République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

Recueils de Sujets et Corrigés de Mathématiques du Baccalauréat Malien Session d'Octobre 2020

Sixième Édition

Toute l'équipe de MaliMath vous serait très reconnaissant de bien vouloir communiquer sur le contenu de ce recueil, sa présentation ainsi que toutes autres suggestions

Exercice 1 .... (6 pts)

Trois capitaux, en progression arithmétique, ont pour somme 81000000 F *CFA*.

1. Calcule ces capitaux sachant que le troisième capital est le double du premier.

2. On place ces capitaux dans les conditions suivantes :

- 18000000 F *CFA* à 6% pendant 90 jours ;
- 27000000 F *CFA* à 4,5% pendant 60 jours;
- 36000000 F *CFA* à t% pendant 30 jours.

Le taux moyen de ces placements est : 5,735%.

Calcule le taux du troisième capital.

Exercice 2 .... (6 pts)

On considère la suite numérique $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ définie, pour tout $n \in \mathbb{N}$, par : $\begin{cases} u_0 = \dfrac{3}{5} \\ u_{n+1} = \dfrac{u_n - 3}{6} \end{cases}$.

Soit $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite définie par : $\forall\, n \in \mathbb{N}, v_n = 5u_n + 3$.

1. Démontre que (v_n) est une suite géométrique. En déduis une expression de u_n en fonction de n.

2. Démontre que (u_n) est une suite décroissante.

3. **a**. Calcule $S_n = v_0 + v_1 + \dots + v_{n+1}$ et $S'_n = u_0 + u_1 + \cdots + u_{n+1}$.

b. Détermine les limites de S_n et S'_n quand $n \to +\infty$.

Problème .... (8 pts)

Le plan est muni d'un repère orthonormal $(O\,;I\,;J)$. Soit f la fonction définie par :

$f : x \mapsto (\ln x)^2 - 1$ et (C) sa courbe représentative.

1. **a.** Détermine l'ensemble définition de f.

   b. Calcule les limites defaux bornes de son ensemble définition.

2. **a**. Calcule la fonction dérivée f' de f.

   b. Étudie le signe de $f(x)$.

   c. Dresse le tableau de variationsf.

3. **a.** Reproduis et Complète le tableau ci - dessous :

x	-1	1	2	e	3	4	5
$f(x)$							

   b. Construis la courbe représentative (C) de f.

Exercice 1 :

Soient C_1, C_2 et C_3 les trois capitaux en progression arithmétique de raison r

$C_1 + C_2 + C_3 = 81\ 000\ 000$

1. Calculons ces capitaux sachant que $C_3 = 2C_1$

Méthode 1 :

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_3 = 81\ 000\ 000 \\ C_3 = 2C_1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} C_1 + (C_1 + r) + (C_1 + 2r) = 81\ 000\ 000 \\ C_1 + 2r = 2C_1 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3C_1 + 3r = 81\ 000\ 000 \\ -C_1 + 2r = 0 \end{cases}$$

$$\Rightarrow \begin{cases} 3C_1 + 3r = 81\ 000\ 000 \\ -3C_1 + 6r = 0 \end{cases}$$

$$9r = 81\ 000\ 000 \Rightarrow r = \frac{81\ 000\ 000}{9} = 9\ 000\ 000$$

$-C_1 + 2r = 0 \Rightarrow C_1 = 2r = 2 \times 9\ 000\ 000 = 18\ 000\ 000$; $C_1 = 18\ 000\ 000 F\ CFA$

$C_2 = 18\ 000\ 000 + 9\ 000\ 000 = 27\ 000\ 000$; $C_2 = 27\ 000\ 000 F\ CFA$

$C_3 = 18\ 000\ 000 + 2 \times 9\ 000\ 000 = 36\ 000\ 000$; $C_3 = 36\ 000\ 000 F\ CFA$

Méthode 2 :

C_1, C_2 et C_3 sont en progression arithmétique $\Rightarrow C_1 + C_3 = 2C_2$

$C_1 + C_2 + C_3 = 81\ 000\ 000 \Rightarrow 3C_2 = 81\ 000\ 000$

$$\Rightarrow C_2 = \frac{81\ 000\ 000}{3} = 27\ 000\ 000 F\ CFA$$

$C_3 = 2C_1$ et $C_1 + C_2 + C_3 = 81\ 000\ 000 \Rightarrow C_1 + 27\ 000\ 000 + 2C_1 = 81\ 000\ 000$

$$\Rightarrow 3C_1 = 81\ 000\ 000 - 27\ 000\ 000$$

$$\Rightarrow C_1 = \frac{54\ 000\ 000}{3} = 18\ 000\ 000 F\ CFA$$

$C_3 = 2C_1 = 2 \times 18\ 000\ 000 = 36\ 000\ 000 F\ CFA$

Autrement

$$\begin{cases} C_1 + C_2 + C_3 = 81\ 000\ 000 \\ C_3 = 2C_1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C_1 + 27\ 000\ 000 + C_3 = 81\ 000\ 000 \\ C_3 = 2C_1 \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} C_1 + C_3 = 54\ 000\ 000 \\ 2C_1 - C_3 = 0 \end{cases}$$

$3C_1 = 54\ \ 000\,000 \Rightarrow C_1 = 18\ \ 000\,000 F\ CFA$

$C_3 = 2C_2 = 2 \times 18\,000\,000 = 36\,000\,000 F\ CFA$

2. Calculons le taux du troisième capital

$$t_{\mathrm{m}} = \frac{C_1 n_1 t_1 + C_2 t_2 n_2 + C_3 t_3 n_3}{C_1 n_1 + C_2 n_2 + C_3 n_3}$$

$$\Rightarrow 5{,}735 = \frac{18\,000\,000 \times 6 \times 90 + 27\,000\,000 \times 4{,}5 \times 60 + 36\,000\,000 \times t \times 30}{18\,000\,000 \times 90 + 27\,000\,000 \times 60 + 36\,000\,000 \times 30}$$

$$\Rightarrow 5{,}735 = \frac{9\,720\,000\,000 + 7\,290\,000\,000 + 1080\,000\,000 \times t}{18\,000\,000 \times 90 + 27\,000\,000 \times 60 + 36\,000\,000 \times 30}$$

$$\Rightarrow 5{,}735 = \frac{9\,72 + 7\,29 + 108t}{432}$$

$$\Rightarrow 5{,}735 \times 432 = 1701 + 108t$$

$$\Rightarrow t = \frac{2477{,}5 - 1701}{108} = 7{,}19\ \%$$

Exercice 2 :

$$(U_n)_{n\in\mathbb{N}} : \begin{cases} U_0 = \dfrac{3}{5} \\ U_{n+1} = \dfrac{U_n - 3}{6} \end{cases} \text{ et } (V_n)_{n\in\mathbb{N}} : V_n = 5U_n + 3$$

1. Démontrons que (V_n) est une suite géométrique

$$V_n = 5U_n + 3 \Rightarrow V_{n+1} = 5U_{n+1} + 3 = 5 \times \frac{U_n - 3}{6} + 3 = \frac{5U_n - 15 + 18}{6} = \frac{5U_n + 3}{6} = \frac{V_n}{6}$$

$V_{n+1} = \dfrac{1}{6} V_n$, alors (V_n) est une suite géométrique de raison $q = \dfrac{1}{6}$ et de premier terme

$V_0 = 5U_0 + 3 = 5 \times \dfrac{3}{5} + 3 = 6$; $V_0 = 6$

Deduisons une expression de U_n en fonction de n

$$V_n = V_0 \times q^n = 6\left(\frac{1}{6}\right)^n$$

$$V_n = 5U_n + 3 \quad \Rightarrow \quad U_n = \frac{V_n - 3}{5} = \frac{1}{5}\left(6\left(\frac{1}{6}\right)^n - 3\right) = \frac{6}{5}\left(\frac{1}{6}\right)^n - \frac{3}{5} = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} - \frac{3}{5} \quad ;$$

$$U_n = \frac{1}{5}\left(\frac{1}{6}\right)^{n-1} - \frac{3}{5}$$

2. Démontrons que (U_n) est décroissante

$$U_n = \frac{6}{5}\left(\frac{1}{6}\right)^n - \frac{3}{5} \Rightarrow U_{n+1} = \frac{6}{5}\left(\frac{1}{6}\right)^{n+1} - \frac{3}{5}$$

$$U_{n+1} - U_n = \frac{6}{5}\left(\frac{1}{6}\right)^{n+1} - \frac{3}{5} - \left(\frac{6}{5}\left(\frac{1}{6}\right)^n - \frac{3}{5}\right)$$

$$= \frac{6}{5} \times \frac{1}{6^{n+1}} - \frac{3}{5} - \frac{6}{5} \times \frac{1}{6^n} + \frac{3}{5}$$

$$= \frac{6}{5}\left(\frac{1}{6^{n+1}} - \frac{6}{6^{n+1}}\right) = \frac{6}{5} \times \left(\frac{-5}{6^{n+1}}\right) = \frac{-1}{6^n} < 0$$

$U_{n+1} - U_n \leq 0 \Longrightarrow (U_n)$ est décroissante

3. **a.** Calculons $S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_{n-1}$ et $S_n^{'} = U_0 + U_1 + \cdots + U_{n-1}$

$$S_n = V_0 + V_1 + \cdots + V_{n-1} = V_0 \times \frac{1-q^n}{1-q} = 6 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n}{1 - \frac{1}{6}}$$

$$= 6 \times \frac{1 - \left(\frac{1}{6}\right)^n}{-\frac{5}{6}}$$

$$= \frac{36}{5}\left[\left(\frac{1}{6}\right)^n - 1\right]$$

$S_n^{'} = U_0 + U_1 + \cdots + U_{n-1}$

$U_0 = \dfrac{V_0 - 3}{5}$

$U_1 = \dfrac{V_1 - 3}{5}$

$\vdots \quad \vdots \qquad \vdots$

$U_{n-1} = \dfrac{V_{n-1} - 3}{5}$

$$S_n^{'} = \frac{S_n - 3n}{5} = \frac{1}{5}\left(\frac{36}{5}\left[\left(\frac{1}{6}\right)^n - 1\right] - 3n\right) = \frac{36}{25}\left[\left(\frac{1}{6}\right)^n - 1\right] - \frac{3n}{5}$$

b. Déterminons les limites de S_n et de $S_n^{'}$ quand $n \longrightarrow +\infty$

$$\lim_{n \to +\infty} S_n = \lim_{n \to +\infty} \frac{36}{5}\left[\left(\frac{1}{6}\right)^n - 1\right] = -\frac{36}{5}$$

$$\lim_{n \to +\infty} S_n^{'} = \lim_{n \to +\infty} \frac{36}{25}\left[\left(\frac{1}{6}\right)^n - 1\right] - \frac{3n}{5} = \frac{36}{25}[0 - 1] - \infty = -\infty$$

Problème :

Le plan est muni d'un repère ortonormal $(O\,;I\,;J)$

$f(x) = (\ln x)^2 - 1$, (C) est la représentation graphique de la fonction f

1. a Déterminons l'ensemble de définition de f

$D_f = \{x / x \in \mathbb{R}, x > 0\} \Rightarrow D_f =]0; +\infty[$

b. Calculons les limites de f aux bornes de son ensemble de définition

$\lim\limits_{x \to 0+} f(x) = \lim\limits_{x \to 0+} (\ln x)^2 - 1 = +\infty$

$\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = \lim\limits_{x \to +\infty} (\ln x)^2 - 1 = +\infty$

2. a. Calculons la fonction dérivée f' de f

f est dérivable sur $]0; +\infty[$

$f'(x) = 2 \times \frac{1}{x} \times \ln(x) = \frac{2\ln(x)}{x}$

b. Étudions le signe de $f'(x)$

$\forall x \in]0; +\infty[, \frac{2}{x} > 0$; $f'(x)$ a même signe que $\ln(x)$

Tableau de signe :

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	

c. Dressons le tableau de variation de f **:**

$f(1) = (\ln 1)^2 - 1 = -1$

x	0		1		$+\infty$
$f'(x)$	‖	$-$	0	$+$	
$f'(x)$	‖ $+\infty$	↘	-1	↗	$+\infty$

3. a. Reproduisons et complétons le tableau :

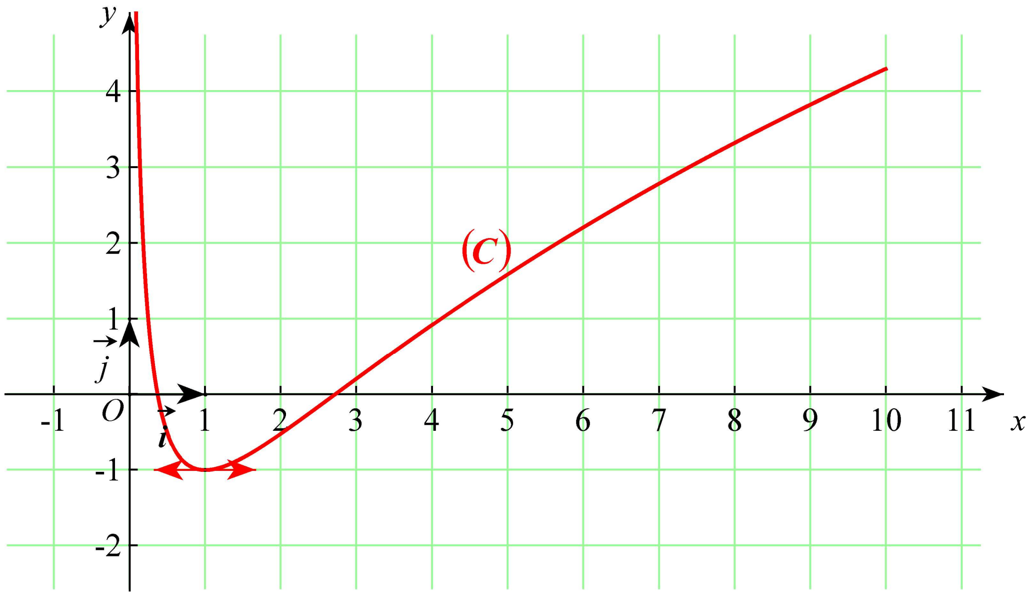
x	e^{-1}	1	2	e	3	4	5
$f(x)$	0	-1	$(\ln 2)^2 - 1$	0	$(\ln 3)^2 - 1$	$(\ln 4)^2 - 1$	$(\ln 5)^2 - 1$

$f(e^{-1}) = (\ln e^{-1})^2 - 1 = 0$; $f(1) = -1$; $f(2) = (\ln 2)^2 - 1 \approx -0{,}52$

$f(e) = (\ln e)^2 - 1 = 0$; $f(3) = (\ln 3)^2 - 1 \approx 0,21$; $f(4) = (\ln 4)^2 - 1 \approx 0,92$;

$f(5) = (\ln 5)^2 - 1 \approx 1,59$

b. Représentons graphiquement la courbe (C) de f



« MaliMath » ou « M^2 » est une association née à partir d’un groupe de travail. Elle a été initiée par le département de mathématiques de l’ENSup de Bamako en collaboration avec l’IGEN et Thomas CASTANET.

« MaliMath » réuni des enseignants de mathématiques du fondamental à l’université, des formateurs, des conseillers pédagogiques, des inspecteurs. Depuis 2014, nous produisons des ressources numériques pour l’enseignement des mathématiques du primaire à l’université. Nous organisons aussi des formations à l’adresse des enseignants (ou tout autre acteur de l’éducation) autour de la maitrise et l’usage pédagogique de l’ordinateur et des logiciels pour l’enseignement des mathématiques.

Pour rejoindre le groupe et contribuer aux activités de « MaliMath », contacter