

Série : TSExp - Corrigé.

Exercice 1 **5 points**

On considère la fonction f , dont le tableau de variations est donné ci-dessous :

| | | | | | |
|---------|---------------------------------|---------------------|-----------|---------------------|-----------|
| x | -5 | 0 | 5 | 7 | $+\infty$ |
| $f'(x)$ | | | | | |
| $f(x)$ | $\frac{1}{2}$ ↘ $-\infty$ | $-\infty$ ↗ 2 | ↘ -1 | $-\infty$ ↗ 0 | $+\infty$ |

En plus, on dispos des indications suivantes : $f(-3) = -1$, $f(-2) = -2$, $f(1) = -2$, $f(9) = -\frac{1}{2}$

1. Reproduis et complète le tableau ci-dessus.
2. Donne : le domaine de définition de f , les asymptotes et le nombre des solutions de l'équation $f(x) = 0$.
3. Construis dans un repère orthonormé $(O; \vec{i}, \vec{j})$, les asymptotes à (C_f) et la courbe (C_f) .
4. Résous graphiquement : l'équation $f(x) = -2$ et l'inéquation $f(x) \geq 0$.

Exercice 2 **5 points**

Soit $(U_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite géométrique de 1^{er} terme $U_0 = 4$ et de raison $\frac{1}{2}$.

Soit $(V_n)_{n \in \mathbb{N}}$ la suite arithmétique de 1^{er} terme $V_0 = \frac{\pi}{4}$ et de raison $\frac{\pi}{2}$.

Pour tout entier naturel n , on pose Z_n le nombre complexe de module U_n et dont un argument est V_n .

1.
 - a. Exprime U_n et V_n en fonction de n .
 - b. Deduis-en Z_n .
2. Démontre que (Z_n) est une suite géométrique de raison $\frac{1}{2}i$ et de 1^{er} terme

$$Z_0 = 2\sqrt{2} + 2i\sqrt{2}.$$

3. Soit le plan complexe \mathcal{P} , rapporté au repère orthogonal direct (O, \vec{u}, \vec{v}) et M_n le point d'affixe Z_n .

Détermine la nature de la transformation F qui au point M_n associe le point M_{n+1} d'affixe Z_{n+1} puis donne ses éléments caractéristiques.

Problème **10 points** ✍

Une étude porte sur la croissance en taille d'une espèce de poisson dans une cage de pisciculture, en fonction de l'âge des poissons.

Partie A :

Sur un échantillonnage et pour une courte durée, les relevés ont donné les résultats consignés dans le tableau ci-dessous :

| | | | | | | | | |
|--|----|----|----|----|----|----|----|----|
| Âge t_i (en nombre de semaines) | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 |
| Taille y_i (exprimée en centimètres) | 10 | 18 | 25 | 33 | 40 | 41 | 50 | 53 |

- Soit G le point moyen du nuage de points associé à ce tableau. On considère la droite (D) passant par G et de coefficient directeur 6,14. Détermine une équation de cette droite (D) .
- On considère que la fonction affine représentée par la droite (D) traduit l'évolution de la taille en fonction de l'âge des poissons dans les unités considérées. Détermine selon ce modèle la taille d'un poisson de douze (12) semaines.
- On estime que l'espérance de vie d'un poisson en eau douce est de trois (3) années. Calcule, avec le modèle retenu, la taille atteinte au bout de trois (3) ans.

Partie B :

En fait, des relevés sur une longue durée ont permis d'établir que la taille $g(t)$ des poissons exprimée en centimètres selon l'âge t exprimé en semaines est donnée par :

$$g(t) = 87,5(1 - e^{-0,12t}).$$

- Détermine la limite de la fonction g en $+\infty$, puis en donne une interprétation.
 - Détermine la dérivée g' de la fonction g sur $[0 ; +\infty[$.
 - Étudie les variations de la fonction g sur $[0 ; +\infty[$.
- Calcule avec ce modèle la taille d'un poisson de trois ans.
 - Détermine l'âge théorique d'un poisson de taille 80 cm.
- Trace la courbe représentative de la fonction g sur l'intervalle $[0 ; 15[$ et la droite (D) de la **partie A** dans le même repère. On prendra pour unité graphique 1 cm pour une semaine

en abscisse et 1 cm pour 10cm en ordonnée.
Donne une interprétation du graphique ainsi obtenu.