STATISTIQUES

Site MathsTICE de Adama Traoré Lycée Technique Bamako

1 – Description Statistique :

Autrefois la statistique était une science qui s'occupait seulement de la démographie (étude de la population humaine) ; nombre d'habitant des villes ; taux de mortalité, de naissance, densité.

Actuellement selon Olivier Maggioni, la statistique peut être vue comme l'ensemble des méthodes et des techniques permettant de traiter les données (informations chiffrées) associées à une situation ou un phénomène. Par exemples le recensement de la population, la production agricole d'un pays, l'efficacité d'un nouveau remède contre telle maladie, rendement d'une nouvelle variété de riz.

La statistique se révèle être un outil fondamental d'aide à la décision.

2 – Quelques vocabulaires Statistique :

Définitions

- ***Population statistique*** : ensemble d'unités statistiques ou individus.

Exemples :
- Relevés pluviométriques quotidiens (populations = jours)
- Tous les malades atteints de vers de Guinée (où ? quand ?)

- ***Unité statistique ou Individu*** : tout élément d'une population statistique.

- ***Effectif d'une population*** : le nombre d'individu de cette population.

Exemple : On pèse un lot d'œufs. L'unité employée étant le gramme on obtient :

50	62	57	70	60
65	57	45	56	61
63	61	64	56	50

La Population statistique = ensemble des œufs

Individu = œuf

Effectif de cette population = 15.

- ***Echantillon*** : sous ensemble de la population.

En général si la population est très nombreuse, on prélève une partie de la population (sondage). Si on a une connaissance à priori, on peut parler d'échantillon représentatif (stratification).

Exemple : *A la veille des élections présidentielles on veut savoir quel est le candidat favori ?*

X candidat ADEMA ; Y candidat RDA ; Z candidat CNID. On fait un sondage d'opinion. Population = ensemble des électeurs. On prélève une partie de cette population (échantillon). A partir des pourcentages obtenus pour l'échantillon on tire des conclusions valables pour la population. 40% des électeurs favorables à Z ; 20% des électeurs favorables à X ; 10% des électeurs favorables à Y.

- ***Caractère (ou variable statistique) :***

le critère qui guide le statisticien dans le travail d'observation. Opération qui associe à chaque unité statistique une propriété, une modalité, un score.

Exemple 1 : On mesure les longueurs en centimètre de quelques pieds de riz, on obtient les résultats suivants : 97 ; 93 ; 95 ; 90 ; 94 ; 93 ; 94 ; 93 ; 92 ; 91 ; 94 ; 93 ; 90 ; 95 ; 93 ; 96 ; 94 .
Population = ensemble des pieds de riz ; Effectif = 17.
L'étude statistique porte sur la taille (longueur) des pieds de riz. On dit que le caractère de cette étude porte sur la taille ou la longueur. Ici le caractère s'exprime à l'aide de chiffre, on dit que c'est un caractère quantitatif (ou une variable numérique).

Exemple 2 : Un parc automobile comporte 15 voitures dont 5 Bleues ; 7grises : 2 rouges ; 1verte . L'étude statistique porte sur la couleur des voitures. On dit que le caractère statistique est la couleur des voitures. Ici le caractère ne s'exprime pas à l'aide de chiffres, on dit que c'est un caractère qualitatif (ou une variable nominale).

- ***Observation :*** valeur prise par la variable sur une unité statistique.

- ***Données :*** sont constituées par l'ensemble des observations (tableaux ; fichiers ; données primaires).

- ***Variable Discrète :*** c'est un caractère qui s'exprime à l'aide de nombres entiers uniquement.

Exemple : Recenser au Mali le nombre de mères ayant plus de 10 enfants par régions du Mali.

Régions du Mali	*Nombre de mère ayant plus de 10 enfants*
Kayes	x_1
Koulikoro	x_3
Sikasso	x_4
Ségou	x_5
Mopti	x_6
Tombouctou	x_7
Gao	x_8
Kidal	x_9

x_1 ; x_2 ; x_3 ; …… ; x_9 *sont des nombres entiers.*

- ***Variable Continue*** : c'est une variable qui s'exprime à l'aide de nombres réels

3 – Distribution (ou Série statistique) :

Les données sont recueillies par des enquêteurs en examinant chacun des individus ou en faisant un sondage. Les enquêteurs livrent ces observations en désordre au statisticien. Celui-ci les classes en séries.

3-1 Distribution d'un caractère qualitatif :

- Le statisticien regroupe les individus en classes ou rubriques suivant le caractère.
- Il dresse un tableau dans lequel les classes occupent une colonne ou une ligne et en face des effectifs des classes. On obtient alors une série des effectifs.

Classes	Effectifs
C_1	n_1
C_2	n_2

3-2 Distribution d'un caractère discret :

- Classer par ordre croissant ou décroissant les valeurs du caractère ;
- Déterminer l'effectif associé à chaque valeur ;
- Dresser un tableau dans lequel les valeurs du caractère 1 colonne ou 1 ligne
- En face de valeur écrire son effectif.

Valeurs	Effectifs
x_1	n_1
x_2	n_2
x_3	n_3

Exemple **:** *voici les tailles des élèves d'une classe de Lycée en (cm).*
158 ; 160 ; 166 ; 165 ; 150 ; 158 ; 157 ; 170 ; 166 ; 167 ; 166 ; 158 ; 172 ; 181 ; 182 ; 175 ; 172 ; 170 ; 165 . Dresser la série des effectifs.

Valeurs	*Effectifs*
150	*1*
157	*1*
158	*3*
160	*1*
165	*2*
166	*3*
167	*1*
170	*2*
172	*2*
175	*1*
181	*1*
182	*1*
	19

Remarque : lorsque le nombre de la variable discrète est élevé il est nécessaire de les grouper en intervalles semi-ouverts.

3-3- Distribution de la variable continue :

- Classer si possible les valeurs du caractère par ordre croissant ou décroissant ;
- Calculer l'amplitude de la série c'est-à-dire la différence entre la plus grande valeur du caractère et sa plus petite valeur ;
- Dresser un tableau analogue au tableau ci-dessus.

Exemple : *Une série statistique sur le poids des enfants d'un groupe d'enfants de 7 ans donne : 22 ; 25 ; 23 ; 24 ; 19 ; 23 ; 18 ; 20 ; 21 ; 19 ; 22 ; 20 ; 17 ; 21 ; 23 ; 24 ; 17 ; 21 ; 20 ; 20 ; 19 ; 22 ; 19 ; 20 ; 19 ; 21. Classer ces renseignements en classes d'amplitude 2.*
Solution : [17, 19[; [19, 21[; [21, 23[; [23, 25[; [25, 27[; etc…

Remarque : le centre d'une classe est le centre de l'intervalle semi-ouvert considéré.

Le centre $c = \frac{19+17}{2} = 18$.

3-4– Fréquence – Effectifs Cumulés :

- ***La fréquence*** d'un score f_k est son effectif n_k divisé par la taille de la population (effectif total n). $f_k = \frac{n_k}{n}$.
- ***La fréquence cumulée*** est obtenue par la somme des fréquences des scores inférieurs ou égaux au score considéré. $f_k \uparrow = \sum_{i=1}^{k} f_i$.
- ***L'effectif cumulé*** est donné par le nombre d'unités statistiques ayant un score inférieur ou égal. $n_k \uparrow = \sum_{i=1}^{k} n_i$.

Soient x_1 ; x_2 ; ….. ; x_k les valeurs d'une variable statistique ; n_1 ; n_2 ; …. ; n_k les effectifs associés. $n = n_1 + n_2 + \ldots + n_k$ effectif total.

Valeurs x_i	Effectifs	fréquences	Effectifs cumulés	Fréquences cumulées
x_1	n_1	$\frac{n_1}{n}$	n_1	$\frac{n_1}{n}$
x_2	n_2	$\frac{n_2}{n}$	$n_1 + n_2$	$\frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n}$
x_3	n_3	$\frac{n_3}{n}$	$n_1 + n_2 + n_3$	$\frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \frac{n_3}{n}$
. .	. .	. .	. .	. .
x_k	n_k	$\frac{n_k}{n}$	$n_1 + n_2 + n_3 + \ldots + n_k = n$	$\frac{n_1}{n} + \frac{n_2}{n} + \frac{n_3}{n} = 1$

Remarque : les x_i sont classés par ordre croissant.

Exemple : *Une série statistique sur le poids des enfants d'un groupe d'enfants de 7 ans donne : 22 ; 25 ; 23 ; 24 ; 19 ; 23 ; 18 ; 20 ; 21 ; 19 ; 22 ; 20 ; 17 ; 21 ; 23 ; 24 ; 17 ; 21 ; 20 ; 20 ; 19 ; 22 ; 19 ; 20 ; 19 ; 21. Classer ces renseignements en classes d'amplitude 2. Dresser la série des effectifs par classes.*

Solution :

Classes : $x_1 = [17, 19[$; $x_2 = [19, 21[$; $x_3 = [21, 23[$; $x_4 = [23, 25[$; $x_5 = [25, 27[$.

Séries des effectifs par classes :

Classes	*Effectifs*
x_1	3
x_2	10
x_3	7
x_4	5
x_5	1
	Total **26**

Série par classe des effectifs cumulés, des fréquences, fréquences cumulées :

classes	*Effectifs*	*Effectifs cumulés*	*Fréquences*	*Fréquences cumulées*
x_1	3	3	$\frac{3}{26}$	$\frac{3}{26}$
x_2	10	13	$\frac{10}{26}$	$\frac{13}{26}$
x_3	7	20	$\frac{7}{26}$	$\frac{20}{26}$
x_4	5	25	$\frac{5}{26}$	$\frac{25}{26}$
x_5	1	26	$\frac{1}{26}$	$\frac{26}{26} = 1$

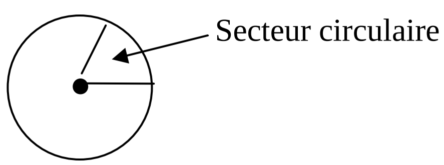
4– Représentation graphique des distributions statistiques :

Il est difficile de comparer plusieurs séries statistiques comportant un grand nombre de chiffres. On représente les séries par des diagrammes que l'on peut facilement comparée. Voici des exemples de représentations graphiques de distributions.

4-1– Distribution d'un caractère qualitatif :

Principe : On représente par des aires proportionnelles aux effectifs (ou aux fréquences) ; les effectifs (ou les fréquences)

- ❖ Si l'on choisit des rectangles, alors on obtient un diagramme par bandes.
- ❖ Si l'on choisit des secteurs circulaires, on obtient alors des diagrammes à secteurs.



Exemple :

En 12ème MTE$_1$ au Lycée Technique de Bamako, on interroge les 42 élèves sur leur goût pour le thé et pour le café. On a classé les élèves en plusieurs groupes.

x_1 = *30 élèves n'aiment que le thé*

x_2 = *20 élèves n'aiment que le café*

x_3 = *18 élèves aiment le thé et le café*

x_4 = *10 élèves n'aiment ni thé, ni café .*

Représentons cette série des effectifs par bandes.

x_1	*30*
x_2	*20*
x_3	*18*
x_4	*10*

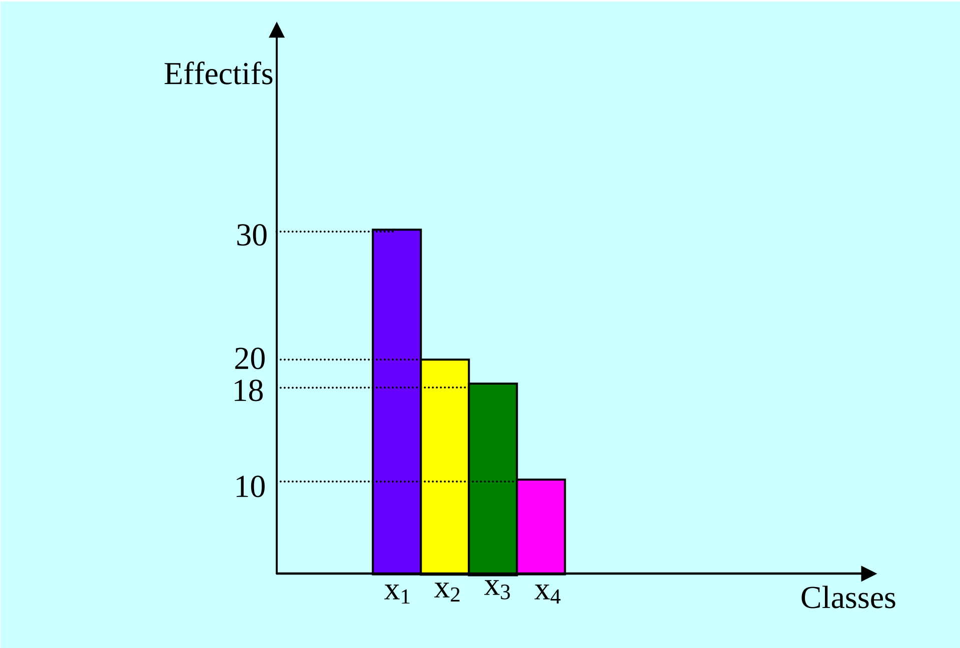
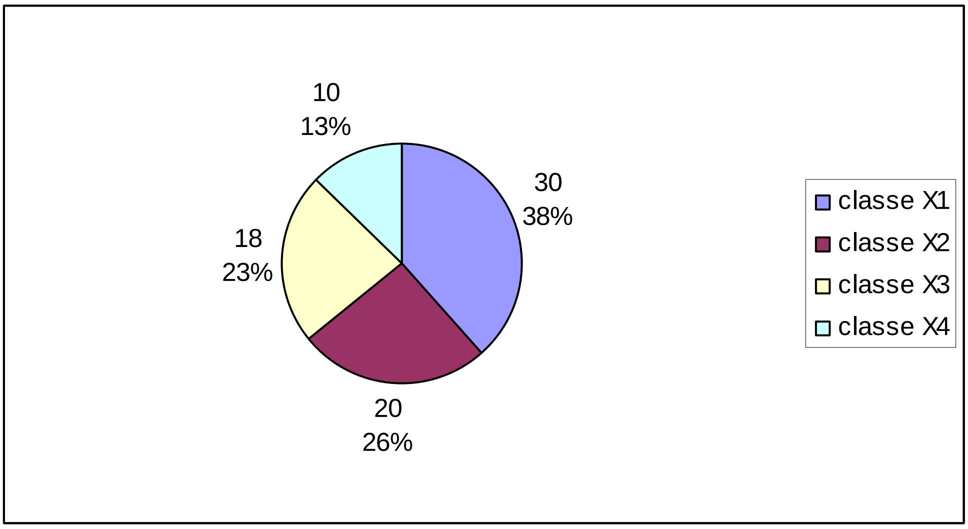


Diagramme des fréquences par secteur :

Classes	Fréquences
x_1	$\frac{30}{42} = \frac{15}{21}$
x_2	$\frac{20}{42} = \frac{10}{21}$
x_3	$\frac{18}{42} = \frac{9}{21}$
x_4	$\frac{10}{42} = \frac{5}{21}$



4-2 – Représentations graphiques d'une distribution à variable discrète :

a) Diagramme en bâtons :

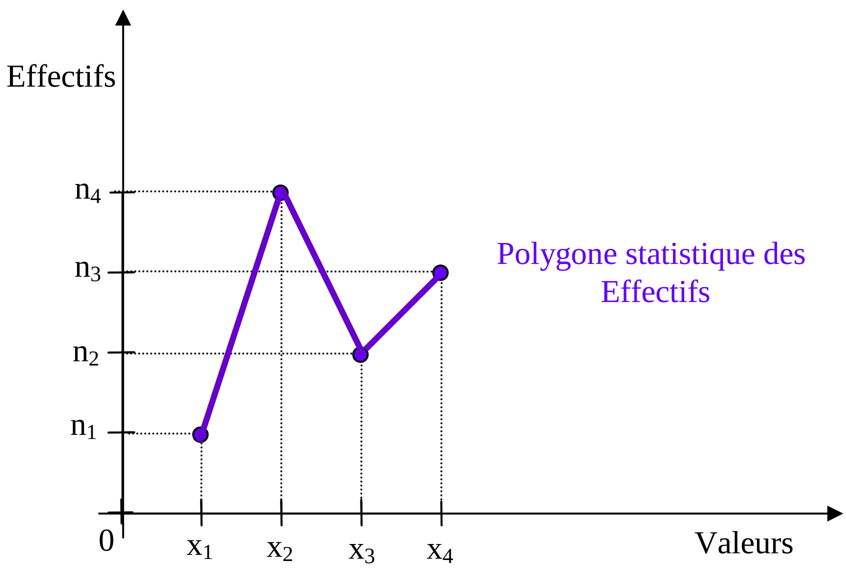
On peut aussi représenter une série des effectifs qu'une série des fréquences.

Méthode : Dans un système d'axes rectangulaires

- Porter les valeurs x_i du caractère en abscisse ;
- Porter sur l'axe des ordonnées des graduations des effectifs ou des fréquences ;
- Elever en chaque point x_i de l'axe des abscisses un bâton dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif ou la fréquence de x_i.
-

b) Polygone statistique des effectifs (ou Fréquences) :

Dans un système d'axes rectangulaires, porter les effectifs ou fréquences n_i en ordonnée, et en abscisse les valeurs x_i. Relier par des segments les points de coordonnées (x_i ; n_i).



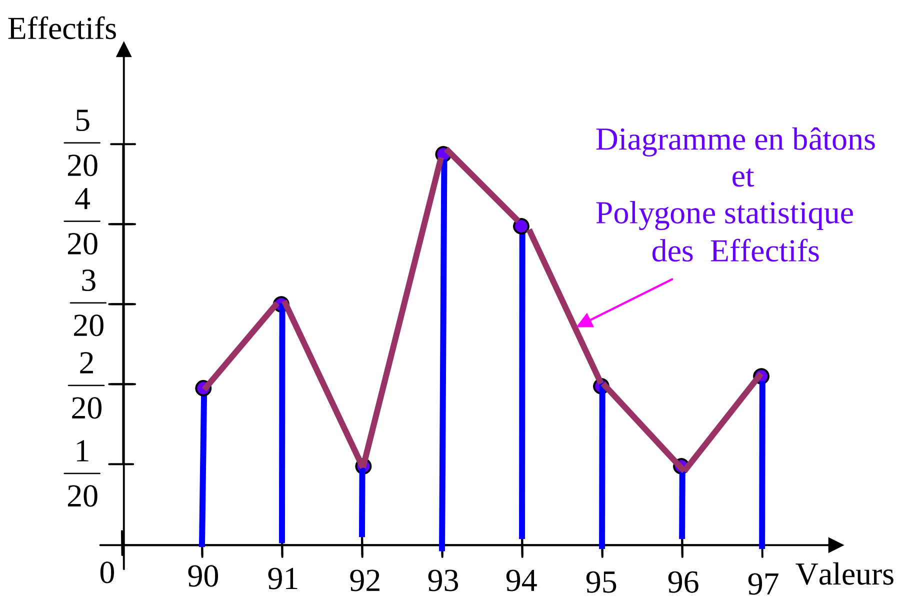
Exemple :

Soit la série statistique :

97, 93, 95, 91, 90, 94, 97, 91, 93, 94, 93, 92, 91, 93, 94, 90, 95, 93, 96, 94.

Tracer le diagramme en bâton et le polygone statistique des fréquences.

valeurs	Effectifs	Fréquences
90	2	$\frac{2}{20}$
91	3	$\frac{3}{20}$
92	1	$\frac{1}{20}$
93	5	$\frac{5}{20}$
94	4	$\frac{4}{20}$
95	2	$\frac{2}{20}$
96	1	$\frac{1}{20}$
97	2	$\frac{2}{20}$
	n = 20	



4-3 – Fonction cumulative des effectifs (ou des fréquences) :

a) Fonction cumulative des effectifs

Soit une variable discrète x prenant les valeurs x_1 ; x_2 ; x_3 ; ….. ; x_k. La fonction cumulative des effectifs est l'application F de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par :

$F(x) = \sum n_i$ tel que pour $x_i < x$ n_i effectif de x_i .

b) Fonction cumulative de fréquences

Elle est l'application G de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $G(x) = \sum f_i$ tel que pour $x_i < x$, f_i fréquence de x_i.

La représentation est une fonction de répartition des effectifs. La courbe de la fonction de répartition des fréquences est appelée courbe cumulative des fréquences.

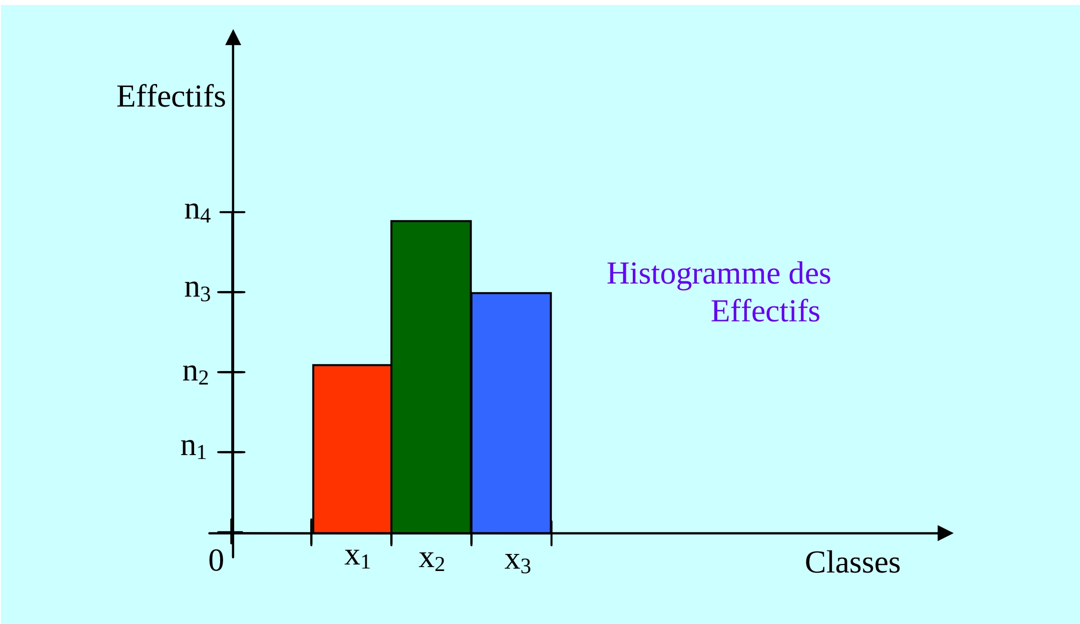
Remarque : Une fonction de répartition est une fonction croissante.

4–4 – Diagramme d'une série statistique à caractère continu :

Histogramme :

Il sert à représenter les effectifs comme les fréquences.

- Grouper les valeurs x_i de la variable en intervalles d'égale amplitude semi-ouverts d'un côté.
- Dans un système d'axes rectangulaires, porter les valeurs x_i en abscisses ; en ordonnées les effectifs (ou fréquences).
- Elever en chaque intervalle une bande dont la hauteur est proportionnelle à l'effectif (ou la fréquence) de la classe.



5 – Caractéristiques de position :
Pour comparer rapidement deux séries statistiques, on va trouver des nombres réels caractérisant les séries.

5–1 Mode ou dominante :
Le mode ou la dominante d'une série statistique est la valeur x_i du caractère ayant le plus grand effectif (ou la plus grande fréquence). C'est la valeur qui revient le plus souvent.
Exemple : *on pèse 15 élèves de la MTE$_1$ au Lycée Technique de Bamako voici les poids obtenus en kilogrammes (Kg)*

55 ; 45,8 ; 75 ; 63 ; 57 ; 61,9 ; 81 ; 72 ; 101 ; 40 ; 63 ; 72 ; 57 ; 61,7 ; 60.

Dominantes : 57 ; 63 ; 72
(2fois) ; (2fois) ; (2fois)

***Classe Modale* :** est la classe ayant le plus grand effectif.

5–2 Médiane, Valeur médiane
Quand les valeurs x_i d'une série statistique sont données par ordre croissant ; la valeur x_k telle qu'il y ait autant d'observations avant qu'après est la médiane de la série.

$$\underbrace{x_0\ ;\ x_1\ ;\ x_2\ ;\ldots\ldots\ldots;}_{k\ \ observations}\ x_k\ ;\underbrace{x_0'\ ;\ x_1'\ ;\ x_2'\ ;\ldots\ldots\ldots;\ x_n}_{k\ \ observations}.$$

Quand il y a un nombre impair d'observations, alors il sa nécessairement une médiane.
Quand le nombre d'observations est paire, alors on parle de :
Valeur médiane = demi somme des termes médians.

$$\underbrace{x_0\ ;\ x_1\ ;\ x_2\ ;\ldots\ldots\ldots;}_{m\ \ Termes}\ \left|\ \overbrace{x_k\ ;\ x_p}^{Termes\ \ médians}\ \right|\ ;\underbrace{x_0'\ ;\ x_1'\ ;\ x_2'\ ;\ldots\ldots\ldots;\ x_n}_{m\ \ Termes}.$$

Valeur médiane de la série est : $\dfrac{x_k + x_p}{2}$.

Exemple :

On mesure les longueurs en centimètre de quelques pieds de riz, on obtient les résultats suivants : 97 ; 93 ; 95 ; 91 ; 90 ; 94 ; 97 ; 91 ; 93 ; 94 ;
93 ; 92 ; 91 ; 94 ; 93 ; 90 ; 95 ; 93 ; 96 ; 94 .
Trouver le mode et la médiane de cette série statistique.
Solution :

Valeurs	*90*	*91*	*92*	*93*	*94*	*95*	*96*	*97*	*Total*
Effectifs	*2*	*3*	*1*	*5*	*4*	*2*	*1*	*2*	*20*

Le Mode de la série est : 93
90, 90, 91, 91, 91, 92, 93, 93, 93, $\boxed{93,\ 93}$*, 94, 94, 94, 94, 95, 95, 96, 97, 97.*
Il n'y a pas de terme médian par ce que le nombre d'observations est pair = 20.
La valeur médiane est : 93.

Remarque : *2 séries statistiques peuvent avoir le même mode et la même médiane.*
Par exemple soit les séries statistiques S1 et S2 données par
Série S1 : *90, 90, 91, 91, 91, 92, 93, 93, 93, 93, 93, 94, 94, 94, 94, 95, 95, 96, 97, 97.*
Série S2 : *91, 91, 91, 92, 93, 93, 93, 93, 93, 94, 94, 94, 94, 95, 95, 96, 97.*

5–3 Moyenne arithmétique ; moyenne pondérée :

Définition 1 : soit la série statistique

Valeurs x_i	x_1	x_2	……….	x_n
Effectifs n_i	n_1	n_2	……….	n_k

La moyenne arithmétique de cette série est : $m = \dfrac{n_1 x_1 + n_2 x_2 + ... + n_k x_k}{n_1 + n_2 + ... + n_k}$.

Définition 2 :
La moyenne pondérées des valeurs x_1 ; x_2 ; x_3 ; ….. ; x_k affectées respectivement des coefficients p_1 ; p_2 ; p_3 ; …… ; p_k , est le nombre :

$$\overline{m} = \frac{p_1 x_1 + p_2 x_2 + ... + p_k x_k}{p_1 + p_2 + ... + p_k} \quad \text{où} \quad \text{les } p_k \text{ sont réels donnés} .$$

Exemple : *voici la série des notes d'un élève de la MTE*$_1$*.*

Philosophie	*Maths*	*Economie*	*Anglais*	*Géographie*
08	*12*	*13*	*07*	*15*

Calculer la moyenne arithmétique des notes. Calculer la moyenne pondérée des notes sachant que les matières ont respectivement pour cœfficient : Philo = 3 ; Maths = 5 ; Economie = 5 ; Anglais = 2 ; Géographie = 2.
Solution :

- *Moyenne arithmétique est :* $m = \dfrac{8+12+13+7+15}{5} = \dfrac{55}{5} = 11$;
- *La moyenne coefficiée ou pondérée est :*
- $\overline{m} = \dfrac{(3\times 8)+(5\times 12)+(5\times 13)+(2\times 7)+(2\times 15)}{3+5+5+2+2} = \dfrac{193}{17} = 11{,}35$.
- *D'autres notation de la moyenne pondérée est :* $\overline{x}$ *ou* $E(X)$.

5–4 La moyenne quadratique :

a) ***Définition*** : soit une distribution d : x_1 ; x_2 ; x_3 ;….. ; x_n .

On appelle moyenne quadratique la valeur de l'expression :

$$M.Q = \sqrt{\frac{x_1^2 + x_2^2 + x_3^2 + \dots\dots + x_n^2}{n}}.$$

b) ***Formule*** :

$$M.Q = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^{n}(x_i)^2}{n}}.$$

c) ***Exemple*** **:** calculer la moyenne quadratique de la distribution µ : 3 ; 3 ; 5 ; 8.

$$MQ = \sqrt{\frac{9+9+25+64}{4}} = \sqrt{\frac{107}{4}} \approx 5{,}17.$$

5–5 La moyenne harmonique :

a**) *Définition*** **:** Etant donnée une distribution : x_1 ; x_2 ; x_3 ;…. ; x_n. On appelle moyenne harmonique la valeur notée :

$$MH = \frac{n}{\frac{1}{x_1} + \frac{1}{x_2} + \dots\dots + \frac{1}{x_n}} \qquad avec\, x_i \neq 0.$$

ou encore on a : $$MH = \frac{n}{\sum_{i=1}^{n}\left(\frac{1}{x_i}\right)}.$$

b) ***Exemple*** **:** Calculer la moyenne harmonique de la distribution : 8 ; 2 ; 7 .

$$MH = \frac{3}{\frac{1}{8} + \frac{1}{2} + \frac{1}{7}} = \frac{3 \times 56}{43} = \frac{168}{43} = 3{,}9.$$

5–6 Moyenne géométrique :

a) Définition **:** Soit une distribution : x_1 ; x_2 ; x_3 ;…. ; x_n. On appelle moyenne géométrique, la racine n[ième] du produit des éléments de la distribution.

c) Formule :

$$M.G = \sqrt[n]{x_1 \times x_2 \times \dots\dots\dots \times x_n} = \sqrt[n]{\prod_{i=1}^{n} x_i} = \left(\prod_{i=1}^{n} x_i\right)^{\frac{1}{n}}.$$

c) Exemple **:** la distribution d : 3 ; 5 ; 7 ; 2 a pour moyenne géométrique :

$$M.G = \sqrt[4]{3 \times 5 \times 7 \times 2} = \sqrt[4]{210} = (210)^{\frac{1}{4}} = 3{,}80.$$

5–7 Autres caractéristiques de position appelée quantiles :

5–7-1 Quartiles, écart inter-quartiles :

Les quartiles d'une série statistique sont les 3 valeurs Q_0 ; Q_1 ; Q_2 qui partage la série en 4 groupes de même effectif.

$$\begin{array}{l} \qquad\qquad\qquad\quad Q_0 \qquad\qquad\qquad Q_1 \qquad\qquad Q_2 \\ x_0, x_1, x_2, x_3,\ldots \mid \ldots\ldots, x_k, \ldots \mid \ldots\ldots\ldots\ldots \mid \ldots\ldots\ldots, x_n . \end{array}$$

Par exemple considérons la série S3

$$\begin{array}{cccccccccccc} 40 & 60 & \mid & 60 & 80 & \mid & 80 & 80 & \mid & 100 & 100. \\ x_1 & x_2 & \mid & x_3 & x_4 & \mid & x_5 & x_6 & \mid & x_7 & x_8 \\ & Q_0 & \mid & & Q_1 & \mid & Q_2 & & \mid & & \end{array}$$

La $\frac{1}{2}$ différence entre le 3ème quartile et le 1er quartile est appelée écart probable (ou écart semi-quartile. $\frac{Q_2 - Q_0}{2} = \frac{80-60}{2} = 10$. L'écart inter-quartiles est : $Q_2 - Q_0$.

5–7–2 Déciles :

Les déciles d'une série statistique sont les 9 valeurs (D_1 ; D_2 ; D_3 ;…… ; D_9) du caractère qui partage la série en 10 groupes de même effectif.

5–7–3 Centiles :

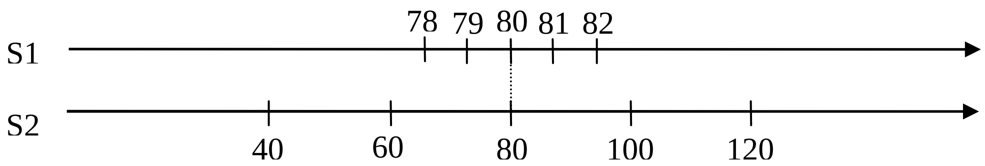
Les centiles d'une série statistique sont les 99 valeurs du caractère qui partage la série en 100 groupes de même effectif.

6 – Caractéristiques de dispersion :

Soient deux séries statistiques S1 et S2 données par
S1 : 78 ; 79 ; 80 ; 80 ; 80 ; 81 ; 81 ; 82.
S2 : 40 ; 60 ; 60 ; 80 ; 80 ; 80 ; 100 ; 100 ; 120.
Déterminer les modes, médianes, moyennes arithmétiques, de ces deux séries.
Solution :

Série S1	*Série S2*
Mode : 80	*Mode : 80*
Médiane : 80	*Médiane : 80*
Moyenne arithmétique = 80,12	*Moyenne arithmétique = 80*

Conclusion : les 2 séries ont sensiblement les mêmes caractéristiques de position.
Représentons par des points sur 2 axes, les valeurs de chaque série.



On constate que dans la série S1, les valeurs sont plus regroupées autour de la médiane. Dans celle de S2, elles sont dispersées.

6–1 Etendue ou Amplitude d'une série ou dimension d'une distribution :

L'amplitude (ou l'étendue) d'une série statistique est la différence entre la plus grande valeur de la série et de sa plus petite.

Etendue de S1 = 82 – 78 = 4 ;
Etendue de S2= 120 – 40 = 80.

La dimension est notée :
C = sup(x) – inf(x)
C = Max(x) – min(x)

Remarque : l'étendue dépend des valeurs extrêmes de la série.

6–2 Fluctuation ou variance, Ecart-type :

Définition 1 :

La fluctuation ou la variance d'une série statistique est le réel noté V(x) ou $\sigma^2(x)$.

$$V(x) = \frac{n_1(x_1 - \overline{x})^2 + n_2(x_2 - \overline{x})^2 + \dots\dots\dots + n_k(x_k - \overline{x})^2}{n_1 + n_2 + \dots\dots + n_k}$$

Où x_1 ; x_2 ; ……. ; x_k sont les valeurs de la variable.

Et où n_1 ; n_2 ; …….. ; n_k sont les effectifs attachées aux valeurs x_1 ; x_2 ; …. ; x_k.

$$\overline{x} = moyenne \;\; pondérée \; par \; les \; effectifs, \; c-à-d \; moyenne \; arithmétique.$$

Définition 2 :

L'écart-type d'une série est la racine carrée de la variance. Il est noté σ.

$$\sigma = \sqrt{V(x)}$$

Remarques :

- $\sigma \geq 0$;
- Plus σ est grand plus les valeurs x_i sont dispersées. Plus σ est petit les valeurs x_i sont regroupées autour de la médiane.