EXERCICE 01

Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$; où a ; b *et* c sont des réels.

1°) Calculer $f'(x)$.

2°) Déterminer les réels a, b, c sachant que f admet 1 pour extremum en x = 0 et – 3 pour extremum en x = 2.

3°) Etudier la fonction f.

4°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f.

EXERCICE 02

Soit f une fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-2		-1		0		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\Vert$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty \;\Vert\; +\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

La fonction f est de la forme : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+1}$.

1°) calculer la dérivée $f'(x)$ de $f(x)$.

Trouver les réels a ; b et c en utilisant les données du tableau.

2°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une droite asymptote oblique $(\mathcal{D})$.
Étudier la position de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

3°) Donner le signe de $f(x)$ pour x élément du domaine de définition de f.

4°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE 03

1°) aux trois réels a ; b ; c on associe la fonction f définie par :

$$f(x)=\frac{ax^2+bx+c}{x}.$$

On désigne par ($\mathcal{C}$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé. Déterminer les constantes a ; b ; c pour que ($\mathcal{C}$) passe par les points A(1 ; –2) ; B(– 4 ; 8) ; et admette au point x = 2 une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°) On considère la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{-x^2+3x-4}{x}$.

a) Etudier les variations de la fonction f.
b) Montrer que le point d'intersection I des asymptotes est centre de symétrie de la courbe ($\mathcal{C}$).
c) Etudier la position de ($\mathcal{C}$) par rapport à son asymptote oblique (Δ).
d) Construire la droite (Δ) et la courbe ($\mathcal{C}$)
e) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre de solutions de l'équation : $-x^2+(3-m)x-4=0$.

EXERCICE 04

Soit f la fonction dont le tableau de variation est le suivant :

x	$-\infty$		-2		0		$+\infty$
f '(x)			0		0		
f (x)	$-\infty$	↗	-1	↘	-5	↗	$+\infty$

La fonction f a pour formule explicite : $f(x)=ax^3+bx^2+c$.

1°) Déterminer l'ensemble de définition de f.

2°) Calculer $f'(x)$.

3°) Déterminer les réels a ; b ; et c en utilisant les données du tableau de f.

4°) Donner une équation de la tangente (T_0) à la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f au point d'abscisse $x_0 = 1$.

5°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE 05

Soit la fonction f définie par : $f(x)=\dfrac{2x+4}{-x+1}$. soit ($\mathcal{C}_f$) la courbe de f .

1°) Etudier les variations de la fonction f .

2°) Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) au point x = 0 ;

3°) Quel est le coefficient directeur de la tangente (T)

4°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f .

5°) Résoudre et discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m le nombre de solutions de l'équation : $f(x)=m$

EXERCICE 06:

Soit la fonction f : $\mathbb{R}-\{3\} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto \dfrac{ax+b}{x+c}$ où a, b, c sont des réels.

On désigne par ($\mathcal{H}$) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1°) Déterminer les nombres réels a ; b ; et c pour que :

- ($\mathcal{H}$) passe par le point A(1 ; 4)
- La tangente à ($\mathcal{H}$) au point B(5 ;0) admet 1 pour coefficient directeur et la droite d'équation x = 3 est asymptote verticale à la courbe ($\mathcal{H}$).

2°) vérifier que le point Ω (3 ; 2) est centre de symétrie de ($\mathcal{H}$).

3°) Trouver la pente de la tangente à au ($\mathcal{H}$) point A.

4°) Calculer les coordonnées du point d'intersection des tangentes à ($\mathcal{H}$) respectivement aux points A et B.

EXERCICE 07

Soit $f(x)=\dfrac{x+1}{2x+5}$ et (C) la courbe représentative de f.

1) Donner une équation de la tangente à ($\mathcal{C}$) au point $x_0 = -2$.

2) Existe-t-il un point de ($\mathcal{C}$) où la tangente à ($\mathcal{C}$) a pour coefficient directeur –5 ?

3) Déterminer les points de ($\mathcal{C}$) en lesquels la tangente à ($\mathcal{C}$) est parallèle à la droite d'équation y = 3x – 4. Vérifier que ces points sont symétriques par rapport au point S($\dfrac{-5}{2};\dfrac{1}{2}$). Donner les équations des tangentes à ($\mathcal{C}$) en ces points.

4) Etudier la position de par rapport à la droite ($\mathcal{D}$) : y = $\dfrac{1}{2}$.

EXERCICE 08

A]- Soit la fonction f_m définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x + 4m}{x^2 + (5m+1)x + 3}$; où x est la variable et *m* un paramètre ; à chaque valeur de m correspond une courbe $(\mathcal{C}_m)$.

1) Montrer que toutes les courbes $(\mathcal{C}_m)$ passent par trois points fixes dont on déterminera les coordonnées indépendamment de *m*.
2) Déterminer *m* pour que le point d'intersection P de $(\mathcal{C}_m)$ et de l'asymptote parallèle à l'axe des abscisses ait pour abscisse $\dfrac{3}{2}$.
3) Construire la courbe $(\mathcal{C}_0)$.

B]- Soit la famille de fonctions f_m définie par : $f_m(x) = \dfrac{mx^2 - 2x + 1}{x^2 - 2mx + 1}$

où *m* est un paramètre réel.

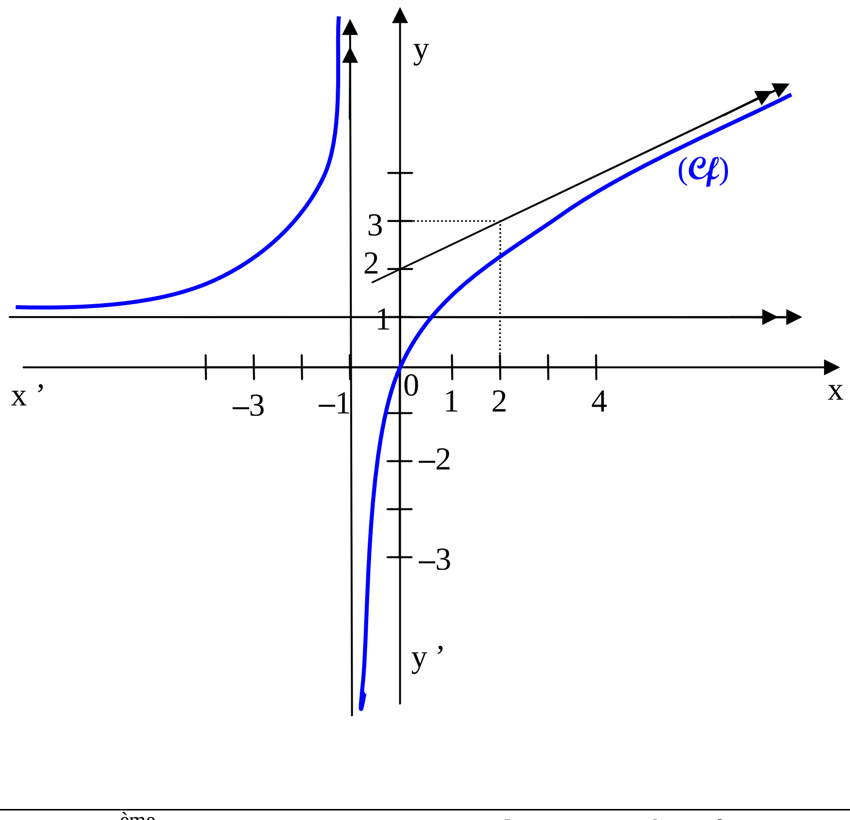
1°) Montrer que toutes les courbes $(\mathcal{C}_m)$ de f_m passent par deux points fixes A et B dont on déterminera les coordonnées.
2°) Déterminer *m* pour que, quel que soit le réel x ≠ { 0; –2 ; 2 }, L'entier naturel $[f_m(x)]^2$ soit au plus égal à 1.
3°) Représenter graphiquement la fonction pour *m = 0*.

EXERCICE 09

1°) Soit la fonction f définie par $\begin{cases} f(x) = \dfrac{(2+x)^2 - 4}{x}, & si \;\; x \neq 0 \\ f(0) = 5, & si \;\; x = 0 \end{cases}$

Etudier la continuité de f en x = 0.

2°) Soit f la fonction définie par sa représentation graphique ci-dessous



A partir des renseignements fournis par la courbe ($\mathcal{C}f$) de f Déterminer :

a) Le domaine de définition $\mathcal{D}f$ de f .

b) Les limites de aux bornes de $\mathcal{D}f$.

c) une équation de chacune des asymptotes à la courbe ($\mathcal{C}f$) de f .

d) Le tableau des variations de f .

EXERCICE 10

I) On considère la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}$.

Déterminer les réels a ; b ; c tels que la courbe ($\mathcal{C}f$) de f passe par les points A(0 ; – 6) et B(2 ; 4), puis admet au point B de ($\mathcal{C}f$) une tangente de coefficient directeur égal à –3.

II) – Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{x^2-3x+6}{x-1}$. Soit ($\mathcal{C}f$) sa courbe .

1°) Étudier les variations de la fonction f ;

2°) Montrer qu'il existe des réels a , b et c tels que $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$.

En déduire l'équation de l'asymptote oblique (Δ) à la courbe ($\mathcal{C}f$).

3°) Montrer que le point I intersection des asymptotes est centre de symétrie de ($\mathcal{C}f$).

4°) Donner une équation de la tangente à ($\mathcal{C}f$) en $x = 2$.

5°) Tracer dans le plan muni d'un repère orthonormé la courbe ($\mathcal{C}f$).

6°) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel m l'existence et le signe des racines de l'équation $x^2-(3+m)x+m+6=0$.

EXERCICE 11

A) Soit $h(x)=\dfrac{ax^2+bx+c}{x-1}$. Déterminer les réels a ; b ; c sachant que la courbe de h passe par les points A(0 ; 2) ; B(2 ; –2) et admet une tangente horizontale au point x = 2.

B) Soit la fonction f définie par $f(x)=\dfrac{-x^2+2x-2}{x-1}$.

1°) Déterminer les réels a ; b ; c tels que : $f(x) = a\,x + b + \dfrac{c}{x-1}$.

2°) Etudier la fonction f.

3°) Montrer que la droite ($\mathcal{D}$) d'équation : y = – x +1 est asymptote oblique à la courbe ($\mathcal{C}_f$).

4°) Etudier les positions relatives de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à ($\mathcal{D}$).

5°) Donner une équation de la tangente T au point d'abscisse 0.

6°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

EXERCICE 12

Soit la fonction *f* définie par : $f(x) = \dfrac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

1°) Montrer qu'il existe des réels a et b tels que pour tout x $\neq 1$;

$$f(x) = \text{a}\,x + \frac{b}{x-1}.$$

2°) Etudier les limites de *f* aux bornes de son ensemble, puis son sens de variation. Dresser le tableau de variation de *f*.

3°) Quelles sont les droites asymptotes à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de *f* ?

4°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point x = $\frac{1}{2}$.

5°) Etudier les positions de la courbe par rapport à son asymptote oblique $(\mathcal{D})$.

6°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de *f* . Déterminer graphiquement le nombre et le signe des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E) : $f(x) = m$ suivant les valeurs du réel *m*.

7°) Déterminer les coordonnées x_0 et y_0 du point I centre de symétrie de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\,;\vec{i}\;;\;\vec{j}\,\right)$.

8°) Soit (Δ) la droite d'équation : $y = 2\,x - 1$. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et de la droite (Δ).

EXERCICE 13

Soit f la fonction définie par : $f(x) = \dfrac{3(x-1)^3}{3x^2+1}$ et soit $(\mathcal{C})$ sa courbe représentative dans repère orthonormé (unité graphique 1cm) .

1°) Déterminer les réels a ; b ; c tel que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{3x^2+1}$.

2°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f puis les limites de f .

3°) Montrer que f est dérivable sur $\mathcal{D}_f$ et calculer sa dérivée.

4°) Dresser le tableau de variation de f .

5°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C})$ de f admet une droite $(\mathcal{D})$ asymptote que l'on déterminera.

6°) Etudier la position relative de $(\mathcal{C})$ par rapport à son asymptote $(\mathcal{D})$.

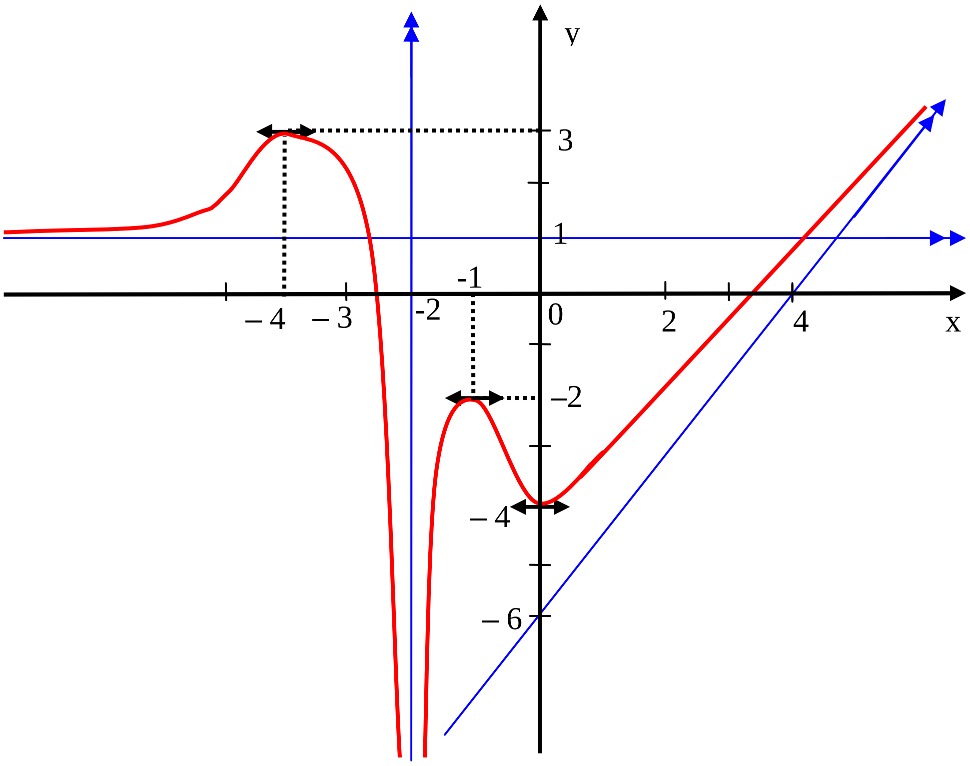
7°) Montrer que C admet un centre de symétrie dont on calculera les coordonnées.

8°) Donner l'équation de la tangente (T) à $(\mathcal{C})$ au point d'abscisse x = 0.

9°) Tracer $(\mathcal{D})$; (T) et la courbe $(\mathcal{C})$ de f .

EXERCICE 14 :

Soit *f* la fonction donnée par sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$.



1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de *f*.

2°) Donner les limites de *f* (*x*) aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

3°) Donner les équations des asymptotes à la courbe ($\mathcal{C}_f$) de *f*.

4°) Dresser le tableau de variation de *f*.

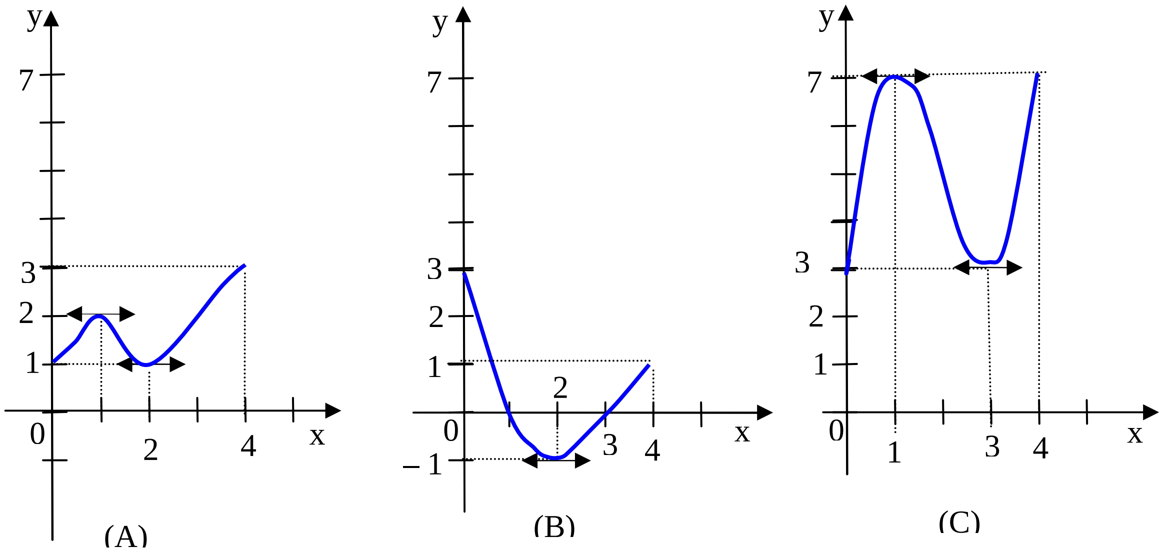
5°) Donner l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice15

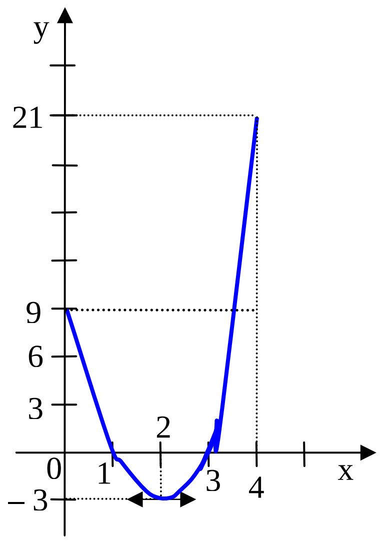
Soit la fonction polynôme f définie par $f(x) = x^4 - 5x^2 + 4$ et ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\vec{i}\ ;\vec{j}\right)$.
1°) Étudier les variations de la fonction f et tracer sa courbe ($\mathcal{C}_f$)
2°) Trouver le signe de $f(x)$ suivant les valeurs de x.
3°) Quels sont les extremums locaux de f ? Donner leurs natures.
4°) Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) au point $x_0 = 2$

Exercice16

1°) Soit les fonctions définies sur [0 ; 4] données par leurs représentations graphiques ci-dessous :



Des trois fonctions représentées précédemment,en (A) ; (B) ; (C) laquelle a pour fonction dérivée la fonction *f ’* dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



2°) Donner le tableau de variation de *f*.

3°) Donner les équations des tangentes à la courbe de *f* aux points d’abscisses $x = 0$; $x = 2$ et $x = 4$.

4°) On suppose que f(x) s’écrit sous la forme $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
Déterminer les réels *a* , *b* , *c et d* .

Exercice 17

Le tableau de variation ci-dessous est celui d'une fonction g. Soit ($\mathcal{C}_g$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O;\vec{i}\ ;\ \vec{j}\right)$.

x	$-\infty$		-2		2		3		$+\infty$
g'(x)			‖		‖				
g (x)	2	↘	$-\infty$ ‖		‖ $+\infty$	↘	-2	↗	2

Après avoir complété le tableau de variation de g, et à partir des renseignements qu'il fournit donner :

1°) L'ensemble de définition $\mathcal{D}_g$ de g .

2°) Les limites de g aux bornes de $\mathcal{D}_g$.

3°) Une équation de chacune des asymptotes à la courbes ($\mathcal{C}_g$).

4°) L'extremum relatif de g ; quelle est sa nature ?.

5°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_g$).

Exercice18

Soit f la fonction définie par $f(x)=\dfrac{x^2+x}{x-1}$.

Soit ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1°) Déterminer les réels a ; b ; c tels que : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{x-1}$.

En déduire une équation de la droite ($\mathcal{D}$) asymptote oblique à ($\mathcal{C}_f$).

2°) Étudier les variations de la fonction f (on déterminera les points d'intersection de ($\mathcal{C}_f$) avec les axes de coordonnées).

3°)Montrer que I point d'intersection des asymptotes est centre de symétrie.

4°) Tracer ($\mathcal{D}$) et ($\mathcal{C}_f$) .

5°) Déduire de la courbe ($\mathcal{C}_f$) l'existence et le signe des racines de l'équation f(x) = m .

Exercice19

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^2 + 3x}{x + 2}$ et soit $(\mathcal{C}f)$ sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1°) Trouver les réels a, b et c tels que $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x + 2}$

2°) En déduire que la courbe $(\mathcal{C}f)$ admet une droite $(\mathcal{D})$ asymptote oblique dont on précisera une équation.

3°) Étudier les variations de f .

4°) Montrer que le point de concours I des asymptotes est centre de symétrie de $(\mathcal{C}f)$.

5°) Tracer $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{C}f)$.

Exercice 20

Le plan étant muni d'un repère orthonormé, on considère la fonction f définie par $f(x) = \dfrac{ax + b}{x + c}$ où a, b,c sont des nombres réels.

1°) Déterminer les réels a, b, c pour que la courbe $(\mathcal{C}f)$ de f admette les asymptotes d'équations respectives x = –2 ; y =1 et la tangente à $(\mathcal{C}f)$ au point d'abscisse –1 soit parallèle à la droite $(\cap)$ d'équation y = –x.

2°) Étudier f et tracer sa courbe $(\mathcal{C}f)$.

3°) En s'aidant de $(\mathcal{C}f)$ construire la courbe de la fonction g définie par $g(x) = \dfrac{-ax + b}{-x + c}$ où a, b,c sont des nombres réels déterminés à la première question.

Exercice 21

Soit f la fonction définie par $f(x) = \dfrac{2x^3 - x^2 - x + 3}{x^2 - 1}$. Soit $(\mathcal{C}f)$ sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé $\left(O\ ;\ \vec{u}\ ;\ \vec{v}\right)$.

1°) Déterminer les réels a, b, c et d tels que : $f(x) = ax + b + \dfrac{cx + d}{x^2 - 1}$

2°) Étudier les variations de la fonction f

3°) Montrer que $(\mathcal{C}f)$ admet une asymptote oblique $(\mathcal{D})$ que l'on précisera

4°) Étudier la position relative de $(\mathcal{C}f)$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

Exercice 22

Soit f la fonction définie par $f(x) = \left| x^2 - 2x \right| + 1$

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2°) Ecrire $f(x)$ sans le symbole valeur absolue ; puis déterminer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition D_f.

3°) Étudier la dérivabilité de f respectivement aux points 0 et 2.

4°) Étudier le sens de variation de f puis dresser son tableau de variation complet.

Exercice 23

Pour un produit donné, q étant la quantité produite, on désigne par C(q) le coût de production ; C la fonction coût ;

$C_{ma}(q)$ le coût marginal au niveau q : $C_{ma}(q) = C(q+1) - C(q)$.

$C_{mo}(q)$ le coût unitaire moyen : $C_{mo}(q) = \frac{C(q)}{q}$.

Une entreprise fabrique un produit P. La fonction coût C est définie par $C(x) = x^3 + 3x^2 + 3x + 200$,(C(x) est le coût ou prix de revient en FCFA d'une quantité x de produit P).

1°) Étudier la fonction C sur l'intervalle [0, 10].

2°) Calculer le coût marginal $C_{ma}(x)$ au niveau de x : $C_{ma}(x) = C(x+1) - C(x)$.

Étudier la fonction C_{mo} sur l'intervalle [0, 10].

3°) Comparer C_{ma} et la dérivée C' de la fonction C.

Étudier la fonction C' sur l'intervalle [0, 10]. Étudier la position relative des courbes C_{ma} et C.

4°) Sachant que le produit P est vendu à 9 000FCFA l'unité, exprimer en fonction de x le bénéfice B réalisé en supposant que toute la production est vendue sur le marché.

5°) Déterminer la production X qui procure un bénéfice maximum.