

Exercice 1 : (5pts)

Le 28 février de l'année N , Monsieur KONE dispose quatre traites en progression géométrique. Il place :

- La première de $50000F$ de nominal à $7,2\%$ pendant n jours ;
- La deuxième à $6,5\%$ pendant 72 jours ;
- La troisième de $98000F$ de nominal à $t\%$ pendant 60 jours ;
- La quatrième à 5% pendant 36 jours.

Les escomptes produits par les trois premières traites sont proportionnels aux nombres 81 ;91 et 98.

Détermine :

1. la raison de la progression ;
2. la deuxième et la quatrième traite ;
3. l'échéance de la première traite et le taux de la troisième traite.

Exercice 2 : (5pts)

Trois effets, dont les valeurs nominales sont en progression arithmétique, ont pour échéances fixées respectivement au 16 mars, 11 avril et 20 mai. La valeur nominale du premier effet est de $24000F$; leur échéance moyenne a lieu le 24 avril.

- a. Calcule les valeurs nominales des second et troisième effets.
- b. Le débiteur des trois effets veut remplacer les deux premiers par un effet échéant le 15/06/ au taux de $7,2\%$. Quelle serait la valeur nominale de l'effet remplaçant?

Problème : (10pts)

A. Monsieur DOUMBIA remet à l'escompte chez son banquier deux effets de commerce ayant à courir jusqu'à l'échéance, l'un 72 jours et l'autre 102 jours. L'escompte total des deux effets à 6% s'élève à $14000 F$.

Si la remise avait eu lieu 12 jours plus tard, les escomptes produits par ces deux effets seraient égaux.

Calcule la valeur nominale de chaque effet ainsi que l'échéance moyenne des deux effets.

B. 1. Monsieur DOUMBIA dispose maintenant deux effets de commerce : $400000F$ échéant le 05/03 et $600000 F$ échéant le 01/04.

Le 01/01 il remet les deux effets à l'escompte et perçoit net $973000 F$.

Calcule le taux d'escompte si les conditions de négociation sont les suivantes : escompte $t\%$; commission proportionnelle $0,1\%$; commission fixe $190F$ par effet ; taxe 20% .

2. Il échange les deux effets de commerce V_1 et V_2 dont la somme est $973000 F$ et dont les échéances sont dans 30 jours et 60 jours contre un effet de commerce de valeur nominale $973000 F$ payable dans 45 jours.

Calculeles deux valeurs nominales.

3. Il emprunte une somme de $886500F$ qu'il remboursera en payant à la date d'emprunte $15750F$ et le solde par des traites de $75000F$ chacune, la première payable un mois après l'emprunt.

Calcule le nombre de traites ainsi que la somme totale payée pour rembourser sa dette au taux de 6%.

4. Il propose de rembourser la même dette de $886500 F$ en payant trois traites de $288200 F$ chacune échéant de deux mois en deux mois, la première un mois après l'emprunt. Le taux d'emprunt est fixé à 9%.

Combien doit – il payer comme avance le jour de l'emprunt pour que le prêteur accepte l'offre?

Exercice 1 :

D'après l'énoncé on a :

$$D_N = 28/02/N \quad V_1 = 50\,000 ; t_1 = 7,2\% \quad ; n_1 = n \text{ jours}$$

$$V_2 = ? ; t_2 = 6,2\% ; n_2 = 72 \text{ jours} ; V_3 = 98\,000 ; t_3 = t\% ; n_3 = 60 \text{ jours et } \frac{e_1}{81} = \frac{e_2}{91} = \frac{e_3}{98}$$

1. Déterminons la raison de la progression

$$V_1 = V_1 ; V_2 = qV_1 ; V_3 = V_1q^2 ; V_4 = V_1q^3$$

$$V_3 = V_1 \times q^2 \Rightarrow q^2 = \frac{V_3}{V_1} = \frac{98\,000}{50\,000} = 1,96 \Rightarrow q^2 = 1,96 \Rightarrow q = 1,4$$

2. Déterminons V_2 et V_4

$$V_2 = qV_1 = 50\,000 \times 1,4 = 70\,000F \text{ d'où } V_2 = 70\,000F$$

$$V_4 = qV_3 = 98\,000 \times 1,4 = 137\,200F \text{ d'où } V_4 = 137\,200F$$

3. Déterminons l'échéance de la première traite n_1 et le taux de la troisième t_3

- l'échéance de la première traite n_1

$$\frac{e_1}{81} = \frac{e_2}{91} = \frac{e_3}{98}$$

$$e_1 = \frac{50\,000 \times 7,2 \times n_1}{36000} = 10n_1 ; e_2 = \frac{70\,000 \times 6,5 \times 72}{36000} = 910 ; e_3 = \frac{98\,000 \times t_3 \times 60}{36000} = \frac{490t_3}{3}$$

$$\frac{e_1}{81} = \frac{e_2}{91} \Leftrightarrow 91 \times e_1 = 81 \times e_2 \Rightarrow e_1 = \frac{81 \times e_2}{91} \text{ par remplacement on a : } 10n_1 = \frac{81 \times 910}{91} \text{ par}$$

$$\text{suite : } n_1 = \frac{81 \times 910}{910} = 81 \text{ jours} ; n_1 = 81 \text{ jours}$$

Février \longrightarrow 28 – 28 = 0

Mars \longrightarrow 31

Avril \longrightarrow 30

Mai \longrightarrow 20

L'échéance recherchée effet est le 20/05

- le taux de la troisième t_3

$$\frac{e_2}{91} = \frac{e_3}{98} \Rightarrow 98 \times e_2 = 91 \times e_3 \Rightarrow 98 \times 910 = \frac{91 \times 490t_3}{3}$$

$$\Rightarrow 89180 = \frac{44590t_3}{3} \Rightarrow t_3 = \frac{3 \times 89180}{44590} = 6\% ; t_3 = 6\%$$

Exercice 2 :

D'après l'énoncé on a :

$$V_1 ; V_2 ; V_3 \text{ sont en Progression arithmétique } (V_1 = V_1 ; V_2 = V_1 + r ; V_3 = V_1 + 2r)$$

$$DE_1 = 16/03 ; DE_2 = 11/04 ; DE_3 = 20/05 ; V_1 = 24\,000 F ; n = 24/04.$$

Soit le 16/03 la date d'équivalence :

$$\text{du } 16/03 \text{ au } 16/03, n_1 = 0 \text{ jr}$$

$$\text{du } 16/03 \text{ au } 11/04, n_2 = 15 + 11 = 26 \text{ jours}$$

$$\text{du } 16/03 \text{ au } 20/05 ; n_3 = 15 + 30 + 20 = 65 \text{ jours}$$

du 16/03 ou 24/04 ; $\bar{n} = 15 + 24 = 39$ jours

a. Calculer V_2 et V_3

$$\bar{n} = \frac{\sum V_i n_i}{\sum V_i} = \frac{V_1 n_1 + V_2 n_2 + V_3 n_3}{V_1 + V_2 + V_3}$$

$$39 = \frac{0 \times V_1 + 26V_2 + 65V_3}{V_1 + V_2 + V_3}$$

$$V_1 = V_1 ; V_2 = V_1 + r ; V_3 = V_1 + 2r$$

$$39 = \frac{26(V_1 + r) + 65(V_1 + 2r)}{V_1 + V_1 + r + V_1 + 2r} = \frac{91V_1 + 156r}{3V_1 + 3r}$$

$$\Leftrightarrow 39(3V_1 + 3r) = 91V_1 + 156r$$

$$\Leftrightarrow 39(3 \times 24000 + 3r) - (91 \times 24000 + 156r) = 0$$

$$\Leftrightarrow 624000 - 39r = 0$$

$$\Leftrightarrow 39r = 624000 \Leftrightarrow r = \frac{624000}{39} = 16\,000 ; r = \mathbf{16\,000}$$

$$V_2 = V_1 + r = 24000 + 16000 = 40\,000F$$

$$V_3 = V_1 + 2r = 24000 + 2 \times 16000 = 56\,000F$$

b. Déterminer la valeur nominale de l'effet de remplacement

$$V = ? \quad t = 7,2\% \Rightarrow D = \frac{36000}{7,2} = 5000$$

Date d'équivalence 15/06

du 15/06 au 15/06 ; $n = 0$ jours

du 15/06 au 16/03 ; $n_1 = -91$ jours

du 15/06 au 11/04 ; $n_2 = -65$ jours

$$V(D - n) = V_1(D - n_1) + V_2(D - n_2)$$

$$V(5000 - 0) = 24000(5000 + 91) + 40000(5000 + 65) \Rightarrow V = 64956,8 F$$

Problème :

$$A. \left. \begin{array}{l} V_1 \rightarrow n_1 = 72 \text{ jours} \\ V_2 \rightarrow n_2 = 102 \text{ jours} \end{array} \right\} t = 6\% ; e_1 + e_2 = 14000F$$

Si la remise avait eu lieu 12 jours plus tard

$$\left. \begin{array}{l} n_1 = 72 - 12 = 60 \text{ jours} \\ n_2 = 102 - 12 = 90 \text{ jours} \end{array} \right\} e_1 = e_2$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{V_1 \times 6 \times 72}{36000} + \frac{V_2 \times 6 \times 102}{36000} = 14000 \\ \frac{V_1 \times 6 \times 60}{36000} = \frac{V_2 \times 6 \times 90}{36000} \end{array} \right. \Rightarrow V_1 \times 60 = V_2 \times 90 \Rightarrow V_1 = 1,5 \times V_2$$

$$432V_1 + 612V_2 = 504000000$$

$$432(1,5V_2) + 612V_2 = 504000000 \Rightarrow 1260V_2 = 504000000 \Rightarrow V_2 = 400000F$$

$$V_2 = \mathbf{400000F}$$

$$V_1 = 1,5(400000) = 600\,000$$

$$V_1 = \mathbf{600\,000 F}$$

$$\text{Echéance moyenne des deux effets : } \bar{n} = \frac{\sum V_i \times n_i}{\sum V_i} = \frac{V_1 \times n_1 + V_2 \times n_2}{V_1 + V_2}$$

$$\bar{n} = \frac{(600\,000 \times 72) + (400\,000 \times 102)}{600\,000 + 400\,000} = 84 \text{ jours}$$

L'échéance moyenne a lieu dans **84 jours**

B. $V_1 = 400\,000 \rightarrow DE_1 = 05/03 \Rightarrow n_1 = (\text{du } 01/01 \text{ au } 05/03) = 30 + 28 + 5 = 63 \text{ jours}$

1. $V_2 = 400\,000 \rightarrow DE_2 = 01/04 \Rightarrow n_2 = (\text{du } 01/01 \text{ au } 01/04) = 30 + 28 + 31 + 1 = 90 \text{ jours}$

$$DN = 01/01$$

Calculer le taux d'escompte

$$e_1 = \frac{400\,000 \times t \times 63}{36\,000} = 700t ; e_2 = \frac{400\,000 \times t \times 90}{36\,000} = 1500t$$

Commission proportionnelle :

$$Cp_1 = \frac{V_1 \times k}{100} = \frac{400\,000 \times 0,1}{100} = 400$$

$$Cp_2 = \frac{V_2 \times k}{100} = \frac{600\,000 \times 0,1}{100} = 600$$

N°	V	e	Commission	
			CP	CF
1	400 000	700t	400	190
2	600 000	1500t	600	190
Total	1000 000	2 200t	1 000	380

Commission fixe : $CF_1 = 190F$ et $CF_2 = 190F$

Agio HT = escompte + commissions

$$\text{Agio HT} = 2200 + 1000 + 380$$

$$\text{Agio HT} = 2200t + 1380$$

$$\text{taxe} = 0,2(2200t + 1380)$$

$$\text{taxe} = 440t + 276$$

$$\text{Agio TTC} = \text{Agio HT} + \text{taxe}$$

$$\text{Agio TTC} = 2200t + 1380 + 440t + 276$$

$$= 2640t + 1656$$

$$VNE = V - \text{Agio TTC} \Rightarrow 973\,000 = 1000\,000 - (2640t + 1656)$$

$$973\,000 - 1000\,000 = -2640t - 1656$$

$$-27\,000 = -2640t - 1656$$

$$-27\,000 + 1656 = -2640t$$

$$-25344 = -2640t \Rightarrow t = \frac{-25344}{-2640} \Rightarrow t = 9,6\%$$

2. Calculons V_1 et V_2

$$V_1 + V_2 = 973\,000 \text{ ①} ; n_1 = 30 \text{ jours} ; n_2 = 60 \text{ jours} ; V = 973\,000 ; \bar{n} = 45$$

$$\text{Si } V_1 + V_2 = V \Rightarrow \bar{n} = \frac{\sum V_i n_i}{\sum V_i} \Rightarrow 45 = \frac{(V_1 \times 30) + (V_2 \times 60)}{V_1 + V_2} \Rightarrow 45 = \frac{(30V_1) + (60V_2)}{973\,000}$$

$$45 = \frac{(30V_1) + (60V_2)}{973\,000} \Leftrightarrow 30V_1 + 60V_2 = 45 \times 973\,000$$

$$\Leftrightarrow V_1 + 2V_2 = 1\,459\,500 \text{ ②}$$

D'après ① et ② on a :

$$\begin{cases} V_1 + V_2 = 973\,000 \\ V_1 + 2V_2 = 1\,459\,500 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} -V_1 - V_2 = -973\,000 \\ V_1 + 2V_2 = 1\,459\,500 \end{cases}$$

$$V_2 = 486\,500$$

$$V_1 = 973\,000 - V_2 = 973\,000 - 486\,500 = 486\,500 \text{ d'où } V_1 = \mathbf{486\,500F} \text{ et } V_2 = \mathbf{486\,500F}$$

3. $PC = 886\,500$; $SA = 15\,750$

$$V = 75\,000F ; n = ? ; t = 6\%$$

Calculons le nombre de traites

$$PC = SA + nV - \frac{Vt}{1200} \times n \times \frac{(n+1)}{2}$$

$$886\,500 = 15\,750 + 75\,000n - \frac{75\,000 \times 6}{1200} \times \frac{(n^2 + n)}{2}$$

$$870\,750 = 75\,000n - 187,5n^2 - 187,5n$$

$$187,5n^2 - 74812,5n + 870\,750 = 0 \Rightarrow n^2 - 399n + 4664 = 0$$

$$\Delta = (-399)^2 - 4(1)(4664) = 140\,625 \Rightarrow \sqrt{\Delta} = 375$$

$$n_1 = \frac{399 - 375}{2} = 12 \text{ traites } n_2 = \frac{399 + 375}{2} = 387 \text{ (absurde)}$$

Le nombre de traites est 12

La somme totale payée pour rembourser la dette :

$$ST = SA + nV = 15\,750 + 12 \times 75\,000 = 915\,750F ; \mathbf{ST = 915\,750F}$$

4. $PC = 886\,500$; $V = 288\,200$; $n_1 = 1$; $n_2 = 3$; $n_3 = 5$; $t = 90\%$; $SA = ?$

Calculons SA :

$$PC = SA + a_1 + a_2 + a_3$$

$$886\,500 = SA + 288\,200 - \frac{288\,200 \times 9 \times 1}{1200} + 288\,200 - \frac{288\,200 \times 9 \times 3}{1200} + 288\,200 -$$

$$\frac{288\,200 \times 9 \times 5}{1200}$$

$$\text{On trouve } SA = 41\,676,5F$$

Il doit payer une avance de 41 676,5F pour que le prêteur accepte.