

EXERCICE1

Soit a et b deux nombres réels et f une fonction définie sur

$$\mathbb{R} - \{3\} \quad \text{par} \quad f(x) = ax + b + \frac{c}{3-x}$$

- 1) Sachant que $f(2) = 1$ et $f'(2) = 0$ montrer que $a = -1$ et $b = 2$
- 2) Démontrer que la droite d'équation (D) : $y = -x + 2$ est une asymptote à la courbe (Cf)
- 3) Etudier les variations de f puis la position de (Cf) par rapport à la droite (D)
- 4) Montrer que le point d'intersection des asymptotes de (Cf) est le centre de symétrie pour (Cf)
- 5) Construire la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$

Exercice 2

Soit $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 2}{x+1}$ et (Cf) sa courbe représentative

- 1) Déterminer l'ensemble de définition Df de f
- 2) a) Calculer la limite aux bornes de Df
b) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = 2x - 6 + \frac{8}{x+1}$
c) Montrer que la dérivée $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x - 6}{(x+1)^2}$
- 3) a) Démontrer que la droite d'équation (Δ) : $y = 2x - 6$ est une asymptote à (Cf)
b) Etudier la position relative de (Cf) par rapport à (Δ)
- 4) a) Dégager les asymptotes à la courbe (Cf)
b) Dresser le tableau de variation de la fonction f
- 5) Trouver les coordonnées du point A, intersection de (Cf) avec l'axe des abscisses puis donner une équation de la tangente au point $x_0 = 1$

Exercice 3

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes puis calculer leurs dérivées

- 1) $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$
- 2) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{2x^2 + x + 5}$
- 3) $g(x) = \frac{-2x^2 + 3x - 7}{x^2 - 1}$
- 4) $g(x) = (x^2 + 6)(x^4 - 3x^2 + 4x)^2$
- 5) $h(x) = (3x^2 - 4x + 5)^5$
- 6) $h(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$

7) $k(x) = \sqrt{(x+3)(2x-1)}$

8) $k(x) = \sqrt{1-9x^2}$

9) $P(x) = \sqrt{x^3 + x^2 - 2x}$

Exercice I

Exercice 1

$$1) \int_2^3 (3x^2 + 5x + 9) dx$$

$$2) \int_{-1}^2 (3x^2 + 2x)(x^3 + x^2 - 5) dx$$

$$3) \int_3^4 \frac{2x+7}{(x^2+7x-6)^2} dx$$

$$4) \int_0^2 (3x-2)^3 dx$$

$$5) \int_{-1}^1 \frac{2x}{(x^2+1)^3} dx$$

$$6) \int_{-2}^1 \sqrt{3-2x} dx$$

$$7) \int_0^1 3x^2(x^3-4) dx$$

$$8) \int_{-1}^1 -2 dx$$

$$9) \int_0^{\sqrt{5}} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} dx$$

$$10) \int_2^4 \left(2x - 1 - \frac{1}{(x-1)^2} \right) dx$$

$$11) \int_{-2}^{-1} |t^2 - 1| dt$$

$$12) \int_{-1}^2 (3x^2 + 2x - 5) dx + \int_2^3 \left(\frac{2}{x^2} \right) dx$$

$$13) \int_{-2}^2 (x^2 - 3)(x^3 - 9x - 2)^2 dx$$

$$14) \int_0^5 \sqrt{x} dx$$

EXERCICE 2

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

$$a) f(x) = x^4 + 3x^2 - 4$$

$$b) f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$$

$$c) f(x) = x - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$d) f(x) = \frac{4}{(x+1)^4}$$

$$e) g(x) = \frac{-3x}{\sqrt{1+x^2}}$$

$$f) g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$$

$$g) g(x) = \frac{x^3 + x^2 - x}{(x+1)^2}$$

$$h) g(x) = \frac{3x^2 - 2x}{(x^3 + x^2)^2}$$

$$i) h(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$$

$$j) h(x) = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$$

$$k) h(x) = 4x^3 - 2x + 1$$

EXERCICE3 :

I) Déterminer la primitive F de f sur les intervalles donnés tels que $F(x_0) = y_0$

$$1) f(x) = (x+1)(x^2 + 2x + 3) \quad I = \mathbb{R} \quad \text{et} \quad F(0) = 1$$

$$2) f(x) = \frac{1}{(2x-3)^3} \quad F(1) = 1 \quad \text{et} \quad I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$$

$$3) f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}} \quad F(7) = 4 \quad \text{et} \quad I =]3; +\infty[$$

$$4) f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 6x + \frac{2}{x^2} \quad F(1) = -3 \quad I = \mathbb{R}$$

II) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x^3 + x^2 - x}{(x-1)^2}$

$$1) \text{ Trouver trois nombres réels } a, b \text{ et } c \text{ tels que } g(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$$

$$2) \text{ Déterminer la primitive F de f sur }]-1; +\infty[\text{ tel que } F(0) = 2$$

$$3) \text{ Calculer } \int_0^3 g(x) dx$$

EXERCICE 4

1) Dans chacun des cas suivants déterminer l'aire de la surface des fonctions définies

$$\text{par : } \begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$$

$$a) f(x) = x(x-5)^2 \quad a=1 \quad \text{et} \quad b=0$$

$$b) f(x) = \frac{4}{x^2} \quad a=-2 \quad \text{et} \quad b=-1$$

$$c) g(x) = 3x^5 + 6x^2 + 2 \quad a=0 \quad \text{et} \quad b=4$$

d) $g(x) = (5x - 3)^4$ $a = -3$ et $b = 3$

2) Etudier la fonction f définie par : $f(x) = -4x^3 + 3x + \frac{1}{2}$

Construire la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

L'unité du plan est de 2 cm sur chaque axe. Déterminer l'aire du domaine du plan limité par la courbe et les axes $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$

3) On considère les fonctions f et g définies par :

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ et $g(x) = x^3 - 3x + 2$

a) Etudier et construire la courbe des fonctions f et g dans un repère orthonormé

b) Vérifier que $x^3 - 3x + 2 = (x + 1)(x - 1)^2$ Déterminer les points d'intersections de la courbe (Cf) et (C'g). Calculer l'aire du plan limité par $-1 \leq x \leq 1$ et $f(x) \leq y \leq g(x)$

4) Faire la représentation graphique des fonctions f et g définies par :

$f(x) = x^2 - 2x$ et $g(x) = -x + 2$ Calculer l'aire de la surface limitée par les deux courbes

5) La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie par :

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ dans un plan

Calculer en cm² la surface de la partie hachurée.

▲



