République du Mali

Un Peuple – Un But – Une Foi

Recueils de Sujets et Corrigés de Mathématiques du Baccalauréat Malien Session d'Octobre 2020

Association MaliMath

Sixième Édition

Toute l'équipe de MaliMath vous serait très reconnaissant de bien vouloir communiquer sur le contenu de ce recueil, sa présentation ainsi que toutes autres suggestions

AM²

Exercice 1……………………………………………………………………………… (6 pts)

1. Simplifie les expressions suivantes :

$A = \ln\sqrt{2} - \ln 4 - \ln e^{5} - 5$ et $B = \ln\left(2 - \sqrt{2}\right) + \ln\left(2 + \sqrt{2}\right) + \ln\left(\frac{1}{2}\right)$.

2. Soit la fonction définie sur $]-\infty\,;1[\cup]1\,;+\infty[$ par : $t : x \longmapsto t(x) = \frac{x^2 + x - 1}{x - 1}$.

a. Détermine les réels a, b et c tels que $t(x) = ax + b + \frac{c}{x-1}$.

b. Détermine une primitive T de la fonction t.

Exercice 2…………………………………………………………………… (6 pts)

On considère les fonctions suivantes : $f : x \longmapsto f(x) = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 2$;

$g : x \longmapsto g(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 1}$ et $h : x \longmapsto h(x) = \frac{2x - 6}{x^2 - 9}$.

1. Détermine le domaine de définition de chacune des fonctions f; g et h.
2. Calcule les limites suivantes : $\lim\limits_{x \to 1^-} g(x)$; $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$; $\lim\limits_{x \to 3^+} h(x)$.
3. Détermine les fonctions dérivées des fonctions f et g.

Problème……………………………………………………………………………… (8 pts)

On considère la fonctionfdéfinie par $f : x \longmapsto \frac{4x^2 - 4}{2x + 1}$ et (C) sa courbe.

1. Détermine l'ensemble de définition de f puis vérifie que pour tout x de cet ensemble

   $f(x) = 2x - 1 - \frac{3}{2x + 1}$.
2. Calcule les limites de f aux bromes de son ensemble de définition.
3. Vérifie que la droite $(D) : y = 2x - 1$est une asymptote à (C).
4. Étudie les variations de f.
5. Construis la courbe (C) defainsi que ses asymptotes dans un repère orthonormé.

Exercice 1:

1. Simplifions les expresions suivantes

$$A = \ln\sqrt{2} - \ln 4 - \ln e^5 - 5 = \frac{1}{2}\ln 2 - \ln 2^2 - 5 - 5 = \frac{1}{2}\ln 2 - 2\ln 2 - 10$$

$$A = -\frac{3}{2}\ln 2 - 10$$

$$B = \ln\left(2-\sqrt{2}\right) + \ln\left(2+\sqrt{2}\right) + \ln\frac{1}{2} = \ln\left[\left(2-\sqrt{2}\right)\left(2+\sqrt{2}\right)\right] - \ln 2$$

$$= \ln\left(2^2 - \sqrt{2}^2\right) - \ln 2$$

$$= \ln(4-2) - \ln 2 = \ln 2 - \ln 2 = 0$$

$$B = 0$$

2. $D_t =]-\infty\,;1[\cup]1;\,+\infty[$ et $t(x) = \dfrac{x^2+x-1}{x-1}$

a. Déterminons les réels a, b et c tels que $t(x) = ax + b + \dfrac{c}{x-1}$

1ère méthode:

$$t(x) = ax + b + \frac{c}{x-1} = \frac{(ax+b)(x-1)+c}{x-1} = \frac{ax^2 + x(b-a) + c - b}{x-1}$$

$$\frac{x^2+x-1}{x-1} = \frac{ax^2 + x(b-a) + c - b}{x-1}$$

Par identification on a : $\begin{cases} a = 1 \\ b - a = 1 \\ c - b = -1 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a = 1 \\ b = 2 \\ c = 1 \end{cases}$ $\mathrm{t}(x) = x + 2 + \dfrac{1}{x-1}$

2ème ***méthode***:

$$\begin{array}{r|l} x^2+x-1 & x-1 \\ \cline{2-2} -x^2+x & x+2 \\ \cline{1-1} 2x-1 & \\ -2x+2 & \\ \cline{1-1} 1 & \end{array}$$

Ainsi on a : $a = 1$; $b = 2$; $c = 1 \;\Rightarrow\; t(x) = x + 2 + \dfrac{1}{x+1}$

b. Déterminions une primitive T de la fonction t

$$t(x) = x + 2 + \frac{1}{x-1} \Longrightarrow T(x) = \frac{x^2}{2} + 2x + \ln\left|x-1\right| + c \text{ avec } c \in \mathbb{R}$$

Exercice 2 :

On considère les fonctions suivantes :

$$f(x) = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 2 \;;\; g(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x+1} \; et \; h(x) = \frac{2x-6}{x^2-9}$$

1. Déterminons le domaine de définition de chacune des fonctions f, g et h.

$D_f = \mathbb{R} =]-\infty; +\infty[$

$Dg = \{x/x \in \mathbb{R};\, x + 1 \neq 0\}$

$\Longrightarrow x + 1 \neq 0 \Longrightarrow x \neq -1$

$Dg = \mathbb{R} - \{-1\} =]-\infty; -1[\cup]-1; \infty[$

$Dh = \{x/x \in \mathbb{R};\, x^2 - 9 \neq 0\}$

$\Longrightarrow x^2 - 9 \neq 0 \Longrightarrow x^2 \neq 9 \Longrightarrow x \neq \pm 3$

$D_h = \mathbb{R} - \{-3; 3\} =]-\infty; -3[\cup]-3; 3[\cup]3; \infty[$

2. Calculons les limites suivantes :

$$\lim_{x \to -1^-} g(x) = \lim_{x \to -1^-} \frac{-x^2 + 2x - 1}{x+1} = \frac{-(-1)^2 + 2(-1) - 1}{-1+1} = \frac{-1-2-1}{0} = \frac{-4}{0}$$

x	$-\infty$ $\quad$ -1 $\quad$ $+\infty$
$x+1$	$-$ $\quad$ 0 $\quad$ $+$

$$\lim_{x \to -1^-} g(x) = \frac{-4}{0^-} = +\infty.$$

$$\lim_{x \to -1^-} g(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 2 = \lim_{x \to +\infty} 3x^3 = 3(+\infty)^3 = +\infty$$

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$$

$$\lim_{x \to 3} h(x) = \lim_{x \to 3} \frac{2x-6}{x^2-9} = \frac{0}{0} \; "FI"$$

$$\lim_{x \to 3} h(x) = \lim_{x \to 3} \frac{2x-6}{x^2-9} = \lim_{x \to 3} h(x) = \lim_{x \to 3} \frac{2(x-3)}{(x-3)(x+3)} = \lim_{x \to 3} h(x) = \lim_{x \to 3} \frac{2}{x+3} = \frac{2}{3+3}$$

$$\lim_{x \to 3} h(x) = \frac{1}{3}.$$

3. Déterminons les fonctions dérivées des foncftions f et g.

$$f(x) = 3x^3 - \frac{1}{2}x^2 + 3x + 2 \Rightarrow f'(x) = 9x^2 - x + 3$$

$$g(x) = \frac{-x^2 + 2x - 1}{x + 1} \quad \Rightarrow g'(x) = \frac{(-2x+2)(x+1) - (1)(-x^2 + 2x - 1)}{(x+1)^2}$$

$$\Rightarrow g'(x) = \frac{2 - 2x^2 + x^2 - 2x + 1}{(x+1)^2} = \frac{-x^2 - 2x + 3}{(x+1)^2}$$

$$g'(x) = \frac{-x^2 - 2x + 3}{(x+1)^2}$$

Problème :

On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{4x^2 - 4}{2x + 1}$ et $(\mathscr{C})$ sa courbe.

1. Déterminons l'ensemble de définition de f

$$D_f = \{x / x \in \mathbb{R};\ 2x + 1 \neq 0\}$$

$$\Rightarrow 2x + 1 \neq 0 \Rightarrow x \neq -\frac{1}{2}$$

$$D_f = \mathbb{R} \setminus \left\{-\frac{1}{2}\right\} = \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]-\frac{1}{2}; +\infty\right[$$

Vérifions que $\forall\ x \in D_f \ f(x) = 2x - 1 - \dfrac{3}{2x+1}$

$$2x - 1 - \frac{3}{2x+1} = \frac{(2x-1)(2x+1) - 3}{2x+1} = \frac{4x^2 - 1 - 3}{2x+1} = \frac{4x^2 - 4}{2x+1} = f(x).$$

D'ou $f(x) = 2x - 1 - \dfrac{3}{2x+1}$

2. Calculons les limites aux bornes de D_f

$$\lim_{x \to +\infty} f(x) = \lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2 - 4}{2x + 1} = \lim_{x \to +\infty} \frac{4x^2}{2x} = \lim_{x \to +\infty} 2x = 2(+\infty) = +\infty$$

$$\lim_{x \to -\frac{1}{2}^-} g(x) = \lim_{x \to -\frac{1}{2}^-} \frac{4x^2 - 4}{2x + 1} = \frac{4\left(-\frac{1}{2}\right)^2 - 4}{2\left(-\frac{1}{2}\right) + 1} = \frac{1 - 4}{0} = \frac{-3}{0}$$

x	$-\infty$ $\qquad -\frac{1}{2}$ $\qquad +\infty$
$2x+1$	$-$ $\qquad 0$ $\qquad +$

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}^-} g(x) = \frac{-3}{0^-} = +\infty$$

$$\lim_{x\to -\frac{1}{2}^+} g(x) = \frac{-3}{0^+} = -\infty$$

$$\lim_{x\to -\infty} f(x) = \lim_{x\to -\infty} \frac{4x^2-4}{2x+1} = \lim_{x\to -\infty} \frac{4x^2}{2x} = \lim_{x\to -\infty} 2x = 2(-\infty) = -\infty$$

3. Vérifions que la droite (D) : $y = 2x-1$ est une symptote à $(\mathscr{C})$

$$\lim_{x\to +\infty} (f(x)-y) = \lim_{x\to +\infty} \left(2x-1-\frac{3}{2x+1}-(2x-1)\right) = \lim_{x\to +\infty} -\frac{3}{2x-1} = \lim_{x\to +\infty} \frac{-3}{2x} = \frac{-3}{+\infty}$$

$$\lim_{x\to +\infty} (f(x)-y) = 0$$

De même

$$\lim_{x\to -\infty} (f(x)-y) = \lim_{x\to -\infty} \left(2x-1-\frac{3}{2x+1}-(2x-1)\right) = \lim_{x\to -\infty} -\frac{3}{2x-1} = \lim_{x\to -\infty} \frac{-3}{2x} = 0$$

$$\lim_{x\to -\infty} (f(x)-y) = 0$$

D'ou la droite (D) : $y = 2x-1$ est une asymptote oblique en $+\infty$ et $-\infty$

4. Étudions les variations de f

Calculons la dérivée de f.

$$f'(x) = \frac{8x(2x+1)-(2)(4x^2-4)}{(2x+1)^2} = \frac{16x^2+8x-8x^2+8}{(2x+1)^2} = \frac{8(x^2+x+1)}{(2x+1)^2}$$

$f'(x)$ est de même signe que x^2+x+1 car $\forall x \in D_f$ $\frac{8}{(2x+1)^2} > 0$

Posons : $x^2+x+1 = 0 \Longrightarrow \Delta = b^2-4ac = 1^2-4(1)(1) = -3$

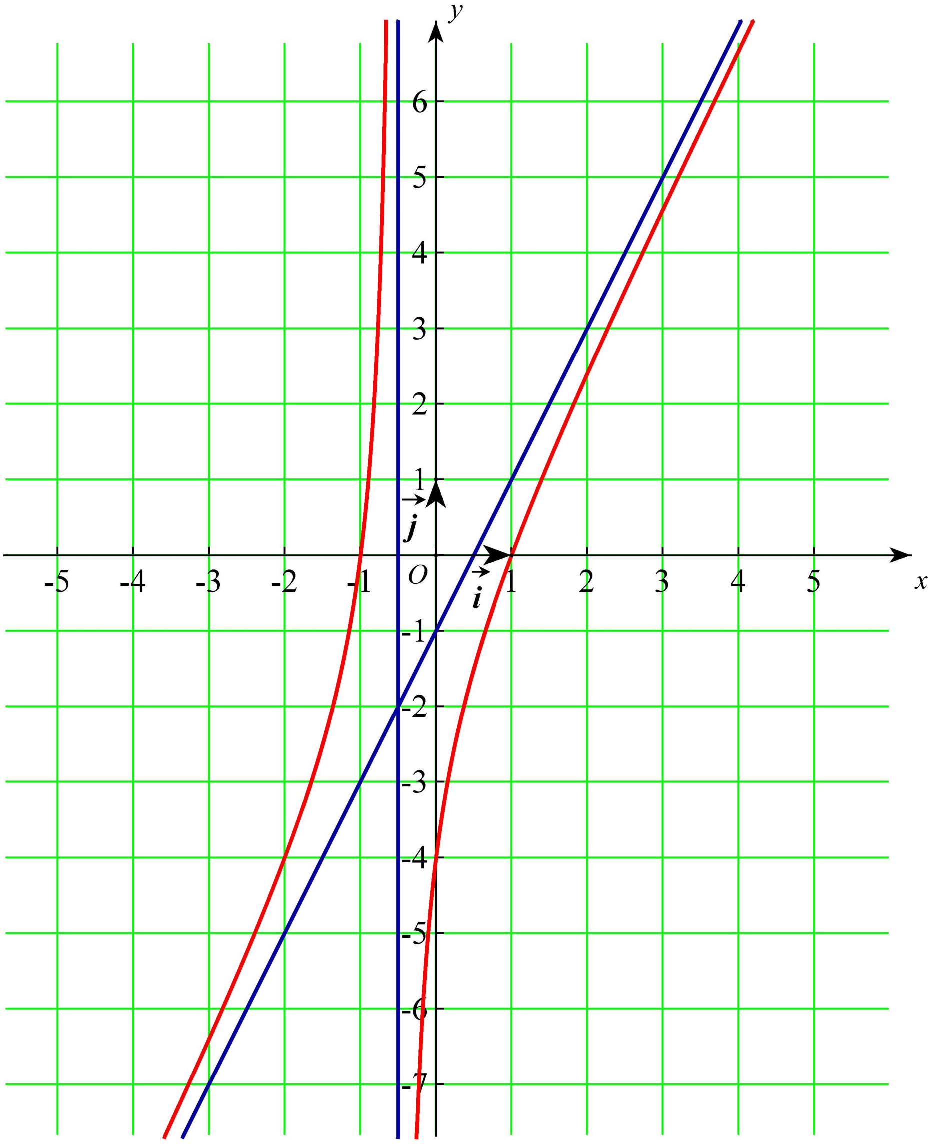
Pour tout $x \in D_f$, $f'(x) > 0$

Tableau de variation de f

x	$-\infty$ $\qquad$ $-\frac{1}{2}$ $\qquad$ $+\infty$	
$f'(x)$	$+$	$+$
$f(x)$	$-\infty \nearrow +\infty$	$-\infty \nearrow +\infty$

$\forall x \in \left]-\infty; -\frac{1}{2}\right[\cup \left]-\frac{1}{2}; \infty\right[$ f est strictement croissante

5. Construisons la courbe $(\mathscr{C})$ ainsi que les asymptotes dans un repère orthonormé.



« MaliMath » ou « M^2 » est une association née à partir d' un groupe de travail. Elle a été initiée par le département de mathématiques de l' ENSup de Bamako en collaboration avec l' IGEN et Thomas CASTANET.

« MaliMath » réuni des enseignants de mathématiques du fondamental à l' université, des formateurs, des conseillers pédagogiques, des inspecteurs. Depuis 2014, nous produisons des ressources numériques pour l' enseignement des mathématiques du primaire à l' université. Nous organisons aussi des formations à l' adresse des enseignants (ou tout autre acteur de l' éducation) autour de la maitrise et l' usage pédagogique de l' ordinateur et des logiciels pour l' enseignement des mathématiques.

Pour rejoindre le groupe et contribuer aux activités de « MaliMath », contacter