = V_4 = z_2$ dont on déterminera les premiers termes U_0 et V_0 et la raison de chacune d'elles. **(2pts)**

Problème / [8 points]

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = x + \frac{2(1+\ln x)}{x}$.

1°/ a) Déterminez l'ensemble de définition de f et les limites de f aux bornes de cet ensemble. **(1pt)**

b) On considère la fonction h définie sur $]0 ; +\infty[$ par $h(x) = x^2 - 2\ln x$:

- Etudiez les variations de h sur $]0 ; +\infty[$. **(1pt)**
- En déduire le signe de $h(x)$ sur $]0 ; +\infty[$. **(0,5pt)**

c) Etudiez les variations de f ; dressez son tableau de variation. **(1,5pt)**

d) Prouvez que la droite Δ d'équation $y = x$ est une asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f dans le plan muni d'un repère orthonormé. **(0,5pt)**

2°/ a) Tracez la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ **(1pt)**

b) On désigne par $\mathcal{A}(k)$ l'aire exprimée en unité d'aire de la partie du plan limitée par $(\mathcal{C}_f)$, Δ et les droites d'équations $x = 1$ et $x = k$. Calculez $\mathcal{A}(k)$. **(1,5pt)**

c) Pour quelle valeur de k a-t-on $\mathcal{A}(k) = 8$? **(1pt)**

SÉRIE :

TS.EXP

ÉPREUVE DE :

DURÉE :

COEF :

Exercice 1 [6points]

1°/ Résous dans l'ensemble $\mathbb{C}$ des nombres complexes l'équation d'inconnue z : $z^2 + 2\sqrt{3}z + 4 = 0$, détermine le module et un argument de chaque solution. (1,5pt)

2°/ Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$.

On considère la transformation T du plan qui, à tout point M d'affixe Z associe le point M' d'affixe Z' défini par $Z' = e^{\frac{2i\pi}{3}} Z$.

a-/ Détermine la nature de la transformation T et donne tous ses éléments caractéristiques. (1,5pt)

b-/ Soit A le point d'affixe $Z_A = -\sqrt{3} + i$. Détermine les affixes respectives Z_B et Z_C des points B et C tels que $B = T(A)$ et $C = T(B)$. Construis les points A , B et C dans le plan muni du repère $(O ; \vec{u} ; \vec{v})$. (1,5pt)

3°/ Calcule $\frac{Z_B - Z_C}{Z_A - Z_C}$ puis en déduis la nature du triangle ABC . (1,5pt)

Exercice 2 [4points]

Dans une culture de microbes, le nombre de microbes à l'instant t (exprimé en heures), peut être considéré comme une fonction g à valeurs réelles de la variable t . La vitesse de prolifération à l'instant t du nombre des microbes est la dérivée g' de cette fonction. On a constaté que $g'(t) = kg(t)$ où k est un coefficient réel strictement positif. On désigne par N le nombre de microbes à l'instant $t = 0$.

1°/ Détermine l'unique solution de l'équation différentielle $g'(t) = kg(t)$ telle que $g(0) = N$ (1pt)

2°/ Sachant qu'au bout de 2 heures le nombre de microbes a quadruplé, calculez en fonction de N le nombre de microbes au bout de 3 heures. (1,5pt)

3°/ Quelle est la valeur de N sachant que la culture contient 9 600 microbes au bout de 5 heures. (1,5pt)

TVP 

Problème..... [10 points]

Soit la fonction numérique f à variable réelle x définie par $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{x - 1}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ la représentation graphique de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1°/ Montre que $(\mathcal{C}_f)$ admet deux asymptotes dont on déterminera les équations.

(1pt)

2°/ Précisez la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à son asymptote oblique.

(0,5pt)

3°/ Etudie les variations de f .

(1,5pt)

4°/ Existe-t-il des points de la courbe où la tangente a pour coefficient directeur $\frac{3}{4}$? Si oui trouve les équations de ces tangentes en ces points.

(2pts)

5°/ Tracez la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et ses asymptotes dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$

(1pt)

6°/ Montre que la restriction g de f à l'intervalle $\mathbf{I} =]1 ; 2]$ est une bijection de $\mathbf{I}$ vers un intervalle $\mathbf{J}$ que l'on précisera.

(1,5pt)

7°/ a-/ Calcule $(g^{-1})'(\frac{5}{2})$

(1pt)

b-/ Dressez le tableau de variation de g^{-1} puis trace sa courbe représentative dans le même repère que celle de f .

(1,5pt)

Exercice 1.....(5 points)

I) On pose $p(Z) = Z^3 + (2 - 2i)Z^2 + (5 - 4i)Z - 10i = 0$.

1) Calcule $p(2i)$.

2) En déduis une factorisation de $p(Z)$.

3) Résous dans $\mathbb{C}$ l'équation $p(Z) = 0$.

II) Un lot de vaccin contre la méningite est efficace à 75%, c'est-à-dire sur 100 personnes vaccinées, 75 seulement sont sûres d'être protégées contre la maladie.

On vaccine 20 personnes avec ce produit.

Quelle est la probabilité pour que :

1) Aucune des personnes ne soit protégée ?

2) La moitié des personnes soit protégée ?

3) Vingt personnes soit protégée ?

Exercice 2.....(5 points)

Un biologiste observe la croissance d'une population de bactéries en milieu fermé.

La population initiale est de 100 bactéries. La capacité maximale du milieu est de 1000 bactéries.

On suppose que la population augmente de 6,5% toutes les heures et que le biologiste rajoute 100 bactéries à la préparation toutes les heures.

On note R_n le nombre de bactéries présentes dans la population au bout de n heures.

On admettra que pour tout entier naturel n , on a : $R_{n+1} = 100 + 1,065R_n$.

On introduit la suite (u_n) définie sur $\mathbb{N}$ par : $u_n = R_n + \frac{100000}{65}$.

1) Montre que (u_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.

2) Exprime (u_n) en fonction de n puis en déduis l'expression de R_n en fonction de n .

3) Au bout de combien de temps le nombre de bactéries sera-t-il égal à 90% de la capacité maximale du milieu ?

Problème.....(10 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = (x + 1)^2 e^{-x}$.

On désigne par (Cf) la courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}; \vec{j})$. unité graphique : 1 cm.

1) Dresse le tableau de variation de f .

2) Montre que f réalise une bijection de $[1; +\infty[$ vers un intervalle J à préciser.

3) Trouve l'équation de la tangente (T) au point d'abscisse nulle.

4) Trouve les coordonnées des points d'intersections de la courbe (Cf) avec les axes du repère.

5) Trace la courbe (Cf) et la tangente (T) dans le même repère.

6) Soit F la fonction définie par : $F(x) = (ax^2 + bx + c)e^{-x}$. Où $a; b$ et c sont des nombres réels.

a- Détermine les réels $a; b$ et c pour que F soit une primitive de f .

b- Calcule en cm^2 l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (Cf) , la tangente (T) , l'axe des abscisses et les droites d'équations $x = 0$ et $x = 2$.

Exercice 1.....(5 points)

I- On considère la fonction f de la variable complexe z définie par :

$$f(z) = z^3 - 2(\sqrt{3} + i)z^2 + 4(1 + i\sqrt{3})z - 8i.$$

1) Vérifie que $f(z) = (z - 2i)(z^2 - 2\sqrt{3}z + 4)$.

2) Résous dans $\mathbb{R}$ l'équation $f(z) = 0$.

3) Ecris les solutions sous forme algébrique.

II- Détermine la nature des transformations suivantes :

1) $z' = z + 1 - 2i$;

2) $z' = iz + 1$;

3) $z' = 3z - 1 + i$;

4) $z' = (1 + i)z - 1 + i$.

Exercice 2.....(5 points)

Soit (u_n) la suite définie par $u_0 = 0$ et pour tout entier naturel n :

$$u_{n+1} = \frac{2u_n + 3}{u_n + 4}.$$

1. Calcule u_1 et u_2 .

2. a) Démontre que pour tout entier naturel non nul n , $0 < u_n < 1$

b) Démontre que la suite u_n est croissante.

c) Que pouvez-vous en déduire ?

3. Soit (v_n) la suite définie pour tout entier naturel n , par :

$$v_n = \frac{u_n - 1}{u_n + 3}.$$

a) Démontre que la suite (v_n) est géométrique.

b) Calcule, pour tout entier naturel n , u_n en fonction de n .

c) Démontre que la suite u_n est convergente et détermine sa limite.

Problème.....(10 points)

On étudie la propagation d'une maladie lors d'une épidémie. Des relevés statistiques ont permis de modéliser le nombre de malades durant l'épidémie par la fonction f définie sur l'intervalle $[1; 26]$ par : $f(t) = 24t \ln(t) - 3t^2 + 10$ où t représente le nombre de semaines écoulées depuis le premier cas constaté et $f(t)$ le nombre de milliers de malades comptabilisés après t semaines.

On note f' la fonction dérivée de la fonction f et f'' la dérivée seconde de la fonction f .

1. Calcule $f'(t)$.
2.
 - a. Etudie le signe de $f''(t)$ sur l'intervalle $[1; 26]$.
 - b. Dresse le tableau de variations de la fonction dérivée f' sur l'intervalle $[1; 26]$.
 - c. Montre que l'équation $f'(t) = 0$ admet une solution unique α sur l'intervalle $[1; 26]$ dont on donnera un encadrement par deux entiers consécutifs.
 - d. En déduis le signe de $f'(t)$ sur l'intervalle $[1; 26]$ puis les variations de la fonction f sur l'intervalle $[1; 26]$.
3. On admet que $f'(t)$ représente la vitesse de propagation de la maladie au bout de t semaines.
 - a. Dans le contexte du problème, donne une interprétation du tableau de variations de la fonction dérivée f' obtenu à la question 2.
 - b. En se servant des questions précédentes, détermine le nombre de semaines écoulées à partir duquel le nombre de malade par semaine a commencé à diminuer.

Exercice1..... (6 pts)

1) Pour tout nombre complexe z , on pose : $P(z) = z^3 - 3z^2 + 3z + 7$.

a) Calcule $P(-1)$.

b) Détermine les réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait :

$$P(z) = (z+1)(z^2 + az + b).$$

c) Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $P(z) = 0$.

2) Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $(O; \vec{u}; \vec{v})$. Unité graphique : 2 cm.

On désigne par A, B, C et G les points du plan d'affixes respectives : $Z_A = -1$,

$$Z_B = 2 + i\sqrt{3}, Z_C = 2 - i\sqrt{3} \text{ et } Z_G = 3.$$

a) Réalise une figure et place les points A, B, C et G .

b) Calcule les distances AB, BC et AC . En déduis la nature du triangle ABC .

c) Calcule un argument du nombre complexe $\frac{Z_A - Z_C}{Z_G - Z_C}$. En déduis la nature du triangle GAC .

Exercice2..... (4 pts)

1) Soit les fonctions f et g définies sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x}{1+x^2}$ et $g(x) = \frac{x^3}{1+x^2}$.

a) Calcule $I_1 = \int_0^1 f(x) dx$.

b) Soit $I_2 = \int_0^1 g(x) dx$. Calcule $I_1 + I_2$ et en déduis la valeur de I_2 .

2) a) Détermine trois réels a, b, c tels que pour tout u différent de $\frac{1}{2}$:

$$\frac{u^2 - 1}{2u - 1} = au + b + \frac{c}{2u - 1}.$$

b) Calcule $\int_{-1}^0 \frac{x^2 - 1}{2x - 1} dx$.

Problème..... (10 pts)

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \frac{x^3 - 4}{x^2 + 1}$, et on note $\mathcal{C}$ sa courbe représentative dans un repère orthonormal (unité : 1cm).

1) On pose $g(x) = x^3 + 3x + 8$.

a) Etudie le sens de variation de g , et montre que l'équation $g(x) = 0$ admet sur $\mathbb{R}$ une unique solution α dont on donnera un encadrement d'amplitude 0,1.

b) Précise le signe de $g(x)$ selon les valeurs de x .

2) a) Calcule $f'(x)$ et étudie le sens de variation de f .

b) Etudie les limites de f en $+\infty$ et en $-\infty$, puis dresse le tableau de variation de f .

3) a) Montre qu'il existe quatre réels a, b, c et d tels que $f(x) = ax + b + \frac{cx + d}{x^2 + 1}$.

b) En déduis que $\mathcal{C}$ admet une asymptote oblique Δ et étudie la position de $\mathcal{C}$ par rapport à Δ .

Vérifie en particulier que $\mathcal{C}$ rencontre Δ en un point unique A.

4) Détermine les abscisses des points B et B' de $\mathcal{C}$ admettant une tangente parallèle à Δ .

5) Vérifie que $f(\alpha) = \frac{3}{2}\alpha$; en déduis une valeur approchée de $f(\alpha)$.

6) Construis la courbe $\mathcal{C}$.

Exercice 1.....(6 pts)

On se propose de résoudre, dans $\mathbb{C}$, l'équation

$$(E) : z^3 - (2 + i\sqrt{2})z^2 + 2(1 + i\sqrt{2})z - 2i\sqrt{2} = 0.$$

1. Détermine le réel y tel que iy soit une solution de (E) .
2. Détermine les réels a et b tels que, pour tout nombre complexe z , on ait :
 $z^3 - (2 + i\sqrt{2})z^2 + 2(1 + i\sqrt{2})z - 2i\sqrt{2} = (z - iy)(z^2 + az + b)$.
3. Achève la résolution de (E) puis écris chacune des solutions sous forme trigonométrique.

Exercice 2.....(6 pts)

On considère la suite numérique $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ définie par : $U_n = e^{2n-1}$.

1. a. Calcule U_0, U_1, U_2, U_3 et U_{n+1} .
b. Démontre que (U_n) est une suite géométrique dont on précisera la raison.
c. Exprime en fonction de n la somme $S_n = U_0 + U_1 + \dots + U_n$.
d. Calcule $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$.
e. Trouve la valeur minimum de n telle que $S_n \geq 10$.
2. Soit la suite (V_n) définie par : $\forall n \in \mathbb{N}, V_n = \ln(U_n)$. On pose $T_n = V_0 + V_1 + \dots + V_n$.
Exprime le produit $P_n = U_0 \times U_1 \times \dots \times U_n$ en fonction de T_n .

Problème.....(8 pts)

On considère la fonction numérique f définie sur $]-\infty; +\infty[$ par $f : x \mapsto f(x) = 2x + 1 - xe^{x-1}$ et on note (C_f) la courbe représentative de f dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$ d'unité graphique $2cm$.

1. Calcule les limites de f en $-\infty$ et en $+\infty$.
2. Démontre que la droite (Δ) d'équation $y = 2x + 1$ est asymptote à (C_f) au voisinage de $-\infty$ puis précise la position relative de (C_f) et (Δ) .
3. a. Etudie les variations de la fonction dérivée f' de f .
b. Calcule $f'(1)$ puis en déduis le signe de $f'(x)$ sur $]-\infty; +\infty[$.

- c. Dresse le tableau de variations de f .
4. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions α et β telles que $1,9 < \alpha < 2$ et $-0,6 < \beta < -0,5$.
5. Calcule la limite de $\frac{f(x)}{x}$ en $+\infty$ puis en donne une interprétation géométrique.
6. Trace (C_f) et (Δ) .

Exercice 1.....(6 pts)

On considère, dans $\mathbb{C}$, le polynôme $p(z)$ suivant :

$$p(z) = z^3 + 9iz^2 + 2(-11 + 6i)z - 3(12 + 4i).$$

1. Démontre que l'équation $p(z) = 0$ admet une solution réelle notée z_1 que l'on déterminera.
2. Détermine le polynôme $q(z)$ tel que $p(z) = (z - z_1)q(z)$.
3. Démontre que l'équation $q(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure notée z_2 que l'on déterminera.
4. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$.
5. On note z_3 , la troisième solution de l'équation $p(z) = 0$.

Démontre que les points A , B et C du plan complexe d'affixes respectives z_1 , z_2 et z_3 sont alignés.

Exercice 2.....(5 pts)

Soit la suite (u_n) définie par : $\begin{cases} u_1 = -2 \\ u_{n+1} = \frac{u_n}{1 - u_n} \end{cases}$. (v_n) est la suite définie par : $v_n = \frac{u_n + 1}{u_n}$.

1. Exprime v_{n+1} en fonction de v_n .
2. Dédus-en la nature de la suite (v_n) .
3. Exprime v_n en fonction de n puis u_n en fonction de n .
4. On pose $S_n = v_1 + v_2 + \dots + v_n$
 - a. Exprime S_n en fonction de n .
 - b. Calcule la somme des 30 premiers termes de la suite (v_n) .

Problème.....(9 pts)

I. Soit la fonction g définie sur $]0; +\infty[$ par : $x \mapsto g(x) = -x^2 + 1 - \ln x$.

1. Dresse le tableau de variations de g .

2. Calcule $g(1)$ puis étudie le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x .

II. Soit la fonction f définie sur $]0; +\infty[$ par : $x \mapsto f(x) = -\frac{1}{2}x + 1 + \frac{\ln x}{2x}$.

1. Dresse le tableau de variations de f .

2. Démontre que l'équation $f(x) = 0$ admet deux solutions notées α et β avec $\alpha < \beta$.

3. a. Montre que la droite (Δ) d'équation $y = -\frac{1}{2}x + 1$ est asymptote à la courbe (C) de f au voisinage de $+\infty$.

b. Etudie la position relative de (C) et (Δ) .

4. Trace (C) et (Δ) dans le même repère.

5. Calcule en fonction de α et β , l'aire de la partie du plan délimitée par la courbe (C) et l'axe des abscisses.

Ministère de l'Éducation Nationale		République du Mali
Centre National des Examens et Concours de l'Éducation		Un Peuple-Un But- Une Foi
EXAMEN : Baccalauréat Général		BAC 2022
SÉRIE : Terminale Sciences Expérimentales(T.S.Exp)		SESSION : Juillet 2022
ÉPREUVE : Mathématiques	DURÉE : 3 heures	COEFFICIENT : 3

Exercice 1 [5 points]

On considère la fonction f , dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

x	-5	0	5	7	$+\infty$
$f'(x)$					
$f(x)$	$\frac{1}{2}$	$-\infty$	2	-1	0

En plus, on dispose des indications suivantes : $f(-3) = -1$, $f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(9) = \frac{1}{2}$.

1. Reproduis et complète le tableau ci-dessus.
2. Donne : le domaine de définition de f , les asymptotes et le nombre de solutions de l'équation $f(x) = 0$.
3. Construis dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$: les asymptotes à (Cf) et la courbe (Cf) .
4. Résous graphiquement : l'équation $f(x) = -2$ et l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 2 [5 points]

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de 1^{er} terme $U_0 = 4$ et de raison $\frac{1}{2}$.

Soit $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique de 1^{er} terme $V_0 = \frac{\pi}{4}$ et de raison $\frac{\pi}{2}$.

Pour tout entier naturel n , on pose Z_n le nombre complexe de module U_n et dont un argument est V_n .

1. a. Exprime U_n et V_n en fonction de n .
b. Déduis-en Z_n .
2. Démontre que (Z_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}i$ et de 1^{er} terme $Z_0 = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}$.
3. Soit le plan complexe $\mathcal{P}$, rapporté au repère orthogonal direct $(O; \vec{u}, \vec{v})$ et M_n le point d'affixe Z_n .

Détermine la nature de la transformation F qui au point M_n associe le point M_{n+1} d'affixe Z_{n+1} puis donne ses éléments caractéristiques.

Problème :[10 points]

Une étude porte sur la croissance en taille d'une espèce de poisson dans une cage de pisciculture, en fonction de l'âge des poissons.

Partie A :

Sur un échantillonnage et pour une courte durée, les relevés ont donné les résultats consignés dans le tableau ci-dessous:

Âge t_i (en nombre de semaines)	1	2	3	4	5	6	7	8
Taille y_i (exprimée en centimètres)	10	18	25	33	40	41	50	53

1-/ Soit G le point moyen du nuage de points associé à ce tableau. On considère la droite (D) passant par G et de coefficient directeur 6,14. Détermine une équation de cette droite (D).

2-/ On considère que la fonction affine représentée par la droite (D) traduit l'évolution de la taille en fonction de l'âge des poissons dans les unités considérées. Détermine selon ce modèle la taille d'un poisson de douze (12) semaines.

3-/ On estime que l'espérance de vie d'un poisson en eau douce est de trois (3) années. Calcule, avec le modèle retenu, la taille atteinte au bout de trois (3) ans.

Partie B :

En fait, des relevés sur une longue durée ont permis d'établir que la taille $g(t)$ des poissons exprimée en centimètres selon l'âge t exprimé en semaines est donnée par :

$$g(t) = 87,5(1 - e^{-0,12t}).$$

1-/ a-/ Détermine la limite de la fonction g en $+\infty$, puis en donne une interprétation.

b-/ Détermine la dérivée g' de la fonction g sur $[0; +\infty[$.

c-/ Étudie les variations de la fonction g sur $[0; +\infty[$.

2-/ a-/ Calcule avec ce modèle la taille d'un poisson de trois (3) ans.

b-/ Détermine l'âge théorique d'un poisson de taille 80 cm.

3-/ Trace la courbe représentative de la fonction g sur l'intervalle $[0; 15[$ et la droite (D) de la **partie A** dans le même repère. On prendra pour unité graphique 1 cm pour une semaine en abscisse et 1 cm pour 10 cm en ordonnée.

Donne une interprétation du graphique ainsi obtenu.

Exercice 1.....4 pts

1. Soit la fonction $h : x \mapsto h(x) = \frac{x^2 - 2x - 2}{x^3 - 1}$.

a. Détermine trois nombres réels a, b et c tels que : $\forall x \in \mathbb{R} - \{1\}, h(x) = \frac{a}{x-1} + \frac{bx+c}{x^2+x+1}$.

b. Déduis-en la primitive H de h sur $] -\infty, 1[$ telle que : $H(-1) = -\ln 2$.

2. Soit x un nombre réel, $I(x)$ et $J(x)$ les intégrales suivantes :

$$I(x) = \int_0^x (\cos^2 t) dt \text{ et } J(x) = \int_0^x (\sin^2 t) dt.$$

a. Calcule $I(x) + J(x)$ et $I(x) - J(x)$.

b. Déduis-en $I(x)$ et $J(x)$.

Exercice 2.....6 pts

I. Le plan est muni d'un repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$.

1. Résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $z^2 - (2+6i)z - 16+12i = 0$.

2. Soit $p(z) = z^3 - (4+6i)z^2 - (12-24i)z + 32-24i$.

a. Montre que l'équation $p(z) = 0$ admet une solution réelle z_0 .

b. Factorise $p(z)$ puis résous, dans $\mathbb{C}$, l'équation $p(z) = 0$.

II. On donne les points A, B et C d'affixes respectives $z_A = 2, z_B = 4+2i$ et $z_C = -2+4i$.

1. a. Calcule le rapport $\frac{z_C - z_A}{z_B - z_A}$ puis déduis-en la nature du triangle ABC .

b. Détermine l'ensemble (E) des points du plan vérifiant $|z - 4 - 2i| = |z + 2 - 4i|$.

2. Soit s la similitude directe telle que $s(A) = A$ et $s(B) = C$.

a. Détermine le rapport k et l'angle θ de s .

b. Déduis-en l'expression de s .

Problème.....10 pts

Le plan est rapporté au repère orthonormé $(O; \vec{u}, \vec{v})$ d'unité graphique 2 cm.

A.

Soit g la fonction définie par $g : x \mapsto g(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x^2 + x}$.

1. Détermine l'ensemble de définition D_g de g .
2. Résous, sur D_g , l'inéquation $g(x) \geq 0$.
3. Détermine trois nombres réels a, b et c tels que pour tout $x \in D_g$: $g(x) = a + \frac{b}{x} + \frac{c}{x+1}$.

B.

Soit la fonction f définie de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ par : $f : x \mapsto f(x) = x + 2 + \ln \left| \frac{x}{x+1} \right|$.

Soit (C) la représentation graphique de f dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudie les variations de f .
2. a. Montre que la droite (D) d'équation $y = x + 2$ est asymptote à (C) .
b. Précise la position de (C) par rapport à (D) .
c. Détermine les coordonnées du point d'intersection de (C) et (D) puis écrit une équation de la tangente à (C) en ce point.
3. Etudie le comportement de f aux bornes de son ensemble de définition.
4. a. Trace la courbe (C) et la droite (D) .
b. Précise les points d'intersection de (C) et de la droite (D') d'équation $y = x$.
5. Montre que le point $A\left(\frac{-1}{2}, \frac{3}{2}\right)$ est un centre de symétrie de (C) .