Devoir 01

Exercice 1 : (10 points)

1°) Ecrire sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants :

$$Z_0 = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2} \quad ; \quad Z_1 = -\sqrt{3} + i \quad ; \quad Z = \frac{Z_1}{Z_0}$$

2°) Calculer A = $\left(\frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)^{36}$.

3°) Linéariser $\cos^6 x$.

4°) Résoudre z $\in \mathbb{C}$; l'équation : $z^4 = 1 + i\sqrt{3}$. (On écrira les solutions sous forme trigonométrique).

Exercice 2 : (10 points)

Soit le polynôme complexe $f(z) = z^3 - (1+i)z^2 - 4 + 4i$.

1°) Vérifier que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution réelle z_0 = a et une solution imaginaire z_1 = bi que l'on déterminera.

2°) Résoudre dans $\mathbb{C}$, l'équation $f(z) = 0$.

3°) Calculer le module et un argument de chacune des solutions de $f(z) = 0$.

Devoir 02

1°) a-/ Linéariser cos2xsinx

b-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^4 = -i$.

2°) Soient a et b les nombres complexes définis par :

$$a = -\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{\sqrt{6}}{2}i \quad et \quad b = -\frac{\sqrt{6}}{2} - \frac{3\sqrt{2}}{2}i$$

a-/ Calculer la partie réelle et la partie imaginaire du nombre complexe $q = \frac{b}{a}$.

b-/ Calculer le module et un argument de chacun des nombres complexes a, b, q.

c-/ Déduire des résultats précédents les valeurs exactes de $\cos\frac{\pi}{12}$ et $\sin\frac{\pi}{12}$.

3°) Soit f la fonction de $\mathbb{C}$ vers $\mathbb{C}$ définie par :

$f(z) = z^3 + (4+8i)z^2 + (-26 + 32i)z - 60 + 32i$.

a-/ Calculer $f(-2)$. En déduire que f(z) peut s'écrire sous la forme :

$f(z) = (z + 2)(az^2 + bz + c)$ où a, b et c sont des nombres complexes que l'on

déterminera.

b-/ Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $f(z) = 0$. On désigne par z_0 la solution réelle ; par z_1 la solution dont la partie réelle est positive et z_2 la solution dont la partie réelle est négative.

c-/ Soient A, B, et C les points d'affixes respectives z_0 ; z_1 et z_2.
On pose : $U = \frac{Z_B - Z_A}{Z_C - Z_A}$. Calculer le module et l'argument principal de U, puis en déduire la nature du triangle ABC.

Devoir 03

EXERCICE

1°) a) Trouver les racines carrées du nombre complexe $Z = -8 - 6i$

b) En déduire la résolution de l'équation : $z^2 - (1+i)z + 2i + 2 = 0$

c) Ecrire les solutions de cette équation sous forme trigonométrique et exponentielle.

2°) Linéariser : $Sin^4 \frac{x}{2}$

3°) Calculer les limites suivantes :

a) $\lim\limits_{x \to -1} \frac{x^3 + 2x^2 + 5x + 4}{x^2 - 1}$ b) $\lim\limits_{x \to 5} \frac{\sqrt{2x-1} - 3}{5 - x}$

c) $\lim\limits_{x \to -\infty} \frac{4 - 5x + 3x^2}{x + 2x^2 - 5}$ d) $\lim\limits_{x \to 0} \frac{x \sin x}{1 - \cos 2x}$

PROBLEME :

I°) 1°) On donne les nombres complexes $z_1 = 2e^{-\frac{\pi}{3}i}$; $z_2 = \frac{5i - 1}{3 - 2i}$ *et* $z_3 = \sqrt{3} + i$.

a) Ecrire z_1 et z_2 sous forme algébrique.

b) Calculer z_3^{12}.

II°) Soit f (z) = $z^3 - (4+3i)z^2 + (5+8i)z - 7i + 4$

1°) Montrer que l'équation f(z) = 0 admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on donnera.

2°) Trouver les nombres complexes a, b et c tels que:

$$f(z) = (z - z_0)(az^2 + bz + c)$$

3°) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^2 - (4+2i)z + 7+4i = 0$

b) En déduire la résolution de l'équation f(z) = 0

4°) Dans le plan complexe muni d'un repère orthonormé $(o; \vec{i}, \vec{j})$; on donne les points A, B, C d'affixes respectives 2 – i, i, 2 + 3i

a) Placer les points A, B et C.

b) Calculer : AB, AC, BC. En déduire la nature du triangle ABC.

c) Déterminer l'ensemble (E) des points M d'affixe z tels que :

$$AM^2 + BM^2 = 12$$

Devoir 04

Exercice 1 : (5 points)

Calculer les limites suivantes :

a-/ $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{x^3-3x^2+4}{3x^3-13x^2+16x-4}$; b-/ $\lim\limits_{x\to\frac{\pi}{4}}\dfrac{\frac{1}{\cos^2 x}-2\mathrm{tg}x}{\cos 2x}$; c-/ $\lim\limits_{x\to-\infty}(x+\sqrt{x^2+1})$.

Exercice 2 : (5 points)

Sur le segment $[-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}]$ on considère la fonction f définie par :

$$\begin{cases} f(x)=\sin x+\dfrac{\sqrt{1-\cos 2x}}{\sin x} \\ f(0)=\sqrt{2} \end{cases}$$

La fonction f est-elle continue au point $x_0 = 0$?

Exercice 3: (10 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = |x-1| + \dfrac{2}{x+1}$.

1°) Etudier la continuité de f au point $x = 1$.

2°) f est-elle dérivable au point $x = 1$? ; étudier et représenter la fonction f.

3°) Discuter suivant les valeurs du paramètre m, l'existence du nombre de solutions de l'équation : $\sqrt{(x-1)^2}\ (x+1)=mx+m-2$.

Devoir 05

Exercice 1: (5 points)

Soit la fonction f de $\mathbb{R}$ vers $\mathbb{R}$ définie par : $f(x)=\dfrac{3x^3-7x^2+5x+1}{(x-1)^2}$.

1°) Trouver les réels a ; b ; c tels que pour tout x de l'ensemble de définition de f,

on ait : $f(x)=ax+b+\dfrac{c}{(x-1)^2}$.

2°) En déduire la primitive de f sur $]1\,;+\infty[$ qui s'annule en 2.

Exercice 2: (5 points)

Calculer les intégrales suivantes :

1) $\displaystyle\int_0^2 \frac{x^3+1}{x+1}dx$ 2) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{4}} (2x+1)\cos^2 x dx$ 3) $\displaystyle\int_{-4}^1 (|x+3|+|1-2x|)dx$.

Problème : (10 points)

L e plan étant muni d'un repère orthogonal $(O;\vec{i}\,;\vec{j}\,)$ avec $\|\vec{i}\,\|=\|\vec{j}\,\|=3cm$.

On considère la fonction f définie par : $f(x)=3x-1+\dfrac{2}{(x-1)^2}$.

1°) Etudier et représenter graphiquement la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f.

2°) Déterminer l'aire du domaine ($\mathcal{D}$) limité par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, et les droites

d'équations respectives : $y = 3x - 1$; $x = 2$; $x = 5$.

Devoir 06

EXERCICES : (8 points)

I) Calculer les limites suivantes :

1°) $\lim\limits_{x\to -1} \dfrac{x^3 - x^2 - 5x - 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}$ 2°) $\lim\limits_{x\to 2} \dfrac{x^3 + 2x^2 - 5x - 6}{2x^2 - 3x - 2}$

3°) $\lim\limits_{x\to -\infty} \dfrac{2x+7}{x^4+5}$ 4°) $\lim\limits_{x\to +\infty} \dfrac{x^3 + 5x - 8}{7x^3 + 2x + 1}$

II) Calculer la dérivée de chacune des fonctions définies par

1°) $f(x) = -3x^4 + 2x^3 - 7x^2 + x + 9$; 2°) $f(x) = \dfrac{x^2 + 3x - 4}{2x+1}$

3°) $f(x) = \dfrac{5}{3x+1}$; 4°) $f(x) = \sin 3x \cos^2 x$

PROBLEME: (12 points)

A) Soit $h(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x-1}$ **.** Déterminer les réels a ; b ; c sachant que la courbe de *h* passe par les points A(0 ; 2) ; B(2 ; –2) et admet une tangente horizontale au point x = 2**.**

B) Soit la fonction *f* définie par $f(x) = \dfrac{-x^2 + 2x - 2}{x-1}$**.**

1°**)** Déterminer les réels a ; b ; c tels que : $f(x) = a\,x + b + \dfrac{c}{x-1}$**.**

2°) Etudier la fonction ***f*.**

3°) Montrer que la droite ($\mathcal{D}$) d'équation : $y = -x + 1$ est asymptote oblique à la courbe ($\mathcal{C}_f$).

4°) Etudier les positions relatives de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à ($\mathcal{D}$).

5°) Donner une équation de la tangente T au point d'abscisse 0.

6°) Montrer que l'équation $f(x)=0$ admet une solution unique ℓ dans [2 ;3].

(on ne cherchera pas à résoudre l'équation)

7°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Devoir 07

EXERCICES : (10 points)

1°) a°) Soit la fonction f définie par $f(x) = ax^3 + bx + c$.

Déterminer les réels a, b, et c sachant que f admet pour extremum 3 au point –1 et pour extremum –1 au point 1.

b) Dresser le tableau de variation de f.

2°) Déterminer une primitive F de la fonction f dan s les cas suivants :

a) $f(x) = \frac{1}{4}x^4 - \frac{2}{3}x^3 + 3x$ b) $f(x) = x(x^2 + 3)^4$ c) $f(x) = \frac{x^2}{(x^3+2)^2}$.

d) $f(x) = (\frac{1}{x} + x)^5(\frac{1}{x^2} - 1)$ e) $f(x) = \frac{4x-4}{\sqrt{2x^2-4x-6}}$ f) $f(x) = \cos(4x+\frac{\pi}{6})$

PROBLEME: (10 points)

Soit f la fonction définition par : $f(x) = \frac{-x^2+3x-6}{x-2}$.

On désigne par $(\mathcal{C}_f)$ la courbe représentative de f dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\,;\vec{i}\,;\,\vec{j})$.

1°) Déterminer les réels a ; b ; et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x-2}$.

2°) Etudier la fonction f.

3°) Montrer que la courbe $(\mathcal{C}_f)$ admet une asymptote oblique $(\mathcal{D})$ que l'on précisera.

4°) Etudier les positions relatives de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

5°) Etudier le signe de $f(x)$ pour tout x de l'ensemble de définition de f.

6°) Soit g la restriction de f à l'intervalle [0 ; 2[. Montrer que g réalise une bijection de [0 ; 2[sur un intervalle P que l'on précisera.

7°) Calculer $g(1)$; $g(-1+\sqrt{5})$; $(g^{-1})'(5)$.

8°) Tracer les courbes $(\mathcal{C}_f)$ et $(\mathcal{C}_{g^{-1}})$ dans le même repère $(O\,;\vec{i}\,;\,\vec{j})$.

Devoir 08

EXERCICES : (8 points)

On considère la fonction f définie par $f(x) = sin^2x + cosx$.

1°) Montrer que pour tout réel x de $\mathcal{D}_f$: $f(x+2\pi) = f(x)$.

2°) Etudier f et construire sa courbe représentative dans $[0 ; \pi]$

3°) On pose $g(x) = 4x - tg^2x$ avec $0 \leq x \leq \frac{\pi}{2}$.

Calculer g'(x) puis vérifier que $g'(x) = 2(1 - tgx)(tg^2x + tgx + 2)$.

PROBLEME: (12 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = \frac{x^2 - x + 1}{x - 1}$.

1°) Montrer qu'il existe des réels a et b tels que pour tout $x \neq 1$;

$$f(x) = ax + \frac{b}{x-1}.$$

2°) Etudier les limites de f aux bornes de son ensemble, puis son sens de variation. Dresser le tableau de variation de f.

3°) Quelles sont les droites asymptotes à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f ?

4°) Déterminer une équation de la tangente à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ au point $x = \frac{1}{2}$.

5°) Etudier les positions de la courbe par rapport à son asymptote oblique (D).

6°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f. Déterminer graphiquement le nombre et le signe des solutions dans $\mathbb{R}$ de l'équation (E) : $f(x) = m$ suivant les valeurs du réel m.

7°) Déterminer les coordonnées x_0 et y_0 du point I centre de symétrie de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ dans le plan muni d'un repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

8°) Soit (Δ) la droite d'équation : $y = 2x - 1$. Calculer les coordonnées des points d'intersection de la courbe $(\mathcal{C}_f)$ et de la droite (Δ).

Devoir 09

EXERCICES : (8 points)

I-/ Déterminer une primitive F de f dans les cas suivants :

1°) $f(x) = (2x + 5)(x^2 + 5x + 3)^3$; 2°) $f(x) = \frac{4}{(3-2x)^5}$

3°) $f(x) = \frac{x^2 - 2x + 2}{(x^3 - 3x^2 + 6x + 1)^2}$; 4°) $f(x) = \frac{3x^3 - 7x^2 + 5x + 1}{(x-1)^2}$

II-/ Soit $f(x) = ax^3 + bx^2 + c$. Déterminer les réels a ; b et c sachant que f admet 1 pour extremum en x = 0 et – 3 pour extremum en x = 2.

PROBLEME: (12 points)

Soit f la fonction définie par $f(x) = \frac{x^2+3}{x+1}$ et $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe représentative dans le plan muni du repère orthonormé $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$.

1°) Trouver les réels a ; b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{x+1}$.

2°) Montrer que la droite (Δ) d'équation y = x – 1 est asymptote à $(\mathcal{C}_f)$.

3°) Etudier la fonction f ; et en déduire le signe de f(x).

4°) Etudier la position de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à (Δ).

5°) Montrer que la restriction de f à $]-\infty ; -3]$ est une bijection g de $]-\infty ; -3]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

6°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f ainsi que ($\mathcal{C}$') de g^{-1} dans le même repère.

7°) Calculer $g(-5)$; $g(-4)$; $(g^{-1})'(-7)$.

8°) Démontrer que pour tout x de [1 ; 3] on a : $|f'(x)| \leq \frac{3}{4}$.

En déduire que pour tout x de [1 ; 3] on a : $\left|x - 4 + \frac{4}{x+1}\right| \leq \frac{3}{4}|x - 3|$.

9°) résoudre et discuter graphiquement le nombre de solutions de l'équation :

$$x^2 - mx + 3 - m = 0.$$

Devoir 10

EXERCICE 1 : (10 points)

Soit la fonction f : $\mathbb{R} - \{3\} \rightarrow \mathbb{R}$

$x \mapsto \frac{ax+b}{x+c}$ où a, b, c sont des réels.

On désigne par ($\mathscr{H}$) sa courbe représentative dans un plan rapporté à un repère orthonormé.

1°) Déterminer les nombres réels a ; b ; et c pour que :

- ($\mathscr{H}$) passe par le point A(1 ; $\frac{1}{4}$)
- La tangente à ($\mathscr{H}$) au point B(1 ; $-\frac{3}{2}$) admet $-\frac{7}{4}$ pour coefficient directeur et la droite d'équation x = 3 est asymptote verticale.

2°) vérifier que le point Ω(3 ; 2) est centre de symétrie de ($\mathscr{H}$).

3°) Trouver la pente de la tangente à au ($\mathscr{H}$) point A.

4°) Calculer les coordonnées du point d'intersectio n des tangentes à ($\mathscr{H}$) respectivement aux points A et B.

EXERCICE 2 : (10 points)

Soient a, b et c des réels et f une fonction définie par $f(x) = x^4 + ax^3 + bx^2 + c$ dans un repère . ($\mathscr{C}_f$) est la courbe représentative de *f* et A(1 ; $-\frac{1}{2}$) .

1°) Déterminer a, b et c pour que les trois conditi ons soient vérifiées.

a) $f(0) = f(2)$
b) La courbe passe par le point A
c) En ce point A la courbe admet une tangente parallèle à l'axe des abscisses.

2°) a) calculer la fonction dérivée de la fonction g définie sur [0 ; 2] par :

$$g(x) = x^4 - 4x^3 + \frac{11}{2}x^2 - 3x.$$

b) Vérifier que $g'(x) = (x-1)(4x^2 - 8x + 3)$. Etudier les variations de g.

c) Tracer la courbe représentative de g dans un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$ (unités graphiques : $4cm$ sur l'axe des abscisses et $16cm$ sur l'axe des ordonnées).

Devoir 11

EXERCICE : (8 points)

1) Calculez en intégrant par parties $I = \int_0^1 (x+2)e^x dx$

2) Soit (U_n) la suite définie par $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$

a)Calculer U_1 ; U_2 ; U_3

b) On pose $V_n = a\,U_n + 3$ où $a \in IR^*$. Calculer V_{n+1} en fonction de V_n .

Déterminer a pour que (V_n) soit une suite géométrique.

d) Exprimer Un en fonction de n puis calculer .$S_n = V_o + V_1 + \ldots + V_n$.

Problème : (12 points)

Soit la fonction *f* définie par : $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2x}$.

1°) Etudier la fonction *f ;*

2°) montrer que la droite ($\mathcal{D}$) d' équation : $y = x - \frac{1}{2}$ est asymptote oblique à la courbe ($\mathcal{C}$) de *f*.

3°) Etudier les positions de ($\mathcal{C}$) par rapport à ($\mathcal{D}$).

4°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}$) et la droite ($\mathcal{D}$).

5°) Calculer l' aire de la portion du plan limitée par la courbe ($\mathcal{C}$) de *f* , l'asymptote ($\mathcal{D}$) et les droites d'équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.

Devoir 12

EXERCICE 1 : (5 points)

1°) Soit la fonction f définie par $f(x) = \sin(\sqrt{x})$. Calculer $f'(x)$ et déterminer une primitive de la fonction $g : x \mapsto \frac{1}{\sqrt{x}}\cos(\sqrt{x})$ sur]0 ; 2].

2°) Déterminer le réel b tel que $x^2 + 3 = (x^2 + 1) + b$. Déterminer une primitive de la fonction $h : x \mapsto \frac{x(x^2+3)}{(x^2-1)^3}$ sur [-3 ; -2].

3°) Soit f_1 la fonction définie par $f_1(x) = \frac{x}{\sin x}$. Calculer $f_1'(x)$ et déterminer une primitive de la fonction g_1 définie par : $g_1(x) = \frac{\sin x - x\cos x}{1-\cos^2 x}$ $\quad sur\left[\frac{\pi}{3};\frac{\pi}{2}\right]$.

EXERCICE 2 : (5 points)

1°) Calculer les intégrales suivantes :

$I_1 = \int_3^4 \frac{2x-1}{\sqrt{x^2-x-2}}dx$; $I_2 = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos^2 x \sin 2x\, dx$; $I_3 = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \frac{2x\sin x}{\cos^3 x}dx$ (Utiliser une intégration par parties).

2°) Soit la fonction f définie par $f(x) = x^3 - 3x^2 + 1$. Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solution unique α dans]–1; 0[.

Problème : (10 points)

Soit la fonction f numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = \frac{x^3+3x}{ax^2+b}$ où a et b sont des réels.

1°) Trouver les réels a et b sachant que : $f(1) = 1$ et $f'(1) = 0$.

Dans toute la suite a et b désignent les réels trouvés à la question 1°).

2°) Montrer que la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f admet un centre de symétrie I à préciser.

3°) Etudier les variations de f.

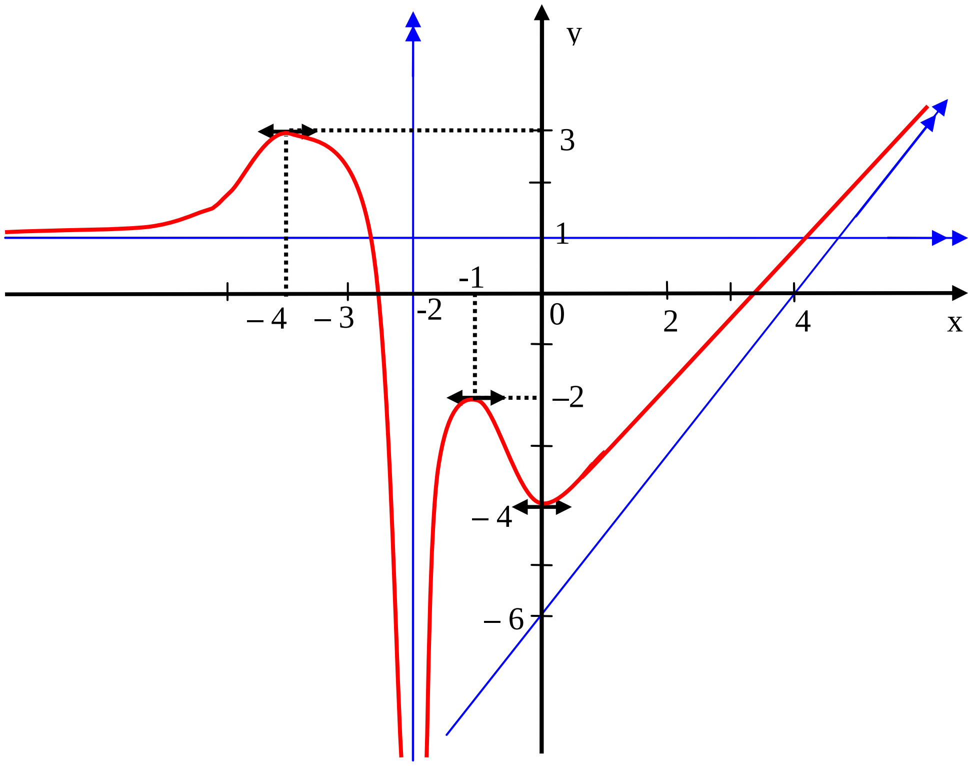
4°) Etudier la position de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à son asymptote oblique ($\mathcal{D}$).

5°) Tracer ($\mathcal{C}_f$) et ($\mathcal{D}$) dans le plan muni d'un repère orthonormé.

Devoir 13

EXERCICE 1 : (10 points)

Soit f la fonction donnée par sa représentation graphique dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.



1°) Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f.
2°) Donner les limites de $f(x)$ aux bornes de $\mathcal{D}_f$.
3°) Donner les équations des asymptotes à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f.
4°) Dresser le tableau de variation de f.

5°) Donner l'ensemble solution de l'inéquation $f(x) \geq 0$.

6°) Montrer que la restriction de f à $]-\infty ; -4]$ réalise une bijection g de $]-\infty ; -4]$ sur un intervalle P que l'on précisera.
7°) Tracer la courbe $(\mathcal{C}')$ de g^{-1}.

EXERCICE 2 : (10 points)

Soit la fonction f numérique de la variable réelle x définie par : $f(x) = ax^3 + bx^2 - x + 3$
1°) Déterminer les réels a et b sachant que la cour be $(\mathcal{C}_f)$ de f admet un extremum égal à 2 au point d'abscisse x = 1.
2°) Dans la suite de l'exercice on prendra a = 1 et b = – 1.

a) Etudier les variations de f.

b) Montrer que l'équation $f(x) = 7$ admet une solution et une seule notée α dans $[1;+\infty[$. Encadrer α par deux entiers consécutifs.

c) Calculer $f(0)$ et $(f^{-1})'(3)$.

Devoir 14

EXERCICE 1 : (5 points)

1°) Résoudre les équations et systèmes suivants :

a) $(x^2-1)e^{\ln(x-2)} = \ln e^{(x+1)}$; b) $2e^{4x} - 5e^{2x} - 3 = 0$; c) $\begin{cases} \ln(x^2) + \ln(y^2) = 2\ln 6 \\ e^x = e^{5-y} \end{cases}$

2°) Calculer les intégrales suivantes :

$I = \int_1^2 (x\ln x^4)dx$; $J = \int_{-1}^0 (-2x+1)e^{-x}dx$; $K = \int_1^2 (\frac{e^x}{x} + e^x \ln x)dx$.

EXERCICE 2 : (5 points)

Déterminer les intervalles de définition $\mathcal{D}_f$ de chacune des fonctions f ci-dessous puis calculer les limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$.

1°) $f(x) = (x-1)\, e^{\frac{2}{x-1}}$; 2°) $f(x) = \ln(\frac{e^x - 1}{e^x + 1})$; 3°) $f(x) = \frac{e^x + 2}{e^x - 1}$.

Problème : (10 points)

Soit la fonction f définie sur l'intervalle [0 ; +∞[par : $f(x) = 1 - x + e^{-2x} + xe^{-2x}$.

1°) a) Calculer $f'(x)$ et $f''(x)$ puis dresser le tableau de variation de f'.

b) En déduire le signe de $f'(x)$ dans [0 ;+∞[.

2°) Dresser le tableau de variation de f.

3°) Montrer que la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f admet une asymptote oblique ($\mathcal{D}$) que l'on précisera. En déduire les positions relatives de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à ($\mathcal{D}$).

4°) Quel est le coefficient directeur de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) au point $x_0 = 0$?

5°) Etablir que l'équation $f(x) = 0$ admet sur [0 ;+∞[une solution unique ℓ.
Montrer que $1 \leq \ell \leq 2$.

6°) Représenter la courbe ($\mathcal{C}_f$) dans le plan muni d'un repère orthonormal d'unité graphique : 2cm.

7°) Calculer en cm^2 l'aire $\mathcal{A}$ de la région du plan limitée par : ($\mathcal{C}_f$) , l'asymptote ($\mathcal{D}$) et les droites d'équations : $x = 0$ et $x = 1$.

Devoir 15

EXERCICE 1 : (5 points)

On considère le trinôme : $t(x) = 2x^2 - x - 1$.

1- Résoudre dans $\mathbb{R}$ l'équation $t(x) = 0$.
2- Factoriser $E(x) = 2(\ln x)^2 - \ln x - 1$.

3- Déduire la résolution dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation : $2(\ln x)^2 \leq \ln x + 1$.
4- Résoudre : $\ln x + \ln(2x - 1) > 0$.

EXERCICE 2 : (5 points)

1) n est un entier naturel non nul. Simplifier en une forme sans exposant :
Exemple : $\ln(25.2^n) = 2\ln 5 + n\ln 2$.

a) $\ln(9.5^n) - \ln(25^n)$; b) $\ln\left(\frac{4}{2^{n-1}}\right) + \ln(8^n)$.

2) Soit f une fonction définie sur un intervalle I par: $f(x) = \ln[g(x)]$.
a) Que peut-on dire de $g(x)$ lorsque $f(x)$ existe ?

b) Si g est croissante sur I ; pour tous réels a et b de I tels que $a<b$; comparer $f(a)$ et $f(b)$. Que peut-on en déduire pour la fonction f sur I ?.

Problème : (10 points)

On considère les fonctions numériques de la variable réelle x définies par :

$$f(x) = \frac{1}{3}\left(x^2 + x + \frac{1}{x}\right) \qquad et \qquad g(x) = 2x^3 + x^2 - 1$$

1°) Montrer que pour tout $x \neq 0$, les nombres $f'(x)$ et $g(x)$ ont le même signe.

2°) Etudier les variations de g sur $\mathbb{R}$. En déduire que l'équation $g(x) = 0$ admet dans $\mathbb{R}$ une solution unique α , et que $0<\alpha< 1$. (on ne cherchera pas à résoudre l'équation $g(x) = 0$).
3°) Dresser le tableau de variation de la fonction f.
4°) On désigne par ($\mathcal{C}_f$) la courbe de la fonction f ; par A le point de ($\mathcal{C}_f$) d'abscisse $x = -1$ et par B le point de ($\mathcal{C}_f$) d'abscisse $x = 1$.
a) Sachant que l'équation $y = ax + b$ est une équation de la droite (AB), déterminer les réels a et b.
b) Vérifier que la droite (AB) est tangente en B à ($\mathcal{C}_f$).
c) Déterminer une équation de la tangente (T) en A à ($\mathcal{C}_f$).
5°) Etudier la position de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à (T).

6°) Montrer que l'équation $f(x) = 0$ admet une solut ion unique ℓ dans $]-\infty;0[$.
6°) Utiliser les résultats précédents pour construi re la courbe ($\mathcal{C}_f$).
(on prendra $\frac{2}{3}$ comme valeur approchée de α).

7°) Déterminer graphiquement le nombre et les signe s des solutions de l'équation : $f(x) = m$ où m est un paramètre réel.

Devoir 16

EXERCICES : (6 points)

1°) résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

a) $2\ln x = \ln 2 + \ln(2+\sqrt{2}) + \ln(2+\sqrt{2+\sqrt{2}}) + \ln(2-\sqrt{2+\sqrt{2}})$.

b) $\ln(x-2) + \ln(x+3) = 2\ln(x+1)$.

2°) Résoudre le système

$$\begin{cases} x+y=15 \\ \ln x + \ln y = \ln 36 \end{cases}$$

Problème : (14 points)

A-/ soit h la fonction définie par : $h(x) = \dfrac{2x-1}{x^2}$; d'ensemble de définition $\mathcal{D}_h$.

1°) Etudier les variations de h ;

2°) Tracer la courbe de h ;

3°) Trouver une primitive de h sur $\mathcal{D}_h$.

4° Montrer que la restriction de h à]0 ;1[admet une fonction réciproque que l'on déterminera.

B/- Soit la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{1}{4}x^2 - \dfrac{1}{2}x^2 \ln x$.

1°) Etudier les variations de f.

2°) Montrer que l'équation f(x) = 0 admet une solut ion unique ℓ dans [1 ;2].

3°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) de f dans un repère orthonormé d'unité graphique $2cm$.

Devoir 17

EXERCICE 1 : (4 points)

1°) Calculer $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\ln(1+\sin x)}{\sin 2x}$;

2°) Déterminer les ensembles de définition de chacu ne des fonctions :

a) $f(x)=\left|\ln(x+3)\right|$; b) $g(x) = x^2\ln(-x^2 + 6x - 5)$; c) $h(x)=x\ln\left(\dfrac{x+2}{1-x}\right)$

EXERCICE 2 : (2 points)

Soit les fonctions f et g définies par :

$f : x \mapsto \ln x$ et $g : x \mapsto \ln(x+2) + 1$.

1°) Ecrire $g(x)$ en fonction de $f(x)$

2°) Quelle interprétation peut-on donner alors à ce tte expression de $g(x)$ pour tout $x \in]-2 ;+\infty[$. Déduisez du tableau de variation de f celui de g.

Problème : (14 points)

A-/ Soit la fonction f définie par $f(x) = 1 + x - 3x\ln x$.

1°) Peut-on prolonger f par continuité au point $x_0 = 0$? si oui déterminer son prolongement g.

2°) Déterminer l'intervalle I de définition de g.

3°) Etudier la continuité et la dérivabilité de g au point $x_0 = 0$.

4°) a) Etudier les variations de g et dresser son tableau de variation.

b) Montrer que dans l'intervalle [1 ; 2], l'équation $g(x) = 0$ a une solution unique que l'on notera α.

5°) Etudier $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{g(x)}{x}$ et en déduire le comportement asymptotique de la courbe $(\mathcal{C}_g)$ de g.

6°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_g$) de g dans le plan muni d'un repère orthonormé.

N.B : on prendra : $\dfrac{1}{e^{\frac{2}{3}}} = e^{-\frac{2}{3}} = 0{,}5$ *et* $e^{\frac{2}{3}} = 2$

B-/ Soit la fonction h définie par : $\begin{cases} h(x) = x(\ln x)^2 \\ h(0) = 0 \end{cases}$

1°) Etudier le signe de $h'(x)$.

2°) Montrer que h n'est pas dérivable en 0.

3°) Quelle est la demi tangente en $x_0 = 0$?

4°) Donner l'équation de la tangente en $x_0 = e$.

5°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_h$) de h.

Soit $g(x)=\dfrac{1}{2}x^2\ln x(\ln x-1)$. Calculer $g'(x)$ et en déduire une primitive de f.

6°) Calculer l'aire $A(\lambda)$ de la portion du plan comprise entre ($\mathcal{C}_h$) et les droites d'équations : $x = \lambda$, $(0 < \lambda < 1)$; $x =1$ et $y = 0$.

7°) Calculer $\lim\limits_{\lambda\to 0} A(\lambda)$.

Devoir 18

EXERCICES : (10 points)

1°) Calculer les intégrales suivantes :

$$I=\int_{\ln 3}^{\ln 4}(1-e^{x})dx \quad ; \quad J=\int_{\sqrt{e}}^{e}\frac{\ln x}{x}dx \quad ; \quad K=\int_{0}^{1}\frac{2}{x+1}dx$$

2°) résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

a) $\ln(x^2-4)=\ln(1-4x)$

b) $\ln^2 x-4\ln x+3=0$

c) $e^{2x}-2e^{x}-8=0$

d) $e^{3x}-2e^{2x}-8e^{x}=0$;

3°) Résoudre dans $\mathbb{R}^2$ le système suivant : $\begin{cases} e^{x}\times e^{2y-1}=1 \\ e^{x+2}\times e^{y}=e \end{cases}$.

Problème : (10 points)

Le plan $\mathscr{P}$ est muni du repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

A-/ On considère la fonction f définie par : $f(x)=x-1+\dfrac{2\ln x}{x}$.

1°) Soit g la fonction définie par g(x) = $x^2+2-2\ln x$.

a) Dresser le tableau de variation de g ;

b) En déduire le signe de $g(x)$ suivant les valeurs de x ;

2°) Trouver les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.

3°) Exprimer $f'(x)$ en fonction de $g(x)$. En déduire le tableau de variation de f.

4°) Déterminer les asymptotes à la courbe ($\mathscr{C}_f$) de f.

5°) Etudier la position de ($\mathscr{C}_f$) par rapport à la droite ($\mathscr{D}$) d'équation : $y = x - 1$.

6°) Tracer ($\mathscr{C}_f$) et ($\mathscr{D}$).

B-/ Soit h la fonction définie par $h(x) = x - e^{x}$.

1°) Déterminer les limites de h aux bornes de son ensemble de définition.

2°) Montrer que la courbe ($\mathscr{C}_h$) de h admet une asymptote oblique (Δ) en $-\infty$.

3°) Etudier le sens de variation de h puis dresser son tableau de variation.

4°) Etudier la position de ($\mathscr{C}_h$) par rapport à la première bissectrice.

5°) Tracer la courbe ($\mathscr{C}_h$) dans $\mathscr{P}$.

Devoir 19

EXERCICE 1 : (6 points)

1°) Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes

a) $4e^{-5x} + 3e^{-3x} - e^{-x} = 0$

b) $e^{\sin x} - 2e^{-\sin x} = 1.$

2°) Calculer la limite suivante : $\lim_{x\to+\infty}(1+\frac{1}{x})^{x} = ?$

N.B : $\sin 44° = \sin(0{,}767rd) = 0{,}69.$

Problème : (14 points)

Soit la fonction f définie par : $f(x) = x + \frac{1-e^{x}}{1+e^{x}}$.

1°) Etudier les variations de f et dresser son tableau de variation ;

2°) Déterminer les asymptotes obliques à la courbe $(\mathcal{C}_f)$ de f ;

3°) Trouver une équation de la tangente (T) à la co urbe $(\mathcal{C}_f)$ au point $x_0 = 0$;

4°) Montrer que le point O(0 ; 0) est centre de symétrie de $(\mathcal{C}_f)$.

5°) Tracer ($\mathcal{C}_f$) et (T) dans le plan muni d'un repère orthonormé d'unité 1cm.

6°) Calculer l'aire $\mathcal{A}$ en cm^2 de la partie du plan définie par :

$$\begin{cases} 0 \le x \le 2 \\ 0 \le y \le f(x) \end{cases}$$

On prendre : $\ln 2 = 0{,}69$ *et* $\ln(1+e) = 1{,}31$.

Devoir 20

EXERCICES : (6 points)

Résoudre les équations et système suivants :

1°) $ln(lne^{2x} - e^{lnx}) = 2 - lnx;$

2°) $\begin{cases} \ln(x-1) + \ln(x+2) \prec 2\ln(2x+1) \\ e^{2x} - e^{x+2} - e^{2-x} + 1 \prec 0 \end{cases}$

Problème : (14 points)

A-/ Le plan $\mathscr{P}$ est muni du repère orthonormé $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$ d'unités graphiques : *4cm* sur l'axe des abscisses et *2cm* sur l'axe des ordonnées.
On considère la fonction f définie par $f(x) = 8(e^{-x} - e^{-2x})$.

1°) Démontrer que, pour tout x réel : $f(x) = \dfrac{8(e^x - 1)}{e^{2x}}$

2°) Démontrer que, pour tout x réel : $f'(x) = \dfrac{8(2 - e^x)}{e^{2x}}$, *f* ' désignant la dérivée de *f*.

En déduire le signe de *f* '(x).
3°) Déterminer les limites de *f* aux bornes de son ensemble de définition.
4°) Donner le tableau de variation de *f*.
5°) Représenter la fonction *f* dans le repère $(O\ ;\ \vec{i}\ ;\ \vec{j})$.

B-/ On injecte à l'instant t = 0 une substance dans le sang d'un animal. A l'instant t ; (t positif exprimé en secondes), la concentration Y de la substance injectée est : $y = 8(e^{-t} - e^{-2t})$. On appelle « *concentration* » le rapport entre la quantité du liquide injecté et la quantité de sang qui le contient.

1°) En utilisant les résultats de la partie A-/, do nner le tableau de variation de la concentration en fonction du temps t en secondes.

2°) Au bout de combien de temps la concentration es t-elle maximale ?

3°) Calculer au bout de combien de temps la concent ration retombe au quart de sa valeur maximale. Vérifier graphiquement en utilisant la question 5°) du A-/.

4°) Donner une valeur approchée de $f(9)$. En déduire qu'à l'instant t, t $\geq$9, la concentration est inférieure à 10^{-3}.

Devoir 21

EXERCICE : (5 points)

Le prix d'une voiture Toyota est de 25 000€ à la date du 1er janvier 2002.
Ce prix augmente 10% l'an.

1°) On pose V_n le prix de cette voiture au 1er janvier ($2002 + n$), $n \in \mathbb{N}$.

a) Définir de façon récurrente la suite (V_n) ; préciser sa nature et donner sa raison.
b) Calculer V_{10} ; V_{11}.

2°) Le salaire mensuel d'un ouvrier de l'usine Toyota est supposé 1 500€ au 1er janvier 2002. Il est supposé augmenter de 15% par an.

On pose W_n le salaire de l'ouvrier au 1er janvier (2002 + n). Exprimer W_n en fonction de n. Préciser la nature de (W_n) et donner sa raison.

3°) A partir de quelle année et plus, 10 mois de salaire de l'ouvrier seront suffisants à l'achat d'une voiture Toyota ?

On prendra : ln5 = 1,609 ; ln3 = 1,090 ; $\ln(1,15) = 0,139$; $\ln(1,10) = 0,095$.

Problème : (5 points)

Pour tout réel m, on considère la fonction numérique f_m de la variable réelle x définie par $f_m(x) = (x+1)e^{mx}$.

1°) Montrer que toutes les courbes ($\mathcal{C}_m$) de f_m ($m \in \mathbb{R}$) passent par deux points fixes A et B dont on déterminera les coordonnées.

2°) Etudier les variations des fonctions f_1 et f_{-1}.

3°) Tracer dans le plan rapporté à un repère orthonormé $(O \; ; \; \vec{i} \; ; \; \vec{j})$ d'unité graphique $2cm$, les courbes ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_{-1}$)de f_1 et f_{-1}.

4°) Donner une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_1$) au point d'abscisse $x_0 = 0$.

5°) Calculer en cm^2 l'aire de la portion du plan limitée par ($\mathcal{C}_1$) et ($\mathcal{C}_{-1}$) et les droites d'équations : $x = -1$; $x = 0$.

Devoir 22

<u>EXERCICE</u> : (10 points)

1-/ Calculer en intégrant par parties : $I = \int_0^1 (x+2)e^x \, dx$.

2-/ Soit (U_n) la suite définie par : $\begin{cases} U_0 = 2 \\ U_{n+1} = \frac{1}{3}U_n + 2 \end{cases}$

a/ Calculer u_1 ; u_2 ; u_3.

b/ On pose $V_n = a\,U_n + 3$ où a est un réel non nul.

Calculer V_{n+1} en fonction de V_n. Déterminer a pour que (V_n) soit une suite géométrique.

c/ Exprimer U_n en fonction de n puis calculer $S_n = V_0 + V_1 + \dots\dots\dots + V_n$.

<u>Problème</u> : (10 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = x - \frac{1}{2} + \frac{1}{2}e^{-2x}$. et soit $(\mathcal{C}_f)$ sa courbe dans le plan muni d'un repère orthonormé.

1-/ Etudier la fonction f ;

2-/ Montrer que la droite $(\mathcal{D})$ d'équation $y = x - \frac{1}{2}$ est asymptote à la courbe $(\mathcal{C}_f)$.

3-/ Etudier les positions relatives de $(\mathcal{C}_f)$ par rapport à $(\mathcal{D})$.

4-/ Tracer $(\mathcal{D})$ et $(\mathcal{C}_f)$ dans le repère orthonormé.

5-/ Calculer l'aire de la portion du plan limitée par la courbe $(\mathcal{C}_f)$, l'asymptote oblique $(\mathcal{D})$ et les droites d'équations : $x = \frac{1}{2}$ et $x = 1$.

Devoir 23

EXERCICE 1: (5 points)

Soit l'équation différentielle (E) : y'' – 4y' + 4y = 0.

1-/ Déterminer la solution f de dont la courbe représentative ($\mathcal{C}_f$) passe apr le point A(0 ;1) et admet en ce point une tangente de coefficient directeur égal à 3.

2-/ Etudier et représenter la fonction f déterminée ci-dessus.

3-/ Calculer $A = \int_{-1}^{0} f(x)dx$.

EXERCICE 2: (5 points)

Soit (V_n) la suite définie sur ℕ par : $\begin{cases} V_0 = 2 \\ V_{n+1} = \dfrac{V_n - 2n - 3}{2} \end{cases}$

1-/ Calculer V_1 ; V_2 ; V_3.
2-/ Soit (W_n) la suite définie sur par : $W_n = V_n + 2n - 1$. Montrer que (W_n) est une suite géométrique dont on déterminera la raison q et le premier terme W_0.

3-/ En déduire les expressions de W_n et V_n en fonction de n.

4-/ Calculer $K_n = W_0 + W_1 + \ldots + W_n$ en fonction de n ;

5-/ Calculer $\lim_{n \to +\infty} K_n$.

Problème : (10 points)

Soit la fonction f définie par $f(x)=(x+2)e^{-x}$.
Soit ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans le plan muni d'un repère orthonormé .

1-/ Déterminer l'ensemble de définition $\mathcal{D}_f$ de f puis ses limites aux bornes de $\mathcal{D}_f$.
2-/ Calculer $f'(x)$ étudier son signe puis dresser le tableau de variation de f ;
3-/ Donner une équation de la tangente (T_1) à ($\mathcal{C}_f$) au point d'abscisse x = – 2 ; puis une équation de la tangente (T_2) à ($\mathcal{C}_f$) au point d'abscisse x = 0.
4-/ Calculer les ordonnées des points d'abscisse x = 1 de ($\mathcal{C}_f$) et (T_2).
5-/ Tracer ($\mathcal{C}_f$) et (T_2) dans le repère précédent (unité graphique 1cm).
6-/ Déterminer en cm^2 l'aire de la région du plan limitée par ($\mathcal{C}_f$) ; (T_2) ; l'axe des abscisses et les droites d'équations : x = 1 et x = 4.

Devoir 24

Exercice : (8 points)

1°) Mettre sous forme trigonométrique les nombres complexes suivants :

$$T = \frac{-1+i}{2} \;;\quad Z = \frac{-1-i}{2} \;;\quad U = \frac{T}{Z}.$$

2°) Linéariser $Sin^3 x$.

3°) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation : $z^4 = 8 - 8i\sqrt{3}$.
On mettra les solutions sous forme trigonométrique.

Problème : (12 points)

1°) Soit le polynôme $P(x) = -x^3 - 6x + 20$. Calculer P(2) ;

2°) On considère le polynôme complexe $f(z) = z^3 - 6z + 20i$.
Montrer que l'équation $f(z) = 0$ admet une solution imaginaire pure z_0 que l'on déterminera.

3°) Trouver les nombres complexes P et Q tels que : $f(z) = (z - z_0)(z^2 + Pz + Q)$.
En déduire la résolution dans $\mathbb{C}$ de $f(z) = 0$.
(on désignera z_1 la solution non imaginaire pure dont la partie réelle est négative et z_2 la troisième solution).

4°) Soient A ; B ; C les images respectives de z_0 ; z_1 ; z_2. Placer ces points dans le plan complexe et en déduire la nature du triangle ABC.

5°) Déterminer et construire l'ensemble (E) des points M(x ; y) du plan tels que :

$$BM^2 + CM^2 \leq 36.$$

Devoir 25

Exercice I (5 points)

1°) Soit la fonction f de ℝ vers ℝ définie par :

$$\begin{cases} f(x) = \dfrac{|x^2 - 16|}{x-4}, \ si \quad x \neq 4 \\ f(4) = 3 \end{cases}$$; Etudier la continuité et la dérivabilité de f sur ℝ.

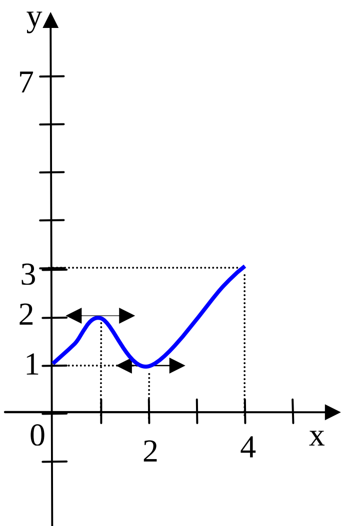
2°) Calculer les intégrales suivantes

a) $I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left(\cos^3 x \sin^4 x + \sin^4 x\right) dx$; b) $J = \int_0^1 (x+2)\sqrt{x+3}\ dx$.

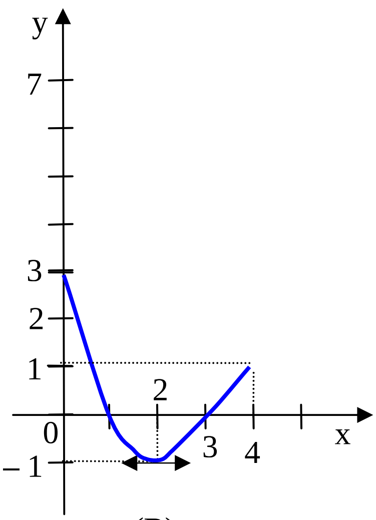
b)

Exercice II (5 points)

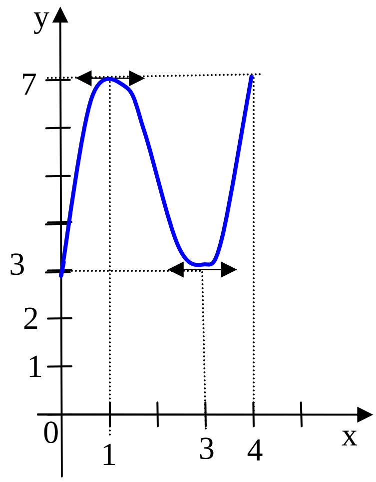
1°) Soit les fonctions définies sur [0 ; 4] données par leurs représentations graphiques ci-dessous :



(A)

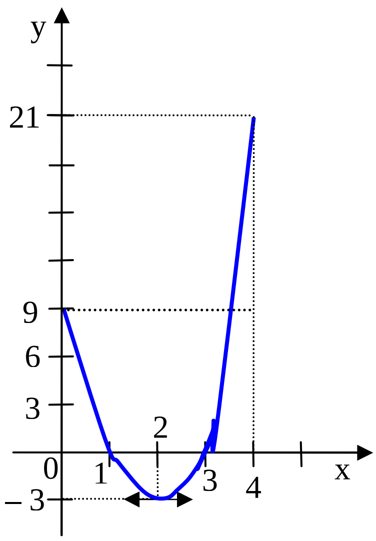


(B)



(C)

Des trois fonctions représentées précédemment,en (A) ; (B) ; (C) laquelle a pour fonction dérivée la fonction *f ’* dont la représentation graphique est donnée ci-dessous.



2°) Donner le tableau de variation de *f*.

3°) Donner les équations des tangentes à la courbe de *f* aux points d'abscisses
x = 0 ; x = 2 et x = 4.
4°) On suppose que f(x) s'écrit sous la forme $f(x) = ax^3 + bx^2 + cx + d$.
Déterminer les réels *a , b , c et d* .

Problème : (10 points)

Soit *f* une fonction numérique de la variable réelle définie par le tableau ci-dessous
(Cf) est la courbe représentative de *f* dans le plan d'un repère orthonormal $\left(O; \vec{i} ; \vec{j}\right)$
La droite d'équation x = 2 est axe de symétrie à la courbe ***(Cf) .***

x	$-\infty$		2		4		$+\infty$
f ' (x)			0	−	‖	−	
f (x)			1	↘	$-\infty$ ‖ $+\infty$	↘	3

1°) Compléter le tableau de variation de *f*.

2°) Tracer (***Cf).***

3°) On suppose que $f(x) = \dfrac{ax^2 + bx + c}{x^2 + \beta x + \gamma}$ *où* a, b, c, β *et* γ sont des réels.

a) Déterminer a , b , c , β et γ .

b) Soit I = [2 ; 4[et g la restriction de *f* à I . Montrer g est une bijection de I sur un intervalle J que l'on précisera.

c) Donner une équation de la tangente à la courbe (***C'***) de g^{-1} au point d'abscisse x = 0.
d) Tracer (***C'***).

4°) Discuter graphiquement suivant les valeurs du paramètre réel *m* du nombre et du signe des solutions de l'équation $(3 - m)x^2 - (12 - 4m)x + 8 = 0$.

5°) Soit la fonction h : IR $\rightarrow$ IR

$$x \mapsto h(x) = \frac{3x^2 - 12x + 8}{x|x-4|}.$$

a) Dresser le tableau de variation de *h* ;
b) Construire la courbe (***H***) de *h* .

Devoir 26

EXERCICE I : (5 points)

A°) Calculer la fonction dérivée de chacune des fonctions suivantes :

1°) $f(x)=x^3-\dfrac{1}{x}+2\sqrt{x}+2\cos(2x+1)$ 2°) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x^2+1}}{x+3}$

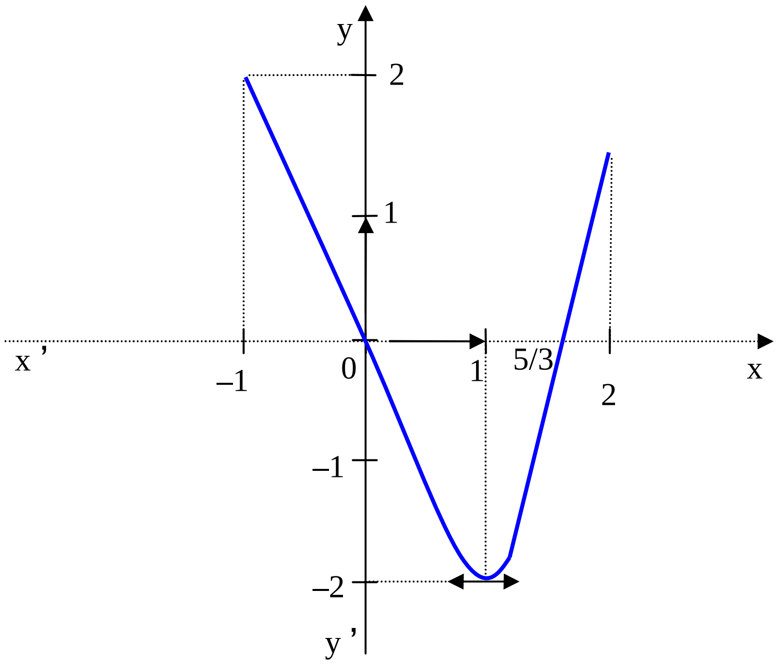
3°) $f(x)=\dfrac{2x-5}{2-x}$ 4°) $f(x)=(x^3+2x)^6$

B°) Soit la fonction f définie sur ℝ par $f(x)=\dfrac{2}{|x+2|+3}$

Etudier la dérivabilité de la fonction f au point d'abscisse x_0 = - 2 , puis interpréter vos résultats.

EXERCICE II : (5 points)

On désigne par f la fonction définie et dérivable sur $[-1;2]$ dont la courbe représentative est la suivante :



1°) Utiliser ce graphique pour déterminer les valeurs f (0) ; f (1) ; f '(1)

2°) Résoudre graphiquement : f (x) = 0 ; f (x) < 0

3°) Donner le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle $[-1;2]$

4°) On suppose que f(x) est de la forme suivante : $f(x)=ax^3+bx+c$

A l'aide des valeurs mises en évidence a la question 1°),
calculer les nombres réels a ; b et c.

<u>PROBLEME</u> : (10 points)

Soit la fonction f définie par $f(x) = \frac{x^2 - 5}{3 - x}$; et ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé.

1°) Etudier les variations de la fonction f.

2°) a°) Montrer qu'ils existent des nombres réels a ;b et c tels que $f(x) = ax + b + \frac{c}{3 - x}$.

En déduire une équation de l'asymptote oblique notée ($\mathcal{D}$).

b°) Etudier les positions relatives de ($\mathcal{C}_f$) par rapport à son asymptote oblique ($\mathcal{D}$).

3°) Montrer que le point W intersection des asymptotes est centre de symétrie de ($\mathcal{C}_f$)

4°) Déterminer une équation de la tangente (T) à ($\mathcal{C}_f$) au point d'abscisse $x_0 = 2$

5°) Soit g la restriction de f à l'intervalle $]-\infty\, ; 1]$

a°) Montrer que g réalise une bijection de $]-\infty\, ; 1]$ sur un intervalle J que l'on précisera.

b°) Calculer g (-2) ; g(-3) ; $(g^{-1})'(\frac{2}{3})$.

6°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$) de *f*.

7°) Discuter graphiquement, suivant les valeurs du paramètre réel m, le nombre des solutions de l'équation $x^2 + mx - 5 - 3m = 0$.

Devoir 27

<u>Exercice 1</u> : (5 points)

Soit la fonction f définie par f(x) = ln(ax + b) et (𝒞) sa courbe représentative.

1°) Déterminer les nombres a et b sachant que f (2) = 0 et f ’(3) = $\frac{3}{4}$.

2°) Quel est alors l'ensemble de définition D_f de f ?.

3°) Déterminer les nombres a et b sachant que la courbe (𝒞) de f passe par le point A (2 ; 0) et la tangente en A a pour coefficient directeur – 2.

<u>Exercice 2</u> : (5 points)

1°) Calculer les intégrales suivantes

$I = \int_{-1}^{2} \left(\frac{3}{x+2}\right)dx$; $J = \int_{\ln 2}^{\ln 6} \left(\frac{e^x}{e^x+2}\right)dx$; $K = \int_{\ln 3}^{\ln 10} e^x(e^x - 3)dx$

2°) a) Résoudre le système $\begin{cases} x - 3y = 2\ln 2 \\ x + y = 4\ln 2 \end{cases}$

c) On pose : $I = \int_{0}^{\ln 16} \left(\frac{e^x+3}{e^x+4}\right)dx$ *et* $J = \int_{0}^{\ln 16} \left(\frac{1}{e^x+4}\right)dx$.

Calculer : I – 3J et I + J. En déduire les valeurs exactes de I et J.

<u>Problème</u> : (10 points)

Soit f la fonction définie par f (x) = $-x^2 + 5x - 5\ln(x+1)$ et ($\mathcal{C}_f$) sa courbe représentative dans un repère orthonormé d'unité graphique 2 cm.

1°) Déterminer l'ensemble de définition D_f de f.

2°) Etudier les limites de f aux bornes de D_f.

3°) Calculer f ’(x) puis dresser le tableau des variations de f.

4°) Montrer que l'équation f (x) = 0 admet une solution unique ℓ dans [2 ; 3].
Donner une valeur approchée de ℓ à 0,01 près.

5°) Tracer la courbe ($\mathcal{C}_f$).

Devoir 28

Exercice 1........... (5 points)

1°) a) Résoudre dans $\mathbb{C}$ l'équation $z^2 + 2\sqrt{2}z + 8 = 0$
b) Mettre les solutions de cette équation sous forme exponentielle
2°) Intégrer les équations différentielles suivantes
a) 5y' – 4y = 0 ; b) y''–2y'– 3y = 0
c) y'' + 2y' +5y =0 ; d) y''– 8y'+ 16y

3°) Calculer les réels suivants : $A = \int_0^1 (x-1)e^{2x}dx$; $B = \int_1^e \ln x\,dx$

Exercice 2............(5 points)

A°) On considère la fonction f définie par : $f(x) = \dfrac{2-2e^x}{1+e^x}$

1°) Calculer les limites de f aux bornes de son ensemble de définition.
Préciser les asymptotes à la courbe $\mathcal{C}f$ de f.

2°) Étudier le sens de variation de f. En déduire que f réalise une bijection de $\mathbb{R}$ vers un intervalle **J** que l'on précisera.
3°) Tracer la courbe $\mathcal{C}f$ dans un repère orthonormé.

4°) a) Montrer que $f(x) = -2 + \dfrac{4e^{-x}}{1+e^{-x}}$.

b) En déduire le calcul du réel $I = \int_0^{\ln 2} f(x)dx$.

B°) On note (u_n) une suite définie par $u_0 = 1$ et pour tout entier naturel n

$$u_{n+1} = \frac{u_n}{1+2u_n}$$

1°) Calculer les cinq premiers termes de la suite (u_n).

2°) Si $u_n \neq 0$ on pose $v_n = \dfrac{1}{u_n}$.

Démontrer que la suite (v_n) est une suite arithmétique.
En déduire l'expression de (v_n) en fonction n.

Problème

- Question préliminaire

Vérifier que le nombre $\alpha = -1 + \ln 125$ est solution de l'équation
(E) : $e^{x+1} - 10^4 e^{-(x+1)} - 45 = 0$
En donner la valeur décimale approchée à 10^{-2} près par excès.
On admettra que α est la seule solution de (E).

- Offre et Demande

D'après une étude de marché, l'offre $f(x)$ et la demande $g(x)$ d'un produit de prix unitaire x sont telles que : $f(x) = 100e^{x+1} - 45$; $g(x) = 10^6 e^{-(x+1)}$.
1°) Déterminer les valeurs de x pour lesquelles $f(x)$ et $g(x)$ sont positives ou nulles.
On désignera par I l'intervalle trouvé ; cet intervalle est appelé « Intervalle de validité du modèle ».
2°) Déterminer la valeur x pour laquelle $f(x) = g(x)$, appelé « prix d'équilibre »
3°) Étudier les variations de f et de g sur l'intervalle I.
4°) Le plan P est rapporté à un repère orthogonal $(O ; \vec{i} ; \vec{j})$. (unités graphiques : 2cm sur l'axe des abscisses , et 1cm pour 10 000 unités sur l'axe des ordonnées).
a) Tracer les courbes représentatives de f et de g dans le plan.
b) Vérifier graphiquement le prix d'équilibre trouvé à la question 2°)
5°) On considère la fonction E_f définie sur I par :
$E_f(x) = x \dfrac{f'(x)}{f(x)}$ (où f' désigne la fonction dérivée de f)
Le nombre $E_f(x)$ s'appelle « Élasticité de l'offre par rapport au prix x » ; on admet qu'il indique le pourcentage de variation de l'offre pour un accroissement de 1% d'un prix x donné. $E_f(x)$ est négatif lors d'une diminution de l'offre.
a) Calculer $E_f(x)$
b) On considère le prix $x = 3{,}8$. Pour un accroissement de 1% de ce prix, quel est le pourcentage de variation de l'offre ?