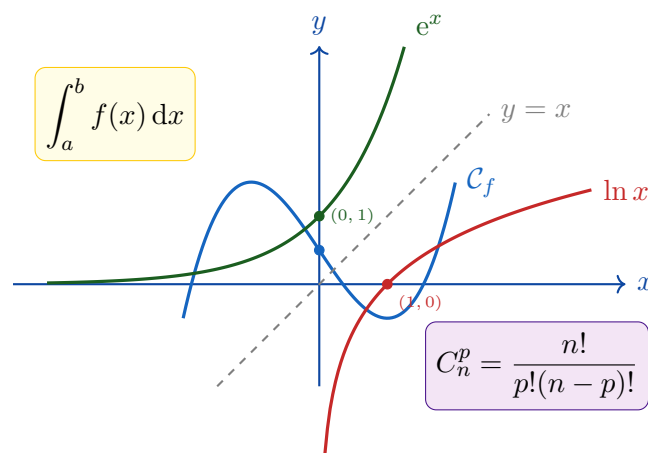


COURS DE MATHÉMATIQUES

TERMINALE SCIENCES SOCIALES

(Série TSS – Programme officiel du Mali)



Chapitres au programme :

- | | |
|--------------------------------|--|
| 1. Fonctions numériques | 2. Primitives – Intégrales – Calculs d'aires |
| 3. Fonctions logarithmes | 4. Fonctions exponentielles |
| 5. Dénombrement – Probabilités | Statistiques |

☆ Contient les sujets du Baccalauréat (2023, 2024, 2025) avec corrigés détaillés

Comment utiliser ce cours :

- | | |
|-------------------------|------------------------|
| ■ Définition à retenir | ★ Théorème fondamental |
| ● Propriété à connaître | ✎ Exemple résolu |
| ➤ Méthode pas-à-pas | 👉 Point délicat |

Conforme au programme officiel APC – Ministère de l'Éducation Nationale du Mali
Basé sur le Manuel Combiné TSS – Éditions SAMASSA
IAD – Document pédagogique enrichi

Table des matières

1 Fonctions numériques d'une variable réelle	3
1.1 Généralités sur les fonctions numériques	3
1.2 Limites d'une fonction	5
1.2.1 Formes indéterminées	5
1.2.2 Asymptotes – Interprétation graphique	7
1.3 Continuité	9
1.4 Dérivation	10
1.4.1 Tableau des dérivées usuelles et règles	12
1.4.2 Tableau de variations	12
1.5 Inégalité des accroissements finis	14
2 Primitives – Intégrales – Calculs d'aires	16
2.1 Primitives	16
2.1.1 Tableau des primitives usuelles	17
2.2 Intégrale d'une fonction	18
2.2.1 Intégration par parties	19
2.3 Calculs d'aires	19
3 Fonctions logarithmes	21
3.1 La fonction logarithme népérien	21
3.1.1 Propriétés algébriques	22
3.2 Équations et inéquations logarithmiques	23
3.3 Limites remarquables	23
3.4 Dérivée et primitives	24
4 Fonctions exponentielles	26
4.1 Définition et propriétés	26
4.2 Limites et croissances comparées	27
4.3 Dérivée et primitives de e^x	28
4.4 Résolution d'équations exponentielles	28
5 Dénombrement et Probabilités	30
5.1 Dénombrement	30
5.1.1 Factorielle, arrangements, combinaisons	30
5.2 Probabilités	31

5.3	Variables aléatoires	32
5.4	Loi binomiale	32
6	Statistiques	35
6.1	Vocabulaire et présentation	35
6.1.1	Représentations graphiques	36
6.2	Indicateurs de position	36
6.3	Indicateurs de dispersion	37
7	Sujets du Baccalauréat – Corrigés	38
8	Exercices de synthèse et préparation au BAC	43
	Formulaire récapitulatif	45

Chapitre 1

Fonctions numériques d'une variable réelle

Objectifs du chapitre : À l'issue de ce chapitre, tu dois être capable de :

- Déterminer le domaine de définition d'une fonction numérique ;
- Calculer les limites (en un point, à l'infini) et lever les formes indéterminées ;
- Étudier la continuité et la dérivabilité d'une fonction ;
- Dresser le tableau de variations et tracer la courbe représentative.

1.1 Généralités sur les fonctions numériques

Une **fonction numérique** f est une application qui à tout élément x d'un ensemble $D_f \subset \mathbb{R}$ associe **au plus** un élément $f(x) \in \mathbb{R}$. On note :

$$f : D_f \rightarrow \mathbb{R}, \quad x \mapsto f(x)$$

x est la **variable** (antécédent), $f(x)$ est l'**image** de x par f .

L'**ensemble de définition** D_f est l'ensemble de toutes les valeurs réelles x pour lesquelles $f(x)$ existe.

> Méthode : Calcul du domaine de définition D_f

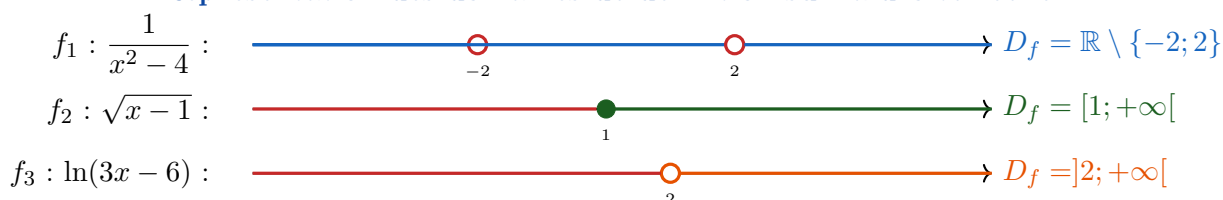
On identifie les valeurs **interdites** selon le type de fonction :

Expression	Condition	Explication
$\frac{1}{h(x)}$	$h(x) \neq 0$	On ne divise jamais par 0
$\sqrt{u(x)}$	$u(x) \geq 0$	Pas de racine de nombre négatif
$\ln(u(x))$	$u(x) > 0$	Le log n'existe que sur $]0; +\infty[$
Combinaison	système d'inégalités	On résout chaque contrainte

Démarche :

1. Repérer chaque expression problématique dans f .
2. Écrire les conditions correspondantes.
3. Résoudre le système et en déduire D_f .

Représentation des domaines de définition sur la droite réelle



1. $f(x) = \frac{x+1}{x^2-4} : x^2 - 4 \neq 0 \Rightarrow x \neq \pm 2$. Donc $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-2; 2\}$.
2. $f(x) = \sqrt{x^2 - x - 2} : x^2 - x - 2 \geq 0$, racines $x = -1$ et $x = 2$. Donc $D_f =]-\infty; -1] \cup [2; +\infty[$.
3. $f(x) = \ln(3x-6) : 3x-6 > 0 \Rightarrow x > 2$. Donc $D_f =]2; +\infty[$.
4. $f(x) = \frac{\sqrt{x-1}}{x^2-9} : x-1 \geq 0$ **ET** $x^2-9 \neq 0$, soit $x \geq 1$ et $x \neq 3$. Donc $D_f = [1; +\infty[\setminus \{3\}$.

- Pour $\ln(u)$, la condition est $u > 0$ (strict), pas $u \geq 0$.
- Pour $\sqrt{u}$, la condition est $u \geq 0$ (large).
- Une combinaison $\frac{\sqrt{u}}{v}$ nécessite **simultanément** $u \geq 0$ **ET** $v \neq 0$.

✎ Exercice 1

Déterminer le domaine de définition de chacune des fonctions suivantes :

- a) $f(x) = \frac{2x+3}{x^2-1}$ b) $g(x) = \sqrt{x^2-5x+6}$ c) $h(x) = \ln(x^2-4)$

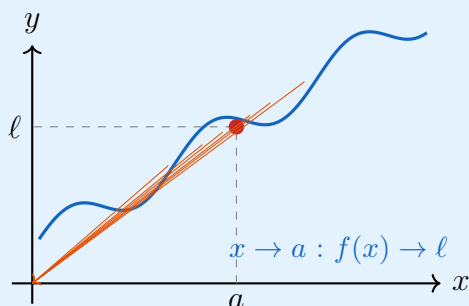
d) $k(x) = \frac{\sqrt{3-x}}{x+2}$

e) $p(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+3}\right)$

f) $q(x) = \sqrt{\frac{x+1}{x-2}}$

1.2 Limites d'une fonction

Idée : $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ signifie que les valeurs de $f(x)$ se rapprochent arbitrairement de ℓ quand x s'approche de a .



Fonction	Limite en $+\infty$	Limite en $-\infty$
x^n ($n \geq 1$)	$+\infty$	$+\infty$ si n pair, $-\infty$ si n impair
$\frac{1}{x}$	0	0
$\sqrt{x}$	$+\infty$	– (non défini)
e^x	$+\infty$	0
$\ln x$	$+\infty$	– (non défini)

1.2.1 Formes indéterminées

$$\frac{0}{0}$$

Factoriser

$$\frac{\infty}{\infty}$$

 Terme
dominant

$$\infty - \infty$$

 Conjugué
/ facteur
commun

$$0 \times \infty$$

Réécrire

Si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$ et $\lim_{x \rightarrow a} g(x) = m$:

Opération	Résultat	Forme indéterminée ?
$f + g$	$\ell + m$	Oui si $+\infty - \infty$
$f \times g$	$\ell \cdot m$	Oui si $0 \times \infty$
f/g	ℓ/m si $m \neq 0$	Oui si $0/0$ ou ∞/∞

Cas $\frac{0}{0}$ – factorisation : On factorise numérateur et dénominateur pour simplifier par le facteur nul.

Cas $\frac{\infty}{\infty}$ – terme dominant : On divise par la plus grande puissance de x au dénominateur.

Cas $\infty - \infty$ avec radicaux : On utilise l'expression conjuguée :

$$\sqrt{a} - b = \frac{(\sqrt{a} - b)(\sqrt{a} + b)}{\sqrt{a} + b} = \frac{a - b^2}{\sqrt{a} + b}$$

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 3x + 2}{x^2 - 4}.$$

On vérifie : $x^2 - 3x + 2 = (x - 1)(x - 2)$ et $x^2 - 4 = (x - 2)(x + 2)$.

$$\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 1)\cancel{(x - 2)}}{\cancel{(x - 2)}(x + 2)} = \lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 1}{x + 2} = \frac{1}{4}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\sqrt{x^2 + x} - x \right).$$

$$\sqrt{x^2 + x} - x = \frac{(\sqrt{x^2 + x} - x)(\sqrt{x^2 + x} + x)}{\sqrt{x^2 + x} + x} = \frac{x^2 + x - x^2}{\sqrt{x^2 + x} + x} = \frac{x}{x\left(\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1\right)} = \frac{1}{\sqrt{1 + \frac{1}{x}} + 1} \xrightarrow{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 + x - 1}{2x^2 - 5x + 4}.$$

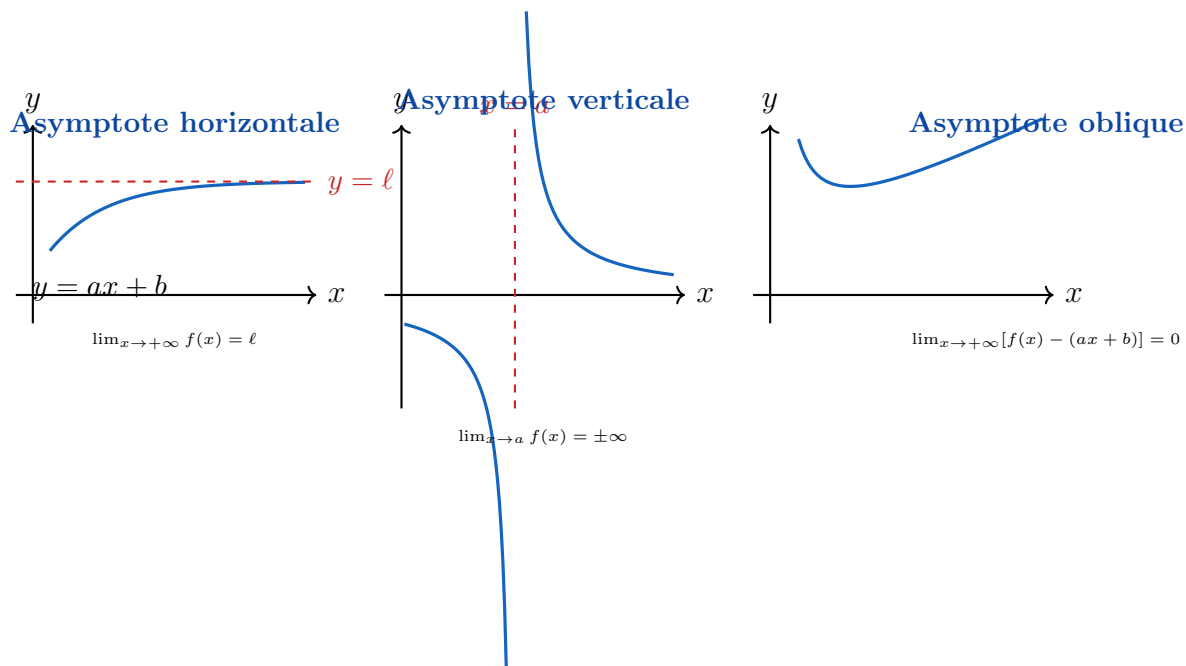
On divise num. et dén. par x^2 (terme dominant du dén.) :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3 + \frac{1}{x} - \frac{1}{x^2}}{2 - \frac{5}{x} + \frac{4}{x^2}} = \frac{3 + 0 - 0}{2 - 0 + 0} = \frac{3}{2}$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin x}{x} = 1 \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan x}{x} = 1$$

Plus généralement : $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(ax)}{bx} = \frac{a}{b}$.

1.2.2 Asymptotes – Interprétation graphique



- La droite $y = \ell$ est **asymptote horizontale** si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \ell$.
- La droite $x = a$ est **asymptote verticale** si $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$.
- La droite $y = ax + b$ est **asymptote oblique** si $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - (ax + b)] = 0$.

On calcule : $a = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} \frac{f(x)}{x}$ puis $b = \lim_{x \rightarrow \pm\infty} [f(x) - ax]$

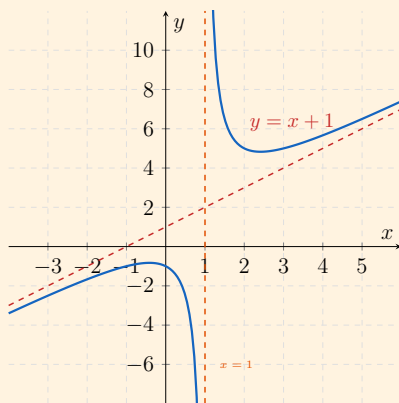
1. Effectuer la **division euclidienne** de $f(x)$ pour l'écrire $f(x) = ax + b + r(x)$.
2. Vérifier que $r(x) \rightarrow 0$ quand $x \rightarrow \pm\infty$.
3. Conclure : $y = ax + b$ est asymptote oblique.

Exemple : Asymptotes de $f(x)$

Asymptote verticale : $x = 1$ (car $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \pm\infty$).

Asymptote oblique : Division : $\frac{x^2 + 1}{x - 1} = x + 1 + \frac{2}{x - 1}$.

Donc $f(x) - (x + 1) = \frac{2}{x - 1} \rightarrow 0$. La droite $y = x + 1$ est asymptote oblique.



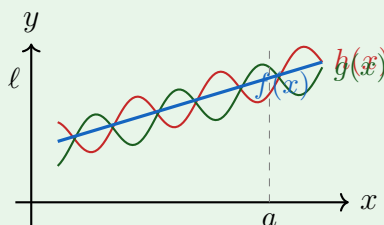
Calculer les limites suivantes (en justifiant chaque étape) :

- | | |
|--|---|
| a) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (3x^3 - 5x^2 + 1)$ | b) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{2x^2 - 1}{x + 3}$ |
| c) $\lim_{x \rightarrow 3} \frac{x^2 - 9}{x - 3}$ | d) $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{x^2 - 1}$ |
| e) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + 3x} - x)$ | f) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin 3x}{5x}$ |
| g) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sqrt{x + 2} - 2}{x - 2}$ | h) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x^2 - 2x + 1}{x^2 + x - 5}$ |

Soit f, g, h trois fonctions. Si $g(x) \leq f(x) \leq h(x)$ au voisinage de a et si :

$$\lim_{x \rightarrow a} g(x) = \lim_{x \rightarrow a} h(x) = \ell$$

alors $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \ell$.



 **Exemple : Application du théorème des gendarmes**

Calculer $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x}$.

Solution : Pour tout $x > 0$: $-1 \leq \sin x \leq 1$, donc $-\frac{1}{x} \leq \frac{\sin x}{x} \leq \frac{1}{x}$.

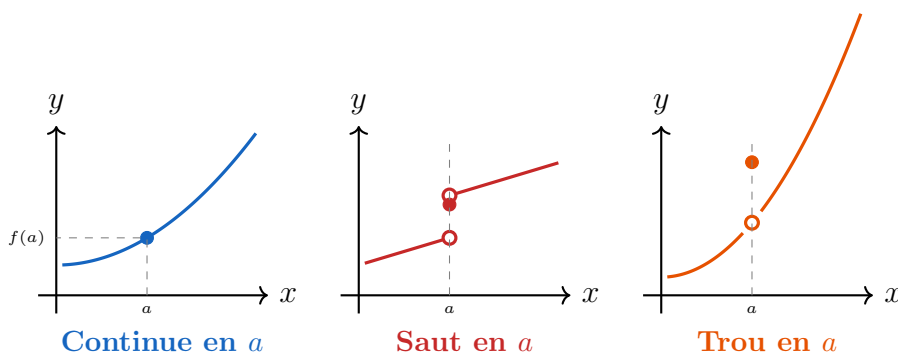
Or $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{-1}{x} = \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1}{x} = 0$. Par le théorème des gendarmes :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sin x}{x} = 0$$

1.3 Continuité

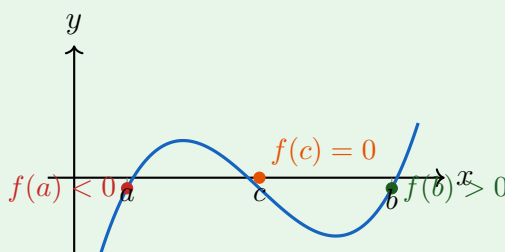
f est **continue en** a si et seulement si :

1. $f(a)$ est définie ;
2. $\lim_{x \rightarrow a} f(x)$ existe ;
3. $\lim_{x \rightarrow a} f(x) = f(a)$.



Si f est **continue** sur $[a ; b]$ et si $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires, alors il existe $c \in]a ; b[$ tel que $f(c) = 0$.

Si de plus f est **strictement monotone**, ce zéro est **unique**.



1. Vérifier que f est continue sur $[a ; b]$ (polynôme, fraction sur son domaine, etc.).
2. Calculer $f(a)$ et $f(b)$.
3. Vérifier que $f(a)$ et $f(b)$ sont de signes contraires (produit < 0).
4. Conclure : il existe $c \in]a ; b[$ tel que $f(c) = 0$.
5. (Optionnel) Montrer la monotonie pour l'unicité.

Montrer que $f(x) = x^3 - x - 1$ admet une racine dans $[1; 2]$.

1. f est un polynôme : continue sur $\mathbb{R}$, donc sur $[1; 2]$.
2. $f(1) = 1 - 1 - 1 = -1 < 0$ et $f(2) = 8 - 2 - 1 = 5 > 0$.
3. $f(1) \cdot f(2) = (-1)(5) = -5 < 0$: signes contraires.
4. Par le TVI : $\exists c \in]1; 2[$ tel que $f(c) = 0$.
5. $f'(x) = 3x^2 - 1 > 0$ sur $[1; 2]$ (car $3 \cdot 1 - 1 = 2 > 0$) : f strictement croissante, donc c est **unique**.

Étudier la continuité des fonctions suivantes :

$$1. f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{x - 1} & \text{si } x \neq 1 \\ 3 & \text{si } x = 1 \end{cases} \text{ en } x_0 = 1.$$

$$2. g(x) = \begin{cases} x^2 + 2 & \text{si } x < 0 \\ 2 & \text{si } x = 0 \\ -x + 2 & \text{si } x > 0 \end{cases} \text{ en } x_0 = 0.$$

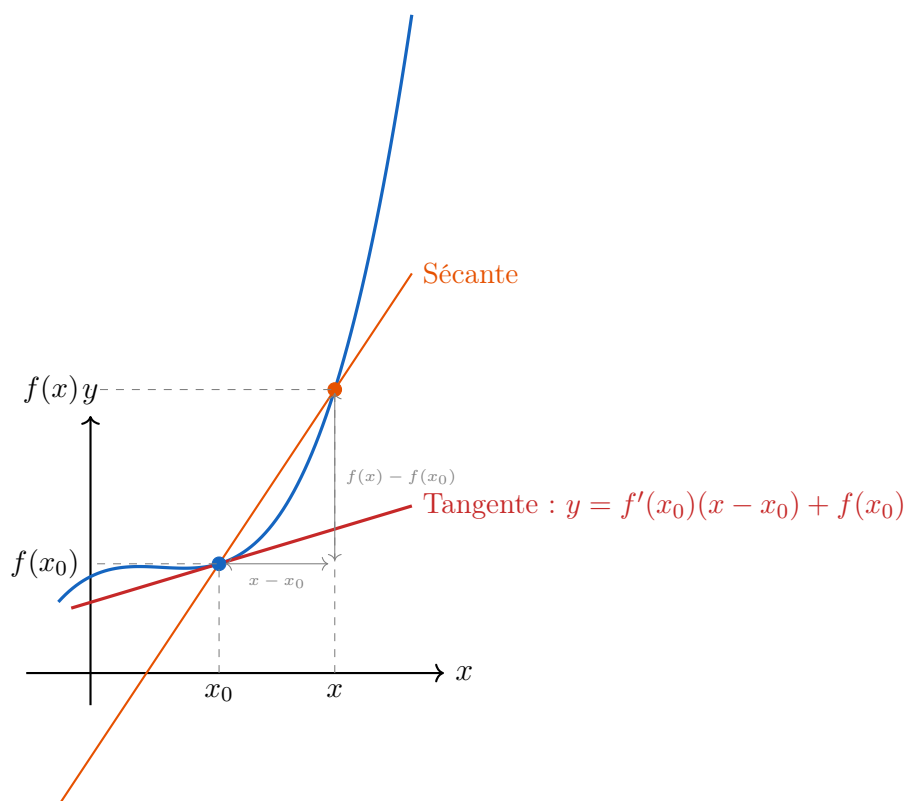
$$3. \text{ Déterminer } a \text{ pour que } h(x) = \begin{cases} ax + 3 & \text{si } x \leq 2 \\ x^2 - 1 & \text{si } x > 2 \end{cases} \text{ soit continue en } x_0 = 2.$$

1.4 Dérivation

f est **dérivable** en x_0 si la limite suivante existe et est finie :

$$f'(x_0) = \lim_{x \rightarrow x_0} \frac{f(x) - f(x_0)}{x - x_0} = \lim_{h \rightarrow 0} \frac{f(x_0 + h) - f(x_0)}{h}$$

$f'(x_0)$ est le **coefficient directeur** de la tangente à la courbe en x_0 .



Si f est dérivable en x_0 , la tangente à $\mathcal{C}_f$ au point $(x_0, f(x_0))$ a pour équation :

$$y = f'(x_0)(x - x_0) + f(x_0)$$

1.4.1 Tableau des dérivées usuelles et règles

Fonctions simples		Règles de composition	
$f(x)$	$f'(x)$	Fonction	Dérivée
a	0	$u + v$	$u' + v'$
x^n	nx^{n-1}	ku	ku'
$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$	$u \cdot v$	$u'v + uv'$
$\frac{1}{x}$	$-\frac{1}{x^2}$	$\frac{u}{v}$	$\frac{u'v - uv'}{v^2}$
e^x	e^x	e^u	$u'e^u$
$\ln x$	$\frac{1}{x}$	$\ln u$	$\frac{u'}{u}$
$\sin x$	$\cos x$	u^n	$nu'u^{n-1}$
$\cos x$	$-\sin x$	$\sqrt{u}$	$\frac{u'}{2\sqrt{u}}$

Pour retenir la règle $(uv)' = u'v + uv'$: pense à «**dériver l'un, garder l'autre, plus l'inverse**».

Pour $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$: pense à «**croix moins croix, sur le carré du bas**».

1. $f(x) = 3x^4 - 2x^2 + 5x - 1 \Rightarrow f'(x) = 12x^3 - 4x + 5$
2. $g(x) = (2x + 1)(x^2 - 3) \Rightarrow g'(x) = 2(x^2 - 3) + (2x + 1)(2x) = 6x^2 + 2x - 6$
3. $h(x) = \frac{x^2 + 1}{x - 2} \Rightarrow h'(x) = \frac{2x(x - 2) - (x^2 + 1)}{(x - 2)^2} = \frac{x^2 - 4x - 1}{(x - 2)^2}$
4. $p(x) = (3x^2 - 1)^5 \Rightarrow p'(x) = 5 \cdot 6x \cdot (3x^2 - 1)^4 = 30x(3x^2 - 1)^4$

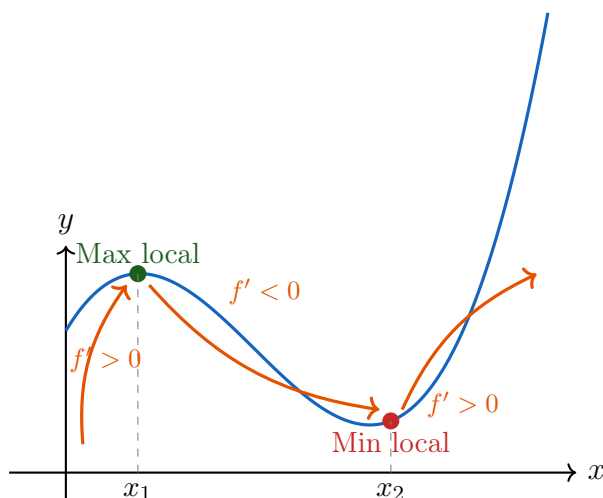
1.4.2 Tableau de variations

★ Théorème : Lien dérivée – variations

Soit f dérivable sur I .

Signe de f' sur I	Monotonie de f sur I
$f'(x) > 0$	f est strictement croissante ($\uparrow$)
$f'(x) < 0$	f est strictement décroissante ($\downarrow$)
$f'(x) = 0$	f est constante

Si $f'(x_0) = 0$ et f' change de signe en x_0 : **extremum local** en x_0 .



1. Déterminer D_f et les bornes du tableau.
2. Calculer $f'(x)$.
3. Résoudre $f'(x) = 0$ pour trouver les valeurs critiques.
4. Étudier le signe de $f'(x)$ sur chaque intervalle.
5. Calculer f en chaque valeur critique.
6. Remplir le tableau (ligne x , ligne $f'(x)$, ligne $f(x)$) avec flèches $\nearrow$ ou $\searrow$.

Exemple : Étude complète de $f(x)$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \{1\}.$$

1. Limites : $\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \pm\infty$; $\lim_{x \rightarrow 1} f(x) = \pm\infty$ ($x = 1$: AV).

Division : $f(x) = x + \frac{1}{x-1} \Rightarrow y = x$ est asymptote oblique.

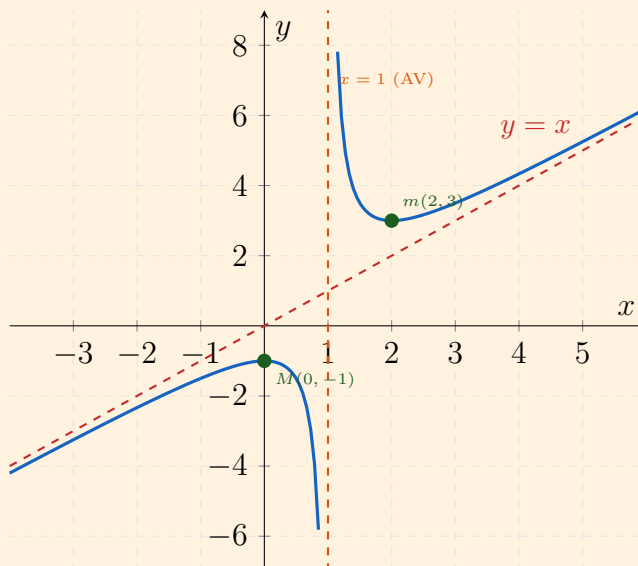
2. Dérivée : $f'(x) = \frac{(2x-1)(x-1) - (x^2 - x + 1)}{(x-1)^2} = \frac{x^2 - 2x}{(x-1)^2} = \frac{x(x-2)}{(x-1)^2}$

$f'(x) = 0$ pour $x = 0$ et $x = 2$.

3. Tableau de variations :

x	$-\infty$	0	1	2	$+\infty$
$f'(x)$	+	0	-	0	+
$f(x)$	$-\infty$	-1	$+\infty$	3	$+\infty$

4. Représentation graphique :



1. Calculer la dérivée de chacune des fonctions suivantes :

a) $f(x) = (x^2 - 3)(2x + 1)^3$

b) $g(x) = \frac{x^2 + 1}{(x - 1)^2}$

c) $h(x) = \sqrt{2x^2 - x + 1}$

d) $k(x) = \left(\frac{x + 1}{x - 1}\right)^3$

2. Étudier complètement $f(x) = \frac{x^2 - 2x - 3}{x + 1}$ (domaine, limites, asymptotes, dérivée, variations, graphe).

3. Étudier $g(x) = x + \frac{4}{x - 2}$ pour $x \neq 2$.

1.5 Inégalité des accroissements finis

Soit f dérivable sur $[a; b]$ avec $m \leq f'(x) \leq M$ pour tout $x \in [a; b]$. Alors :

$$m(b - a) \leq f(b) - f(a) \leq M(b - a)$$

Une entreprise fabrique x objets par semaine ($0 \leq x \leq 100$). Le coût total est $C(x) = 0,01x^3 - 3x^2 + 400x + 5000$ (FCFA).

1. Calculer $C'(x)$ et étudier son signe sur $[0; 100]$.

2. Pour quel nombre d'objets le coût marginal $C'(x)$ est-il minimum ?

3. Calculer le coût moyen $\bar{C}(x) = \frac{C(x)}{x}$ et trouver la valeur de x qui le minimise.

1. Montrer que $x^5 - 3x + 1 = 0$ admet au moins une solution dans $]0 ; 1[$. Donner une valeur approchée à 10^{-1} par balayage.
2. Montrer que $f(x) = 2x^3 - 9x^2 + 12x - 4$ s'annule en $x = 2$ et a une autre racine dans $]0 ; 1[$. Encadrer à 10^{-2} près.

Chapitre 2

Primitives – Intégrales – Calculs d'aires

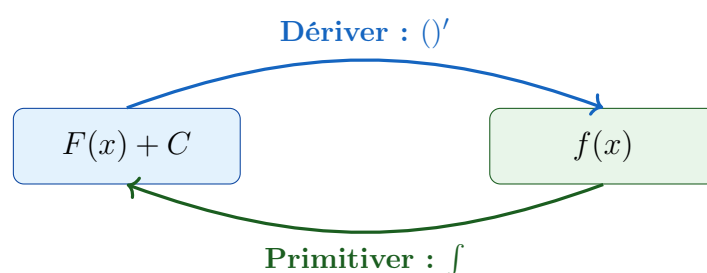
Objectifs :

- Connaître et utiliser le tableau des primitives usuelles ;
- Déterminer une primitive vérifiant une condition initiale ;
- Calculer des intégrales définies et des aires de domaines plans.

2.1 Primitives

F est une **primitive de f sur I** si $F'(x) = f(x)$ pour tout $x \in I$.

Si F est une primitive de f , toutes les primitives de f sont de la forme $F(x) + C$ ($C \in \mathbb{R}$).



2.1.1 Tableau des primitives usuelles

Fonction $f(x)$	Primitive $F(x)$	Cas composé $f(u(x))$
a	$ax + C$	$a \cdot u(x) : au(x)$
$x^n \ (n \neq -1)$	$\frac{x^{n+1}}{n+1} + C$	$u'u^n : \frac{u^{n+1}}{n+1}$
$\frac{1}{x}$	$\ln x + C$	$\frac{u'}{u} : \ln u $
$\sqrt{x}$	$\frac{2}{3}x^{3/2} + C$	$\frac{u'}{\sqrt{u}} : 2\sqrt{u}$ (correction : $\frac{u'}{2\sqrt{u}} \rightarrow \sqrt{u}$)
e^x	$e^x + C$	$u'e^u : e^u$
e^{ax}	$\frac{1}{a}e^{ax} + C$	–
$\sin x$	$-\cos x + C$	$u' \sin u : -\cos u$
$\cos x$	$\sin x + C$	$u' \cos u : \sin u$

Pour la forme composée, le facteur u' doit apparaître **exactement** dans la fonction à intégrer. Par exemple :

- $\int 2xe^{x^2} dx = e^{x^2} + C$ car $u = x^2$, $u' = 2x$
- $\int e^{x^2} dx$ ne se calcule pas simplement (pas de $u' = 2x$).

1. $f(x) = 3x^2 - 4x + 5 \Rightarrow F(x) = x^3 - 2x^2 + 5x + C$
2. $f(x) = (2x+1)^4 : u = 2x+1, u' = 2. f = \frac{1}{2} \cdot u' \cdot u^4 \Rightarrow F(x) = \frac{(2x+1)^5}{10} + C$
3. $f(x) = \frac{3x^2}{x^3+1} = \frac{u'}{u}$ avec $u = x^3+1 \Rightarrow F(x) = \ln |x^3+1| + C$
4. $f(x) = xe^{x^2} = \frac{1}{2} \cdot 2x \cdot e^{x^2} = \frac{1}{2}u'e^u$ avec $u = x^2 \Rightarrow F(x) = \frac{1}{2}e^{x^2} + C$

Déterminer la primitive F de $f(x) = 2x - 3$ telle que $F(1) = 4$.

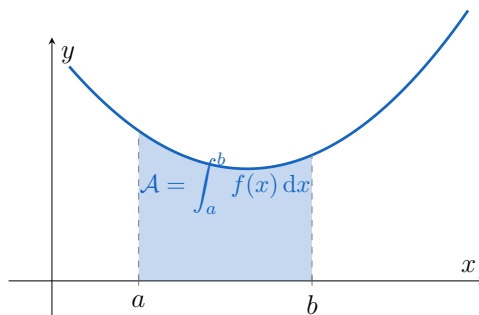
$F(x) = x^2 - 3x + C$. Condition : $F(1) = 1 - 3 + C = 4 \Rightarrow C = 6$.

$$F(x) = x^2 - 3x + 6$$

2.2 Intégrale d'une fonction

Soit f continue sur $[a; b]$ et F une primitive de f . L'**intégrale de a à b de f** est :

$$\int_a^b f(x) \, dx = \left[F(x) \right]_a^b = F(b) - F(a)$$



1. **Linéarité** : $\int_a^b [\lambda f + \mu g] \, dx = \lambda \int_a^b f \, dx + \mu \int_a^b g \, dx$
2. **Relation de Chasles** : $\int_a^c f \, dx = \int_a^b f \, dx + \int_b^c f \, dx$
3. **Positivité** : $f \geq 0$ sur $[a; b] \Rightarrow \int_a^b f \, dx \geq 0$
4. **Inversion** : $\int_b^a f \, dx = - \int_a^b f \, dx$

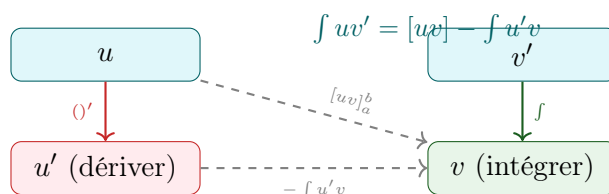
1. $\int_1^3 (2x - 1) \, dx = \left[x^2 - x \right]_1^3 = (9 - 3) - (1 - 1) = 6$
2. $\int_0^1 e^{2x} \, dx = \left[\frac{e^{2x}}{2} \right]_0^1 = \frac{e^2}{2} - \frac{1}{2} = \frac{e^2 - 1}{2}$
3. $\int_1^4 \frac{3}{x} \, dx = 3 \left[\ln x \right]_1^4 = 3 \ln 4$
4. $\int_0^\pi \sin x \, dx = \left[-\cos x \right]_0^\pi = -\cos \pi + \cos 0 = 2$

2.2.1 Intégration par parties

$$\int_a^b u(x) v'(x) dx = [u(x)v(x)]_a^b - \int_a^b u'(x)v(x) dx$$

Intégrale	On choisit $u =$	On choisit $v' =$
$\int x^n e^x dx$	$u = x^n$	$v' = e^x$
$\int x^n \ln x dx$	$u = \ln x$	$v' = x^n$
$\int x^n \sin x dx$	$u = x^n$	$v' = \sin x$
$\int x^n \cos x dx$	$u = x^n$	$v' = \cos x$

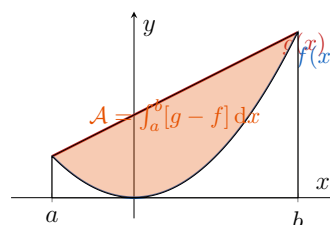
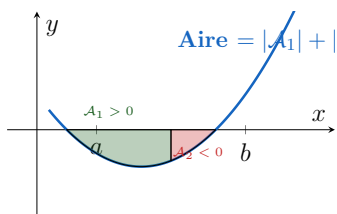
Règle : u = fonction «qui se simplifie en dérivant» ; v' = fonction «facile à intégrer».



$$u = x, v' = e^x \Rightarrow u' = 1, v = e^x.$$

$$I = [xe^x]_0^1 - \int_0^1 e^x dx = e - [e^x]_0^1 = e - (e - 1) = \boxed{1}$$

2.3 Calculs d'aires



— Aire entre $\mathcal{C}_f$ et l'axe : $\mathcal{A} = \int_a^b |f(x)| dx$ (attention au signe de f !)

— Aire entre $\mathcal{C}_f$ et $\mathcal{C}_g$ (avec $f \geq g$ sur $[a; b]$) : $\mathcal{A} = \int_a^b [f(x) - g(x)] dx$

1. Trouver les points d'intersection : résoudre $f(x) = g(x)$.
2. Déterminer quelle courbe est au-dessus sur $[a; b]$ (tester un point).
3. Calculer $\mathcal{A} = \int_a^b |f(x) - g(x)| dx$.

Intersection : $x^2 = x + 2 \Rightarrow x^2 - x - 2 = 0 \Rightarrow x = -1$ ou $x = 2$.

Sur $[-1; 2]$, $g \geq f$ (en $x = 0$: $g(0) = 2 > f(0) = 0$).

$$\mathcal{A} = \int_{-1}^2 [(x+2) - x^2] dx = \left[\frac{x^2}{2} + 2x - \frac{x^3}{3} \right]_{-1}^2 = \left(2 + 4 - \frac{8}{3} \right) - \left(\frac{1}{2} - 2 + \frac{1}{3} \right) = \frac{9}{2} \text{ u.a.}$$

Déterminer les primitives des fonctions suivantes :

- | | |
|-----------------------------|--|
| a) $f(x) = 5x^3 - 3x + 2$ | b) $f(x) = \frac{2}{(3x-1)^3}$ |
| c) $f(x) = \frac{x}{x^2+1}$ | d) $f(x) = (x^2+1)\sqrt{x^3+3x}$ [Indication : factoriser] |
| e) $f(x) = \sin(2x+1)$ | f) $f(x) = x \cdot e^{x^2}$ |

a) $\int_0^2 (x^2 - 2x + 3) dx$

b) $\int_1^e \frac{\ln x}{x} dx$

c) $\int_1^e x \ln x dx$ (IPP)

d) $\int_0^1 (x+1)e^{-x} dx$ (IPP)

e) $\int_0^\pi x \cos x dx$ (IPP)

f) $\int_0^1 \arctan x dx$ (IPP)

1. Calculer l'aire délimitée par $f(x) = x^3 - 3x$ et l'axe des abscisses.
2. Calculer l'aire entre $y = x^2$ et $y = 4 - x^2$.
3. Un bénéfice est modélisé par $B(x) = -0,5x^2 + 10x - 24$ (milliers de FCFA). Calculer l'aire entre B et l'axe sur l'intervalle de rentabilité.

Chapitre 3

Fonctions logarithmes

Objectifs :

- Définir et maîtriser la fonction logarithme népérien ;
- Connaître ses propriétés algébriques et ses limites remarquables ;
- Résoudre des équations et inéquations logarithmiques ;
- Étudier des fonctions faisant intervenir $\ln$.

3.1 La fonction logarithme népérien

La **fonction logarithme népérien** $\ln$ est l'unique primitive de $x \mapsto \frac{1}{x}$ sur $]0; +\infty[$ qui vaut 0 en 1 :

$$\ln(1) = 0 \quad \text{et} \quad (\ln x)' = \frac{1}{x} \quad \text{pour } x > 0$$

Le nombre $e \approx 2,718\dots$ est défini par $\ln(e) = 1$.

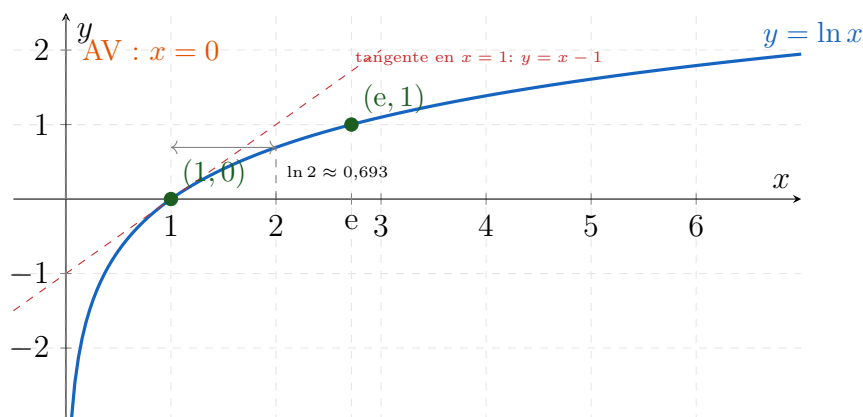


Tableau de variations de $\ln$:

x	0^+	$+\infty$
$\ln x$	$-\infty$	$+\infty$

$(\ln x) = \frac{1}{x} > 0$

3.1.1 Propriétés algébriques

Pour $a > 0, b > 0, n \in \mathbb{Z}$:

Propriété	Formule	Exemple
Produit	$\ln(ab) = \ln a + \ln b$	$\ln 6 = \ln 2 + \ln 3$
Quotient	$\ln\left(\frac{a}{b}\right) = \ln a - \ln b$	$\ln \frac{3}{2} = \ln 3 - \ln 2$
Puissance	$\ln(a^n) = n \ln a$	$\ln 8 = 3 \ln 2$
Racine	$\ln(\sqrt{a}) = \frac{1}{2} \ln a$	$\ln \sqrt{e} = \frac{1}{2}$
Inverse	$\ln\left(\frac{1}{a}\right) = -\ln a$	$\ln \frac{1}{e} = -1$
Valeurs clés	$\ln 1 = 0, \ln e = 1$	—

$\ln(ab)$ $= \ln a + \ln b$ $\rightarrow$ Multiplier $\rightarrow$ Additionner	$\ln\left(\frac{a}{b}\right)$ $= \ln a - \ln b$ $\rightarrow$ Diviser $\rightarrow$ Soustraire	$\ln(a^n)$ $= n \ln a$ $\rightarrow$ Puissance $\rightarrow$ Multiplier
---	--	--

Pour simplifier une expression avec $\ln$:

1. Transformer les produits en sommes, les quotients en différences.
2. Transformer les puissances en facteurs devant $\ln$.
3. Regrouper les termes constants et ceux en $\ln$.

1. $A = \ln 8 + \ln e^3 - \ln e^5 - \ln 4 = 3 \ln 2 + 3 - 5 - 2 \ln 2 = \ln 2 - 2$
2. $B = \ln 25 - \ln 8 + \ln 32 - \ln 64 = 2 \ln 5 - 3 \ln 2 + 5 \ln 2 - 6 \ln 2 = 2 \ln 5 - 4 \ln 2 = \ln \frac{25}{16}$
3. $C = e^{\ln 4} + \ln(e^3) - e^{\ln 2} = 4 + 3 - 2 = 5$

3.2 Équations et inéquations logarithmiques

1. Déterminer le domaine de validité : $A > 0$ et $B > 0$.
2. Utiliser la bijectivité : $\ln(A) = \ln(B) \Leftrightarrow A = B$; $\ln(A) \leq \ln(B) \Leftrightarrow A \leq B$ (car $\ln$ est croissant).
3. Vérifier que la solution est bien dans le domaine.

Changement de variable : Poser $X = \ln x$ (avec $x > 0$, donc $X \in \mathbb{R}$).
On résout l'équation du second degré en X , puis on revient à $x = e^X$.

1. $\ln(2x + 7) = \ln(x - 3)$: Domaine : $2x + 7 > 0$ et $x - 3 > 0$, soit $x > 3$.
 $2x + 7 = x - 3 \Rightarrow x = -10$. Mais $-10 \not> 3$. **Pas de solution.**
2. $2(\ln x)^2 + 3 \ln x - 1 = 0$: Posons $X = \ln x$:
 $2X^2 + 3X - 1 = 0$, $\Delta = 17$, $X = \frac{-3 \pm \sqrt{17}}{4}$.
 $x = e^{(-3+\sqrt{17})/4}$ ou $x = e^{(-3-\sqrt{17})/4}$.

3.3 Limites remarquables

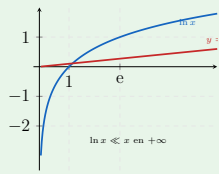
$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \ln x = +\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \ln x = -\infty$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$$

$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1+x)}{x} = 1$



$\ln x \ll x \text{ en } +\infty$

$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$ signifie que $\ln x$ croît **infinitement moins vite** que x . On dit que x est un «*infinitement grand d'ordre supérieur*» à $\ln x$.

3.4 Dérivée et primitives

$$\begin{aligned}
 &— (\ln x)' = \frac{1}{x} \text{ pour } x > 0; \quad (\ln |x|)' = \frac{1}{x} \text{ pour } x \neq 0 \\
 &— (\ln u)' = \frac{u'}{u} \text{ (si } u > 0) \\
 &— \int \frac{1}{x} dx = \ln |x| + C; \quad \int \frac{u'}{u} dx = \ln |u| + C \\
 &— \int \ln x dx = x \ln x - x + C \text{ (par parties)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1. & f(x) = \ln(x^2 + 1) \Rightarrow f'(x) = \frac{2x}{x^2 + 1} \\
 2. & g(x) = x \ln x \Rightarrow g'(x) = \ln x + 1 \\
 3. & h(x) = \ln\left(\frac{x-1}{x+1}\right) = \ln(x-1) - \ln(x+1) \Rightarrow h'(x) = \frac{1}{x-1} - \frac{1}{x+1} = \frac{2}{x^2 - 1}
 \end{aligned}$$

Calculer (exprimer en fonction de $\ln 2$ ou $\ln 3$ si nécessaire) :

$$\begin{array}{lll}
 \text{a) } \ln 12 - \ln 4 + \ln 2 & \text{b) } \ln \sqrt{8} - \frac{3}{2} \ln 2 & \text{c) } e^{2 \ln 3} + \ln(e^{-1}) \\
 \text{d) } \ln\left(\frac{16}{9}\right) + \ln\left(\frac{3}{4}\right)^2 & \text{e) } \ln \sqrt{45} - \ln \sqrt{5} & \text{f) } e^{\ln 5 - \ln 3}
 \end{array}$$

Résoudre dans $\mathbb{R}$ (en précisant le domaine) :

$$\begin{aligned}
 1. & \ln(x-1) + \ln(x+1) = \ln 3 \\
 2. & (\ln x)^2 - 3 \ln x + 2 = 0 \\
 3. & \ln(x^2 - 3x + 2) < 0 \\
 4. & \ln(2x-1) - \ln(x+1) \geq \ln 2 \\
 5. & e^x - 3e^{-x} = 2 \text{ (poser } X = e^x)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 1. & \text{Étudier et tracer } f(x) = x \ln x - x \text{ sur }]0; +\infty[. \\
 2. & \text{Étudier et tracer } g(x) = \ln(x^2 + 1). \\
 3. & \text{Soit } h(x) = \frac{\ln x}{x}. \text{ Montrer qu'elle admet un maximum en } x = e.
 \end{aligned}$$

a) $\int_1^e \ln x \, dx$

b) $\int_1^e \frac{(\ln x)^2}{x} \, dx$

c) $\int_1^3 \frac{2x+1}{x^2+x-2} \, dx$

d) $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} \, dx \text{ (IPP)}$

Chapitre 4

Fonctions exponentielles

Objectifs :

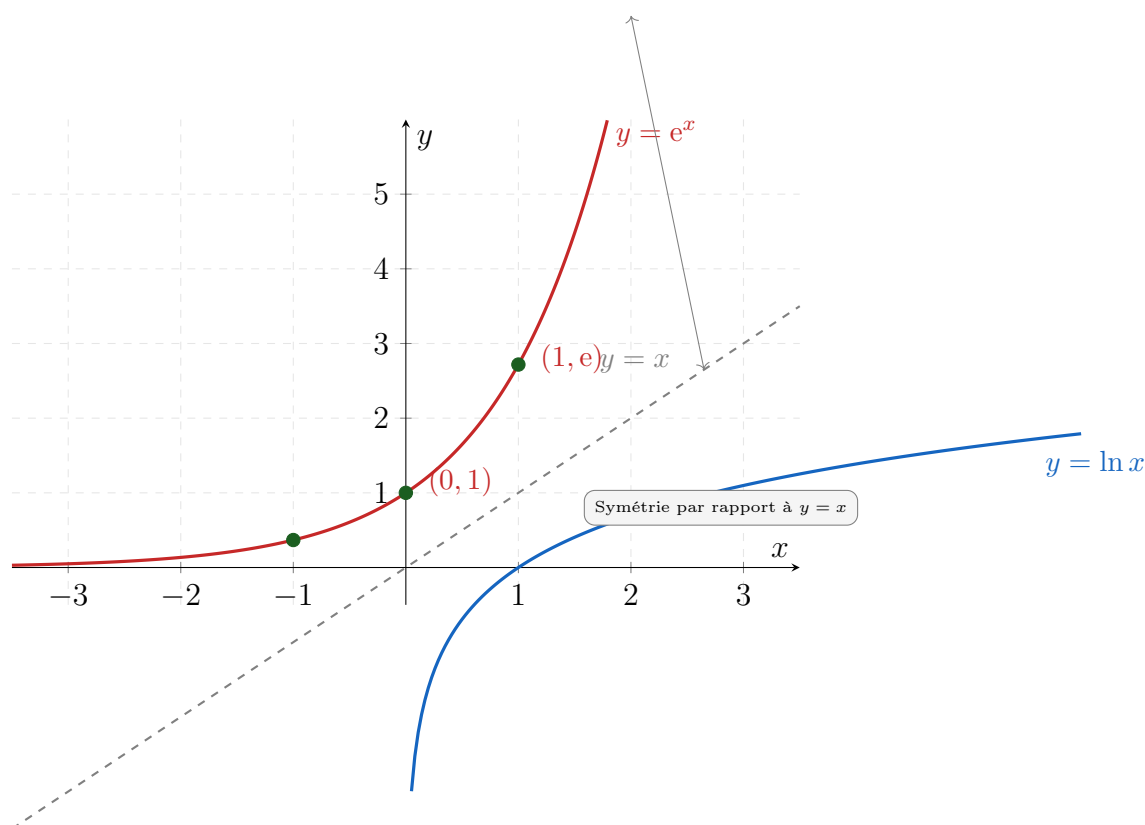
- Définir la fonction exponentielle comme réciproque de $\ln$;
- Maîtriser ses propriétés et ses limites ;
- Résoudre des équations et inéquations exponentielles ;
- Étudier des fonctions faisant intervenir e^x .

4.1 Définition et propriétés

La **fonction exponentielle** $\exp$ est la **bijection réciproque** de $\ln$:

$$y = e^x \Leftrightarrow x = \ln y \quad (y > 0)$$

Elle est définie sur $\mathbb{R}$ et à valeurs dans $]0; +\infty[$.



P1. $e^a \cdot e^b = e^{a+b}$

P2. $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$

P3. $(e^a)^n = e^{na}$

P4. $e^0 = 1, e^1 = e$

P5. $e^{-a} = \frac{1}{e^a}$

P6. $e^a > 0$ pour tout a

P7. $\ln(e^a) = a$ et $e^{\ln a} = a$ ($a > 0$)

P8. $e^a = e^b \Leftrightarrow a = b$

P9. $e^a \leq e^b \Leftrightarrow a \leq b$

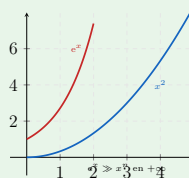
4.2 Limites et croissances comparées

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} e^x = +\infty \quad ; \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} e^x = 0$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty \quad (n \geq 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0 \quad (n \geq 1)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0} \frac{e^x - 1}{x} = 1$$



Moyen mnémotechnique pour les croissances comparées :

«L'exponentielle bat toujours la puissance, qui bat le logarithme»

$$\ln x \ll x^n \ll e^x \quad \text{quand } x \rightarrow +\infty$$

4.3 Dérivée et primitives de e^x

- $(e^x)' = e^x$ (la dérivée de e^x est elle-même !)
- $(e^u)' = u'e^u$
- $\int e^x dx = e^x + C$; $\int e^{ax+b} dx = \frac{1}{a}e^{ax+b} + C$
- $\int u'e^u dx = e^u + C$

1. $f(x) = e^{3x-1} \Rightarrow f'(x) = 3e^{3x-1}$
2. $g(x) = x^2e^x \Rightarrow g'(x) = 2xe^x + x^2e^x = x(x+2)e^x$
3. $h(x) = \frac{e^x}{x+1} \Rightarrow h'(x) = \frac{xe^x}{(x+1)^2}$
4. $k(x) = e^{x^2-3} \Rightarrow k'(x) = 2xe^{x^2-3}$

4.4 Résolution d'équations exponentielles

- $e^{f(x)} = e^{g(x)} \Leftrightarrow f(x) = g(x)$ (bijectivité)
- Pour $Ae^{2x} + Be^x + C = 0$: poser $X = e^x > 0$, résoudre $AX^2 + BX + C = 0$, ne garder que $X > 0$.

1. $e^{3x} = e^{x-2} \Rightarrow 3x = x - 2 \Rightarrow \boxed{x = -1}$
2. $e^{2x} - 5e^x + 6 = 0$: Posons $X = e^x$: $X^2 - 5X + 6 = 0 \Rightarrow X = 2$ ou $X = 3$.
 $e^x = 2 \Rightarrow x = \ln 2$; $e^x = 3 \Rightarrow x = \ln 3$.
3. $e^{3x} - e^{2x} > 0 \Rightarrow e^{2x}(e^x - 1) > 0$. Comme $e^{2x} > 0$, il faut $e^x > 1 \Rightarrow \boxed{x > 0}$.

a) $A = e^{\ln 3} + e^{2\ln 2} - e^{-\ln 5}$

b) $B = \ln(e^3 \cdot e^{-1}) + e^{\ln 4 - \ln 2}$

c) $C = (e^{2x})^3 \cdot e^{-5x}$

d) $D = \frac{e^{x+1} \cdot e^{x-1}}{e^{2x+1}}$

1. $e^{2x+1} = e^{x-3}$

2. $2e^{2x} - 3e^x - 2 = 0$

3. $e^{2x} - 4e^x + 3 \leq 0$

4. $e^x - e^{-x} = 2$ (poser $t = e^x$)

5. $3^x = 5$ (utiliser $3^x = e^{x \ln 3}$)

1. Étudier et tracer $f(x) = (x - 1)e^x$.

2. Étudier $g(x) = x^2e^{-x}$ sur $[0; +\infty[$.

3. Une population bactérienne est modélisée par $N(t) = 1000 \cdot e^{0,3t}$ (milliers, t en heures).

a) Population initiale? Au bout de combien d'heures atteint-elle 10 000 milliers?

b) Calculer $N'(t)$ et interpréter.

Chapitre 5

Dénombrement et Probabilités

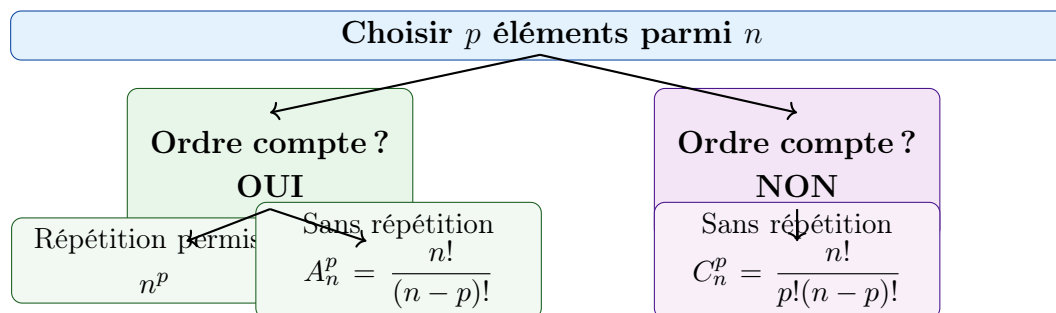
Objectifs :

- Maîtriser permutations, arrangements et combinaisons ;
- Calculer des probabilités (équiprobabilité, formules) ;
- Connaître et utiliser la loi binomiale.

5.1 Dénombrement

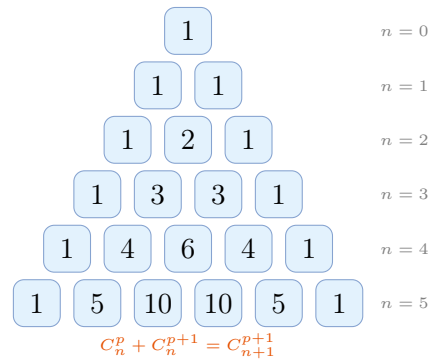
5.1.1 Factorielle, arrangements, combinaisons

$$n! = n \times (n-1) \times \cdots \times 2 \times 1; \quad 0! = 1.$$



- $C_n^0 = C_n^n = 1$; $C_n^1 = n$
- $C_n^p = C_n^{n-p}$ (symétrie)
- $C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$ (formule de Pascal)

Triangle de Pascal



1. 4 lettres du mot MALI : $4! = 24$ mots différents (toutes les lettres distinctes).
2. Jury de 3 (président, secrétaire, assesseur) parmi 10 : $A_{10}^3 = 10 \times 9 \times 8 = 720$.
3. Délégation de 4 parmi 12 (ordre non pertinent) : $C_{12}^4 = \frac{12 \times 11 \times 10 \times 9}{4!} = 495$.

Situation	Ordre	Répétition	Formule
Podium, classement	Oui	Non	A_n^p
Code (chiffres répétés)	Oui	Oui	n^p
Équipe, comité	Non	Non	C_n^p
Permutations totales	Oui	Non	$n!$

5.2 Probabilités

$$P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$$

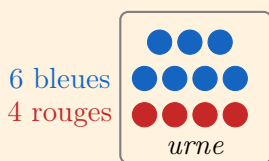
- $0 \leq P(A) \leq 1$; $P(\Omega) = 1$; $P(\emptyset) = 0$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$ (**Très utile** : calcul par complémentaire !)
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- A, B incompatibles : $P(A \cup B) = P(A) + P(B)$

Quand on demande «**au moins un**», il est souvent plus simple de calculer par complémentaire :

$$P(\text{au moins un}) = 1 - P(\text{aucun})$$

Une urne contient 4 boules rouges et 6 boules bleues. On tire 3 boules simultanément.

$$\text{Card}(\Omega) = C_{10}^3 = 120.$$



$$P(3 \text{ rouges}) = \frac{C_4^3}{C_{10}^3} = \frac{4}{120} = \frac{1}{30}$$

$$P(\text{au moins 1 bleue}) = 1 - \frac{1}{30} = \frac{29}{30}$$

5.3 Variables aléatoires

Une **variable aléatoire** X est une fonction $X : \Omega \rightarrow \mathbb{R}$.

Sa **loi de probabilité** est donnée par le tableau des valeurs x_i avec $P(X = x_i) = p_i$, où $\sum p_i = 1$.

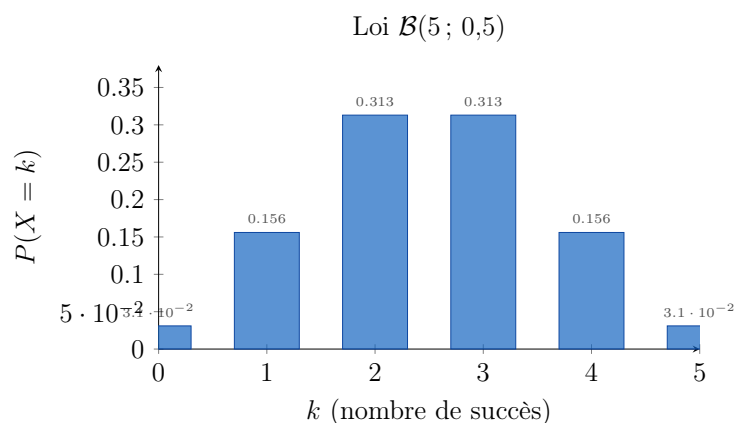
$$E(X) = \sum_i x_i p_i \quad V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 \quad \sigma(X) = \sqrt{V(X)}$$

5.4 Loi binomiale

On répète n fois, de façon **indépendante**, une épreuve de Bernoulli de paramètre p . $X =$ «nombre de succès» suit la loi $\mathcal{B}(n, p)$:

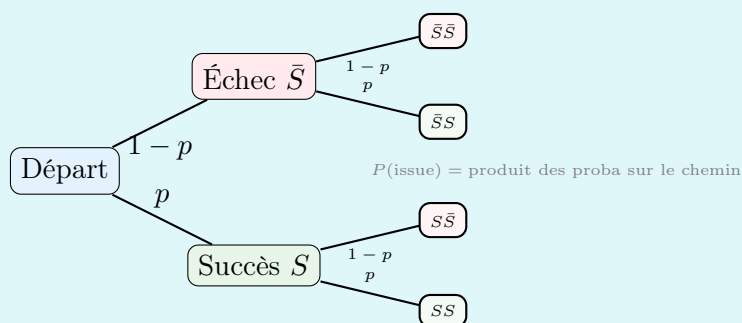
$$P(X = k) = C_n^k p^k (1 - p)^{n-k} \quad (k \in \{0, 1, \dots, n\})$$

$$E(X) = np \quad V(X) = np(1 - p) \quad \sigma(X) = \sqrt{np(1 - p)}$$



Un examen a un taux de réussite de 70%. On prend 5 candidats. $X \sim \mathcal{B}(5; 0,7)$.

1. $P(X = 3) = C_5^3 \times (0,7)^3 \times (0,3)^2 = 10 \times 0,343 \times 0,09 = 0,3087$
2. $P(X \geq 4) = P(X = 4) + P(X = 5) = 5 \times (0,7)^4 \times 0,3 + (0,7)^5 = 0,3602 + 0,1681 = 0,5283$
3. $E(X) = 5 \times 0,7 = 3,5$; $\sigma(X) = \sqrt{5 \times 0,7 \times 0,3} \approx 1,02$



1. Un code de 4 chiffres (0 à 9). Combien si les chiffres peuvent se répéter ? S'ils sont tous distincts ?
2. Équipe de 5 joueurs parmi 15. Combien si : (a) pas de contrainte ; (b) un joueur toujours présent ; (c) deux joueurs incompatibles ?
3. 24 élèves forment des groupes de 4. Combien de groupes ?
4. Compétition de 18 athlètes : podiums différents (or, argent, bronze) ?

🔗 Exercice 18 – Probabilités

1. Un sac contient 9 rouges, 6 vertes, 10 jaunes. On tire 3 simultanément.
 - a) $P(\text{exactement 2 rouges})$?
 - b) $P(\text{au moins 1 jaune})$?
 - c) $P(3 \text{ de même couleur})$?

2. Classe de 40 (25 filles, 15 garçons). $P(\text{délégué fille})$?
3. 2 cartes tirées d'un jeu de 32. $P(2 \text{ as})$?

1. Médicament efficace à 80% pour 10 patients. $X \sim ?$
 - a) $P(X = 8)$, $P(X \geq 9)$, $P(3 \leq X \leq 7)$.
 - b) $E(X)$, $\sigma(X)$.
2. QCM de 15 questions (4 réponses, 1 bonne). Réponses au hasard. $X =$ bonnes réponses.
 - a) Loi de X ?
 - b) $P(X \leq 2)$ et $E(X)$?

Chapitre 6

Statistiques

Objectifs :

- Organiser et représenter des données ;
- Calculer les indicateurs de position (mode, médiane, moyenne) ;
- Calculer les indicateurs de dispersion (étendue, quartiles, variance, écart-type).

6.1 Vocabulaire et présentation

- **Population** : ensemble étudié. **Individu** : élément de la population.
- **Caractère** : quantitatif (discret ou continu) ou qualitatif.
- **Effectif** n_i : nombre d'individus ayant la valeur x_i . **Total** : $N = \sum n_i$.
- **Fréquence** : $f_i = \frac{n_i}{N}$, avec $\sum f_i = 1$.

Notes de 30 élèves :

Note x_i	Effectif n_i	Fréquence f_i	Eff. cum. $\uparrow$	Eff. cum. $\downarrow$
8	5	0,167	5	30
10	8	0,267	13	25
12	7	0,233	20	17
14	6	0,200	26	10
16	4	0,133	30	4
Total	30	1	—	—

6.1.1 Représentations graphiques

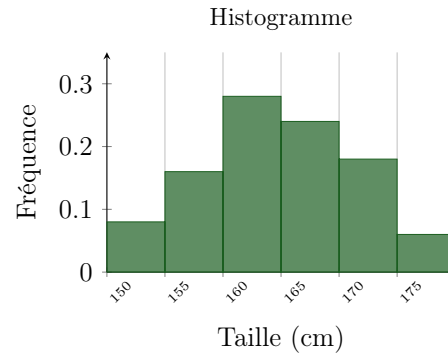
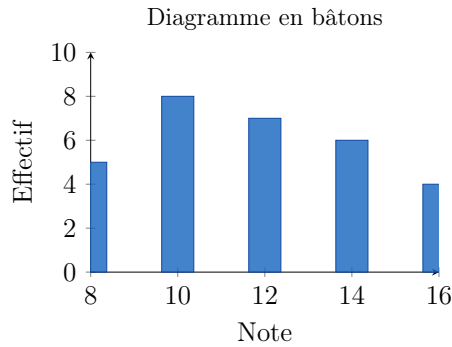
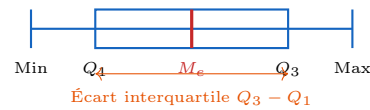


Diagramme circulaire



Boîte à moustaches (Box-plot)



6.2 Indicateurs de position

- **Mode** M_o : valeur de plus grand effectif.
- **Médiane** M_e : valeur qui partage la série en deux parties égales.
- **Moyenne** $\bar{x}$: $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i = \sum_i f_i x_i$.

Pour un caractère **continu** (groupé en classes), on utilise les centres de classes

$$c_i = \frac{a_i + b_i}{2}.$$

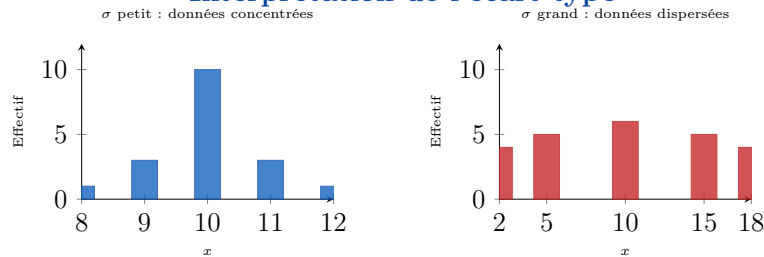
1. Calculer les effectifs cumulés croissants.
2. Trouver la valeur ou classe pour laquelle l'effectif cumulé dépasse $\frac{N}{2}$.
3. Pour une série **continue** : interpolation linéaire dans la classe médiane :

$$M_e = a + \frac{\frac{N}{2} - N_{\text{avant}}}{n_{\text{médian}}} \times (b - a)$$

6.3 Indicateurs de dispersion

- Q_1 : effectif cumulé = $\frac{N}{4}$; Q_3 : effectif cumulé = $\frac{3N}{4}$.
- **Variance** : $V = \frac{1}{N} \sum_i n_i x_i^2 - \bar{x}^2$ (formule de König)
- **Écart-type** : $\sigma = \sqrt{V}$ (même unité que x)

Interprétation de l'écart-type



Notes d'une classe TSS ($N = 40$) :

Note x_i	6	8	10	12	14	16	18
Effectif n_i	3	5	8	10	7	4	3

1. Vérifier $N = 40$. Compléter les effectifs cumulés.
2. Calculer $\bar{x}$, M_e , M_o .
3. Calculer Q_1 , Q_3 , l'écart interquartile.
4. Calculer la variance V et l'écart-type σ .
5. Tracer le diagramme en bâtons et la boîte à moustaches.

Tailles (cm) de 50 élèves :

Classe	Centre c_i	Effectif n_i
[150 ; 155[	152,5	4
[155 ; 160[	157,5	8
[160 ; 165[	162,5	14
[165 ; 170[	167,5	12
[170 ; 175[	172,5	9
[175 ; 180]	177,5	3

1. Calculer la taille moyenne.
2. Déterminer la classe médiane et calculer M_e par interpolation.
3. Calculer σ et interpréter.
4. Tracer l'histogramme des fréquences.

Chapitre 7

Sujets du Baccalauréat – Corrigés

Ce chapitre regroupe les sujets du Baccalauréat Malien TSS des sessions 2023, 2024 et 2025, avec leurs corrigés détaillés. **Ces sujets sont la meilleure préparation à l'examen.** Pour chaque sujet : lis l'énoncé, essaie de résoudre seul, puis consulte le corrigé.

☆ Sujet BAC 2025 – Série TSS

Exercice 1

(5 points)

1. Calculer les limites :

a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x + 5)$

b) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 + x - 6}{x - 2}$

c) $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x - 1}{x - 2}$

2. Dériver :

a) $f(x) = \frac{5}{4}x^4 - 3x^2 - \frac{2}{3}x + 5$

b) $f(x) = \frac{x^2 + 4}{2x - 3}$

c) $f(x) = (3x + 1)^5$

Exercice 2

(5 points)

1. Polynôme $p(x) = x^3 - 3x^2 - 4x + 12$.

a) Justifier $p(x) = (x - 3)(x - 2)(x + 2)$.

b) Résoudre $p(x) = 0$.

2. Résoudre :

a) $2 \ln x + 3(\ln x)^2 - 1 = 0$

b) $e^{3x} - e^{2x} = 0$

Problème

(10 points)

$f(x) = -x^3 + 3x - 2$, $D_f = \mathbb{R}$.

1. Calculer les limites de f en $\pm\infty$.
2. Calculer $f'(x)$; dresser le tableau de variations.
3. Équation de la tangente (T) en $x_0 = 0$.
4. Tableau de valeurs pour $x \in \{-2, -1, 0, 1, 2\}$.
5. Tracer $\mathcal{C}_f$ et (T) .

✓ Corrigé BAC 2025

Ex 1 – 1a) $\lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3 + 2x + 5) = \lim_{x \rightarrow -\infty} (-x^3).$

$x \rightarrow -\infty \Rightarrow -x^3 \rightarrow +\infty.$ $+\infty$

1b) F.I. $\frac{0}{0}$. $x^2 + x - 6 = (x - 2)(x + 3).$ $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{(x - 2)(x + 3)}{x - 2} = \lim_{x \rightarrow 2} (x + 3) =$ 5

1c) $x \rightarrow 2$: num $\rightarrow 1 \neq 0$, dén $\rightarrow 0$. Limite infinie bilatérale : n'existe pas.

2a) $f'(x) = 5x^3 - 6x - \frac{2}{3}$

2b) $f'(x) = \frac{2x(2x - 3) - 2(x^2 + 4)}{(2x - 3)^2} = \frac{2x^2 - 6x - 8}{(2x - 3)^2}$

2c) $u = 3x + 1, u' = 3, n = 5.$ $f'(x) = 15(3x + 1)^4$

Ex 2 – 1a) $(x - 3)(x - 2)(x + 2) = (x - 3)(x^2 - 4) = x^3 - 4x - 3x^2 + 12 = x^3 - 3x^2 - 4x + 12 = p(x)$

1b) $S = \{-2; 2; 3\}$

2a) Poser $X = \ln x$: $3X^2 + 2X - 1 = 0, \Delta = 4 + 12 = 16. X_1 = \frac{1}{3}, X_2 = -1.$

$x = e^{1/3} = \sqrt[3]{e}$ ou $x = e^{-1} = \frac{1}{e}$

2b) $e^{2x}(e^x - 1) = 0 \Rightarrow e^x = 1 \Rightarrow$ $x = 0$

Problème – 1. $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = -\infty; \lim_{x \rightarrow -\infty} f(x) = +\infty.$

2. $f'(x) = -3x^2 + 3 = -3(x - 1)(x + 1).$

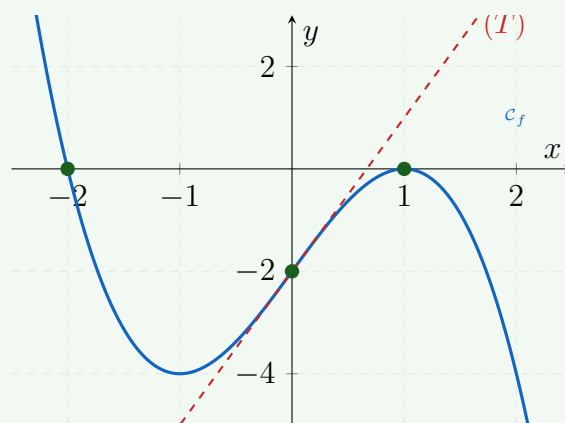
x	$-\infty$	-1	1	$+\infty$
f'	$-$	$\circ$	$\circ$	$-$
f	$+\infty$	-4	0	$-\infty$

3. $f(0) = -2, f'(0) = 3.$ $(T) :$ $y = 3x - 2$

4.

x	-2	-1	0	1	2
$f(x)$	0	-4	-2	0	-4

5.


Exercice 1

(5 points)

I. Calculer $B = 3! + A_1^4 \times A_7^5$ et $D = C_3^8 + 5! \times A_2^3 \times C_7^8$.

II. Boîte : 10 boules vertes et 12 jaunes. Tirage simultané de 3.

1. Événements élémentaires.
2. $P(\text{même couleur})$.

Exercice 2

(5 points)

1. Simplifier : $A = \ln\left(\frac{2}{3}\right)^3 - \ln 2^4 + \ln \frac{16}{9}$; $B = \ln\left(\frac{9^2}{81}\right) + \ln\left(\frac{125}{25}\right) - \ln 5$.
2. Résoudre : (a) $2(\ln x)^2 + 3 \ln x - 1 = 0$; (b) $e^{3x} - e^{2x} = 0$.
3. Dériver $h(x) = 2x^3 - 3x^2 + 5x - 3$ et $g(x) = \frac{2x-3}{x-2}$.

Problème

(10 points)

$$f(x) = \frac{x^2 + x + 1}{x + 1}.$$

1. Domaine D_f .
2. Limites aux bornes ; asymptote verticale.
3. Trouver a, b, c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.
4. Montrer $y = x$ est asymptote oblique.
5. Montrer $I(-1; -1)$ est centre de symétrie.
6. Calculer $f'(x)$, étudier son signe, dresser le tableau de variations.
7. Tangente en $x_0 = 0$.
8. Tracer la courbe et ses asymptotes.

✓ Corrigé BAC 2024
Ex 1 – I. $3! = 6$, $A_1^4 = 4$, $A_7^5 = 7 \times 6 \times 5 \times 4 \times 3 = 2520$. $B = 6 + 4 \times 2520 = 10\,086$
 $C_3^8 = 56$, $5! = 120$, $A_2^3 = 6$, $C_7^8 = 8$. $D = 56 + 120 \times 6 \times 8 = 5816$
Ex 1 – II. $\text{Card}(\Omega) = C_3^{22} = 1540$.

«Même couleur» : $C_3^{10} + C_3^{12} = 120 + 220 = 340$. $P = \frac{340}{1540} = \frac{17}{77}$

Ex 2 – 1a) $A = 3(\ln 2 - \ln 3) - 4 \ln 2 + 4 \ln 2 - 2 \ln 3 = 3 \ln 2 - 5 \ln 3 = \ln \frac{8}{243}$

1b) $\ln\left(\frac{81}{81}\right) + \ln 5 - \ln 5 = 0$

2a) $X = \ln x : 2X^2 + 3X - 1 = 0, \Delta = 17$. $x = e^{(-3+\sqrt{17})/4}$ ou $x = e^{(-3-\sqrt{17})/4}$

2b) $x = 0$ (cf. BAC 2025)

3. $h'(x) = 6x^2 - 6x + 5; g'(x) = \frac{-1}{(x-2)^2}$

Problème – 1. $D_f = \mathbb{R} \setminus \{-1\}$

2. AV : $x = -1$.

3. Division : $x^2 + x + 1 = (x+1) \cdot x + 1$. Donc $f(x) = x + \frac{1}{x+1} : a = 1, b = 0, c = 1$.

4. $f(x) - x = \frac{1}{x+1} \rightarrow 0 : y = x$ est AO

5. $f(x) + f(-2-x) = -2 : I(-1, -1)$ est centre de symétrie

6. $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+1)^2} = \frac{x(x+2)}{(x+1)^2}$.

$f' = 0$ pour $x = 0$ et $x = -2$. Tableau :

x	$-\infty$	-2	-1	0	$+\infty$
f'		0 -	-	0 +	
f	$+\infty$	-3	$-\infty$	1	$+\infty$

7. $f(0) = 1, f'(0) = 0 : (T) : y = 1$ (tangente horizontale).

☆ Sujet BAC 2023 – Série TSS

Exercice 1

(5 points)

Notes d'une classe TSS :

Note x_i	3	7	9	10	12	15	16
Effectif n_i	10	8	5	3	6	3	2

- Effectif total.
- Compléter les effectifs cumulés.
- Nombre d'élèves ayant note ≥ 10 .
- Diagramme en bâtons.

Exercice 2

(6 points)

- Dériver $f(x) = \frac{x^2 - 1}{x + 3}$ et $g(x) = x^3 - \frac{2}{3}x^2 + 7x - 9$.

2. Compétition de 18 athlètes. Podiums différents (or, argent, bronze) ?
3. Simplifier $A = e^{\ln 4} + \ln e^3 + \ln e^{-5} - e^{\ln 2}$ et $B = \ln 25 - \ln 8 + \ln 32 - \ln 64$.
4. 24 élèves par paires : combien de paires ?

Problème

(9 points)

$C(t) = -0,6t^2 + 18t - 50$ (t en heures, $8 \leq t \leq 22$) : concentration en ozone.

1. Calculer $C'(t)$.
2. Signe de $C'(t)$ sur $[8; 22]$.
3. Heure de pollution maximale et valeur du maximum.

Ex 1 – 1. $N = 10 + 8 + 5 + 3 + 6 + 3 + 2 = \boxed{37}$

2. Tableau :

x_i	3	7	9	10	12	15	16
n_i	10	8	5	3	6	3	2
Cum.↑	10	18	23	26	32	35	37
Cum.↓	37	27	19	14	11	5	2

3. Élèves avec note ≥ 10 : $3 + 6 + 3 + 2 = \boxed{14}$

Ex 2 – 1. $f'(x) = \frac{2x(x+3) - (x^2 - 1)}{(x+3)^2} = \frac{x^2 + 6x + 1}{(x+3)^2}$

$$g'(x) = 3x^2 - \frac{4}{3}x + 7$$

2. $A_{18}^3 = 18 \times 17 \times 16 = \boxed{4896}$

3. $A = 4 + 3 - 5 - 2 = \boxed{0}$; $B = \ln \frac{25 \times 32}{8 \times 64} = \ln \frac{25}{16}$

4. $C_{24}^2 = \frac{24 \times 23}{2} = \boxed{276}$

Problème – 1. $C'(t) = -1,2t + 18$

2. $C'(t) = 0 \Rightarrow t = 15$.

Sur $[8; 15[$: $C'(t) > 0$ (croissant) ; sur $]15; 22]$: $C'(t) < 0$ (décroissant).

3. Maximum à **15h** : $C(15) = -0,6 \times 225 + 18 \times 15 - 50 = -135 + 270 - 50 = \boxed{85 \mu\text{g}/\text{m}^3}$

Chapitre 8

Exercices de synthèse et préparation au BAC

1. $f(x) = \frac{x^2 - 3x + 2}{x - 1}$
2. $g(x) = x + e^{-x}$
3. $h(x) = x \ln x$ sur $]0; +\infty[$
4. $k(x) = \frac{x^2}{x^2 + 1}$

Pour chaque fonction : domaine, limites, asymptotes, f' , tableau de variations, graphe.

Coût mensuel : $C(x) = x^3 - 15x^2 + 75x + 1000$ ($1 \leq x \leq 50$). Recette marginale : $R'(x) = -3x + 120$.

1. Calculer $R(x)$ en intégrant R' avec $R(0) = 0$.
2. Calculer le bénéfice $B(x) = R(x) - C(x)$.
3. Calculer $B'(x)$ et déterminer la production qui maximise le bénéfice.
4. Calculer le bénéfice maximal.
5. Calculer l'aire entre $\mathcal{C}_B$ et l'axe sur l'intervalle de rentabilité.

Urne A : 4 rouges et 6 blanches. Urne B : 3 rouges et 7 blanches.

1. Tirage de 3 boules de A : $P(\text{au moins 2 rouges})$.
2. Tirage sans remise de 2 boules de B : arbre et $P(\text{même couleur})$.
3. Mélange A+B : tirage de 4 : $P(\text{exactement 2 rouges et 2 blanches})$.
4. Test réussi avec $p = 0,6$ pour 8 candidats indépendants : loi de X , $P(X \geq 6)$, $E(X)$.

1. Calculer $\int_0^1 x^2 e^x \, dx$ (deux IPP successives).
2. Aire entre $f(x) = \ln x$ et $g(x) = x - 1$ sur $[1 ; e]$.
3. Calculer $\int_1^2 \frac{\ln x}{x^2} \, dx$ (IPP).

Formulaire récapitulatif – Tout en une page

Dérivées usuelles :

- $(x^n)' = nx^{n-1}$; $(\sqrt{x})' = \frac{1}{2\sqrt{x}}$
- $(e^x)' = e^x$; $(e^u)' = u'e^u$
- $(\ln x)' = \frac{1}{x}$; $(\ln u)' = \frac{u'}{u}$
- $(u \cdot v)' = u'v + uv'$
- $\left(\frac{u}{v}\right)' = \frac{u'v - uv'}{v^2}$
- $(u^n)' = nu'u^{n-1}$

Primitives :

- $\int x^n dx = \frac{x^{n+1}}{n+1}$ ($n \neq -1$)
- $\int \frac{1}{x} dx = \ln|x|$
- $\int e^x dx = e^x$; $\int u'e^u dx = e^u$
- $\int \frac{u'}{u} dx = \ln|u|$
- **IPP** : $\int uv' = [uv] - \int u'v$

ln :

- $\ln(ab) = \ln a + \ln b$
- $\ln(a/b) = \ln a - \ln b$
- $\ln(a^n) = n \ln a$
- $\ln 1 = 0$; $\ln e = 1$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\ln x}{x} = 0$
- $\lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x = 0$

e^x :

- $e^a \cdot e^b = e^{a+b}$; $\frac{e^a}{e^b} = e^{a-b}$
- $(e^a)^n = e^{na}$; $e^0 = 1$
- $e^{\ln a} = a$; $\ln(e^a) = a$
- $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{e^x}{x^n} = +\infty$
- $\lim_{x \rightarrow -\infty} x^n e^x = 0$
- $e^a > 0$ toujours

- $n! = 1 \times 2 \times \cdots \times n$
- $A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$ (ordre, sans répétition)
- n^p (ordre, avec répétition)
- $C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!}$ (sans ordre)
- $C_n^p = C_n^{n-p}$; $C_n^p + C_n^{p+1} = C_{n+1}^{p+1}$

- $P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$
- $P(\bar{A}) = 1 - P(A)$
- $P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$
- $\mathcal{B}(n, p) : P(X = k) = C_n^k p^k q^{n-k}$
- $E(X) = np$; $V(X) = npq$; $\sigma = \sqrt{npq}$

- Moyenne : $\bar{x} = \frac{1}{N} \sum n_i x_i$
- Médiane : eff. cum. = $\frac{N}{2}$
- Variance : $V = \frac{1}{N} \sum n_i x_i^2 - \bar{x}^2$
- Écart-type : $\sigma = \sqrt{V}$
- Q_1 : eff. cum. = $\frac{N}{4}$
- Q_3 : eff. cum. = $\frac{3N}{4}$

Médiane d'une série continue :

$$M_e = a + \frac{\frac{N}{2} - N_{\text{avant}}}{n_{\text{médian}}} \times (b - a)$$

Mots-clés :

- Dispersion $\uparrow \Leftrightarrow \sigma \uparrow$
- Concentration $\uparrow \Leftrightarrow \sigma \downarrow$

Horizontale :

$$\lim_{x \rightarrow \pm\infty} f(x) = \ell$$

$$\Rightarrow y = \ell \text{ (AH)}$$

Verticale :

$$\lim_{x \rightarrow a} f(x) = \pm\infty$$

$$\Rightarrow x = a \text{ (AV)}$$

Oblique :

Division euclidienne

$$f(x) = ax + b + r(x)$$

avec $r(x) \rightarrow 0$