République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

Recueils de Sujets et Corrigés de Mathématiques du Baccalauréat Malien Session d'Octobre 2020

Sixième Édition

Toute l'équipe de MaliMath vous serait très reconnaissant de bien vouloir communiquer sur le contenu de ce recueil, sa présentation ainsi que toutes autres suggestions

Exercice 1 .... (6 pts)

On considère les fonctions f, g ,h et t définies respectivement par :

$f : x \longmapsto f(x) = -\dfrac{x^2}{2} - 2x + 30$, $g : x \longmapsto g(x) = -x^3 + 4x^2 + x - 5$,

$h : x \longmapsto h(x) = (2x+1)(-3x+5)$ et $t : x \longmapsto t(x) = \dfrac{x^2 - x + 2}{-x+2}$.

1. Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions f, g ,h et t.

2. Calcule la fonction dérivée de chacune des fonctions f, g, h et t.

Exercice 2 .... (6 pts)

On considère la suite géométrique (U_n) de premier terme $U_0 = 50000$ et de raison $q = \dfrac{21}{20}$.

1. Calcule U_1, U_2, U_3 et U_4.

2. Exprime U_n en fonction de n.

3. Calcule la somme les dix premiers termes de la suite (U_n).

Problème .... (8 pts)

On considère la fonction numérique f de la variable réelle x définie par

$f : x \longmapsto \dfrac{x^2 + 4x + 5}{x+2}$, C_f sa courbe représentative dans un repère $(O; \vec{i}, \vec{j})$.

1. a. Détermine l'ensemble de définition D_f de f.

b. Détermine trois réels a, b et c tels que pour tout $x \in D_f$ on ait : $f(x) = ax + b + \dfrac{c}{x+2}$.

c. Calcule les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

d. Détermine les équations de toutes les asymptotes à la courbe (C_f).

2. Étudie les variations de f puis dresse son tableau de variation.

3. **a.** Détermine les coordonnées du point A, intersection de (C_f)et l'axe des ordonnées.

b. Détermine l'équation de la tangente (T) à la courbe(C_f)au point A.

4. Trace dans le même repère la droite (T), les asymptotes et la courbe (C_f).

Exercice 1:

On considère les fonctions f, g ,h et t définies respectivement par :

$f(x) = -\dfrac{x^2}{2} - 2x + 30$; $g(x) = -x^3 + 4x + x - 5$; $h(x) = (2x+1)(-3x+5)$ et

$h(x) = \dfrac{x^2 - x + 2}{-x+2}$

1. Déterminons le domaine de définition de chacune des fonctions f, g, h et t

- $f(x) = -\dfrac{x^2}{2} - 2x + 30$

  $D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ car f est une fonction polynôme

- $g(x) = -x^3 + 4x + x - 5$

  $Dg = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$ car g est une fonction polynôme

- $h(x) = (2x+1)(-3x+5)$

  $Dh = \mathbb{R} =]-\infty ; +\infty[$ car h est le produit deux fonctions polynômes

- $t(x) = \dfrac{x^2 - x + 2}{-x+2}$

  $D_t = \{x / x \in \mathbb{R};\ -x+2 \neq 0\}$

  $-x + 2 \neq 0 \Longrightarrow 2 \neq x$

  $D_t = \mathbb{R} - \{2\} =]-\infty ; 2[\cup]2 ; +\infty[$

2. Calculons la dérivée de chacune des fonctions :

$f'(x) = -x - 2$

$g'(x) = -3x^2 + 8x + 1$

$h'(x) = 2(-3x+5) + (-3)(2x+1) = -6x + 10 - 6x - 3 = -12x + 7$

$h'(x) = -12x + 7$

Exercice 2

On considère la suite géométrique (U_n) de premier terme $U_0 = 50000$ et raison $q = \dfrac{21}{20}$

1. Calculons U_1 , U_2 , U_3 et U_4

(U_n) *géométrique* $\Longrightarrow U_{n+1} = qU_n$ Ainsi on a :

$U_1 = qU_0 = \dfrac{21}{20} \times 50000 = 52500$

$U_2 = qU_1 = \dfrac{21}{20} \times 52500 = 55125$

$U_3 = qU_2 = \frac{21}{20} \times 55125 = 57881{,}25$

$U_4 = qU_3 = \frac{21}{20} \times 57881{,}25 = 60775{,}3125$

2. Exprimons U_n en fonction n

$U_n = U_0 \times q^n$

$U_n = 50000 \times \left(\frac{21}{20}\right)^n$

3. Calculons la somme des dix premiers termes de la suite (U_n).

Soit S_{10} cette somme

$$S_{10} = U_0 + U_1 + \cdots + U_9 = U_0 \times \frac{1-q^{10}}{1-q} = 50000 \times \frac{1-\left(\frac{21}{20}\right)^{10}}{1-\frac{21}{20}} = 1\ 628\ 894{,}627$$

Problème

On considère la fonction numérique f de l variable réelle x

$f(x) = \frac{x^2+4x+5}{x+2}$ et (C_f) sa courbe représentetive dans un $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$

1. a. Déterminons l'ensemble de définition D_f de f.

$Df = \{x/x \in \mathbb{R};\ x+2 \neq 0\}$
$x+2 \neq 0 \Rightarrow x \neq -2$

$Dh = \mathbb{R} - \{-2\} =]-\infty;\ -2[\cup]-2\ ;\ +\infty[$

b. Déterminons les réels a , b et c tels que $f(x) = ax+b+\frac{c}{x+2}$

1ère méthode:

$$f(x) = ax+b+\frac{c}{x+2} = \frac{(ax+b)(x+2)+c}{x+2} = \frac{ax^2+x(b+2a)+2b+c}{x+2}$$

Par identification on a :

$$\begin{cases} a=1 \\ b+2a=4 \\ 2b+c=5 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a=1 \\ b=2 \\ c=1 \end{cases} \quad f(x) = x+2+\frac{1}{x+2}$$

2ème méthode:

$$\begin{array}{r|l} x^2+4x+5 & x+2 \\ \hline -x^2-2x & x+2 \\ \hline 2x+5 & \\ -2x-4 & \\ \hline 1 & \end{array}$$

Ainsi on a : $a=1; b=2; c=1 \implies f(x)=x+2+\dfrac{1}{x+2}$

c. Calculons les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

$$\lim_{x\to+\infty} f(x)=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2+4x+5}{x+2}=\lim_{x\to+\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to+\infty} x=+\infty$$

$$\lim_{x\to-2^-} f(x)=\lim_{x\to-2^-}\frac{x^2+4x+5}{x+2}=\frac{(-2)^2+4(-2)+5}{-2+2}=\frac{4-8+5}{0}=\frac{1}{0}$$

Signe de $(x+2)$

x	$-\infty$	-2	$+\infty$
$x-2$	$-$	0	$+$

$$\lim_{x\to-2^-} f(x)=\frac{1}{0^-}=-\infty$$

$$\lim_{x\to-2^+} (x)=\frac{1}{0^+}=+\infty$$

$$\lim_{x\to-\infty} f(x)=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2+4x+5}{x+2}=\lim_{x\to-\infty}\frac{x^2}{x}=\lim_{x\to-\infty} x=-\infty$$

d. Déterminons les équations de toutes les asymptotes à la courbe (C_f).

$$\left.\begin{array}{l}\lim\limits_{x\to-2^-} f(x)=\dfrac{1}{0^-}=-\infty \\ \lim\limits_{x\to-2^+} f(x)=\dfrac{1}{0^+}=+\infty\end{array}\right\}\Rightarrow x=-2 \text{ est asymptote verticale à la courbe.}$$

Posons : $y=x+2$

$$\lim_{x\to+\infty}\left(f(x)-y\right)=\lim_{x\to+\infty}\left(x+2+\frac{1}{x+2}-(x+2)\right)$$

$$= \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x+2} = \lim_{x \to +\infty} \frac{1}{x} = \frac{1}{+\infty} = 0$$

De même

$$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - y) = \lim_{x \to -\infty} \left(x + 2 + \frac{1}{x+2} - (x+2) \right) = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x+2} = \lim_{x \to -\infty} \frac{1}{x} = 0$$

$$\lim_{x \to -\infty} (f(x) - y) = 0.$$

Ainsi la droite (D) : $y = x + 2$ est une asymptote oblique en $+\infty$ et $-\infty$

2. Déterminons les variations de f puis dressons son tableau de variation

Calculons la dérivée :

- $f'(x) = 1 - \frac{1}{(x+2)^2} = \frac{(x+2)^2 - 1}{(x+2)^2} = \frac{(x+1)(x+3)}{(x+2)^2}$

  $f'(\mathrm{x})$ est de même signe que $(x+1)(x+3)$ car $\forall x \in D_f$, $(x+2)^2 > 0$

  $(x+1)(x+3) = 0 \Rightarrow x = -1$ ou $x = -3$

- Tableau de signe de $f'(x)$

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	

- Sens de variation de f

  $\forall x \in]-\infty; -3[\cup]-1; +\infty[$ f est strictement croissante

  $\forall x \in]-3; -2[\cup]-2; -1[$ f est strictement décroissante

- Tableau de variation :

x	$-\infty$		-3		-2		-1		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	‖	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ ‖ $+\infty$	$\searrow$	2	$\nearrow$	$+\infty$

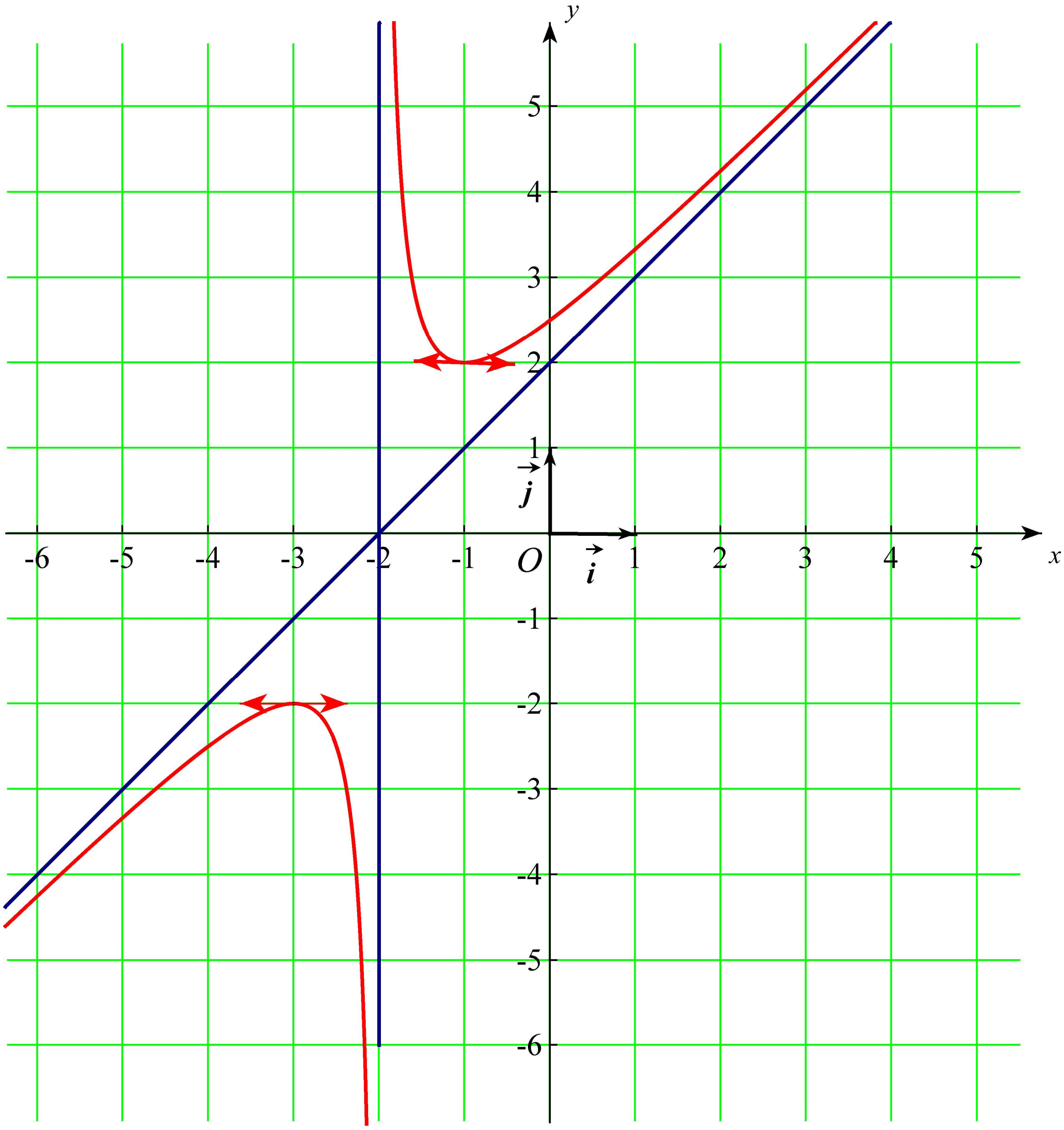
3. **a.** Déterminons les coordonées du point A, intersection de (C_f) avec l'axe des ordonnées

$$f(0)=\frac{0^2+4\times 0+5}{0+2}=\frac{5}{2} \Rightarrow A\left(0\ ;\ \frac{5}{2}\right)$$

b. Déterminons l'équation de la tangente (T) à la courbe (C_f) au point A

$$(T) : y=f\,'(x)(x-0)+f\ (0) \Rightarrow y=\frac{3}{4}x+\frac{5}{2}$$

4. Traçons dans le même repère la droite (T) les asymptotes et la courbe (C_f).



« MaliMath » ou « M^2 » est une association née à partir d’ un groupe de travail. Elle a été initiée par le département de mathématiques de l’ ENSup de Bamako en collaboration avec l’ IGEN et Thomas CASTANET.

« MaliMath » réuni des enseignants de mathématiques du fondamental à l’ université, des formateurs, des conseillers pédagogiques, des inspecteurs. Depuis 2014, nous produisons des ressources numériques pour l’ enseignement des mathématiques du primaire à l’ université. Nous organisons aussi des formations à l’ adresse des enseignants (ou tout autre acteur de l’ éducation) autour de la maitrise et l’ usage pédagogique de l’ ordinateur et des logiciels pour l’ enseignement des mathématiques.

Pour rejoindre le groupe et contribuer aux activités de « MaliMath », contacter