

Exercice 1 5

On donne les fonctions suivantes :

$$f(x) = x^3 + 2x^2 - 3x + 1; \quad g(x) = \frac{4x + 3}{x^2}; \quad h(x) = x - \ln x$$

1. Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions données.
2. Déterminer les limites aux bornes de leur ensemble de définition.

Exercice 2 (5 points)

1. Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = \frac{x^2 - 4x + 8}{2x - 5}; \quad g(x) = 1 - x + x^2 - x^3; \quad h(x) = x - \ln(2x - 1)$$

2. Déterminer une primitive de chacune des fonctions suivantes :

$$f(x) = (2x + 6)(x^2 + 6x + 10)^3; \quad g(x) = x^3 - 6x^2 + 3x + 1; \quad h(x) = \frac{1}{2x + 1}$$

3. Simplifier les expressions suivantes :

$$A = \ln e^2 + \ln e^4 - \ln \left(\frac{1}{e} \right); \quad B = 2 \ln \sqrt{e} + \ln(e\sqrt{e}) - \frac{1}{3} \ln(e^9)$$

4. Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

$$a) \ln(2x + 7) = \ln(x - 3); \quad 3(\ln x)^2 + 2\ln x - 1 = 0$$

Problème (8 points)

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R} - \{1\}$ par : $f(x) = \frac{-2x^2 + 3x}{x - 1}$. On désigne par $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. Etudier les limites aux bornes de son ensemble de définition. En déduire que la courbe $(\mathcal{C})$ de f admet une asymptote verticale dont on donnera son équation.
2. Trouver les réels $a; b$ et c tels que pour tout $x \neq 1$, $f(x) = ax + b + \frac{c}{x - 1}$.
En déduire que $(\mathcal{C})$ admet, au voisinage de $+\infty$ et de $-\infty$, une asymptote oblique (D) dont on donnera une équation.
3. Etudier les variations de la fonction f puis dresser son tableau de variation.
4. Construire la courbe $(\mathcal{C})$ de f et ses asymptotes dans le repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.