

EXERCICE1

Soit a et b deux nombres réels et f une fonction définie sur

$$IR - \{3\} \text{ par } f(x) = ax + b + \frac{c}{3-x}$$

- 1) Sachant que $f(2) = 1$ et $f'(2) = 0$ montrer que $a = -1$ et $b = 2$
- 2) Démontrer que la droite d'équation (D) : $y = -x + 2$ est une asymptote à la courbe (Cf)
- 3) Etudier les variations de f puis la position de (Cf) par rapport à la droite (D)
- 4) Montrer que le point d'intersection des asymptotes de (Cf) est le centre de symétrie pour (Cf)
- 5) Construire la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé $(o, \vec{i}, \vec{j})$

Exercice 2

Soit $f(x) = \frac{2x^2 - 4x + 2}{x+1}$ et (Cf) sa courbe représentative

- 1) Déterminer l'ensemble de définition Df de f
- 2) a) Calculer la limite aux bornes de Df
b) Montrer que pour tout réel x on a : $f(x) = 2x - 6 + \frac{8}{x+1}$
c) Montrer que la dérivée $f'(x) = \frac{2x^2 + 4x - 6}{(x+1)^2}$
- 3) a) Démontrer que la droite d'équation (Δ): $y = 2x - 6$ est une asymptote à (Cf)
b) Etudier la position relative de (Cf) par rapport à (Δ)
- 4) a) Dégager les asymptotes à la courbe (Cf)
b) Dresser le tableau de variation de la fonction f
- 5) Trouver les coordonnées du point A, intersection de (Cf) avec l'axe des abscisses puis donner une équation de la tangente au point $x_0 = 1$

Exercice 3

Déterminer le domaine de définition des fonctions suivantes puis calculer leurs dérivées

- 1) $f(x) = 2x^2 + 4x + 3$
- 2) $f(x) = \frac{x^3 - 1}{2x^2 + x + 5}$
- 3) $g(x) = \frac{-2x^2 + 3x - 7}{x^2 - 1}$
- 4) $g(x) = (x^2 + 6)(x^4 - 3x^2 + 4x)^2$
- 5) $h(x) = (3x^2 - 4x + 5)^5$
- 6) $h(x) = \sqrt{x^2 + 3x - 4}$
- 7) $k(x) = \sqrt{(x + 3)(2x - 1)}$
- 8) $k(x) = \sqrt{1 - 9x^2}$
- 9) $P(x) = \sqrt{x^3 + x^2 - 2x}$

Exercice I

Calculer dans IR et dans IR² les systemes suivants :

$$1) \begin{cases} x + y = 11 \\ xy = 30 \end{cases}$$

$$2) \begin{cases} x^2 + 2xy + y^2 = 25 \\ xy = 6 \end{cases}$$

$$3) \begin{cases} x^2 + y^2 = 13 \\ xy = -12 \end{cases}$$

$$4) \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ xy = 12 \end{cases}$$

$$5) \begin{cases} x - y = 4 \\ xy = -4 \end{cases}$$

Exercice 1

- 1) $\int_2^3 (3x^2 + 5x + 9) dx$
- 2) $\int_{-1}^2 (3x^2 + 2x)(x^3 + x^2 - 5) dx$
- 3) $\int_3^4 \frac{2x+7}{(x^2+7x-6)^2} dx$
- 4) $\int_0^2 (3x - 2)^3 dx$
- 5) $\int_{-1}^1 \frac{2x}{(x^2+1)^3} dx$
- 6) $\int_{-2}^1 \sqrt{3-2x} dx$
- 7) $\int_0^1 3x^2(x^3 - 4) dx$
- 8) $\int_{-1}^1 -2 dx$
- 9) $\int_0^{\sqrt{5}} \frac{x-3}{\sqrt{x^2-6x+5}} dx$
- 10) $\int_2^4 (2x - 1 - \frac{1}{(x-1)^2}) dx$
- 11) $\int_{-2}^{-1} |t^2 - 1| dt$
- 12) $\int_{-1}^2 (3x^2 + 2x - 5) dx + \int_2^3 (\frac{2}{x^2}) dx$
- 13) $\int_{-2}^2 (x^2 - 3)(x^3 - 9x - 2)^2 dx$
- 14) $\int_0^5 \sqrt{x} dx$

EXERCICE 2

Déterminer une primitive des fonctions suivantes :

- a) $f(x) = x^4 + 3x^2 - 4$
- b) $f(x) = (x^2 - 1)(x^2 + 1)$
- c) $f(x) = x - \frac{1}{x^2} + \frac{1}{\sqrt{x}}$
- d) $f(x) = \frac{4}{(x+1)^4}$
- e) $g(x) = \frac{-3x}{\sqrt{1+x^2}}$
- f) $g(x) = \frac{1}{\sqrt{x+1}}$
- g) $g(x) = \frac{x^3+x^2-x}{(x+1)^2}$
- h) $g(x) = \frac{3x^2-2x}{(x^3+x^2)^2}$
- i) $h(x) = \frac{1}{2\sqrt{x+1}}$
- j) $h(x) = x - \frac{1}{\sqrt{x}}$
- k) $h(x) = 4x^3 - 2x + 1$

EXERCICE3 :

I) Déterminer la primitive F de f sur les intervalles donnés tels que $F(x_0) = y_0$

1) $f(x) = (x+1)(x^2+2x+3)$ $I = \mathbb{R}$ et $F(0) = 1$

2) $f(x) = \frac{1}{(2x-3)^3}$ $F(1) = 1$ et $I = \left] \frac{1}{2}; +\infty \right[$

3) $f(x) = \frac{1}{\sqrt{x-3}}$ $F(7) = 4$ et $I =]3; +\infty[$

4) $f(x) = 2x^3 - 6x^2 - 6x + \frac{2}{x^2}$ $F(1) = -3$ $I = \mathbb{R}$

II) Soit la fonction g définie par : $g(x) = \frac{x^3+x^2-x}{(x-1)^2}$

1) Trouver trois nombres réels a, b et c tels que $g(x) = ax + b + \frac{c}{(x-1)^2}$

2) Déterminer la primitive F de f sur $] -1; +\infty[$ tel que $F(0) = 2$

3) Calculer $\int_0^3 g(x) dx$

EXERCICE 4

1) Dans chacun des cas suivants déterminer l'aire de la surface des fonctions définies

par : $\begin{cases} a \leq x \leq b \\ 0 \leq y \leq f(x) \end{cases}$

a) $f(x) = x(x-5)^2$ $a = 1$ et $b = 0$

b) $f(x) = \frac{4}{x^2}$ $a = -2$ et $b = -1$

c) $g(x) = 3x^5 + 6x^2 + 2$ $a = 0$ et $b = 4$

d) $g(x) = (5x-3)^4$ $a = -3$ et $b = 3$

2) Etudier la fonction f définie par : $f(x) = -4x^3 + 3x + \frac{1}{2}$

Construire la courbe de la fonction f dans un repère orthonormé $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

L'unité du plan est de 2 cm sur chaque axe. Déterminer l'aire du domaine du plan limité par la courbe et les axes $x = 0$ et $x = \frac{1}{2}$

3) On considère les fonctions f et g définies par :

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ et $g(x) = x^3 - 3x + 2$

a) Etudier et construire la courbe des fonctions f et g dans un repère orthonormé

b) Vérifier que $x^3 - 3x + 2 = (x+1)(x-1)^2$ Déterminer les points

d'intersections de la courbe (Cf) et (C'g). Calculer l'aire du plan limité par

$-1 \leq x \leq 1$ et $f(x) \leq y \leq g(x)$

4) Faire la représentation graphique des fonctions f et g définies par :

$f(x) = x^2 - 2x$ et $g(x) = -x + 2$ Calculer l'aire de la surface limitée par les deux courbes

5) La figure ci-dessous est la représentation graphique d'une fonction f définie par :

$f(x) = x^2 - 2x + 1$ dans un plan

Calculer en cm² la surface de la partie hachurée.





