EXAMEN : *Baccalauréat malien* BAC 2015

SÉRIE : *TLL* **SESSION :** *Juin 2015*

ÉPREUVE : *Mathématiques* **DURÉE :** *2 heures* **COEF :** 1

Le sujet est composé de 3 exercices tous obligatoires. Il comporte page numérotée 1/1

Exercice 1 :(4 *points*)

Un chat veut attraper une souri dont le trou se situe entre les deux animaux (le chat et la souri). Le chat est à 45 mètres du trou tandis que la souri est à 30 mètres. Ils démarrent tous ensemble en se dirigeant vers le trou. Le chat fait 3 m/s et la souri 2 m/s. Pour que le chat attrape la souri, il faut qu'il arrive au trou avant la souri, si la souri arrive avant ou en même temps que le chat au trou alors elle est sauvée.

1. Après 5 secondes de course, le chat et la souri seront chacun à combien de mètres du trou **(2pts)**
2. La souri sera-t-elle sauvée ou attrapée par le chat ? Justifiez ta réponse. **(2pts)**

Exercice 2 :(6 *points*)

Soient (U_n) et (V_n) deux suites numériques définies par : $U_1 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n$ pour tout entier naturel non nul. (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = -5$ et $V_5 = -20$

1. **a.** Calculez U_2, U_3 et U_4 **(1,5pt)**
   b. Quelle est la nature de la suite (U_n) ? Précisez sa raison **(1pt)**
2. **a.** Déterminez le premier terme V_1 de la suite (V_n) **(1pt)**
   b. Donnez l'expression de V_n en fonction de n **(1,5pt)**
   c. Calculez V_{10} **(1pt)**

Exercice 3 :(10 *points*)

Soit f la fonction numérique définie par $f(x) = \frac{2(x^2-x+1)}{x-1}$.

1. Déterminez l'ensemble de définition de f puis calculez les limites de $f(x)$ aux bornes de cet ensemble. **(2pts)**
2. Montrez que $f(x)$ peut s'écrire sous la forme : $f(x) = 2x + \frac{2}{x-1}$ **(1,5pt)**

3°/ Vérifiez que la droite d'équation $y = 2x$ est une asymptote à la courbe ($\mathscr{C}$) de f (1,5pt)

4°/ Calculez $f'(x)$, dressez le tableau de variation de f. **(2,5pts)**

5°/ Tracez ($\mathscr{C}$) et son asymptote dans le même repère. **(2,5pts)**

CORRECTION BAC SESSION JUIN 2015 TLL

Exercice 1 : (4points)

1. Après 5s de course
   - Le chat est à : $45m - 5 \times 3m = 30m$ **(1pt)**
   - La souris est à : $30m - 5 \times 2m = 20m$ **(1pt)**

   Après 5 secondes de course, le chat sera à 30m du trou et la souris à 20m du trou.
2. Le temps qu'il faut au chat pour arriver au trou est :
   $\frac{45}{3} = 15s$ **(0,75pt)**
   Le temps qu'il faut à la souris pour arriver au trou est :
   $\frac{30}{2} = 15s$ **(0,75pt)**
   Conclusion : les deux animaux arrivent au trou en même temps donc la souris est sauvée.
   (0,5pt)

Exercice 2 : (6points)

$U_1 = 2$ et $U_{n+1} = 2U_n \quad n \in \mathbb{N}^*$ (V_n) est une suite arithmétique de raison $r = -5$ et $V_5 = -20$

1. a. Calculons : U_2, U_3 et U_4

$U_2 = 2U_1 \Longrightarrow U_2 = 4$ **(0,5pt)**

$U_3 = 2U_2 \Longrightarrow U_3 = 8$ **(0,5pt)**

$U_4 = 2U_3 \Longrightarrow U_4 = 16$ **(0,5pt)**

b. Nature de la suite (U_n) et précisons sa raison :

$\forall\, n \in \mathbb{N}^* \quad \frac{U_{n+1}}{U_n} = \frac{2U_n}{U_n} = 2 \in \mathbb{R}$

$\frac{U_{n+1}}{U_n} = 2$ alors la suite (U_n) est géométrique de raison $q = 2$ **(1pt)**

2. a. Déterminons le premier terme V_1 de la suite (V_n)

$\forall\, n \in \mathbb{N} \quad V_5 = V_1 + (5-1)r \Leftrightarrow -20 = V_1 + 4(-5) \Leftrightarrow V_1 = -20 + 20 = 0$

$\boldsymbol{V_1 = 0}$ **(1pt)**

b. L'expression de V_n en fonction de n est :

$\forall\, n \in \mathbb{N} \quad V_n = V_5 + (n-5)r \Leftrightarrow V_n = -20 + (n-5)(-5) \Leftrightarrow V_n = -20 - 5n + 25$

$\Leftrightarrow V_n = -5n + 5$ **(1,5pt)**

Ou encore : $\forall\, n \in \mathbb{N} \quad V_n = V_1 + (n-1)r \Leftrightarrow V_n = 0 + (n-1)(-5) = -5n + 5$

c. Calculons V_{10}

$V_{10} = -5(10) + 5 \Leftrightarrow V_{10} = -45 \qquad \boldsymbol{V_{10} = -45}$ **(1pt)**

Exercice 3 : (10points)

$f(x) = \frac{2(x^2-x+1)}{x-1}$

- L'ensemble de définition de f est : $Df = \{x/x \in \mathbb{R},\ x - 1 \neq 0\}$

  $x - 1 \neq 0 \Longrightarrow x \neq 1$

  $Df = \mathbb{R} - \{1\} =]-\infty\,;1[\, \cup\,]1\,;+\infty[$ **(1pt)**

- Les limites aux bornes de f :

  $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2x^2}{x} = \lim\limits_{x\to-\infty} 2x = -\infty$ **(0,25pt)**

  $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = \lim\limits_{x\to+\infty} 2x = +\infty$ **(0,25pt)**

  $\lim\limits_{x\to1^-} f(x) = \frac{2}{0^-} = -\infty \qquad \lim\limits_{x\to1^+} f(x) = \frac{2}{0^+} = +\infty$ **(0,5pt)**

- Montrons que : $\forall\, x \in D_f \quad f(x) = 2x + \frac{2}{x-1}$

$2x + \frac{2}{x-1} = \frac{2x(x-1)+2}{x-1} = \frac{2x^2-2x+2}{x-1} = \frac{2(x^2-x+1)}{x-1} = f(x)$

Autrement

$$\begin{array}{r|l} 2x^2 - 2x + 2 & x-1 \\ \cline{2-2} \underline{-2x^2 + 2x} & 2x \\ 0 \;+\; 0 \;\; +2 & \end{array}$$

(1,5pt)

Donc $f(x) = 2x + \frac{2}{x-1}$

- Vérifions que la droite d'équation$y = 2x$ est une asymptote oblique à (Cf)

  $f(x) - y = \frac{2}{x-1}$

  $\lim\limits_{x\to-\infty} [f(x) - y] = \lim\limits_{x\to-\infty} \frac{2}{x-1} = 0$ D'où $y = 2x$ est une asymptote oblique à (Cf) **(1,5pt)**

- Calcul de $f'(x)$:

  $\forall\, x \in D_f \quad f'(x) = 2 - \frac{2}{(x-1)^2} = \frac{2(x-1)^2-2}{(x-1)^2} = \frac{2x^2-4x}{(x-1)^2} = \frac{2x(x-2)}{(x-1)^2}$ **(1pt)**

  Dressons le tableau de variation :

  Signe de $f'(x)$ **(0,50 pt)**

  Posons $2x^2 - 4x = 0 \Leftrightarrow 2x(x-2) = 0 \Longrightarrow x = 0$ ou $x = 2$

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	

Les extremums de f **(0,25pt)**

$f(0) = -2$; $f(2) = 8$

Tableau **(0,75pt)**

x	$-\infty$		0		1		2		$+\infty$
$f'(x)$		$+$	0	$-$	$\|\|$	$-$	0	$+$	
$f(x)$	$-\infty$	$\nearrow$	-2	$\searrow$	$-\infty$ $\|\|$ $+\infty$	$\searrow$	8	$\nearrow$	$+\infty$

5. Construction de la courbe :

- Asymptotes **(1pt)**
- Courbe de f **(1pt)**
- Repère **(0,5pt)**

  Table de valeurs de la droite d'équation $y = 2x$

x	0	1
y	0	2