

EXAMEN : *Baccalauréat malien*

BAC 2015

SÉRIE : *TAL*

SESSION : *Juin 2015*

ÉPREUVE : *Mathématiques*

DURÉE : *2heures*

COEF : 1

Le sujet est composé de 3 exercices tous obligatoires. Il comporte une page numérotée 1/1

Exercice 1 : (6 points)

1. a. Décomposez en produit de facteurs premiers les nombres 160 et 224 (1,5pt)
 b. En déduire le PGCD et le PPCM des nombres 160 et 224. (1,5pt)
 c. On suppose que le PGCD de 224 et 160 est 32. Donnez la forme irréductible égale de la fraction $\frac{160}{224}$ (1pt)
2. Un photographe doit réaliser une exposition en présentant ses œuvres sur des panneaux contenant chacun le même nombre de photos de paysage et de photos portrait. Il dispose de 160 photos de paysage et 224 portraits.
 - a. Combien peut-il réaliser au maximum de panneaux en utilisant toutes les photos? (1pt)
 - b. Combien chaque panneau contient-il de paysages et de portraits? (1pt)

Exercice 2 : (6 points)

Un artisan fabrique des jouets pour les fêtes de fin d'année. Il décide de reprendre la fabrication des jouets dès le mois de janvier en fabriquant 200 jouets et en augmentant tous les mois la production de 40 jouets. On désigne par P_n le nombre de jouets fabriqués le $n^{ième}$ mois ($n \in \mathbb{N}^*$). On donne $P_1 = 200$ correspondant à la production du mois de janvier.

1. Calculez P_2 et P_3 respectivement les productions de février et de mars. (1,5pts)
2. Déterminez la relation entre P_{n+1} et P_n . (1pt)
3. Exprimez P_n en fonction de n (1pt)
4. Combien de jouets l'artisan fabriquera-t-il le mois de décembre? (1pt)
5. Une commande de 5000 jouets a été faite auprès de l'artisan jusqu'au mois de décembre. Pourra-t-il honorer cette commande? (1,5pts)

Exercice 3 : (8 points)

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = x^3 - 2x + 1$ et g la fonction numérique définie par $g(x) = \frac{2}{x+1}$

1. Déterminez l'ensemble de définition de f et de g . (2pts)
2. Calculez les dérivées $f'(x)$ et $g'(x)$ (1,5pts)
3. a. Calculez $f(1)$, $f'(1)$, $g(0)$ et $g'(0)$. (1,5pts)
 b. Écrire une équation de la tangente à la courbe de f au point d'abscisse $x_0 = 1$ et une équation de la tangente à la courbe de g au point d'abscisse $x_1 = 0$ (3pts)

Correction du Bac Session de Juin 2015 Série : TAL

Épreuve de Mathématiques

Exercice 1 : (6points)

1. a. Décomposons en produit de facteurs premiers les nombres 160 et 224 :

$$\begin{array}{r|l} 160 & 2 \\ & 80 \\ & 40 \\ & 20 \\ & 10 \\ & 5 \\ & 1 \end{array}$$

$$160 = 2^5 \times 5 \quad (0,75pt)$$

$$\begin{array}{r|l} 224 & 2 \\ & 112 \\ & 56 \\ & 28 \\ & 14 \\ & 7 \\ & 1 \end{array}$$

$$224 = 2^5 \times 7 \quad (0,75pt)$$

b. Déduisons : $PGCD(160 ; 224) = 2^5 = 32$ **(0,75pt)**

$PPCM(160; 224) = 2^5 \times 5 \times 7 = 1120$ **(0,75pt)**

c. On suppose que $PGCD(160 ; 224) = 32$. Donnons la forme irréductible égale de la

fraction $\frac{160}{224} : \frac{160}{224} = \frac{32 \times 5}{32 \times 7} = \frac{5}{7}$ **(1pt)**

2. 160 photos de paysage et 224 photos portraites

a. Le nombre de panneaux qu'il peut réaliser au maximum en utilisant toute les photos est le plus grand diviseur commun de 160 et 224 soit 32 **(c'est -à- dire :**

$PGCD(160 ; 224) = 32$ Photos) **(1pt)**

b. Le nombre de photos que contient chaque panneau est :

- le nombre de paysages : $\frac{160}{32} = 5$ **(0,5pt)**

- le nombre de portrait : $\frac{224}{32} = 7$ **(0,5pt)**

Exercice 2 : (6points)

Augmentation de 40 jouets tous les mois

P_n Le nombre de jouets fabriqué le nièmes mois ($n \in \mathbb{N}^*$)

$P_1 = 200$ Correspond à la production du mois de Janvier

1. Calculons P_2 et P_3 respectivement les productions de Février et Mars :

$P_2 = P_1 + 40 = 240$ Jouets **(0,75pt)**

$P_3 = P_2 + 40 = 280$ Jouets **(0,75pt)**

2. Déterminons la relation entre P_{n+1} et P_n :

$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad P_{n+1} = P_n + 40$ **(1pt)**

3. Exprimons P_n en fonction de n :

$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad P_{n+1} = P_n + 40$ alors P_n est une suite arithmétique de raison $r = 40$ et de premier terme $P_1 = 200$.

$\forall n \in \mathbb{N}^* \quad P_n = P_1 + (n - 1)r = 200 + (n - 1) \times 40 = 40n + 160$ **(1pt)**

4. Le nombre de jouets fabriqué en Décembre est $P_{12} = 40 \times 12 + 160 = 640$ **(1pt)**

Le mois de Décembre l'artisan fabriquera 640 jouets

5. L'artisan pourra-t-il honorer une commande de 5 000 jouets en Décembre ?

$S = P_1 + P_2 + \dots + P_{12} = \frac{12}{2} (P_1 + P_{12}) = 6(200 + 640) = 5040$ Jouets **(1,5pt)**

De Janvier à Décembre, il aura fabriqué 5 040 jouets alors il pourra honorer la commande.

Exercice 3 : (8points)

On considère deux fonctions numériques définies par : $f(x) = x^3 - 2x + 1$ et $g(x) = \frac{2}{x+1}$

1. L'ensemble de définition de f et g est :

$D_f = \mathbb{R}$ ou $D_f =]-\infty ; +\infty[$ **(1pt)**

$D_g = \{x/x \in \mathbb{R}, x - 1 \neq 0\}$ alors $D_g = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty; 1[\cup]1; +\infty[$ **(1pt)**

2. Calculons les dérivées :

$\forall x \in \mathbb{R} \quad ; \quad f'(x) = 3x^2 - 2$ **(0,75pt)**

$\forall x \in D_g \quad g'(x) = \frac{-2}{(x+1)^2}$ **(0,75pt)**

3. a. Calculons :

$f(1) = 1^3 - 2(1) + 1 = 0$ **(0,75pt)**

$f'(1) = 3(1)^2 - 2 = 1$

$g(0) = \frac{2}{1} = 2$ **(0,75pt)**

$g'(0) = -2$ **(0,75pt)**

b. Équation de la tangente a la courbe de f en $x_0 = 1$ est :

$(T_0): y = f'(1)(x - 1) + f(1) = x - 1$ **(0,75pt)**

$(T_0): y = x - 1$ **(0,75pt)**

Équation de la tangente a la courbe de g en $x_1 = 0$

$$(T_1): y = g'(0)(x - 0) + g(0) = -2x + 2 \quad (0,75\text{pt})$$

$$(T_1): y = -2x + 2 \quad (0,75\text{pt})$$